Università degli Studi di Ferrara
Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Fisica

Studio ed applicazione di un bersaglio trasversalmente polarizzato per l'esperimento HERMES a HERA

Primo Relatore:

Dott. PAOLO LENISA

Laureando:

DAVIDE REGGIANI

Secondo Relatore:

Prof.ssa PAOLA FERRETTI DALPIAZ

Anno Accademico 1998-99

Ci piacerebbe un certo risultato,
e perciò quando si presenta diciamo:
"Ecco, è proprio così ".
La volta dopo viene fuori una cosa diversa e diciamo:
"Sarà un granello di polvere nello strumento".
Magari il granello di polvere c'era la prima volta,
ma noi facciamo finta di niente.

Richard P. Feynman

Abstract

L'esperimento HERMES (HERA MEasurement of Spin) al DESY utilizza il fascio di positroni polarizzati dell'anello di accumulazione HERA, in combinazione con la tecnica del bersaglio polarizzato, al fine di determinare le funzioni di struttura dipendenti dallo spin di protone e neutrone, attraverso la diffusione profondamente anelastica. Dall'inizio della presa dati, fascio e bersaglio vengono polarizzati longitudinalmente, rispetto alla direzione del moto delle particelle incidenti.

Il bersaglio di HERMES consiste in una cella di accumulazione interna ad HERA, nella quale gas di idrogeno o deuterio viene iniettato da una sorgente di atomi polarizzati. Un campo magnetico posto nella regione della cella definisce l'asse di quantizzazione per lo spin degli atomi, disaccoppiando allo stesso tempo il momento magnetico nucleare da quello elettronico. L'interazione del bersaglio con il campo magnetico prodotto dai pacchetti di leptoni a 27.5 GeV di HERA può causare effetti depolarizzanti, dovuti a transizioni fra diversi stati iperfini.

Questa tesi intende studiare la possibilità di installare un magnete per polarizzare il bersaglio trasversalmente, in relazione agli effetti depolarizzanti suddetti, al problema della deviazione del fascio di positroni dalla traiettoria rettilinea e della conseguente produzione di radiazione di sincrotrone.

Indice

Elenco delle figure

Elenco delle tabelle

Introduzione

HERMES (*HERA MEasurement of Spin*) è un esperimento di diffusione profondamente anelastica (*Deep Inelastic Scattering*, DIS) polarizzata, situato sull'anello di accumulazione HERA (*Hadron Electron Ring Anlage*) al DESY di Amburgo. Il fascio di positroni (o elettroni) possiede un'energia di 27.5 GeV e una polarizzazione diretta longitudinalmente, rispetto all'impulso del fascio stesso. Il bersaglio, posto internamente all'acceleratore, è costituito da gas atomico di idrogeno o deuterio, iniettato in una cella di accumulazione sottoforma di particolari combinazioni di stati iperfini. Un magnete a campo statico determina l'asse di quantizzazione per gli spin degli atomi iniettati, disaccoppiando, allo stesso tempo, il momento magnetico nucleare da quello elettronico. L'utilizzo della cella di accumulazione consente di aumentare la densità del bersaglio di due ordini di grandezza, rispetto ad un getto libero di gas. Il periodo di presa dati è iniziato nel 1995 ed è tuttora in corso.

Il principale obiettivo di questo esperimento è la determinazione delle funzioni di struttura dipendenti dallo spin di protone e neutrone, sia attraverso la misura della sezione d'urto del solo elettrone diffuso (analisi inclusiva), sia per mezzo della rilevazione degli stati adronici finali (analisi semi-inclusiva), resa possibile grazie alle caratteristiche dello spettrometro utilizzato.

Per effettuare una misura completa e non ambigua di tali grandezze, è necessario poter disporre di un bersaglio polarizzabile sia longitudinalmente sia trasversalmente, rispetto all'asse di quantizzazione dello spin delle particelle incidenti. Fino ad ora tutti i dati sono stati raccolti utilizzando un bersaglio a polarizzazione longitudinale, caratterizzato da un magnete superconduttore a campo solenoidale. La possibilità di installare un bersaglio polarizzato trasversalmente è stata comunque presa in considerazione già nel progetto iniziale dell'esperimento [Her93]; per questo motivo, un elettromagnete dipolare a campo verticale è stato appositamente realizzato nel 1996.

Nell'ambito dell'apparato sperimentale di HERMES, l'utilizzo di un bersaglio trasverso è complicato dalla presenza di effetti "collaterali", non presenti nel caso longitudinale. Innanzitutto, un campo magnetico diretto normalmente rispetto all'impulso del fascio genera, su quest'ultimo, una deflessione che deve essere calcolata e compensata con l'introduzione di appositi campi correttori. Inoltre, come diretta conseguenza dell'accelerazione trasversale subita, le particelle cariche del fascio emetteranno luce di sincrotrone. L'ampiezza del cono di emissione e la potenza irradiata sono grandezze che vanno quantificate, per capire se esistano rischi per lo spettrometro o per il tubo dell'acceleratore. Effetti di

questo genere possono essere evitati mantenendo bassa l'intensità del campo trasverso. D'altro canto, questo può generare effetti sistematici di depolarizzazione, soprattutto nel caso dell'idrogeno. Infine, la presenza del campo magnetico oscillante, indotto dal fascio impulsato di elettroni, in combinazione con la particolare orientazione del campo statico trasverso, può generare risonanze depolarizzanti fra gli stati iperfini degli atomi del bersaglio. Quest'ultimo aspetto, a causa delle intrinseche difficoltà di valutazione, è quello sul quale questa tesi si concentra maggiormente.
Allo studio preliminare di tutti questi aspetti, è seguito un test sperimentale, con lo scopo di verificare la compatibilità del magnete con la restante parte dell'apparato, e attraverso il quale si è cercato di quantificare l'entità della depolarizzazione subita dal bersaglio, a causa delle risonanze indotte dal fascio e dal basso valore di campo magnetico raggiungibile.
La tesi è strutturata nel modo seguente:

- Nel primo capitolo si affronta lo studio della struttura iperfine di idrogeno e deuterio immersi in un campo magnetico statico, e delle transizioni indotte dalla presenza di campi magnetici oscillanti, diretti parallelamente o perpendicolarmente al primo.

- Il secondo capitolo contiene una breve descrizione del bersaglio di HERMES e delle caratteristiche del magnete traverso. In particolare, vengono presentati e discussi i risultati della mappatura del campo, appositamente eseguiti nell'ambito di questo studio.

- Nel terzo capitolo si analizzano le caratteristiche del fascio di positroni di HERA, cercando di simulare la struttura temporale e la dipendenza spaziale del campo magnetico indotto.

- Nel quarto capitolo si prendono in considerazione tutti gli aspetti che possono costituire dei limiti all'utilizzo del bersaglio trasverso. Accanto alla valutazione quantitativa di alcuni fenomeni, viene posto in evidenza che la piena comprensione di tutti gli effetti necessita di una prova sperimentale.

- Nel quinto capitolo vengono presentate le misure ottenute dal test sperimentale del bersaglio polarizzato trasversalmente.

- La valutazione complessiva dei risultati ottenuti viene fornita come conclusione del lavoro svolto.

- Le appendici contengono un'introduzione al formalismo del DIS polarizzato e una breve descrizione dello spettrometro di HERMES.

Capitolo 1

La struttura iperfine di idrogeno e deuterio

In un atomo, tutte le interazioni fra il nucleo e gli elettroni, ad eccezione dell'usuale attrazione coulombiana, sono chiamate *interazioni iperfini*.
La conoscenza di tale fenomeno risulta indispensabile per una piena comprensione del principio di funzionamento del bersaglio polarizzato dell'esperimento HERMES e, allo stesso tempo, per l'individuazione di tutte le possibili cause di depolarizzazione. Fra queste, le risonanze nucleari ed elettroniche generate dal campo a radiofrequenza indotto dal fascio di positroni rappresentano l'oggetto di studio di buona parte di questa tesi. Risulta quindi indispensabile procedere ad un'analisi accurata ed esaustiva della struttura iperfine di idrogeno e deuterio (prima parte del capitolo), e delle transizioni fra stati iperfini indotte dalla presenza di un campo magnetico variabile (seconda parte).[1]

1.1 La soluzione dell'hamiltoniana statica

In un atomo di idrogeno nello stato fondamentale $1S_{1/2}$, l'assenza di momento angolare orbitale riduce la struttura iperfine alla sola interazione fra i momenti magnetici di elettrone e nucleo. Poichè entrambe queste particelle sono dotate di spin $\frac{1}{2}$, l'accoppiamento può generare uno stato a spin totale $F = 0$, detto di singoletto, oppure $F = 1$, detto di tripletto, tre volte degenere ($m_F = \pm 1,\, 0$). La differenza di energia fra i due livelli è descritta in termini di *splitting* iperfine de E^H_{HFS}. Per quanto riguarda il deuterio, vale un discorso analogo, salvo il fatto che ora il nucleo possiede spin 1. I due stati risultanti sono dunque costituiti da un doppietto ($F = \frac{1}{2}$; $m_F = \pm\frac{1}{2}$) e da un quadrupletto ($F = \frac{3}{2}$; $m_F = \pm\frac{1}{2},\, \pm\frac{3}{2}$), entrambi degeneri, la cui separazione in energia è data da E^D_{HFS}. Se si pone l'atomo di idrogeno in un campo magnetico esterno, le interazioni aggiuntive fra quest'ultimo e i momenti magnetici di elettrone e nucleo provocano la rottura della

[1] La particolare notazione utilizzata in questo capitolo è tratta da una originale elaborazione gentilmente fornitami da Christian Baumgarten e presente nella sua tesi di dottorato, di imminente pubblicazione. (The particular notation used overall this chapter is due to an original work by Christian Baumgarten and included in his incoming Ph.D. Thesis.)

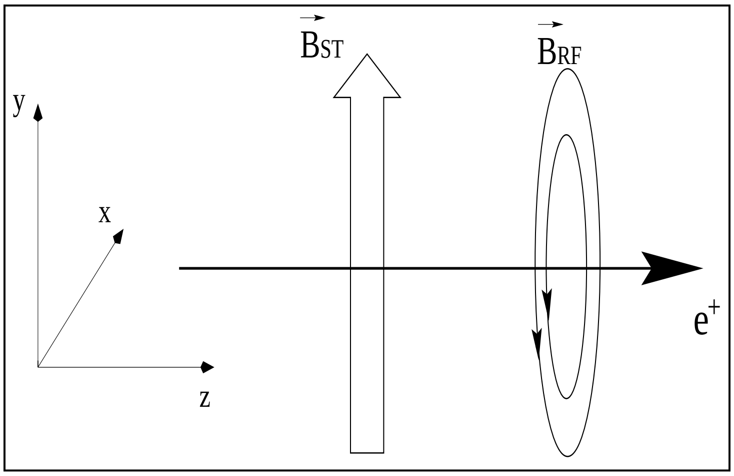

Figura 1.1: L'orientazione del campo statico generato dal magnete trasverso e di quello ad alta frequenza indotto dal fascio, rispetto al sistema di riferimento di HERMES. Come si vede, il campo statico (B_{ST}) è diretto lungo y, mentre il campo variabile (B_{RF}) possiede sia componenti perpendicolari al campo statico (lungo l'asse x), sia parallele (lungo l'asse y).

degenerazione del livello avente $F = 1$; equivalentemente, per il deuterio entrambe le degenerazioni vengono eliminate.
Complessivamente, l'energia d'interazione dovuta ai contributi appena descritti, è data dalla hamiltoniana [Coh]:

$$\mathcal{H} = A\mathbf{S}\cdot\mathbf{I} + \frac{g_S\mu_B}{\hbar}\mathbf{S}\cdot\mathbf{B} - \frac{g_I\mu_N}{\hbar}\mathbf{I}\cdot\mathbf{B} \tag{1.1}$$

dove il primo termine rappresenta l'energia di interazione spin-spin, mentre il secondo e il terzo rappresentano l'interazione fra campo magnetico esterno e momento magnetico elettronico e nucleare rispettivamente.
Il coefficiente A (in seguito, A_H per l'idrogeno e A_D per il deuterio) è una costante che dipende dalla forza dell'accoppiamento fra spin dell'elettrone $\mathbf{S}$ e quello del nucleo $\mathbf{I}$. Le quantità $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_ec}$ e $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_pc}$ sono i magnetoni di Bohr e nucleare rispettivamente, $g_S = 2.0023$ è il rapporto giromagnetico dell'elettrone, definito da $\frac{\boldsymbol{\mu}_e}{\mu_B} = g_S\mathbf{S}$ (dove $\boldsymbol{\mu}_e$ è il momento magnetico elettronico), mentre g_I è quello del nucleo (per il protone $g_I^p = 5.5857$, per il deutone $g_I^d = 0.8574$), definito da $\frac{\boldsymbol{\mu}_\mathbf{I}}{\mu_N} = g_I\mathbf{I}$ (dove $\boldsymbol{\mu}_\mathbf{I}$ è il momento magnetico nucleare).
In tutto il capitolo, viene utilizzato il sistema di riferimento del laboratorio dell'esperimento HERMES (vedi figura 1.1). In questa terna di assi, il campo statico (quello generato dal magnete trasverso) è diretto lungo y. Questa coordinata risulterà dunque il naturale punto di partenza per la definizione degli autostati di spin elettronico (S) e nucleare (I). I campi variabili che verranno introdotti nella seconda parte del capitolo saranno diretti lungo x e y, come risulta per il campo indotto dal fascio impulsato di positroni.

1.1.1 Il caso dell'idrogeno

L'hamiltoniana (1.1) può essere scritta come:

$$\mathcal{H} = A_H\hbar^2\left[\frac{\mathbf{S}\cdot\mathbf{I}}{\hbar^2} + \frac{\mathbf{B}}{B_C^H}\cdot\left(\frac{\mathbf{S}}{\hbar} - \epsilon_H\frac{\mathbf{I}}{\hbar}\right)\right] \tag{1.2}$$

dove $B_C^H = \frac{A_H \hbar^2}{g_S \mu_B} = 50.7\,\mathrm{mT}$ rappresenta il cosiddetto "campo critico", mentre $\epsilon_H = \frac{g_I \mu_K}{g_S \mu_B} = 1.5 \cdot 10^{-3} << 1$.
Nella rappresentazione $|\,\mathbf{S}^2, \mathbf{I}^2; m_S, m_I\,\rangle$ (dove m_S e m_I si riferiscono agli operatori S_y e I_y), tenendo conto che $S_y = \pm\frac{\hbar}{2}$ e, per l'idrogeno, $I_y = \pm\frac{\hbar}{2}$, il set di stati di base può essere scritto come:

$$|\uparrow +\rangle \quad , \quad |\uparrow -\rangle \quad , \quad |\downarrow -\rangle \quad , \quad |\downarrow +\rangle \tag{1.3}$$

dove la freccia si riferisce allo spin dell'elettrone e il segno a quello del nucleo.
Gli operatori di spin elettronico e nucleare sono dati da:

$$S_y = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad I_y = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.4}$$

$$S_z = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad I_z = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{1.5}$$

$$S_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad I_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & -i & 0 \end{pmatrix} \tag{1.6}$$

Riprendendo ora l'hamiltoniana (1.2), il termine di interazione spin-spin in forma matriciale diventa:

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{I} = \frac{\hbar^2}{4}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{1.7}$$

Sempre con riferimento alla (1.2), si prendano ora in considerazione gli ultimi due termini. A tal fine, si immerge l'atomo di idrogeno nel campo magnetico diretto lungo la coordinata y dovuto alla presenza del magnete trasverso. Questo campo può essere scritto come:

$$\mathbf{B} = (0, B_y^{st}, 0) \tag{1.8}$$

dove l'indice st indica che non esiste dipendenza temporale. Introducendo la variabile adimensionale $x = \frac{B_y^{st}}{B_C^H}$, si ottiene:

$$\frac{\mathbf{B}}{B_C^H} \cdot \mathbf{S} = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x \end{pmatrix} \tag{1.9}$$

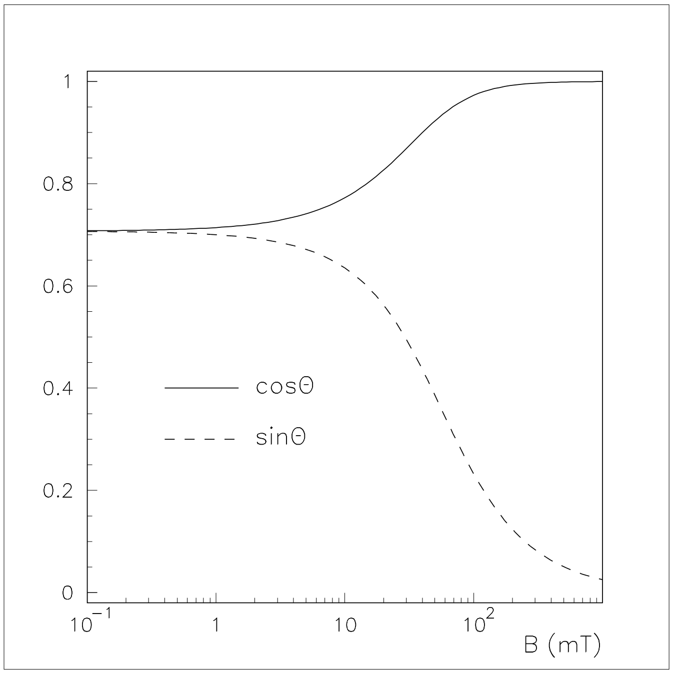

Figura 1.2:
Andamento di seno e coseno dell'angolo θ di *mixing* in funzione del campo magnetico esterno applicato, nel caso dell'idrogeno. Come si può notare, per $B \to \infty$, il coseno dell'angolo tende a 1, mentre il seno tende a 0. Questo corrisponde ad un grado di polarizzazione crescente per gli autostati dell'energia (1.16).

$$\frac{\mathbf{B}}{B_C^H} \cdot \mathbf{I} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x \end{pmatrix} \tag{1.10}$$

A questo punto, utilizzando i tre termini appena calcolati, possiamo determinare completamente la rappresentazione matriciale dell'hamiltoniana (1.2):

$$\mathcal{H}_0^{st} = \frac{A_H \hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1+2x(1-\epsilon_H) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1+2x(1+\epsilon_H) & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1-2x(1-\epsilon_H) & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1-2x(1+\epsilon_H) \end{pmatrix} \tag{1.11}$$

Come si può vedere, la matrice (1.11) non è diagonale, dunque la base di stati (1.3) non rappresenta un set di autostati dell'energia. La diagonalizzazione della (1.11) può essere effettuata tramite la trasformazione unitaria:

$$\mathcal{H}_1^{st} = U_0^\dagger \mathcal{H}_0^{st} U_0 \tag{1.12}$$

dove la matrice ortonormale U_0 è data da

$$U_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \tag{1.13}$$

La quantità θ, detta angolo di *mixing*, è ricavabile dalle seguenti condizioni:

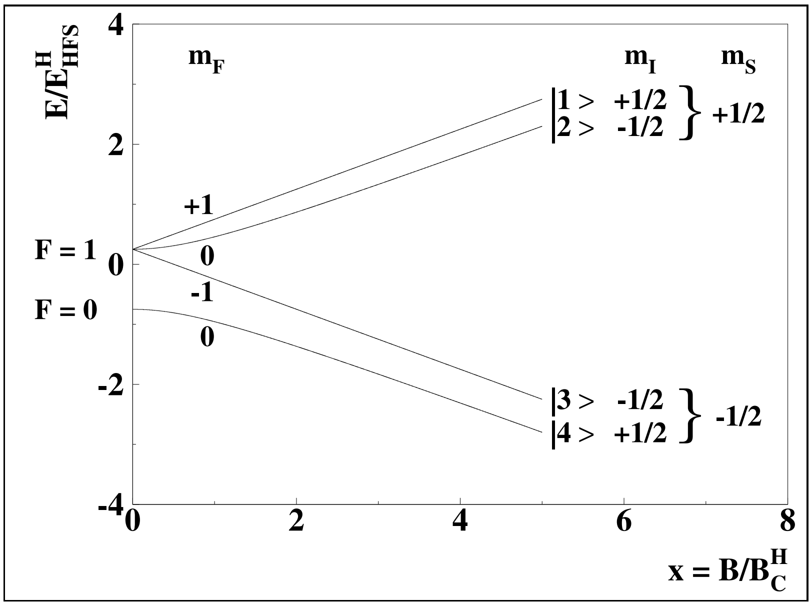

Figura 1.3:
La struttura iperfine dell'idrogeno. Nel grafico è mostrata l'energia dello stato $|\,i\,\rangle$ in funzione dell'intensità del campo magnetico applicato. Entrambe le grandezze sono poste in forma adimensionale. Come si vede, la presenza di un campo esterno elimina la degenerazione dello stato avente spin totale $F = 1$.

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \sqrt{\tfrac{1}{2}(1+\cos 2\theta)} & \sin\theta &= \sqrt{\tfrac{1}{2}(1-\cos 2\theta)} \\ \cos 2\theta &= \frac{x(1+\epsilon_H)}{\sqrt{x^2(1+\epsilon_H)^2+1}} & \sin 2\theta &= \frac{1}{\sqrt{x^2(1+\epsilon_H)^2+1}} \end{aligned} \tag{1.14}$$

Come si vede, θ dipende dalla quantità $x = \frac{B}{B_C}$. L'andamento di $\sin\theta$ e di $\cos\theta$ in funzione del campo magnetico esterno B_y è mostrato in figura 1.2.
La diagonalizzazione della matrice (1.11) porta alla determinazione dei seguenti autovalori:

$$\begin{aligned} E_1 &= \tfrac{E^H_{HFS}}{4}\big(1+2x(1-\epsilon_H)\big) & E_3 &= \tfrac{E^H_{HFS}}{4}\big(1-2x(1-\epsilon_H)\big) \\ E_2 &= \tfrac{E^H_{HFS}}{4}\big(-1+2\sqrt{x^2(1+\epsilon_H)^2+1}\,\big) & E_4 &= \tfrac{E^H_{HFS}}{4}\big(-1-2\sqrt{x^2(1+\epsilon_H)^2+1}\,\big) \end{aligned} \tag{1.15}$$

dove $E^H_{HFS} = A_H\hbar^2 = 5.87 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{eV}$ rappresenta, come già detto, la differenza di energia fra lo stato avente spin totale $F = 1$ (degenere) e quello con $F = 0$, nel caso in cui sia $x = 0$. La frequenza corrispondente è data da $\nu^H_{HFS} = \frac{E^H_{HFS}}{2\pi\hbar}$ e vale $\nu^H_{HFS} = 1420.4\,\mathrm{MHz}$. L'andamento degli autovalori (1.15) in funzione della variabile x è mostrato in figura 1.3.
La relativa base di autostati è data da:

$$\begin{aligned} |\,1\,\rangle &= |\uparrow\,+\rangle & |\,3\,\rangle &= |\downarrow\,-\rangle \\ |\,2\,\rangle &= \cos\theta\,|\uparrow\,-\rangle + \sin\theta\,|\downarrow\,+\rangle & |\,4\,\rangle &= \sin\theta\,|\uparrow\,-\rangle - \cos\theta\,|\downarrow\,+\rangle \end{aligned} \tag{1.16}$$

Questi sono autostati simultanei degli operatori $\mathbf{F^2} = (\mathbf{S}+\mathbf{I})^2$ e $F_y = S_y + I_y$.
Le polarizzazioni elettronica e nucleare dello stato $|\,i\,\rangle$ sono date dai valori di aspettazione

degli operatori $\frac{2}{\hbar}S_y$ e $\frac{2}{\hbar}I_y$ rispettivamente. Per un campione di atomi, si ha dunque:

$$\begin{aligned} P_e &= \sum_{i=1}^{4} n_i \langle\, i \,|\, \frac{2}{\hbar} S_y \,|\, i \,\rangle = n_1 - n_3 + (n_2 - n_4)\cos 2\theta && (1.17) \\ P_y &= \sum_{i=1}^{4} n_i \langle\, i \,|\, \frac{2}{\hbar} I_y \,|\, i \,\rangle = n_1 - n_3 - (n_2 - n_4)\cos 2\theta && (1.18) \end{aligned}$$

dove n_i è il numero di occupazione relativo, al quale viene applicata la condizione di normalizzazione:

$$\sum_i n_i = 1 \tag{1.19}$$

Si può ora vedere come il campo critico B_C^H possa essere considerato come valore di riferimento nell'individuazione di due regioni:

- $B_y << B_C^H \Longleftrightarrow \theta \to \frac{\pi}{4}$, limite di Zeeman
  L'interazione con il campo magnetico esterno può essere trattata come una perturbazione. Si ottiene una base, prendendo gli autostati del momento angolare totale, $|\, F, m_F \,\rangle$. Gli stati $|\, 1 \,\rangle$ e $|\, 3 \,\rangle$ risultano polarizzati ($P_e = P_z = \pm 1$), mentre $|\, 2 \,\rangle$ e $|\, 4 \,\rangle$ sono completamente non polarizzati ($P_e = P_z = 0$):

$$\begin{aligned} |\, 1 \,\rangle &= |\, F = 1, m_F = +1 \,\rangle = |\uparrow +\rangle \\ |\, 2 \,\rangle &= |\, F = 1, m_F = 0 \,\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow -\rangle + |\downarrow +\rangle) \\ |\, 3 \,\rangle &= |\, F = 1, m_F = -1 \,\rangle = |\downarrow -\rangle \\ |\, 4 \,\rangle &= |\, F = 0, m_F = 0 \,\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow -\rangle - |\downarrow +\rangle) && (1.20) \end{aligned}$$

- $B_y >> B_C^H \Longleftrightarrow \theta \to 0$, limite di Paschen-Back
  L'interazione spin-spin può essere trattata perturbativamente. In questa regione di campo, la base di autostati dell'energia può essere approssimata con la (1.3). Tutti gli stati sono dunque polarizzati.

1.1.2 Il caso del deuterio

Per il deuterio, l'hamiltoniana (1.1) si scrive come:

$$\mathcal{H} = A_D \hbar^2 \left[\frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{I}}{\hbar^2} + \frac{3}{2} \frac{\mathbf{B}}{B_C^D} \left(\frac{\mathbf{S}}{\hbar} - \epsilon_D \frac{\mathbf{I}}{\hbar} \right) \right] \tag{1.21}$$

dove $B_C^D = \frac{3}{2} \frac{A_D \hbar^2}{g_S \mu_B} = 11.7\,\mathrm{mT}$ è il "campo critico", mentre $\epsilon_D = \frac{g_I \mu_K}{g_S \mu_B} = 2.3 \cdot 10^{-4} << 1$. Partendo sempre dalla rappresentazione $|\, \mathbf{S}^2, \mathbf{I}^2; m_S, m_I \,\rangle$ (dove m_S e m_I si riferiscono ancora agli operatori S_y e I_y), tenendo conto del fatto che il nucleo di deuterio possiede spin 1, il set di stati di base può essere scritto come:

$$|\uparrow 1\rangle \quad , \quad |\uparrow 0\rangle \quad , \quad |\uparrow -1\rangle \quad , \quad |\downarrow 1\rangle \quad , \quad |\downarrow 0\rangle \quad , \quad |\downarrow -1\rangle \tag{1.22}$$

dove, ancora, la freccia si riferisce allo spin dell'elettrone.
Gli operatori di spin elettronico e nucleare sono dati da:

$$S_y = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad I_y = \hbar\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.23}$$

$$S_z = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad I_z = \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{1.24}$$

$$S_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad I_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & -i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -i & 0 \end{pmatrix} \tag{1.25}$$

Il termine di interazione spin-spin diventa dunque:

$$\mathbf{S}\cdot\mathbf{I} = \frac{\hbar^2}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & -1 & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{1.26}$$

Introducendo anche in questo caso il campo statico 1.8, si ha per il secondo e terzo termine della 1.21:

$$\frac{3}{2}\frac{\mathbf{B}}{B_C^D}\cdot\mathbf{S} = \frac{3}{2}\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x \end{pmatrix} \tag{1.27}$$

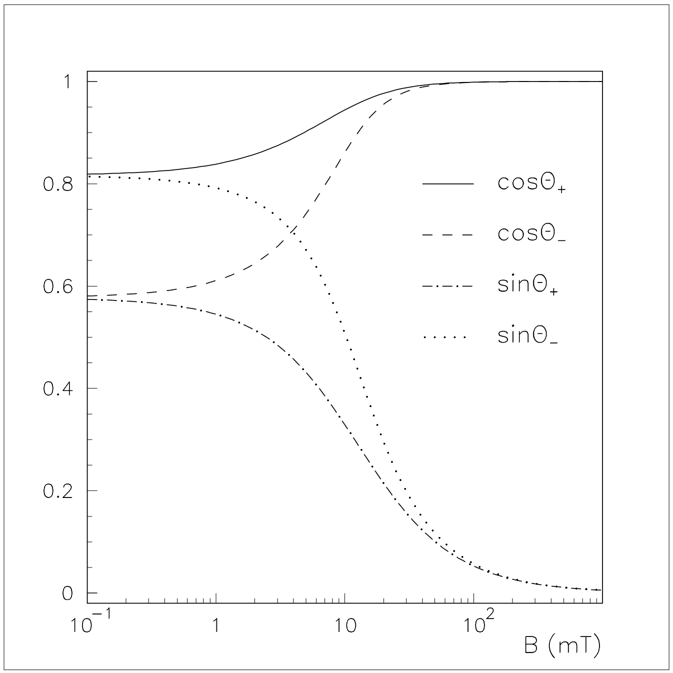

Figura 1.4:
Andamento di seno e coseno degli angoli di *mixing* del deuterio, $\theta_\pm$, in funzione del campo magnetico esterno applicato. Come si può notare, per $B \to \infty$, il coseno degli angoli $\theta_\pm$ tende a 1, mentre il seno tende a 0. Questo corrisponde ad un grado di polarizzazione crescente per gli autostati dell'energia (1.33).

$$\frac{3}{2}\frac{\mathbf{B}}{B_C^D}\cdot\mathbf{I} = \frac{3}{2}\hbar\begin{pmatrix} x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x \end{pmatrix} \tag{1.28}$$

La rappresentazione matriciale dell'hamiltoniana (1.21) risulta dunque:

$$\mathcal{H}_0^{st} = \frac{A_D\hbar^2}{2}\begin{pmatrix} 1+\frac{3}{2}x(1-2\epsilon_D) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}x & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & -1+\frac{3}{2}x(1+2\epsilon_D) & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-\frac{3}{2}x(1-2\epsilon_D) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & -\frac{3}{2}x & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & -1-\frac{3}{2}x(1+2\epsilon_D) \end{pmatrix} \tag{1.29}$$

Per determinare autovalori e autostati dell'energia, è necessario diagonalizzare la matrice 1.29 tramite la trasformazione unitaria 1.12. Questa volta, la matrice ortogonale U_0 è data da:

$$U_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_+ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_- & 0 & -\sin\theta_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\theta_- & 0 & \cos\theta_- & 0 \\ 0 & \sin\theta_+ & 0 & 0 & 0 & \cos\theta_+ \end{pmatrix} \tag{1.30}$$

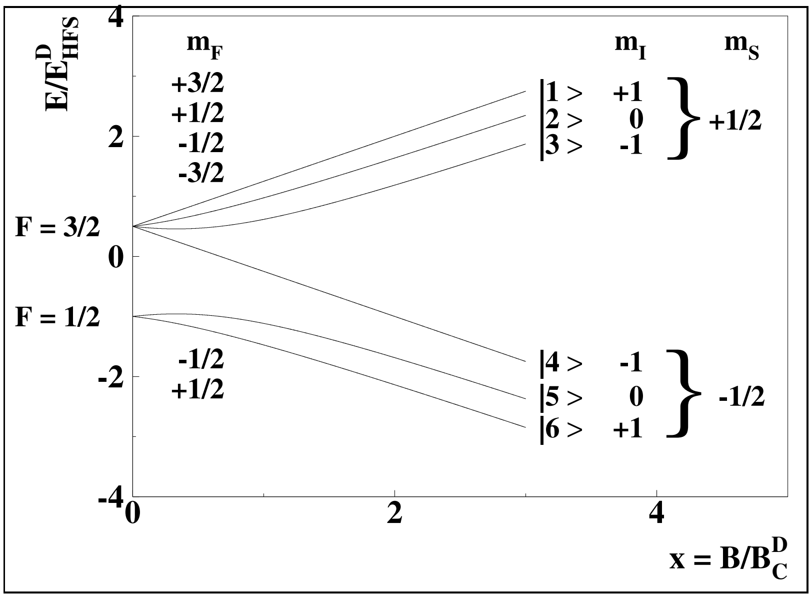

Figura 1.5:
La struttura iperfine del deuterio. Come nel caso dell'idrogeno, la presenza di un campo magnetico esterno elimina le degenerazioni degli stati aventi lo stesso valore di spin totale.

dove

$$\begin{aligned} \cos\theta_\pm &= \sqrt{\tfrac{1}{2}(1+\cos 2\theta_\pm)} & \sin\theta_\pm &= \sqrt{\tfrac{1}{2}(1-\cos 2\theta_\pm)} \\ \cos 2\theta_\pm &= \frac{3x(1+2\epsilon_D)\pm 1}{\sqrt{(3x(1+2\epsilon_D)\pm 1)^2+8}} & \sin 2\theta_\pm &= \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{(3x(1+2\epsilon_D)\pm 1)^2+8}} \end{aligned} \tag{1.31}$$

sono le relazioni dalle quali si possono determinare i due angoli di *mixing* θ_- e θ_+. Di esse, le prime due sono rappresentate in figura 1.4.

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{E^D_{HFS}}{3}\big(1+\frac{3}{2}x(1-2\epsilon_D)\big) \\ E_2 &= \frac{E^D_{HFS}}{6}\big(-1+\sqrt{9x^2(1+2\epsilon_D)^2+6x(1+2\epsilon_D)+9}\,\big) \\ E_3 &= \frac{E^D_{HFS}}{6}\big(-1+\sqrt{9x^2(1+2\epsilon_D)^2-6x(1+2\epsilon_D)+9}\,\big) \\ E_4 &= \frac{E^D_{HFS}}{3}\big(1-\frac{3}{2}x(1-2\epsilon_D)\big) \\ E_5 &= \frac{E^D_{HFS}}{6}\big(-1-\sqrt{9x^2(1+2\epsilon_D)^2-6x(1+2\epsilon_D)+9}\,\big) \\ E_6 &= \frac{E^D_{HFS}}{6}\big(-1-\sqrt{9x^2(1+2\epsilon_D)^2+6x(1+2\epsilon_D)+9}\,\big) \end{aligned} \tag{1.32}$$

dove la costante $E^D_{HFS} = \frac{3}{2}A_D\hbar^2$ vale $E^D_{HFS} = 1.35 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{eV}$, mentre la frequenza corrispodente è data da $\nu^D_{HFS} = 327.4\,\mathrm{MHz}$.
L'andamento di questi autovalori in funzione di x è mostrato in figura 1.5. Anche per il deuterio, il valore del campo critico B^D_C assume il significato di valore intermedio fra la regione di Zeeman e quella di Paschen-Back.

La base di autostati corrispondenti agli autovalori (1.32) è data da:

$$\begin{aligned} |\,1\,\rangle &= |\uparrow +1\,\rangle & |\,4\,\rangle &= |\downarrow -1\,\rangle \\ |\,2\,\rangle &= \cos\theta_+\,|\uparrow 0\,\rangle + \sin\theta_+\,|\downarrow +1\,\rangle & |\,5\,\rangle &= \sin\theta_-\,|\uparrow -1\,\rangle - \cos\theta_-\,|\downarrow 0\,\rangle \\ |\,3\,\rangle &= \cos\theta_-\,|\uparrow -1\,\rangle + \sin\theta_-\,|\downarrow 0\,\rangle & |\,6\,\rangle &= \sin\theta_+\,|\uparrow 0\,\rangle - \cos\theta_+\,|\downarrow +1\,\rangle \end{aligned} \tag{1.33}$$

Di questi, solo il primo e il quarto sono stati puri. La polarizzazione degli stati rimanenti dipende dai valori degli angoli di *mixing* θ_+ e θ_-.
Per le polarizzazioni elettronica e nucleare, si ha:

$$P_e = \sum_{i=1}^{6} n_i \langle\, i\,|\frac{2}{\hbar}S_y\,|\,i\,\rangle = n_1 - n_4 + (n_2 - n_6)\cos 2\theta_+ + (n_3 - n_5)\cos 2\theta_- \tag{1.34}$$

$$P_y = \sum_{i=1}^{6} n_i \langle\, i\,|\frac{1}{\hbar}I_y\,|\,i\,\rangle = n_1 + n_6 - n_3 - n_4 + (n_2 - n_6)\sin^2\theta_+ + (n_3 - n_5)\sin^2\theta_-$$

La polarizzazione tensoriale

Poichè il deutone possiede spin 1, il valore di P_y (detta "polarizzazione vettoriale") non può essere sufficiente per caratterizzare lo stato m_I di spin del nucleo. In aggiunta a P_y, si può utilizzare la "polarizzazione tensoriale" P_{yy}, definita come la componente yy dell'operatore tensoriale $S_{ij} = \frac{3}{2}(I_iI_j + I_jI_i) - 2\delta_{ij}$[Fic71] . Si ha dunque:

$$P_{yy} = \langle\, S_{yy}\,\rangle = \left\langle\, 3I_y^2 - 2\,\right\rangle \tag{1.35}$$

Da qui, si può ricavare il valore:

$$P_{yy} = n_1 + n_4 - \frac{1}{2}(n_2 + n_3 + n_5 + n_6) - \frac{3}{2}(n_2 - n_6)\cos 2\theta_+ + \frac{3}{2}(n_3 - n_5)\cos 2\theta_- \tag{1.36}$$

1.2 Campi dipendenti dal tempo: risonanze elettroniche e nucleari

Si consideri ora l'hamiltoniana (1.1), nel caso più generale in cui il campo magnetico applicato possa essere costituito da qualsiasi componente, anche variabile. Per indicarne la dipendenza temporale, l'hamiltoniana verrà ora chiamata semplicemente $\mathcal{H}$, eliminando l'indice st. L'equazione di Schrödinger applicata ad un'autofunzione Ψ dell'hamiltoniana statica (corrispondente ad uno degli autostati ricavati in precedenza) è data da:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi = \mathcal{H}\Psi \tag{1.37}$$

Applicando da sinistra l'operatore ortonormale $U_0^\dagger$ (vedi (1.13) oppure (1.30)), si ottiene:

$$i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial t}U_0^\dagger\Psi + U_0^\dagger\frac{\partial}{\partial t}\Psi\right) = \left(U_0^\dagger\mathcal{H} + i\hbar\frac{\partial}{\partial t}U_0^\dagger\right)\Psi \tag{1.38}$$

Inserendo ora $U_0^\dagger U_0 = \mathbf{1}$ al secondo membro della (1.38), si ha:

$$i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial t}U_0^\dagger\Psi + U_0^\dagger\frac{\partial}{\partial t}\Psi\right) = \left(U_0^\dagger\mathcal{H}U_0 + i\hbar\frac{\partial}{\partial t}U_0^\dagger U_0\right)U_0^\dagger\Psi \tag{1.39}$$

Infine, mediante il cambio di base $\Phi = U^\dagger\Psi$, si ottiene:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Phi = \left(U_0^\dagger\mathcal{H}U_0 + i\hbar\frac{\partial}{\partial t}U_0^\dagger U_0\right)\Phi \tag{1.40}$$

Nel caso in cui il campo magnetico applicato sia indipendente dal tempo, $\frac{\partial}{\partial t}U_0^\dagger = 0$. Ci si riconduce quindi al caso trattato nel paragrafo precedente, in cui $U_0^\dagger\mathcal{H}U_0 = \mathcal{H}_1^{st}$.

Transizioni fra stati iperfini

La sovrapposizione di un campo magnetico che abbia una componente perpendicolare rispetto al caso (1.8), oppure una componente parallela ma variabile, genera la connessione fra coppie di autostati dell'hamiltoniana statica. Questo significa che, nell'ambito di una coppia, è possibile che avvenga una transizione da uno stato all'altro. La probabilità di un tale evento può essere calcolata grazie alla teoria delle perturbazioni, sempre che l'intensità del campo aggiuntivo sia piccola rispetto a quella del campo statico iniziale. Ci si soffermerà maggiormente su questo punto nel paragrafo 1.2.5.
Nel caso in cui la transizione avvenga da uno stato di energia maggiore ad uno di energia minore, deve verificarsi una cessione di energia dalla coppia al campo; in caso contrario, il trasferimento di energia deve avvenire nel verso opposto. La differenza di energia fra i due stati in questione è data da:

$$\Delta E_{in} = |E_i - E_n| \tag{1.41}$$

Utilizzando la relazione $E = \hbar\omega$, ad ogni coppia di stati connessi può essere associata una frequenza angolare di transizione pari a:

$$\omega_{in} = \frac{|E_i - E_n|}{h} \tag{1.42}$$

o, se si preferisce, una frequenza $\nu = 2\pi\omega$
Se il potenziale perturbativo è dovuto ad un campo magnetico variabile, la probabilità di transizione aumenta notevolmente alla "condizione di risonanza", definita da:

$$\omega = \omega_{in} \tag{1.43}$$

dove ω è la frequenza angolare di oscillazione del campo.
L'effetto dovuto alla sovrapposizione del campo aggiuntivo può anche essere analizzato, considerando separatamente i punti di vista di elettrone e nucleo. Come è noto, il momento magnetico elettronico supera quello nucleare di tre ordini di grandezza. Questo

significa che la presenza del nuovo campo verrà percepita dal nucleo in misura assai minore rispetto all'elettrone; in altre parole, la probabilità che lo stato di spin di quest'ultima particella venga variato, come conseguenza diretta dell'accoppiamento con il campo magnetico esterno, è maggiore di quella relativa al nucleo. Si immagini ora che l'intensità del campo statico di partenza sia molto debole, in modo tale che, per alcuni stati iperfini ($|2\rangle$ e $|4\rangle$ per l'idrogeno e $|2\rangle$, $|3\rangle$, $|5\rangle$, $|6\rangle$ per il deuterio), spin elettronico e spin nucleare risultino accoppiati (vedi le (1.16) e le (1.33)). Allora, per tali stati, un'inversione dello spin dell'elettrone può portare ad una contemporanea variazione dello spin del nucleo. Al contrario, nel caso in cui il campo magnetico statico venga portato a valori sufficientemente elevati, gli spin delle due particelle atomiche risultano disaccoppiati. La maggior parte delle transizioni possibili agirà ora separatamente sull'elettrone o sul nucleo: le prime saranno favorite, mentre le seconde risulteranno fortemente soppresse. Dalla trattazione matematica che seguirà nei prossimi paragrafi, risulta che una transizione possibile è quella fra gli stati $|2\rangle$ e $|3\rangle$ dell'idrogeno. Questi, in assenza di campo magnetico esterno, possono essere scritti come:

$$|2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow -\rangle + |\downarrow +\rangle) \tag{1.44}$$
$$|3\rangle = |\downarrow -\rangle \tag{1.45}$$

É dunque chiaro che, in tali condizioni, una transizione fra questi due stati deve coinvolgere gli spin di entrambi i costituenti atomici.
In un campo esterno forte (infinito), si ha invece:

$$|2\rangle = |\uparrow -\rangle \tag{1.46}$$
$$|3\rangle = |\downarrow -\rangle \tag{1.47}$$

Come si vede, la transizione coinvolge ora soltanto lo spin dell'elettrone, risultando pertanto favorita rispetto al caso precedente.
Parallelamente, la transizione fra gli stati $|3\rangle$ e $|4\rangle$ può essere trattata allo stesso modo. Esiste però una differenza sostanziale: nel caso di campo forte, l'unico spin che varia è quello del nucleo; questo comporta una considerevole soppressione della probabilità di transizione.
Esistono infine transizioni, come la $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ dell'idrogeno, che agiscono sugli spin di entrambi i costituenti atomici, indipendentemente dall'intensità del campo statico. La probabilità di tali eventi tenderà a diminuire per intensità di campo statico crescente, in quanto quest'ultimo rappresenterà un vincolo sempre più rilevante per gli spin di entrambi i costituenti atomici.
Come si vedrà , tutte queste considerazioni di carattere intuitivo troveranno conferma nella trattazione quantitativa che verrà svolta nei prossimi paragrafi.

1.2.1 Transizioni σ dell'idrogeno

Si supponga ora che il campo magnetico esterno sia dato dalla sovrapposizione di una componente statica e una variabile, entrambe lungo la coordinata y:

$$\mathbf{B} = (0, B_y^{st} + b_y(t), 0) \tag{1.48}$$

Allora, il primo termine della (1.40), $U_0^\dagger \mathcal{H} U_0 = \mathcal{H}_1^{st}$ è ancora dovuto al solo campo statico e risulta, come già visto, diagonale. Il secondo termine, definito da $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} U_0^\dagger U_0 := \mathcal{H}_1^\sigma$, è dovuto alla presenza del campo variabile $b_y(t)$. Scegliendo per quest'ultimo la forma $b_y(t) = b_y \cos\omega t$ e ponendo $y_\sigma = \frac{b_y}{B_C^H}$, risulta:

$$\mathcal{H}_1^\sigma = i\hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s\dot{s} + c\dot{c} & 0 & -s\dot{c} + c\dot{s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s\dot{c} - c\dot{s} & 0 & s\dot{s} + c\dot{c} \end{pmatrix} = \frac{i\hbar\omega}{2}(1+\epsilon_H) y_\sigma \sin\omega t \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin^2\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin^2\theta & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1.49}$$

dove si è posto $c = \cos\theta$ e $s = \sin\theta$. L'ultimo passaggio si ottiene calcolando gli elementi di matrice:

$$s\dot{s} + c\dot{c} = 0 \tag{1.50}$$

$$s\dot{c} - c\dot{s} = \dot{x}(1+\epsilon_H)\frac{\sin^2 2\theta}{2} \tag{1.51}$$

con

$$\dot{x} = \frac{\dot{B}_y}{B_C^H} = \frac{-\omega b_y \sin\omega t}{B_C^H} = -\omega y_\sigma \sin\omega t \tag{1.52}$$

Si noti che ora x corrisponde al rapporto fra la somma delle due componenti (statica e variabile) del campo lungo y e il campo critico.
Dunque, l'aggiunta di una componente variabile lungo la stessa direzione del campo magnetico statico connette gli stati $|\,2\,\rangle$ e $|\,4\,\rangle$, introducendo la possibilità di una transizione fra i due. Si parla in questo caso di transizione σ. Osservando le (1.16), si può notare che un tale evento cambia il segno tanto dello spin elettronico quanto di quello nucleare, indipendentemente dall'intensità del campo statico applicato; per quanto riguarda lo spin totale, si ha $\Delta F = \pm 1$ e $\Delta m_F = 0$.

1.2.2 Transizioni π dell'idrogeno

Si consideri ora il caso in cui la componente di campo variabile venga sovrapposta non più lungo y, bensì lungo x. Il campo totale risulta dunque:

$$\mathbf{B} = (b_x(t), B_y^{st}, 0) \tag{1.53}$$

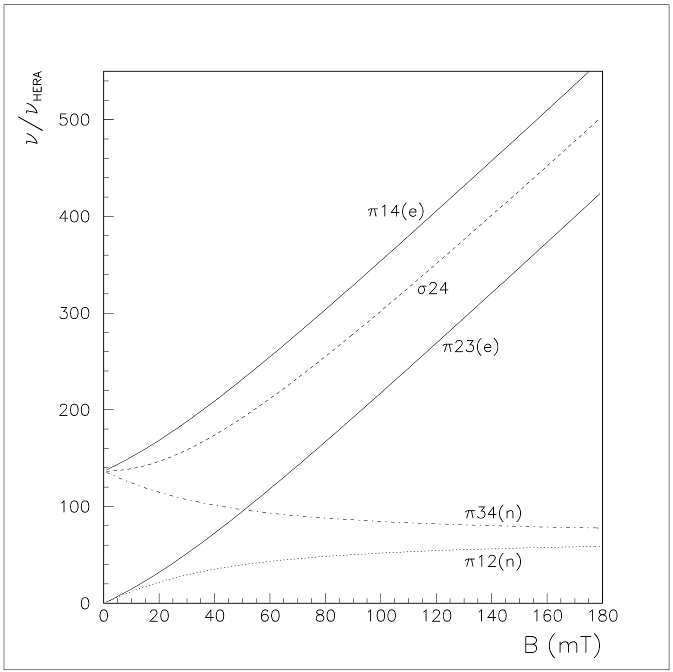

Figura 1.6:
Frequenze caratteristiche di tutte le possibili transizioni fra stati iperfini dell'atomo di idrogeno, in funzione del campo statico applicato. Tali grandezze sono qui normalizzate rispetto alla frequenza del fascio impulsato di HERA ($\nu_{HERA} = 10.41$ MHz). Si noti la differenza di comportamento fra le transizioni $\pi 12$ e $\pi 34$, che per alti valori di campo statico invertono il solo spin nucleare, e tutte le altre che invertono lo spin elettronico.

Allora, nella 1.40, l'hamiltoniana $\mathcal{H}$, può essere scritta come:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0^{st} + \mathcal{H}_0^{\pi} \tag{1.54}$$

dove il termine $\mathcal{H}_0^{\pi}$ è dovuto alla presenza del campo lungo x. Prendendo per quest'ultimo un andamento di tipo sinusoidale:

$$b_x(t) = b_x \cos \omega t \tag{1.55}$$

e ponendo

$$y_\pi = \frac{b_x}{B_C^H} \tag{1.56}$$

si ottiene:

$$\mathcal{H}_0^{\pi} = i\frac{A_H \hbar^2}{2} y_\pi \cos \omega t \begin{pmatrix} 0 & \epsilon_H & 0 & -1 \\ -\epsilon_H & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\epsilon_H \\ 1 & 0 & \epsilon_H & 0 \end{pmatrix} \tag{1.57}$$

Applicando nuovamente l'operatore ortonormale U_0 attraverso la trasformazione $\mathcal{H}_1^{\pi} = U_0^\dagger \mathcal{H}_0^{\pi} U_0$ e trascurando i termini che moltiplicano ϵ_H, si ha:

$$\mathcal{H}_1^{\pi} = i\frac{E_{HFS}^H}{2} y_\pi \cos \omega t \begin{pmatrix} 0 & \sin\theta & 0 & -\cos\theta \\ \sin\theta & 0 & -\cos\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ \cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0 \end{pmatrix} \tag{1.58}$$

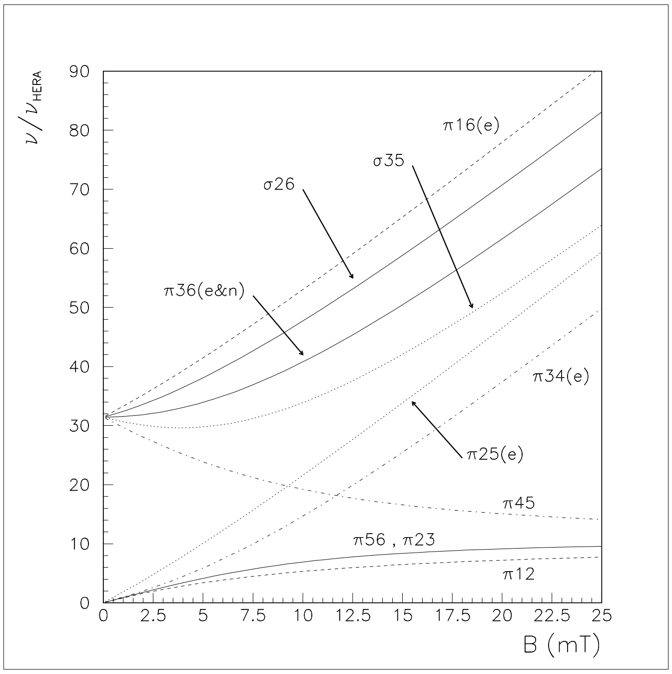

Figura 1.7:
Frequenze caratteristiche di tutte le possibili transizioni fra stati iperfini dell'atomo di duterio, in funzione del campo statico applicato. Tali grandezze sono qui normalizzate rispetto alla frequenza del fascio impulsato di HERA ($\nu_{HERA} = 10.41$ MHz). Come per l'idrogeno (vedi figura 1.6), anche in questo caso si notano due andamenti distinti, per quanto riguarda le transizioni che cambiano solo lo spin del nucleo rispetto a quelle che cambiano anche lo spin dell'elettrone.

dove, al solito, $E^H_{HFS} = A\hbar^2$.
La presenza di un campo magnetico diretto lungo x connette alcuni degli autostati dell'hamiltoniana (1.11). Le transizioni possibili in questo caso sono dette π e sono date da:

$$
\begin{array}{ll}
|\,1\,\rangle \leftrightarrow |\,2\,\rangle & (\Delta F = 0, \Delta m_F = \pm 1) \\
|\,3\,\rangle \leftrightarrow |\,4\,\rangle & (\Delta F = \pm 1, \Delta m_F = \pm 1)
\end{array}
$$

nelle quali, nel caso di campo statico sufficientemente intenso, viene invertito solo lo spin del nucleo , e

$$
\begin{array}{ll}
|\,1\,\rangle \leftrightarrow |\,4\,\rangle & (\Delta F = \pm 1, \Delta m_F = \pm 1) \\
|\,2\,\rangle \leftrightarrow |\,3\,\rangle & (\Delta F = 0, \Delta m_F = \pm 1)
\end{array}
$$

in cui, sempre nella condizione di campo forte, varia solo lo spin dell'elettrone.
In figura 1.6 è mostrato l'andamento delle frequenze di risonanza in funzione del campo statico applicato, per tutte le transizioni dell'idrogeno.

1.2.3 Transizioni σ del deuterio

Parallelamente al caso dell'idrogeno, per il deuterio, prendendo un campo lungo y dato dalla sovrapposizione di un campo statico, B^{st}_y, e di uno variabile sinusoidalmente, $b_y(t) =$

$b_y \cos\omega t$ si ottiene:

$$\mathcal{H}_1^\sigma = i\hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_+\dot{s}_+ + c_+\dot{c}_+ & 0 & 0 & 0 & -s_+\dot{c}_+ + c_+\dot{s}_+ \\ 0 & 0 & s_+\dot{s}_- + c_+\dot{c}_- & 0 & -s_-\dot{c}_- + c_-\dot{s}_- & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_-\dot{c}_- - c_-\dot{s}_- & 0 & s_+\dot{s}_- + c_+\dot{c}_- & 0 \\ 0 & s_+\dot{c}_+ - c_+\dot{s}_+ & 0 & 0 & 0 & s_+\dot{s}_- + c_+\dot{c}_- \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{3i\hbar\omega}{4\sqrt{2}}(1+2\epsilon_D)y_\sigma \sin\omega t \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin^2 2\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin^2 2\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin^2 2\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (1.59)$$

dove si è posto $c_\pm = \cos\theta_\pm$ e $s_\pm = \sin\theta_\pm$.
Dunque, per il deuterio si hanno due transizioni σ:

$$|\,2\,\rangle \leftrightarrow |\,6\,\rangle \qquad (\Delta F = \pm 1, \Delta m_F = 0)$$
$$|\,3\,\rangle \leftrightarrow |\,5\,\rangle \qquad (\Delta F = \pm 1, \Delta m_F = 0)$$

Entrambe cambiano sia lo spin del nucleo sia quello dell'elettrone, indipendentemente dal fatto che il campo statico applicato sia debole o forte.

1.2.4 Transizioni π del deuterio

Come per l'idrogeno, anche nel caso del deuterio la sovrapposizione di un campo magnetico lungo l'asse x produce un termine aggiuntivo nell'hamiltonina $\mathcal{H}$, denominato $\mathcal{H}_0^\pi$. Prendendo nuovamente un campo variabile di tipo sinusoidale, $b_x(t) = b_x \cos\omega t$, si ottiene per $\mathcal{H}_1^\pi = U_0^\dagger \mathcal{H}_0^\pi U_0$, trascurando i termini che moltiplicano ϵ_D:

$$\mathcal{H}_1^\pi = i\frac{E_{HFS}^2}{2} y_\pi \cos\omega t \begin{pmatrix} 0 & -s_+ & 0 & 0 & 0 & -c_- \\ s_+ & 0 & -s_-c_+ & 0 & -c_-c_+ & 0 \\ 0 & s_-c_+ & 0 & -c_- & 0 & -s_-s_+ \\ 0 & 0 & c_- & 0 & -s_- & 0 \\ 0 & c_-c_+ & 0 & s_- & 0 & -s_+c_- \\ c_+ & 0 & s_-s_+ & 0 & s_+c_- & 0 \end{pmatrix} \qquad (1.60)$$

dove, al solito, $s_\pm = \sin\theta_\pm$ e $c_\pm = \cos\theta_\pm$.
Dalla 1.60, si deduce che nel caso del deuterio esistono otto transizioni π. Se il campo statico è sufficientemente intenso da disaccoppiare gli spin di elettrone e nucleo, si ottiene che quattro transizioni cambiano il solo spin nucleare:

$$|\,1\,\rangle \leftrightarrow |\,2\,\rangle \qquad (\Delta F = 0, \Delta m_F = \pm 1)$$
$$|\,2\,\rangle \leftrightarrow |\,3\,\rangle \qquad (\Delta F = 0, \Delta m_F = \pm 1)$$
$$|\,4\,\rangle \leftrightarrow |\,5\,\rangle \qquad (\Delta F = \pm 1, \Delta m_F = \pm 1)$$
$$|\,5\,\rangle \leftrightarrow |\,6\,\rangle \qquad (\Delta F = 0, \Delta m_F = \pm 1)$$

mentre tre variano il solo spin elettronico:

$$
\begin{array}{ll}
|\,1\,\rangle \leftrightarrow |\,6\,\rangle & (\Delta F = \pm 1, \Delta m_F = \pm 1) \\
|\,2\,\rangle \leftrightarrow |\,5\,\rangle & (\Delta F = \pm 1, \Delta m_F = \pm 1) \\
|\,3\,\rangle \leftrightarrow |\,4\,\rangle & (\Delta F = 0, \Delta m_F = \pm 1)
\end{array}
$$

La restante transizione π varia sia lo spin del nucleo sia quello dell'elettrone, indipendentemente dell'intensità del campo statico applicato:

$$
|\,3\,\rangle \leftrightarrow |\,6\,\rangle \qquad (\Delta F = \pm 1, \Delta m_F = \pm 1)
$$

In figura 1.7 è mostrato l'andamento delle frequenze di risonanza in funzione del campo statico applicato, per tutte le transizioni, π e σ, del deuterio.
Un quadro riassuntivo di tutte le possibili transizioni di idrogeno e deuterio è mostrato in tabella 1.1.

1.2.5 Probabilità di transizione

Come già detto, se l'intensità del campo variabile è piccola rispetto a quella del campo indipendente dal tempo, il potenziale aggiuntivo può essere trattato come una perturbazione dell'hamiltoniana statica. In questo caso, è possibile calcolare la probabilità , per un atomo, di transire dallo stato iniziale $|\,i\,\rangle$ allo stato finale $|\,n\,\rangle$. Al primo ordine perturbativo si ha [Coh, Mes61]:

$$
W_{in} \simeq \left(\frac{y_{\pi,\sigma} E_{HFS}}{\hbar}\right)^2 |V_{in}|^2 f(\omega - \omega_{in}, \tau) \tag{1.61}
$$

Orientazione	Tipo	Δm_F	ΔF	Elettronica/Nucleare	Idrogeno	Deuterio
$B(t)\|B^{st}$	σ	0	± 1	Elettronica & Nucleare	$2 \leftrightarrow 4$	$2 \leftrightarrow 6$
$B(t)\|B^{st}$	σ	0	± 1	Elettronica & Nucleare		$3 \leftrightarrow 5$
$B(t)\perp B^{st}$	π	± 1	± 1	Elettronica	$1 \leftrightarrow 4$	$1 \leftrightarrow 6$
$B(t)\perp B^{st}$	π	± 1	± 1	Elettronica		$2 \leftrightarrow 5$
$B(t)\perp B^{st}$	π	± 1	± 1	Elettronica & Nucleare		$3 \leftrightarrow 6$
$B(t)\perp B^{st}$	π	± 1	± 1	Nucleare	$3 \leftrightarrow 4$	$4 \leftrightarrow 5$
$B(t)\perp B^{st}$	π	± 1	0	Nucleare	$1 \leftrightarrow 2$	$1 \leftrightarrow 2$
$B(t)\perp B^{st}$	π	± 1	0	Nucleare		$2 \leftrightarrow 3$
$B(t)\perp B^{st}$	π	± 1	0	Nucleare		$5 \leftrightarrow 6$
$B(t)\perp B^{st}$	π	± 1	0	Elettronica	$2 \leftrightarrow 3$	
$B(t)\perp B^{st}$	π	± 1	0	Elettronica		$3 \leftrightarrow 4$

Tabella 1.1: Elenco di tutte le possibili transizioni fra stati iperfini di idrogeno e deuterio e loro caratteristiche principali.

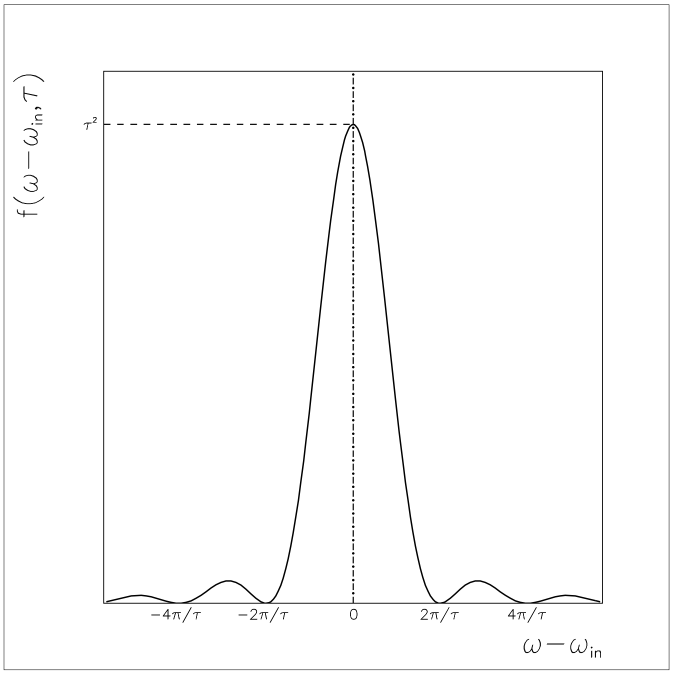

Figura 1.8:
Rappresentazione di $f(\omega-\omega_{in},\tau)$ per τ fissato. Gli zeri di tale funzione si hanno per $\omega-\omega_{in}=\frac{2\pi}{\tau}n$ (dove $n=\pm1,\pm2,...$), mentre, alla condizione di risonanza $\omega=\omega_{in}$, si ottiene il massimo valore, vale a dire $f(\omega-\omega_{in},\tau)_{\omega\to\omega_{in}}=\tau^2$. Questo significa che, all'aumentare del tempo τ di interazione la larghezza della risonanza cala come $\frac{1}{\tau}$, mentre l'ampiezza aumenta come τ^2.

dove l'elemento di matrice V_{in} è definito come:

$$V_{in}=\frac{\langle\, i\,|\,\mathcal{H}_1^{\pi,\sigma}\,|\,n\,\rangle}{\bar{y}_{\pi,\sigma}E_{HFS}} \tag{1.62}$$

avendo posto $\bar{y}_{\pi,\sigma}=\frac{b_{x,y}(t)}{B_C}$.
La funzione $f(\omega-\omega_{in},\tau)$, nel caso in cui il campo variabile (lungo x o lungo y) abbia la forma sinusoidale $b_{x,y}(t)=b_{x,y}\cos\omega t$, risulta:

$$f(\omega-\omega_{in},\tau)=4\frac{\sin^2\frac{(\omega-\omega_{in})\tau}{2}}{(\omega-\omega_{in})^2} \tag{1.63}$$

dove τ è il tempo in cui l'atomo interagisce con il campo variabile.
In figura 1.8 è rappresentato l'andamento della (1.63) per diversi valori del parametro τ. Come si vede, si tratta dell'inviluppo di una funzione oscillante con una di tipo $\frac{1}{x^2}$. Essa risulta essenzialmente nulla al di fuori della regione $|\omega-\omega_{in}|\leq\frac{2\pi}{\tau}$ (vedi figura 1.8), mentre al limite

$$\lim_{\omega\to\omega_{in}}f(\omega-\omega_{in},\tau)=\tau^2 \tag{1.64}$$

raggiunge il suo valore massimo, pari appunto a τ^2. Dunque, per $\omega\to\omega_{in}$, cioè alla cosiddetta "condizione di risonanza", la probabilità di transizione aumenta molto rapidamente e vale:

$$W_{in}\simeq\omega_{HFS}^2y_{\pi,\sigma}^2|V_{in}|^2\tau^2 \tag{1.65}$$

Attraverso le relazioni $\omega_{HFS}=\frac{E_{HFS}}{\hbar}$, $y_{\pi,\sigma}=\frac{b_{x,y}}{B_C}$ (dove $b_{x,y}$ rappresenta l'ampiezza del

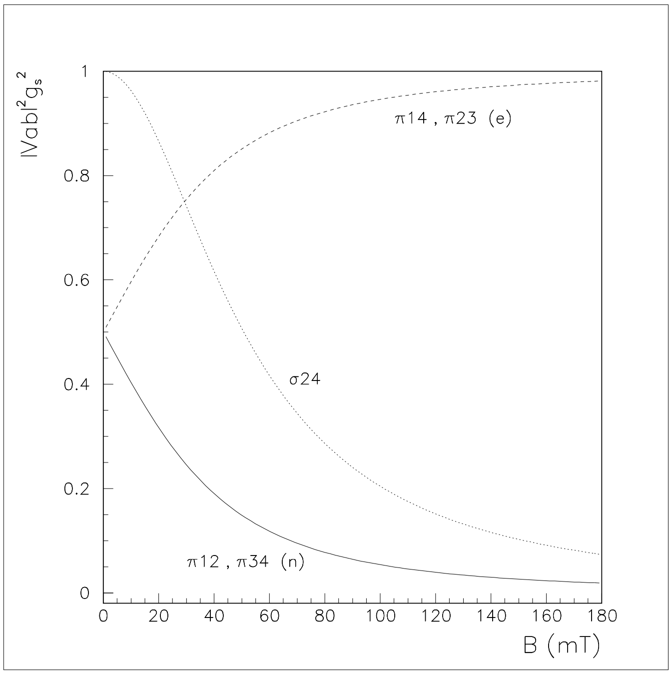

Figura 1.9:
Quadrato degli elementi di matrice (per il quadrato del fattore giromagnetico dell'elettrone), di tutte le transizioni dell'idrogeno, in funzione del campo magnetico statico applicato. Si può notare come le transizioni π mostrano andamenti opposti a seconda che si tratti di elettroniche o nucleari. Le σ tendono ad assumere un comportamento intermedio.

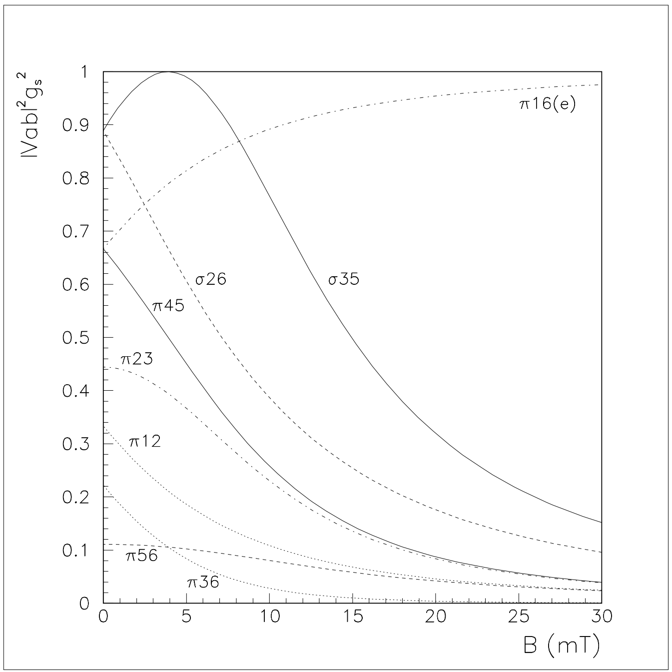

Figura 1.10:
Quadrato degli elementi di matrice (per il quadrato del fattore giromagnetico dell'elettrone), per le transizioni del deuterio, in funzione del campo magnetico statico applicato. Anche in questo caso, le σ risultano più probabili delle π nucleari. Si noti anche che la transizione $\pi 36$ viene del tutto soppressa già a valori di campo piuttosto bassi. Per ragioni di chiarezza, delle tre transizioni π elettroniche è stata raffigurata soltanto la $\pi 16$, in quanto le altre presentano andamenti simili.

campo oscillante diretto lungo x o y) e $B_C = \frac{E_H FS}{g_s \mu_B}$, la (1.65) può essere scritta nel modo seguente:

$$W_{in} \simeq \left(\frac{\mu_B}{\hbar}\right) b_{x,y}^2 |V_{in}|^2 g_S^2\, \tau^2 \qquad (1.66)$$

Come si può notare dalle figure1.9 e 1.10, la quantità $|V_{in}|^2 g_S^2$ varia nell'intervallo compreso fra 0 e 1. Si tratta dunque di una sorta di elemento di matrice normalizzato, e risulta molto utile nell'indicazione del peso che lo stesso elemento di matrice assume nell'ambito

di una transizione.
Riassumendo quanto detto finora, dato uno stato iperfine $|\,i\,\rangle$ sottoposto ad un campo magnetico variabile, trattabile perturbativamente e avente una dipendenza temporale di tipo sinusoidale, le variabili che concorrono nel determinare la probabilità di transizione verso uno stato finale $|\,n\,\rangle$ sono le seguenti (fra parentesi è posto il tipo di dipendenza):

- Ampiezza del campo magnetico variabile (quadratica).
- Elemento di matrice $|V_{in}|$, dipendente dal tipo di transizione e dalla spaziatura in energia fra gli stati connessi (quadratica).
- Tempo τ di "accensione" della perturbazione (quadratica, alla condizione di risonanza).

Capitolo 2

Il bersaglio trasversalmente polarizzato

HERMES è un esperimento di diffusione profondamente anelastica polarizzata a bersaglio gassoso di idrogeno o deuterio. Un magnete a campo statico, e il più possibile omogeneo, fornisce l'asse di polarizzazione per gli stati iperfini del gas atomico iniettato nella regione d'interazione. Il solo magnete utilizzato fino ad ora fornisce un campo diretto come lo spin delle particelle incidenti, polarizzando dunque il bersaglio longitudinalmente rispetto al fascio. Nondimeno, fin dall'inizio, l'esperimento è stato pensato per produrre eventi di DIS (*deep inelastic scattering*) trasverso, polarizzando cioè il bersaglio perpendicolarmente rispetto allo spin longitudinale dei proiettili utilizzati. Per questo scopo, nel 1996 è stato realizzato il magnete a campo verticale che rappresenta l'oggetto di studio di questa tesi.
Nella prima parte di questo capitolo viene fornita una panoramica del bersaglio di HERMES, in modo da inquadrare l'apparato sperimentale in cui si è svolto il test. Una descrizione dettagliata del magnete viene data nella seconda parte, dove, in particolare, si parla delle misure di campo appositamente effettuate prima dell'installazione.

2.1 Il bersaglio di HERMES

Il bersaglio di HERMES può essere schematicamente suddiviso in tre blocchi: il primo (*Atomic Beam Source*, ABS) fornisce un fascio di atomi di idrogeno o deuterio polarizzati; il secondo (cella di accumulazione e magnete) determina un aumento di densità del gas atomico, nella regione di interazione con il fascio di positroni, e ne determina la direzione di polarizzazione; il terzo ed ultimo (*Target Gas Analizer*, TGA e *Breit-Rabi Polarimeter*, BRP) misura il grado di dissociazione e di polarizzazione del gas stesso. La figura 2.1 rappresenta lo schema del bersaglio.

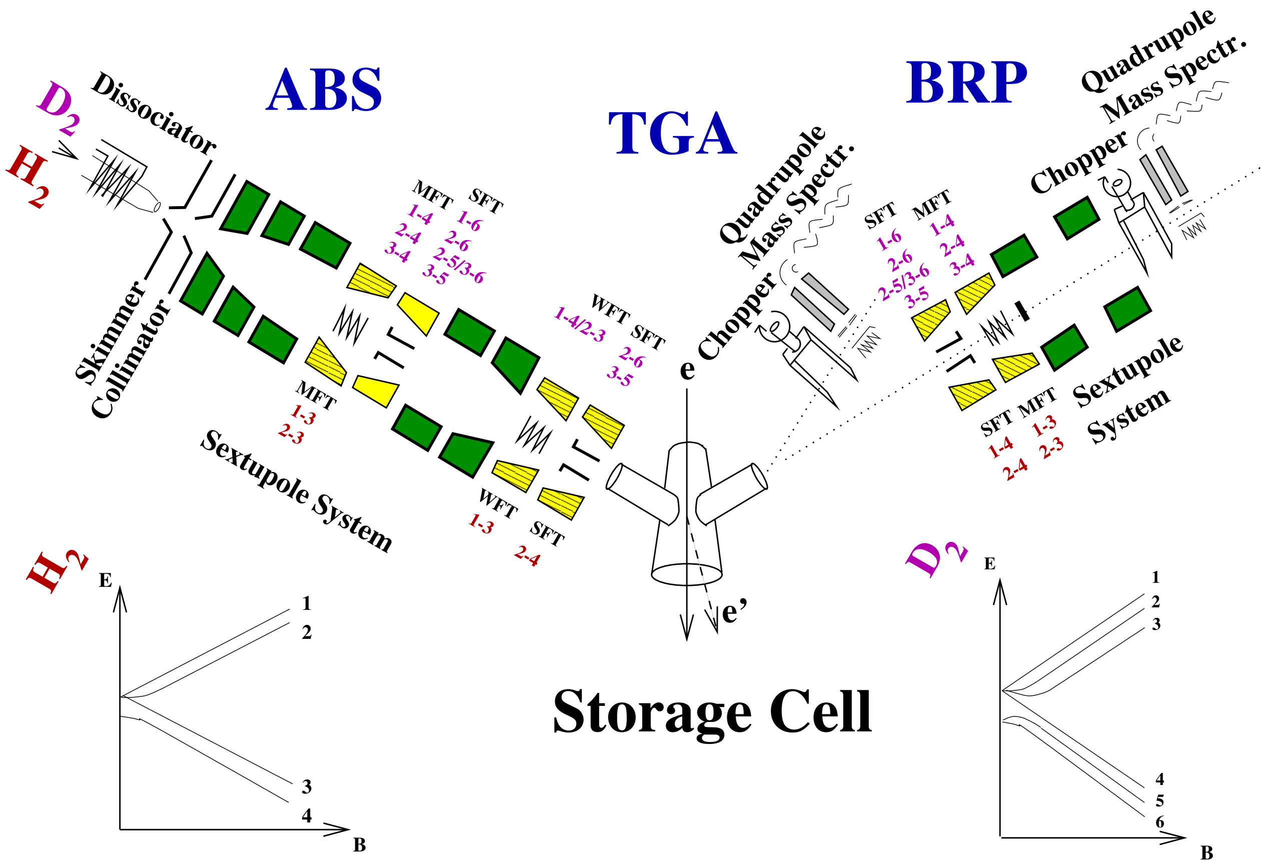

Figura 2.1: Rappresentazione schematica del bersaglio di Hermes. Nella parte superiore viene preso in considerazione il funzionamento delle unità ad alta frequenza nel caso di iniezione di deuterio, mentre, nella parte inferiore, ne viene evidenziata la configurazione per l'utilizzo di idrogeno.

2.1.1 La sorgente di atomi polarizzati

La sorgente di atomi polarizzati (ABS) [Sto94, Ste97] inietta, nella zona del bersaglio, singoli stati iperfini (o miscele di alcuni di essi) di atomi di idrogeno o deuterio.
Il gas, ricevuto dall'ABS in forma molecolare, attraversa dapprima un dissociatore a radiofrequenza. In seguito, dopo essere stato espulso da un ugello (*nozzle*), attraversa in sequenza una serie di magneti sestupolari, due unità ad alta frequenza (una nel caso dell'idrogeno) [Abr58, Hae67], una seconda serie di magneti sestupolari e infine un'altra coppia di unità ad alta frequenza. Tutto il dispositivo è diviso in camere ad alto vuoto (separate fra loro da collimatori di fascio) in cui pompe turbomolecolari e criogeniche generano un vuoto differenziale con pressione variabile fra 10^{-3} mbar e 10^{-7} mbar a seconda della zona considerata.

Il dissociatore

Il dissociatore opera alla frequenza di 13.57 MHz a 300 W di potenza; la scarica attraversa un tubo di vetro nel quale passa il gas di idrogeno o deuterio, insieme ad una piccola percentuale di ossigeno (0.045%) necessaria per ottimizzare il grado di dissociazione. La reazione fra i due elementi provoca la formazione di uno strato di ghiaccio sull'ugello di espansione (raffreddato a 100 K) che tende via via ad ostruirlo, rendendo necessario un periodico riscaldamento dello stesso a temperatura ambiente (rigenerazione).

I magneti sestupolari

Usciti dal *nozzle*, gli atomi passano attraverso due collimatori (il primo dei quali detto *skimmer*) che generano la forma del fascio, quindi entrano nelle due camere dove sono contenuti i magneti sestupolari e le unità a radiofrequenza. I sestupoli sono costituiti da magneti permanenti che generano un gradiente di campo lungo la direzione radiale della camera. L'intensità del campo prodotto (dell'ordine del Tesla) è tale da portare gli atomi nella regione di Paschen-Back, dove gli stati iperfini sono tutti polarizzati (vedi paragrafo 1.1.1). La forza agente sugli atomi è data da:

$$\vec{F} = -\nabla E = -\frac{\partial E}{\partial r}\vec{e}_r \approx \begin{cases} -\mu_B \frac{\partial E}{\partial r} & m_S = +\frac{1}{2} \\ +\mu_B \frac{\partial E}{\partial r} & m_S = -\frac{1}{2} \end{cases} \tag{2.1}$$

dove r rappresenta la direzione radiale e $\vec{e}_r$ il versore diretto lungo la stessa. Come si può notare, gli atomi aventi proiezione dello spin elettronico $m_s = +\frac{1}{2}$ (stati $|1\rangle$ e $|2\rangle$ nel caso dell'idrogeno e $|1\rangle$, $|2\rangle$ e $|3\rangle$ per il deuterio) vengono accelerati verso l'asse del magnete, mentre quelli aventi $m_s = -\frac{1}{2}$ (stati $|3\rangle$ e $|4\rangle$ per l'idrogeno e $|4\rangle$, $|5\rangle$ e $|6\rangle$ per il deuterio) vengono defocalizzati verso le pareti e aspirati dalle pompe. I sestupoli utilizzati sono cinque, un gruppo di tre nella prima camera e uno di due nella seconda; geometria e intensità dei campi sono state progettate per ottimizzare l'efficienza di trasmissione degli stati selezionati.

Le unità ad alta frequenza

Le unità ad alta frequenza sono posizionate fra il primo e il secondo gruppo di sestupoli (una per l'idrogeno e due per il deuterio) e subito dopo il secondo (due in entrambi i casi). Queste producono un campo magnetico statico lungo l'asse del moto degli atomi, unito ad un campo elettromagnetico oscillante ad alta frequenza diretto parallelamente o perpendicolarmente al primo. Come si è visto nel primo capitolo, calibrando opportunamente la frequenza angolare ω del campo magnetico oscillante sul valore $\omega_{in} = \frac{|E_i - E_n|}{\hbar}$, dove E_i e E_n sono le energie degli stati iperfini $|i\rangle$ e $|n\rangle$, viene indotta una transizione da uno stato all'altro.
I dispositivi ad alta frequenza vengono classificati in base al tipo di transizione che inducono. In gergo, nel caso in cui si abbia $\Delta F = \pm 1$ si parla di transizione a campo forte (SFT, *Strong Field Transition*). Nel caso in cui $\Delta F = 0$, si ha invece una transizione a

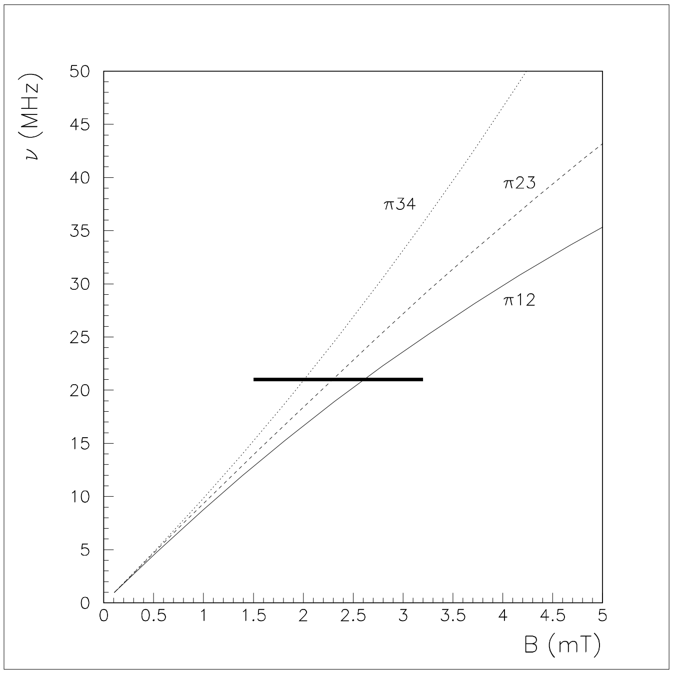

Figura 2.2:
L'unità ad alta frequenza MFT 1-4 è in grado di indurre una transizione fra gli stati iperfini $|1\rangle$ e $|4\rangle$ del deuterio, sovrappondendo al gradiente di campo statico un campo a radiofrequenza (21 MHz) diretto perpendicolarmente al primo.

campo debole o medio (WFT, *Weak Field Transition* , e MFT, *Medium Field Transition*), a seconda dell'intensità del campo statico applicato.
Nel primo capitolo si è visto che gli elementi di matrice fra alcune coppie di stati iperfini sono nulli. Questo significa che la transizione diretta da uno stato all'altro non è permessa. É il caso, ad esempio, degli stati $|1\rangle$ e $|4\rangle$ del deuterio.
Nelle unità ad alta frequenza, l'adozione di un gradiente, sovrapposto al campo statico uniforme, rende possibile la produzione di transizioni "indirette" fra tali coppie di stati. Il gradiente, infatti, può essere calibrato in modo da mandare in risonanza diverse coppie di stati, in sequenza, fino ad ottenere il risultato voluto. Ad esempio, la MFT/WFT 1-4 del deuterio è il risultato del susseguirsi delle transizioni 1-2, 2-3 e 3-4. In questo caso, considerando il fatto che le unità ad alta frequenza sono poste subito dopo un blocco di magneti sestupolari, e assumendo, per entrambi i dispositivi, un'efficienza del 100%, si ha:

$$\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{1\leftrightarrow 2} \begin{pmatrix} n_2 \\ n_1 \\ n_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{2\leftrightarrow 3} \begin{pmatrix} n_2 \\ n_3 \\ n_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{3\leftrightarrow 4} \begin{pmatrix} n_2 \\ n_3 \\ 0 \\ n_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

dove n_1, n_2, n_3 sono i numeri di occupazione degli stati iperfini che sono stati trasmessi dai sestupoli. Come si vede, mentre per le transizioni singole la notazione in indica lo scambio dei numeri di occupazione fra gli stati $|i\rangle$ e $|n\rangle$, nel caso di transizioni multiple il significato cambia notevolmente. Dalla (2.2), si vede infatti che, mentre n_1 prende effettivamente il posto di n_4, il viceversa non avviene. L'effetto complessivo della transizione 1-4 del deuterio è dunque quello di eliminare lo stato $|3\rangle$ portando nello stato $|1\rangle$ il

Bersaglio	Trans. (1^a Camera)	Trans. (2^a Camera)	Stati Iniettati	P_e	P_y	P_{yy}
Idrogeno	-	-	$\|1\rangle, \|2\rangle$	+1	0	-
	-	WFT 1–3	$\|2\rangle, \|3\rangle$	0	-1	-
	-	SFT 2–4	$\|1\rangle, \|4\rangle$	0	+1	-
Deuterio	-	-	$\|1\rangle \|2\rangle \|3\rangle$	+1	0	0
	SFT 2-5	WFT 1-4	$\|3\rangle \|4\rangle$	0	-1	+1
	SFT 3-5	SFT 2-6	$\|1\rangle \|6\rangle$	0	+1	+1
	MFT 1-4	SFT 3-5	$\|2\rangle \|5\rangle$	0	0	-2
	MFT 1-4	SFT 2-6	$\|3\rangle \|6\rangle$	0	0	+1

Tabella 2.1: Elenco delle possibili combinazioni di stati iperfini iniettabili attraverso l'ABS che concorrono alla formazione di gas polarizzato elettronicamente, nuclearmente o tensorialmente. Per ogni combinazione sono indicate le unità a radiofrequenza utilizzate. Per le polarizzazioni nucleare (detta anche "vettoriale") e tensoriale si è mantenuta la notazione tipica del bersaglio trasverso (campo magnetico diretto lungo l'asse y) introdotta nel primo capitolo. I valori di polarizzazione si riferiscono al caso ideale.

numero di occupazione n_2 e n_3 nello stato $|2\rangle$. In figura 2.2 è rappresentato il principio di funzionamento della MFT 1-4. Si può notare che, per ottenere questo tipo di transizione, il gradiente di campo deve avere segno negativo.
Magneti ed unità ad alta frequenza sono disposti in modo tale da poter selezionare qualsiasi stato o combinazione di stati iperfini. Il software di gestione dell'ABS permette di scegliere fra varie modalità di funzionamento in cui singoli stati, o miscele di questi, vengono iniettati; di queste combinazioni, le più significative sono riportate in tabella 2.1. Le funzioni di struttura dipendenti dallo spin g_1 (caso longitudinale) e g_2 (caso trasversale) vengono determinate in base alla misura della asimmetria fra le sezioni d'urto parallela/antiparallela (g_1) e trasversa con spin nucleare su/giù (g_2) (vedi appendice A). Questo significa che, durante il periodo di presa dati (cioè quando è presente il fascio di positroni) il bersaglio dovrà alternare i due stati di polarizzazione nucleare positiva e negativa ($P_y = +1$ e $P_y = -1$). L'avvicendamento delle due combinazioni di stati avviene in modo casuale, nell'ambito di un periodo di tempo fissato, durante il quale uno dei due tipi di polarizzazione viene iniettato. Con questo metodo si tende ad eliminare l'effetto di un eventuale fenomeno periodico spurio, avente la stessa frequenza del ciclo di iniezione.

2.1.2 La cella di accumulazione

Il cuore del bersaglio è costituito dalla cella di accumulazione [Ste95, Ste97] (figura 2.3). Si tratta di un tubo di alluminio a sezione ellittica (29 mm di larghezza per 9.8 mm di altezza) lungo 400 mm, attraverso il quale passa il fascio di positroni a 27.5 GeV di HERA. La connessione al tubo dell'acceleratore (*beam-pipe*) avviene attraverso delle appendici di

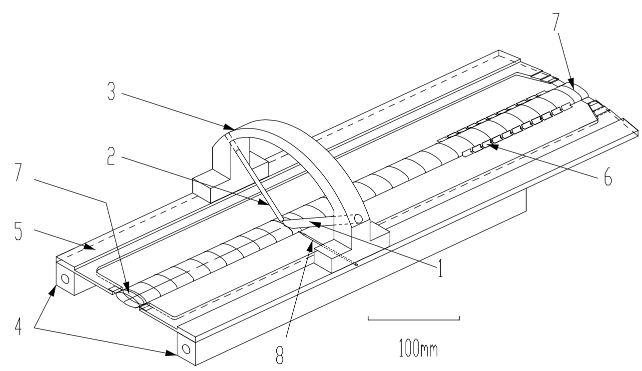

Figura 2.3:
La cella del bersaglio di HERMES . 1) Tubo di iniezione di idrogeno o deuterio 2) Tubo campionatore 3) Arco di supporto; 4) Linea criogenica; 5) Staffe di supporto; 6) Estensione con aperture per il pompaggio del gas residuo; 7) Estremità della cella con collare di supporto; 8) Capillare per l'iniezione di gas non polarizzato.

rame che assicurano la continuità elettrica. Uscendo dall'ultimo stadio dell'ABS (*appendix*), il gas polarizzato entra nella cella attraverso un tubo di 10 mm di diametro e 100 mm di lunghezza, mentre un secondo condotto della stessa lunghezza, ma di diametro inferiore (5 mm), permette ad un campione atomico di fuoriuscire per essere analizzato da TGA e BRP. Entrambi i tubi sono connessi al centro della cella e formano un angolo di 60 gradi rispetto alla verticale. Attraversando le due estremità della cella, gli atomi entrano nella camera a vuoto che contiene la cella , dove vengono aspirati da cinque pompe turbomolecolari.
Un flusso di elio gassoso a circa 35 K, e riscaldabile per mezzo di due resistenze, provvede a raffreddare la cella. La temperatura nominale è di circa 80 K, valore che minimizza il grado di ricombinazione degli atomi in essa contenuti. Inoltre, al fine di attenuare la ricombinazione stessa e la depolarizzazione dovuta agli urti sulle pareti della cella, quest'ultima è rivestita di un particolare ossido di silicio, detto Drifilm. La protezione della regione di interazione dalla radiazione di sincrotrone avviene per mezzo di due collimatori posti immediatamente prima della cella.
L'utilizzo della cella di accumulazione nel bersaglio di esperimenti di diffusione è una tecnica molto innovativa e consente di migliorare la densità atomica di un fattore 100 rispetto al gas libero.

2.1.3 Il magnete a campo longitudinale

L'asse di quantizzazione per lo spin dei nuclei del bersaglio è fornito da un magnete a campo statico e omogeneo nella direzione del moto degli elettroni incidenti. In questo modo, spin del fascio e spin del bersaglio (longitudinale) risultano coassiali e si parla quindi di bersaglio longitudinalmente polarizzato. Il magnete è costituito da quattro bobine superconduttrici raffreddate ad elio liquido, capaci di produrre un campo massimo di 0.37 T. Un guscio cilindrico di ferro posto attorno alle bobine attenua il campo nelle regioni dell'ABS e del TGA. In figura 2.4 è mostrato l'andamento del campo lungo l'asse del fascio di HERA; come si può notare, la disomogeneità rispetto al centro $\frac{\Delta B_z}{B_z^0}$ è dell'ordine del 3%.

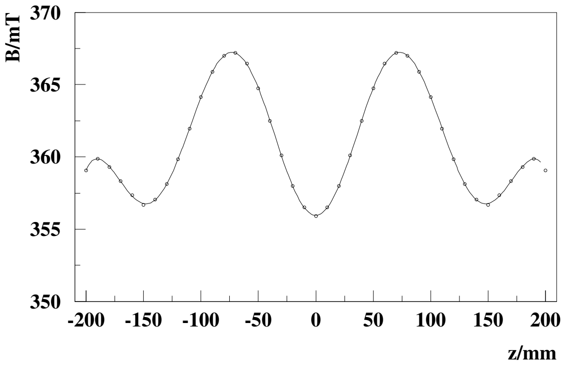

Figura 2.4:
Andamento del campo magnetico del bersaglio longitudinale lungo la direzione del moto del fascio.

2.1.4 L'analizzatore del grado di dissociazione

Gli atomi di idrogeno e deuterio tendono naturalmente a ricombinarsi. Se la ricombinazione avviene nella cella, la molecola risultante può possedere una certa polarizzazione residua. Nella cella sono inoltre presenti molecole non polarizzate dovute sia al flusso balistico dall'ABS (molecole non dissociate la cui traiettoria è tale da consentir loro di essere iniettate), sia al reingresso di molecole precedentemente uscite, come atomi, nella camera del fascio di HERA e lì ricombinatesi. La misura del grado di dissociazione (unita alla conoscenza della quantità di molecole non polarizzate e ad uno studio della polarizzazione residua delle molecole ricombinate nella cella) è dunque fondamentale nella determinazione dell'errore sistematico nella misura della polarizzazione del bersaglio. Per raggiungere questo scopo, un analizzatore di gas (TGA) [Bra97] è posto all'uscita del tubo campionatore, prima del polarimetro, e disassato rispetto a questo di 7 gradi (vedi figura 2.1). Il TGA consiste di uno spettrometro di massa quadrupolare seguito da un *channeltron* (vedi figura 2.5). Un'elica rotante (*chopper*) si interpone ad intervalli regolari fra il fascio di atomi e lo spettrometro, permettendo a quest'ultimo di effettuare la misura del fondo da sottrarre al segnale totale. La camera del TGA è posta sotto alto vuoto da una pompa a sublimazione di titanio. Il grado di dissociazione, detto α, esprime il rapporto fra il numero di nucleoni provenienti da singoli atomi e il numero totale di nucleoni del campione di gas analizzato.

2.1.5 Il polarimetro di Breit-Rabi

Il grado di polarizzazione del bersaglio viene monitorato da un polarimetro di Breit-Rabi (BRP) [Gau92, Bra95, Ste97]. Questo è posto lungo l'asse del tubo campionatore e riceve gli atomi che provengono dalla cella (vedi figura 2.1). Il BRP è composto da due unità ad alta frequenza che possono indurre transizioni fra stati iperfini, seguite da due magneti sestupolari, un *chopper* e un rivelatore uguale a quello del TGA (spettrometro di massa e *channeltron*), rappresentato in figura 2.5.

Il polarimetro è in grado di determinare il numero di occupazione (frazione sul numero totale di atomi) di ogni stato iperfine. Per fare ciò , lo stato in questione viene selezionato dal sistema formato dalle unità ad alta frequenza e dai magneti sestupolari, nello stesso modo descritto nel paragrafo dedicato all'ABS. La quantità di atomi trasmessi viene dun-

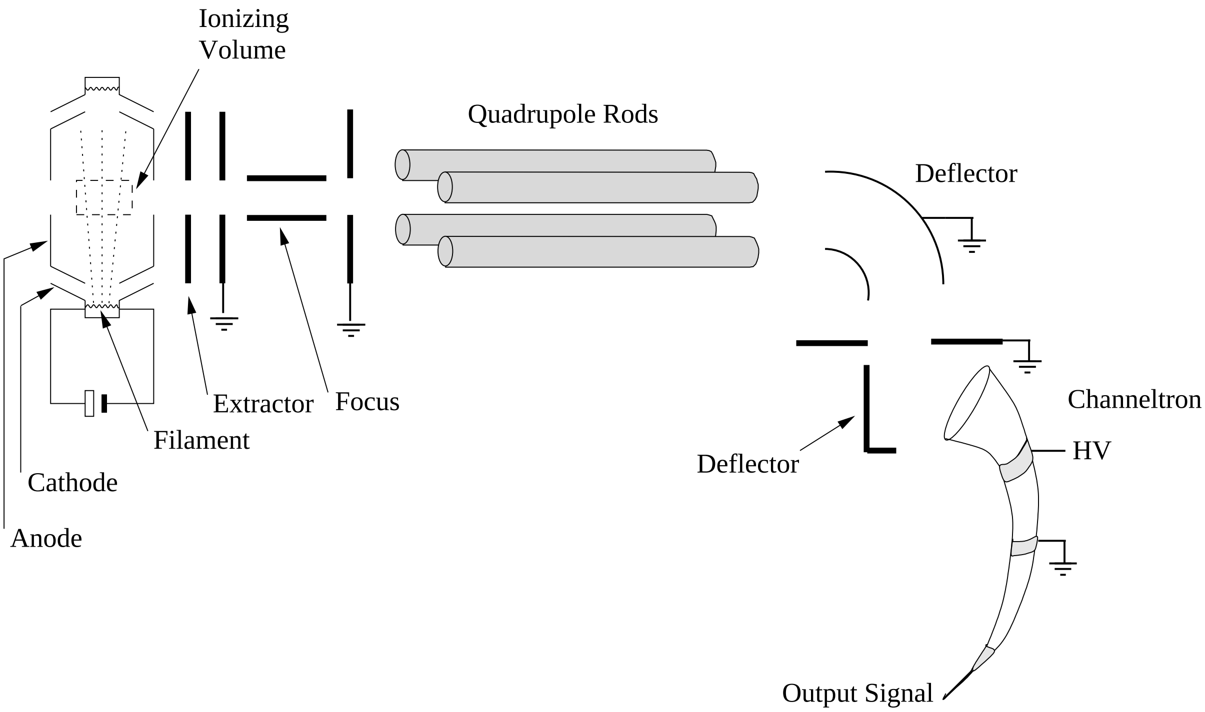

Figura 2.5: Schema dell'ottica dello spettrometro di massa quadrupolare di TGA e BRP. Gli atomi da analizzare percorrono una traiettoria da sinistra verso destra, transitando dapprima nel volume di ionizzazione, dove, per effetto dell'interazione con gli elettroni provenienti dal catodo (emessi per effetto termoionico), acquistano una carica positiva dovuta alla perdita di un elettrone. Dopo essere stati accelerati e focalizzati da una serie di potenziali, gli atomi entrano nel campo elettrico generato dalle barre quadrupolari, che provvede a selezionare solo le particelle di una data massa (defocalizzando le altre). Queste entrano in un deflettore che ne piega la traiettoria di $90°$ (in modo da eliminare gli eventuali atomi neutri ancora presenti), immettendole nel *channeltron* (dopo aver subito una seconda deflessione), dove avviene la cascata di elettroni, costituenti il segnale finale.

que rivelata dallo spettrometro di massa (QMS). Come nel caso del TGA, la misura del segnale totale del QMS viene alternata a quella del segnale dovuto al solo fondo, tramite l'utilizzo di un *chopper*. Un piccolo disco (*blocker*) posto nella camera dei sestupoli, sull'asse dei magneti, arresta l'eventuale flusso balistico dovuto a molecole non polarizzate fuoriuscite dalla cella di accumulazione.
Gli atomi che giungono al BRP provengono dalla sola regione centrale della cella di accumulazione. Questo implica che il valore di polarizzazione misurato nel modo appena descritto non corrisponde al valor medio del bersaglio, che è il dato rilevante ai fini della determinazione della qualità degli eventi di DIS polarizzato. Una descrizione del calcolo della polarizzazione media del bersaglio viene data nel quarto capitolo.

2.2 Il magnete per la polarizzazione trasversale

Dopo aver dato una panoramica dell'intero bersaglio, in questa seconda parte di capitolo si focalizza l'attenzione sul magnete a campo trasversale, detto anche magnete trasverso (figura 2.6). Esso rappresenta l'elemento caratterizzante del bersaglio trasverso, in quanto unico nuovo componente rispetto alla configurazione precedentemente descritta. Dopo un'analisi delle caratteristiche tecniche, viene qui riportata nei dettagli la mappatura del campo magnetico appositamente eseguita prima del test.

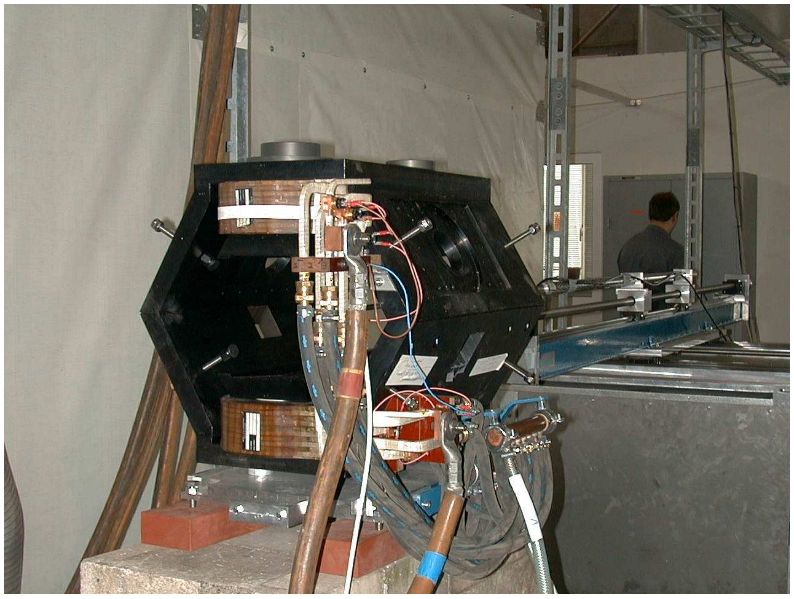

Figura 2.6: Il magnete a campo trasversale durante le operazioni di mappatura. In primo piano, i cavi di alimentazione e i tubi dell'acqua di raffreddamento. Sulla sinistra si notano le due bobine generatrici del campo, il quale, nella regione esterna, viene minimizzato dal guscio d'acciaio che circonda i poli. Sulla destra, lo strumento utlizzato per le misure.

2.2.1 Caratteristiche tecniche

Le caratteristiche richieste [Wis96] per il magnete trasverso sono piuttosto restrittive e, in alcuni casi, fra di loro contrastanti. In questo paragrafo viene mostrato come, e fino a che punto, è stato possibile soddisfare tali esigenze.

Caratteristiche richieste

Il magnete a campo trasversale deve rispondere a determinate richieste per quanto riguarda la qualità e l'intensità del campo generato e, al contempo, deve sottostare ai limiti imposti dall'apparato sperimentale esistente. Le esigenze di cui si è dovuto tener conto sono elencate di seguito.

- Campo magnetico non inferiore a 150 mT. Questa richiesta ha due motivazioni:
  - la necessità di ottenere un grado di polarizzazione (teorica) del bersaglio prossimo all'unità . Come si può dedurre dalle equazioni (1.18) e (1.35), per $B_{min} = 150\,\mathrm{mT}$ si ottiene $P_{z\pm} = \pm 0.974$ per l'idrogeno (dove vale $\frac{B_{min}}{B_C^H} \simeq 3$) e $P_{z\pm} = \pm 0.999$ per il deuterio ($\frac{B_{min}}{B_C^D} \simeq 13$);

  - la limitazione degli effetti depolarizzanti dovuti all'eventuale presenza di risonanze fra stati iperfini all'interno del bersaglio.

- Disomogeneità nella regione del fascio: $\Delta B < 0.37 \cdot 10^{-3}$ mT (evitare la presenza di risonanze depolarizzanti all'interno del bersaglio, vedi quarto capitolo).

- Campo integrato non superiore a 0.1 T·m (limitazione della radiazione di sincrotrone e della deflessione del fascio).

- Curva di isteresi molto stretta e campo residuo prossimo a zero (riproducibilità del campo dell'ordine di 0.01 mT).

- Lunghezza massima delle bobine: 600 mm (presenza di flange sul tubo dell'acceleratore, non interferenza con l'accettanza dello spettrometro).

- Finestre nel guscio esterno (necessità di far entrare il tubo di iniezione dell'ABS e il tubo campionatore dal BRP).

- Allineamento del campo rispetto a y: ± 10 mrad (limitazione del contributo di g_1, vedi appendice A).

Le fasi di progettazione e realizzazione del magnete sono state caratterizzate dalla ricerca del miglior compromesso fra tutte queste richieste, in alcuni casi alternative l'una all'altra.

Implementazione

In figura 2.7, è riprodotto il disegno CAD (*Computer Aided Design*) della sezione trasversale del magnete. Si tratta di un elettromagnete dipolare di tipo convenzionale (non superconduttore) capace di generare un campo statico in direzione y rispetto alle coordinate del fascio di HERA (vedi figura 2.10), di intensità massima $B_{MAX} \approx 200$ mT. Il campo viene generato da due bobine uguali e poste simmetricamente rispetto all'asse del fascio (o asse z, vedi figura 2.10) e collegate elettricamente in serie. Diversamente, l'acqua di raffreddamento viene incanalata in dieci circuiti paralleli (cinque per ogni bobina).
Le specifiche di ogni bobina sono qui riportate.

- Materiale: tubo di rame a sezione quadrata (6.5 mm)

- Numero di avvolgimenti: 10 strati, ciascuno di 7 spire (sezione totale: 65 mm x 45 mm)

- Densità di corrente per I=215 A: 2.0 A/mm^2

- Potenza dissipata a 215 A: 6 KW per bobina (14.3 V)

- Sistema di raffreddamento: ad acqua. Un circuito ogni due strati di spire (5 ingressi e 5 uscite per ogni avvolgimento).
  Potere refrigerante (Corrente: 215 A, Pressione dell'acqua: 3 bar, Velocità 1.5 m/s): δT =8.5°C. Consumo: 9 l/min.

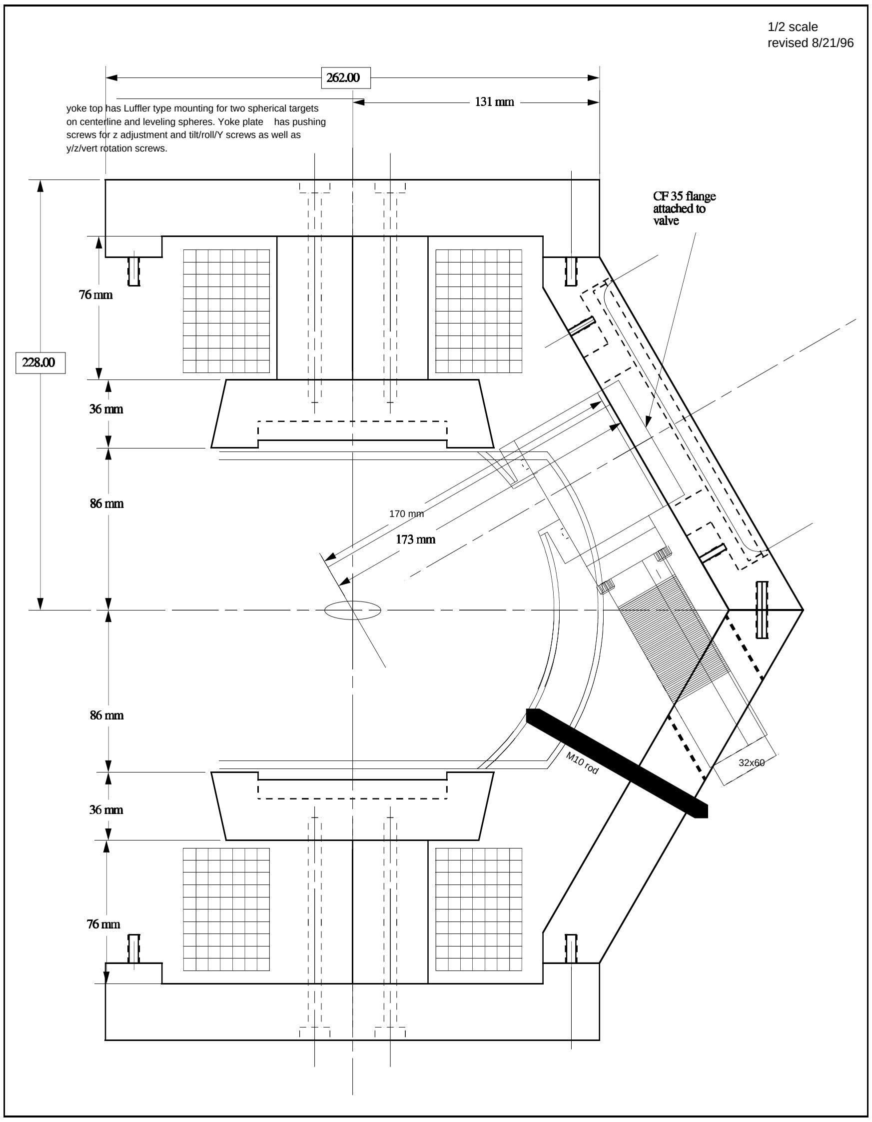

Figura 2.7:
La sezione trasversale del magnete. La struttura a forma esagonale (la parte di sinistra non è stata disegnata) rappresenta il guscio metallico che guida le linee di campo più esterne. All'interno, sono presenti i due poli (sopra e sotto), di ognuno dei quali si vedono gli avvolgimenti (zone quadrettate), il ferro presente nella zona interna e il *tip* correttore. Al centro si nota la sezione della cella, circondata dalla camera a vuoto appositamente disegnata per essere inserita nel magnete. Fra quest'ultima e il guscio esterno viene inserita la valvola di separazione dell'ABS.

- Alimentazione: generatore di corrente capace di produrre 250 A a 40 V, con *ripple* e *drift* massimi di 0.1%

Come detto precedentemente, fra le richieste per questo magnete si trovano un'isteresi il più possibile stretta e un valore di campo residuo prossimo a zero. Queste due caratteristiche sono legate al tipo di acciaio utilizzato. In particolare, una bassa percentuale di carbonio è essenziale per ottenere i risultati migliori. L'acciaio di cui è costitituito il magnete trasverso, sia per quanto concerne il guscio esterno, sia per quanto riguarda lo spazio interno agli avvolgimenti, è commercialmente noto con il nome di "Maximag" [Wis] e possiede una frazione di carbonio inferiore a 0.03%. Le misure effettuate (riportate nel paragrafo successivo), hanno confermato la bontà di questa scelta: il campo residuo si attesta attorno a 0.55 mT (5.5 Gauss), soltanto un ordine di grandezza maggiore rispetto al campo magnetico terrestre. Per quanto riguarda l'isteresi, nonostante la mancanza di una grafico completo, attraverso la curva di magnetizzazione riportata in figura 2.11 si

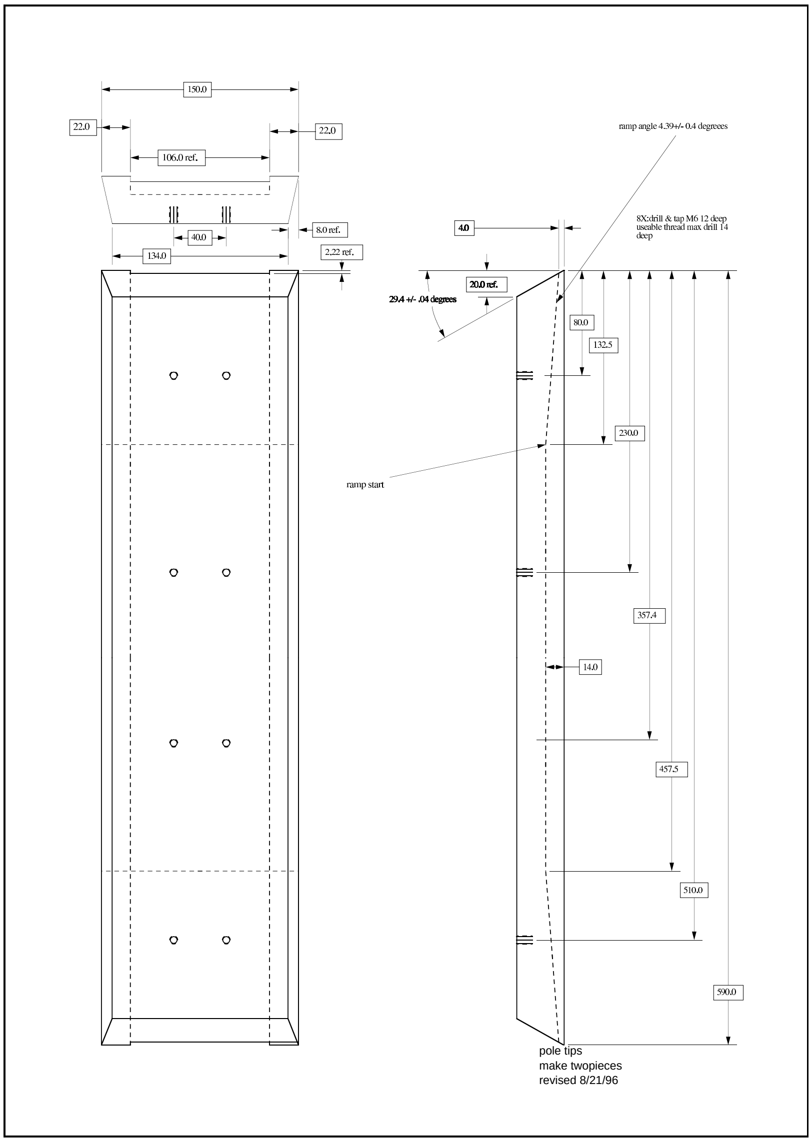

Figura 2.8:
Disegno CAD delle barre di acciaio (dello stesso tipo di quello utilizzato per il resto del magnete), dette *tips*, posizionate su entrambe le bobine del magnete per ovviare alla caduta di campo magnetico ai bordi (lungo l'asse z). Dalla figura è evidente la particolare sagomatura del *tip*, il cui spessore è costante nella zona centrale, per aumentare poi in modo lineare a partire da $|z| = 162.5$ mm.

può prevedere l'intero ciclo. I dati sulla riproducibilità del campo verranno analizzati più avanti. Il problema su cui si è dovuto lavorare di più in fase di progettazione riguarda certamente l'omogeneità del campo. Infatti, potendo contare su di una lunghezza massima di 600 mm (per questioni di spazio), risulta assai difficile mantenere un'omogeneità di campo inferiore a 0.37 mT, come richiesto (vedi capitolo quarto), lungo tutto il bersaglio (400 mm). Utilizzando le sole bobine (compreso il ferro presente nello spazio interno), il valore di campo agli estremi (200 mm$\leq |z| \leq$ 150 mm) scenderebbe molto rapidamente rispetto a quello della regione centrale. Per ovviare a questo inconveniente, due barre metalliche appositamente sagomate (con spessore maggiore nelle zone dei bordi, vedi figura 2.8), dette *tips*, sono state posizionate a ridosso delle bobine, in modo da innalzare il campo alle due estremità del bersaglio. Osservando le figure 2.13 e 2.14, si nota che la presenza dei *tips* porta il campo delle zone esterne a valori superiori rispetto a quanto si ottiene nella regione centrale. Il risultato è che l'omogeneità migliora sensibilmente, ma come si vedrà , non a sufficienza per soddisfare la richiesta di partenza.

2.2.2 La misura del campo magnetico

Il magnete trasverso è stato disegnato per fornire un campo massimo di poco inferiore a 0.2 T, quindi perfettamente compatibile con la richiesta di partenza ($B \geq 150\,\mathrm{mT}$). Subito dopo la realizzazione, è stata eseguita una prima misura di questa grandezza. Questa ha confermato la bontà del progetto per quanto riguarda il valore di campo raggiungibile, ma non ha fornito dati precisi circa l'omogeneità dello stesso. Poichè quest'ultimo parametro è di fondamentale importanza per capire se effetti depolarizzanti, dovuti alla presenza del fascio di positroni, possono essere presenti nel bersaglio, si è deciso di procedere ad una mappatura dettagliata del campo magnetico.

L'apparato di misura

La misura del campo magnetico è stata effettuata utilizzando un'apparecchiatura in dotazione al laboratorio del DESY. Il cuore della macchina consiste di una sonda di Hall ad alta precisione, capace di determinare il valore di campo magnetico lungo la direzione verticale. Le specifiche di questa sonda sono [Gro]:

- Intervallo di lettura: 0.3 T
- Precisione: $\pm 5{\cdot}10^{-6}$ T (0.05 Gauss) a 25°C
- Temperatura di funzionamento: da 0°C a 50°C
- Dimensioni totali: 14x5x2 mm
- Dimensioni area sensibile: 1x0.5 mm

Il principio di funzionamento di questo strumento di misura si fonda sull'"effetto Hall": ponendo una superficie conduttrice in un campo magnetico B diretto lungo una componente, si ottiene, perpendicolarmente alla direzione di B, una differenza di potenziale

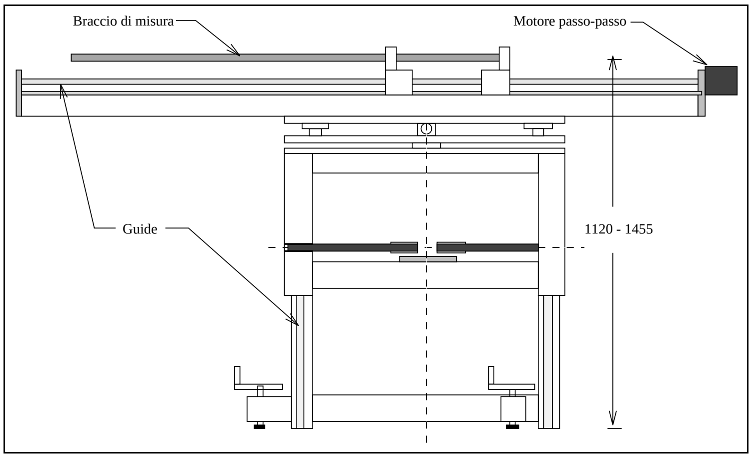

Figura 2.9:
Disegno schematico dell'apparecchiatura utilizzata per la mappatura del campo del magnete trasverso (vista laterale).

direttamente proporzionale all'intensità del campo.
La sonda è posta all'estremità di un'asta fissata ad una struttura dotata di moto tridimensionale, grazie alla presenza di tre motori passo-passo, ciascuno da 400 step per rivoluzione (passo minimo di 1 mm). Tutta l'apparecchiatura è controllata via software, sia per quanto riguarda il movimento, sia per l'acquisizione e stoccaggio in file dei dati ottenuti. Una rappresentazione dell'apparecchio di misura è mostrata in figura 2.9.
Per l'alimentazione elettrica del magnete, si è utilizzato un generatore di corrente avente le seguenti caratterisiche:

- Corrente massima nominale: 280 A
- Corrente massima erogabile: 246 A
- Tensione massima: 50 V
- Precisione totale: $\frac{\Delta I}{I} = 1 \cdot 10^{-4}$
- Controllo: digitale, con ADC a 16 bit di risoluzione

L'ultimo punto elencato implica la possibilità di variare la corrente erogabile in un intervallo di 65536 (da 0 a 65535, corrispondenti a 280 A) valori discreti. Definendo questa quantità come l'unità di corrente (uc) del sistema utilizzato, si ottiene il fattore di conversione: 1 uc = $4.2725 \cdot 10^{-3}$ A. La precisione del generatore nell'intervallo di corrente $180\,A \leq I \leq 190$ A risulta pari a 4 uc, cioè $1.70900 \cdot 10^{-2}$ A.
Per il raffreddamento, si è utilizzata l'apposita linea dell'acqua in dotazione alla sala sperimentale; su ogni estremo di avvolgimento corrispondente all'uscita di un circuito d'acqua è stato posto un sensore di temperatura in grado di interrompere l'alimentazione di corrente al magnete nel caso in cui rilevasse un valore superiore alla soglia di 90°C. Il sistema di riferimento utilizzato durante la mappatura è mostrato in figura 2.10. Prima di iniziare le misure, si è provveduto ad allineare il magnete rispetto alla sonda con una precisione di 0.2 mm.

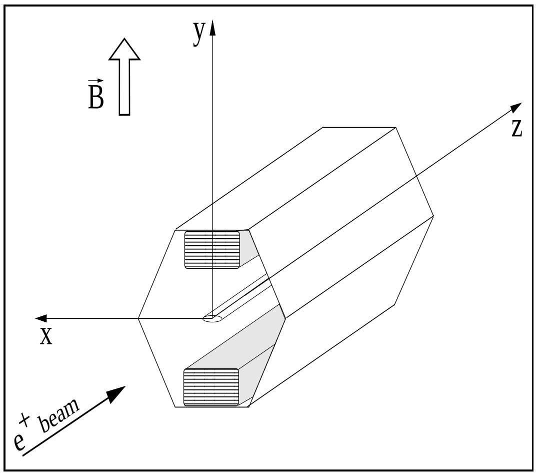

Figura 2.10:
Durante la mappatura del campo, si è utilizzato un sistema di riferimento i cui assi sono stati nominati in modo da poterli sovrapporre a quelli di HERMES. L'asse z rappresenta la direzione del fascio di positroni e corrisponde dunque all'asse del magnete; l'asse y è verticale rispetto a z, coincidendo quindi con la direzione del campo magnetico; l'asse x completa la terna levogira, puntando verso l'esterno dell'anello acceleratore.

Gli obbiettivi delle misure e i risultati ottenuti

Le caratteristiche del campo magnetico su cui si è inteso far luce attraverso le misure effettuate sono esposte di seguito:

- Curva di magnetizzazione: relazione corrente-campo magnetico.
- Riproducibilità del campo per un dato intervallo di corrente.
- Massima disomogeneità nella regione del bersaglio a corrente nominale.
- Campo integrato totale.

Tutte le misure, ad eccezione della curva di magnetizzazione, sono state prese per correnti comprese fra 180 A e 220 A, cioè per campi magnetici superiori alla soglia di 150 mT, richiesta per ottenere un grado di polarizzazione soddisfacente. Il secondo e il terzo punto sono stati sondati eseguendo una vera e propria mappatura del campo, facendo variare i quattro parametri corrente, posizione lungo x, lungo y e lungo z nel modo seguente:

- Corrente: da 180 A a 220 A con passo di 5 A
- Posizione lungo x: da -15 mm a 15 mm con passo di 5 mm
- Posizione lungo y: da -6 mm a 6 mm con passo di 3 mm
- Posizione lungo z: da -200 mm a 200 mm con passo di 10 mm

Ogni aspetto viene ora analizzato in dettaglio, descrivendo la tecnica adottata ed esponendo i valori ricavati.

La curva di magnetizzazione

Questa misura è stata effettuata ponendo la sonda nel centro del magnete ($x = y = z = 0$), facendo variare la corrente da zero al massimo valore effettivo consentito dal generatore (246 A) e quindi nuovamente a zero, rilevando il campo ad intervalli di 10 A. Il risultato è rappresentato in figura 2.11 a sinistra. Come si vede, il ciclo ricavato risulta assai stretto; infatti, la differenza fra i valori presi "in salita" (curva inferiore) e quelli "in discesa" (curva superiore) risulta, al massimo, $\Delta B = 1.2\,\mathrm{mT}$.
Dall'andamento della curva è possibile determinare la relazione fra la corrente che percorre le bobine e il campo magnetico prodotto. Per $I < 165\,\mathrm{A}$ ($B_y < 0.14\,\mathrm{T}$), il campo varia linearmente; per valori di corrente superiori si entra in una regione di non linearità , senza peraltro mai raggiungere una vera e propria saturazione. La determinazione di una funzione di conversione da corrente a campo magnetico può essere effettuata utilizzando il metodo dei minimi quadrati, prendendo in considerazione la sola curva di salita. Il tipo di funzione che si presta maggiormente al caso è certamente una polinomiale, il cui grado dipenderà dall'accuratezza con cui si vuole conoscere il campo magnetico. Ad esempio,

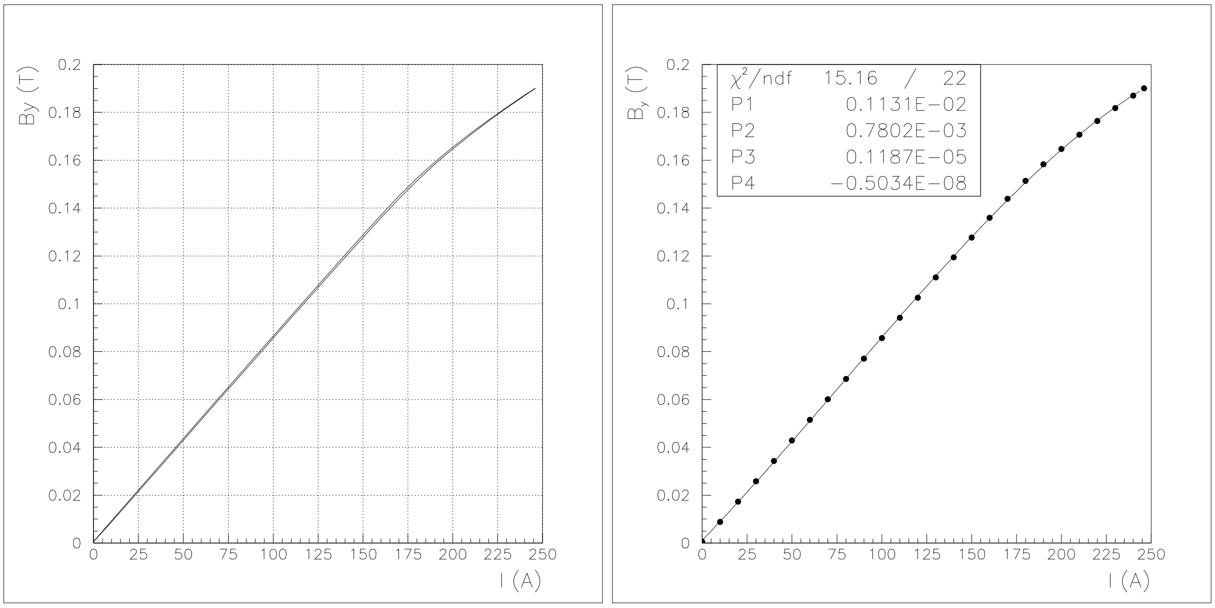

Figura 2.11: A sinistra, la curva di magnetizzazione ottenuta congiungendo i dati ricavati. La parte inferiore del ciclo corrisponde alla salita, la parte superiore alla discesa. Si può notare come il magnete rimanga in regione lineare fino ad una corrente di circa 165 A. Oltre questo valore, entra in zona di non linearità senza però raggiungere la saturazione. Da notare anche che l'area interna alla curva è assai ridotta.
A destra, fit della curva di salita mediante un polinomio di terzo grado. Nel riquadro, sono riportati i parametri ottenuti, da P1 (in T) corrispondente al termine di grado zero, fino a P4 (in T/A^3) che rappresenta il coefficiente del termine di terzo grado.

utilizzando un polinomio di terzo grado ed un errore su B_y di 0.5 mT, si ottiene per χ^2 il ragionevole valore $\chi^2/ndf = 0.69$ (vedi figura 2.11, a destra). Volendo migliorare la precisione a 0.1 mT, bisogna utilizzare un polinomio di sesto grado per ottenere $\chi^2/ndf = 1.09$. Il campo magnetico residuo (a corrente nulla), secondo questi dati, si attesta attorno a 0.55 mT.

La riproducibilità

Il ferromagnetismo è un fenomeno reversibile solo in parte. Poichè le bobine del magnete trasverso magnetizzano il ferro posto al loro interno, è lecito chiedersi quale sia il grado di riproducibilità del valore di campo misurato ad una data corrente. Naturalmente, le discrepanze eventualmente riscontrate vanno confrontate con l'errore assoluto con cui è misurabile il campo stesso che, come si vedrà , dipende in gran parte dalla precisione del generatore di corrente utilizzato. Per questo motivo, di seguito viene riportata l'analisi degli errori relativa a tale misura.

`Il calcolo dell'errore`. Durante la mappatura del campo, anche assumendo un perfetto allineamento del magnete, si è dovuto tener conto di due fonti di errori di misura: la sensibilità della sonda ($0.5 \cdot 10^{-5}$ T) e la precisione del generatore di corrente, in cui è costante l'errore relativo $\frac{\Delta I}{I} = 10^{-4}$. Questo significa che, poichè la minima quantità di corrente erogabile è stata definita come 1 uc=$4.2725 \cdot 10^{-2}$ A, per correnti comprese fra 149.5 A e 192.3 A, l'errore del generatore è pari a 4 uc ($1.7090 \cdot 10^{-2}$ A), mentre per correnti superiori (fino a 235 A) l'errore diventa pari a 5 uc ($2.1362 \cdot 10{-}2$ A). Trasformando questi valori in campo magnetico si ottiene un errore di $1.5 \cdot 10^{-5}$ T per l'intervallo inferiore e di $1.8 \cdot 10^{-5}$ T per quello superiore. A questi numeri va sommato il valore di sensibilità della sonda. Poichè le misure sono state prese fra 180 A e 220 A ad intervalli di 5 A (vedi tabella 2.2), il calcolo dell'errore assoluto totale sulla misura del campo magnetico può essere riassunto come segue:

- Nell'intervallo [180 A, 190 A]: $\delta B_1 = 2.0 \cdot 10^{-5}$ T
- Nell'intervallo [195 A, 220 A]: $\delta B_2 = 2.3 \cdot 10^{-5}$ T

<u>`La misura di riproducibilità`</u> . Per ottenere questo tipo di informazione la mappatura descritta in precedenza è stata eseguita per due volte a distanza di alcuni giorni. I dati ottenuti sono stati poi elaborati, determinando il modulo della differenza fra le due serie di misure. Da questa analisi è scaturito che la distribuzione dei valori di campo per una stessa intensità di corrente aumenta improvvisamente a partire da $I = 210$ A, segno evidente di un peggioramento nella riproducibilità del campo. Considerando separatamente queste due zone, si sono dunque calcolate media e deviazione standard, ottenendo:

- Nell'intervallo [180 A, 205 A] $\Delta B_1 = (1.9 \pm 0.8) \cdot 10^{-5}$ T
- Nell'intervallo [210 A, 220 A] $\Delta B_2 = (3.1 \pm 2.4) \cdot 10^{-5}$ T

Come si vede, i valori medi di riproducibilità sono in accordo con l'errore di misura. Bisogna però dire che, in questo caso, ciò che interessa è una stima della massima non riproducibilità , quindi, un utile valore di riferimento potrebbe essere costituito dalla media sommata a tre deviazioni standard. In questo modo, gli indici di riproducibilità per i due intervalli diventano pari a $\Delta B_1 = 4.3 \cdot 10^{-5}$ T e $\Delta B_2 = 10.3 \cdot 10^{-5}$ T. Da questi valori risulta che, mentre per il primo intervallo si può dire che il campo magnetico risulta riproducibile entro limiti ragionevoli (meno di mezzo mT), a valori di corrente più elevati entrano in gioco gli effetti non reversibili che peggiorano in modo sensibile e, come si vedrà , inaccettabile, la riproducibilità del campo.

La disomogeneità

Come è già stato detto, la mappatura del campo magnetico è stata effettuata per intensità di corrente comprese fra 180 A e 220 A e posizionando la sonda all'interno della regione del bersaglio. Gli intervalli di variazione delle tre coordinate sono stati infatti: $-200 \le z \le 200$, $-6 \le y \le 6$, $-15 \le x \le 15$ (tutti i valori sono espressi in mm), in modo da poter stabilire l'andamento del campo all'interno di tutta la cella di accumulazione, che misura $400(z) \times 9.8(y) \times 29.8(x)$mm. In realtà , dal momento che il fascio di positroni transita in una regione assai stretta attorno all'asse del magnete, le variazioni in x e y su

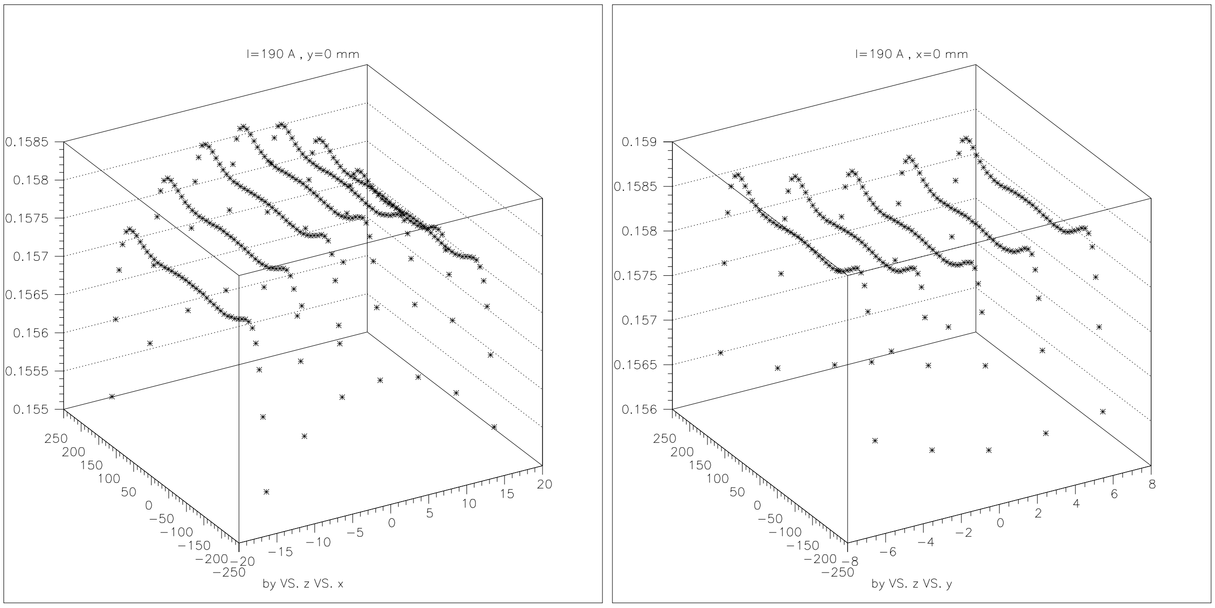

Figura 2.12: A sinistra, andamento del campo lungo x e z, per y fissato, alla corrente di 190 A. Come si vede, procedendo lungo x per un dato valore di z, il campo all'interno della regione $|x| \leq 5$ mm, nella quale agisce il fascio può di HERA, rimane praticamente costante. A destra, andamento del campo lungo y e z, fissando x. Anche in questo caso, procedendo lungo y per un dato valore di z, l'omogeneità del campo nella regione del fascio ($|y| \leq 3$ mm) risulta evidente.

cui è davvero necessario misurare la disomogeneità del campo è assai inferiore: in pratica la zona compresa fra $-3 \leq y \leq 3$ e $-5 \leq x \leq 5$ (in mm), è già sufficiente. Come si può notare dai grafici di figura 2.12, nella regione suddetta il campo lungo x e y è praticamente costante.
La situazione cambia sensibilmente se si considera la variazione del campo lungo z, poichè , in questo caso, la regione utile è data da tutta la lunghezza della cella. Il grafico di figura 2.13 mostra il campo nella regione della cella ($-200\,\mathrm{mm} \leq z \leq 200\,\mathrm{mm}$), sull'asse del fascio ($x = 0\,\mathrm{mm}$, $y = 0\,\mathrm{mm}$) per tutti i valori di corrente presi in considerazione. Come si vede, all'aumentare della corrente la forma del campo non subisce grandi variazioni, anche se c'è una certa tendenza ad un innalzamento della regione centrale. Analizzando una di queste curve (in figura 2.14 è rappresentato il campo a 190 A), si nota chiaramente che, spostandosi lungo z dal centro verso l'esterno, il campo tende prima ad aumentare (per $|z| > 100\,\mathrm{mm}$) e poi a calare bruscamente (per $|z| \geq 190\,\mathrm{mm}$).
Un'analisi quantitativa della disomogeneità del campo viene data in tabella 2.2 dove, per ogni andamento di figura 2.13 vengono riportati il valore massimo e minimo di campo e la loro differenza. In particolare, osservando proprio quest'ultima grandezza, si può notare che in nessun caso la disomogeneità del campo sta al di sotto della soglia richiesta di 0.37 mT. Le conseguenze di ciò verranno analizzate nel quarto capitolo.

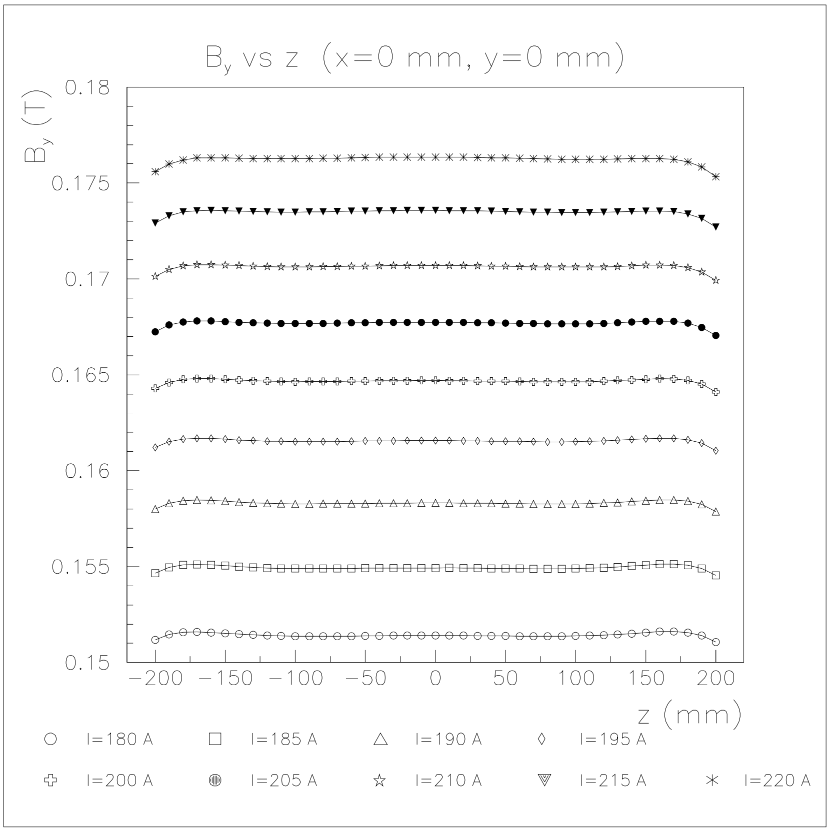

Figura 2.13: Il campo del magnete trasverso nella regione della cella, lungo l'asse del magnete, per diversi valori di corrente. Le caratteristiche "gobbe" presenti ai due estremi sono dovute alla presenza dei *tips* correttori di cui si è parlato nel paragrafo precedente. All'aumentare della corrente si nota che la zona centrale della curva tende a crescere rispetto ai bordi. É anche possibile vedere che la disomogeneità è minore a bassa corrente.

I (A)	B_0 (mT)	B_{Max} (mT)	B_{Min} (mT)	$B_{Max} - B_{Min}$ (mT)
180	151.405±0.020(±0.043)	151.615±0.020(±0.043)	151.065±0.020(±0.043)	0.550±0.040(±0.086)
185	154.930±0.020(±0.043)	155.125±0.020(±0.043)	154.540±0.020(±0.043)	0.585±0.040(±0.086)
190	158.320±0.020(±0.043)	158.475±0.020(±0.043)	157.875±0.020(±0.043)	0.600±0.040(±0.086)
195	161.565±0.023(±0.043)	161.695±0.023(±0.043)	161.045±0.023(±0.043)	0.650±0.046(±0.086)
200	164.700±0.023(±0.043)	164.810±0.023(±0.043)	164.110±0.023(±0.043)	0.700±0.046(±0.086)
205	167.740±0.023(±0.043)	167.810±0.023(±0.043)	167.060±0.023(±0.043)	0.750±0.046(±0.086)
210	170.705±0.023(±0.103)	170.740±0.023(±0.103)	169.930±0.023(±0.103)	0.810±0.046(±0.206)
215	173.565±0.023(±0.103)	173.575±0.023(±0.103)	172.695±0.023(±0.103)	0.880±0.046(±0.206)
220	176.355±0.023(±0.103)	176.355±0.023(±0.103)	175.335±0.023(±0.103)	1.020±0.046(±0.206)

Tabella 2.2: Valori di campo magnetico nel centro del magnete (B_0), nel punto di massimo e in quello di minimo, del campo magnetico lungo z ($x = y = 0$), per ogni intensità di corrente presa in considerazione. Nell'ultima colonna è posta la disomogeneità assoluta. Per ogni valore, il primo errore è quello di misura, mentre, fra parentesi, viene data la riproducibilità relativa a quel dato. É importante osservare che le due fonti di errore non sono indipendenti, in quanto la riproducibilità dipende anche dall'accuratezza della misura; è dunque indispensabile decidere quale adottare, a seconda del caso. Come si vede, la disomogeneità aumenta al crescere della corrente; il fatto più rilevante è che in tutti i casi la disomogeneità risulta maggiore della soglia richiesta (0.37 mT).

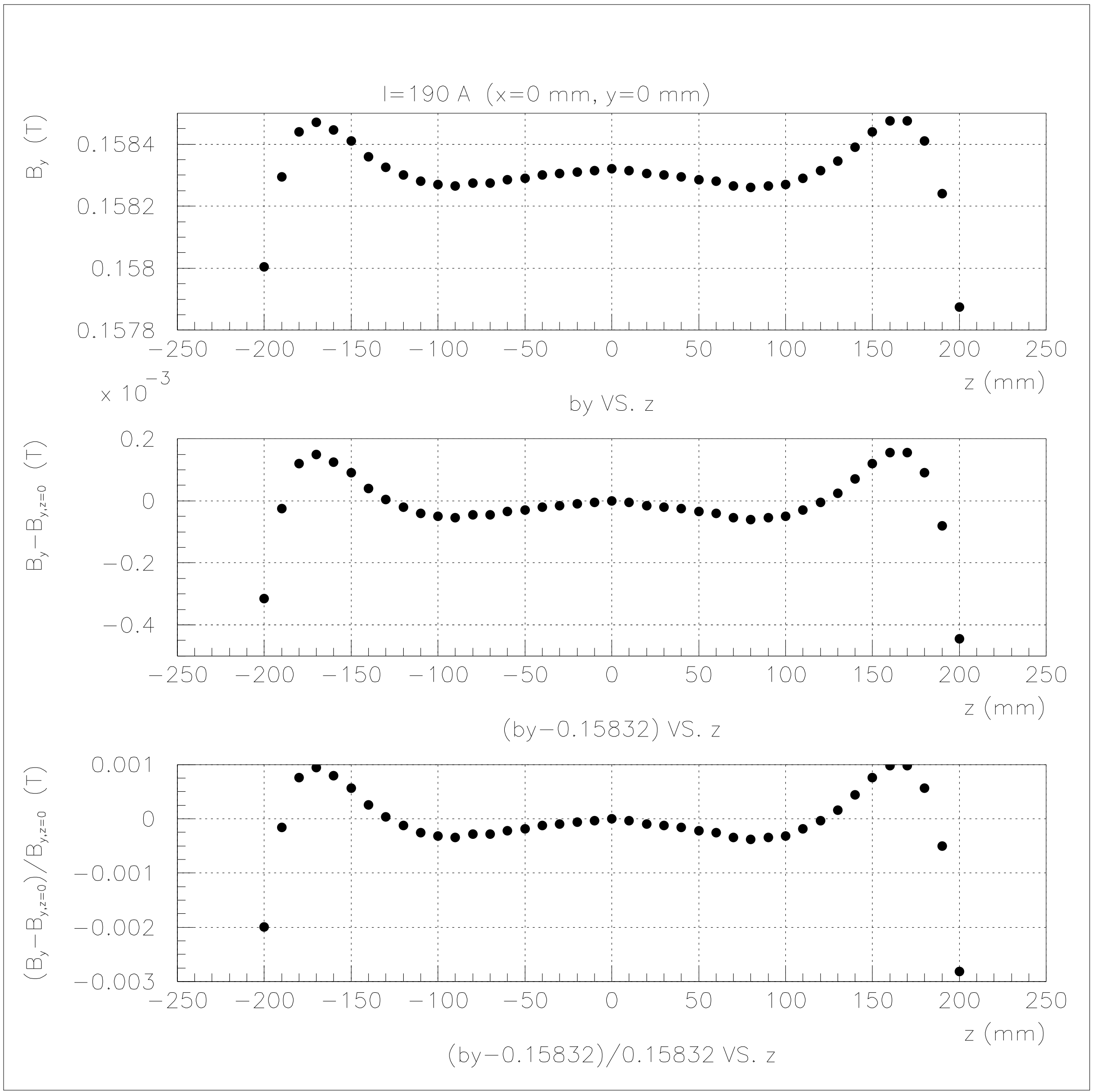

Figura 2.14: Andamento del campo magnetico trasverso lungo l'asse del magnete (x=y=0), alla corrente di 190 A (in alto). Il campo risulta sostanzialmente costante per $|z| \leq 130$ mm; a partire da questo punto si ha una salita (dovuta alla presenza dei *tips* e quindi una discesa netta dovuta agli effetti di bordo. Nel secondo grafico viene mostrata la disomogeneità assoluta rispetto al valore di campo nel centro del magnete, $B_y - B_{y-y,z=0}$. Si può notare che gli unici punti che si discostano in modo significativo sono i valori rilevati ai due estremi del bersaglio ($|z| = 200$ mm). In basso, è rappresentata la disomogeneità relativa.

Il campo integrato

Il magnete trasverso genera un campo perpendicolare rispetto alla direzione del moto dei positroni del fascio di HERA. Questo significa che le particelle cariche ad alta energia che transitano nella zona del bersaglio di HERMES sono sottoposte all'azione della forza di

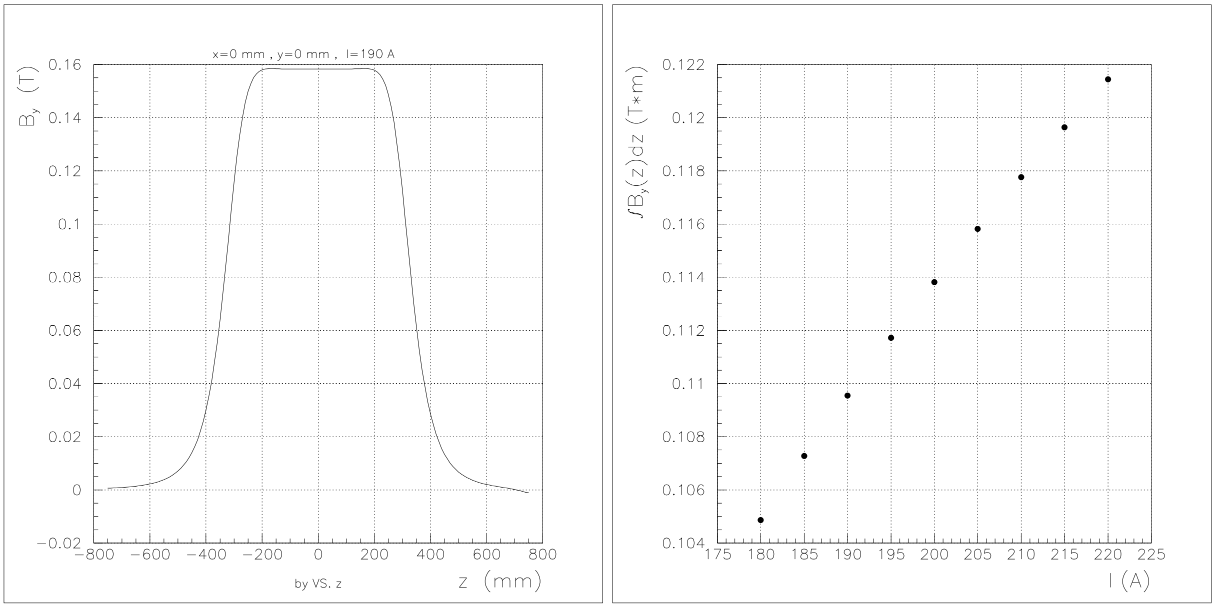

Figura 2.15: A sinistra, il grafico del campo lungo l'asse del magnete alla corrente di 190 A, nell'intervallo $|z| \leq 750$ mm. A destra, i valori di campo integrato alle diverse correnti a cui è stata effettuata la misura. Unendo i punti ottenuti si costruisce la cosiddetta "curva di eccitazione" del magnete.

Lorentz che tende a deviare il fascio verso l'interno dell'anello acceleratore. Per compensare tale spostamento, due magneti dipolari, posti uno prima e l'altro dopo la zona di interazione, producono campi diretti nel verso opposto rispetto al magnete del bersaglio. In questo modo il fascio subisce tre accelerazioni radiali (due verso l'esterno e una verso l'interno) con la conseguente produzione di radiazione di sincrotrone, che può risultare dannosa per lo spettrometro di HERMES o per il tubo a vuoto entro il quale viaggiano i positroni. L'entità di tale spostamento e la quantità di radiazione prodotta dipendono dal valore di campo integrato (integrale di B lungo z) dei tre magneti. Uno studio dettagliato di tali problematiche viene presentato nel capitolo quarto.

Per ottenere il valore del campo integrato del magnete trasverso, si è proceduto ad una misura nell'intervallo $|z| \leq 750$ mm, regione in cui il campo è risultato significativamente diverso da zero, per gli stessi valori di corrente scelti per la mappatura. I risultati sono rappresentati in figura 2.15.

Capitolo 3

Il campo magnetico indotto dal fascio

L'esperimento HERMES è localizzato in una delle quattro aree sperimentali di HERA (*Hadron Electron Ring Anlage*) [Sch85], un acceleratore per protoni ed elettroni (o positroni) situato al DESY (*Deutsches Elecronensyncrotron*) di Amburgo. Dei due fasci forniti da HERA, HERMES utilizza soltanto quello di leptoni.
Nel capitolo precedente, si è visto che il magnete trasverso genera un campo statico, necessario per mantenere la polarizzazione del gas atomico utilizzato come bersaglio. Nei paragrafi seguenti, verrà mostrato che il fascio di positroni genera un campo magnetico variabile. Questo, come studiato nel primo capitolo, può indurre transizioni fra gli stati iperfini del gas (idrogeno o deuterio) utilizzato come bersaglio, con conseguente depolarizzazione dello stesso. Un'analisi dettagliata delle caratteristiche del fascio di positroni, e del campo magnetico indotto, è dunque fondamentale per comprendere gli effetti che esso può indurre sul bersaglio atomico polarizzato.

3.1 Descrizione dell'acceleratore

Lo schema dell'acceleratore è mostrato in figura 3.1. Un tunnel, lungo 6337 m, contiene due sincrotroni, uno per protoni e l'altro per elettroni, i cui fasci viaggiano in direzioni opposte. L'anello è composto da quattro sezioni dritte lunghe 360 m, che contengono altrettante sale sperimentali, e quattro curve. I fasci, di tipo impulsato, possiedono energie di 27.5 GeV per gli elettroni e 920 GeV per i protoni. La corrente del fascio di elettroni varia fra 30 mA all'iniezione e circa 10 mA al momento dell'interruzione. Gli elettroni possono essere sostituiti da positroni, a seconda delle esigenze degli esperimenti presenti sull'anello. Dal momento che durante il test di cui si parla nella presente tesi sono stati utilizzati positroni, d'ora in avanti si farà riferimento al fascio come costituito da questo tipo di particella.

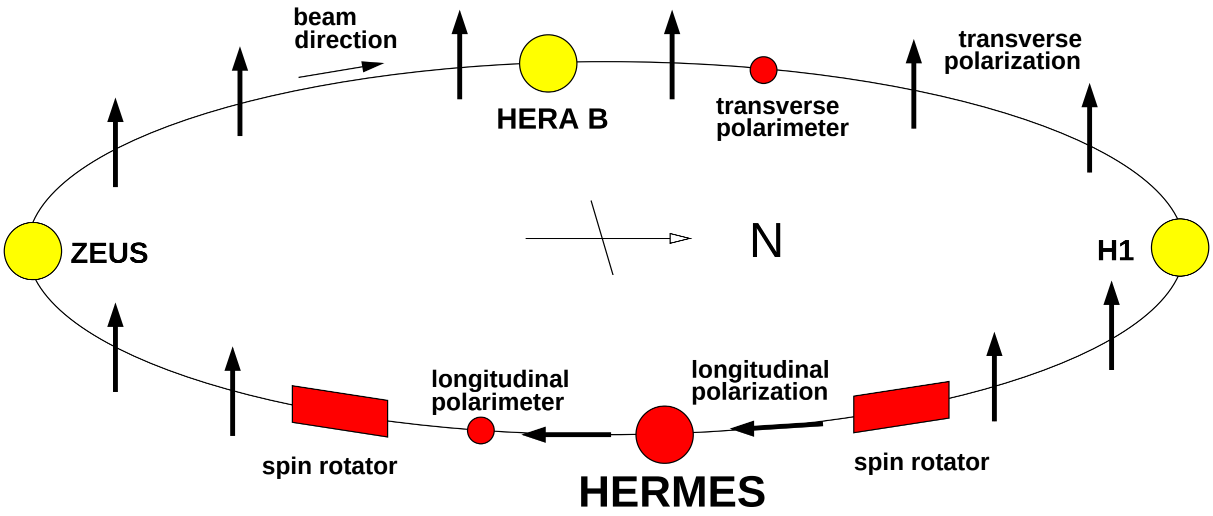

Figura 3.1: Il sincrotrone HERA al DESY. Il fascio di protoni non è visualizzato.

Polarizzazione del fascio

Il fascio di positroni è polarizzato trasversalmente. Questo significa che lo spin delle particelle accelerate è perpendicolare alla direzione del moto delle stesse. La polarizzazione avviene spontaneamente a causa dell'effetto Sokolov-Ternov [Sok64]: il processo di radiazione di sincrotrone in un campo magnetico omogeneo contiene un'ampiezza di probabilità per inversione dello spin che è asimmetrica e favorisce lo stato in cui l'elettrone è polarizzato antiparallelamente (elettroni) o parallelamente (positroni) al campo magnetico. Dal momento dell'iniezione, la polarizzazione del fascio sale fino ad assestarsi su un valore di equilibrio. Una formula che descrive questo andamento, tenendo conto degli effetti depolarizzanti dovuti alle caratteristiche della macchina, è data da:

$$P(t) = P_{EQ}(1 - e^{-t/\tau}) \tag{3.1}$$

dove

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_P} + \frac{1}{\tau_D} \tag{3.2}$$

τ è la costante di tempo di polarizzazione, τ_P è il tempo di salita dovuto all'effetto Sokolov-Ternov (per HERA vale 37 minuti), mentre τ_D descrive gli effetti depolarizzanti dovuti all'instabilità dell'orbita e, a seconda dei casi, può variare da pochi minuti a due ore. P_{EQ} è la polarizzazione di equilibrio e vale $P_{EQ} = P_{ST}\frac{\tau}{\tau_P}$, dove P_{ST} è il valore ideale . La polarizzazione reale di un fascio ben calibrato si attesta fra il 50% e il 60%.
La polarizzazione trasversale viene monitorata da un polarimetro [Bar93] il cui principio di misura si basa sulla diffusione Compton di luce laser polarizzata circolarmente che viene fatta collidere sul fascio di elettroni. A causa dell'alto valore di impulso degli elettroni ($\gamma = \frac{E}{m_0c^2} \simeq 54000$, dove E rappresenta l'energia totale dell'elettrone e m_0c^2 la sua massa

a riposo), la diffusione avviene all'indietro entro un cono molto stretto. Un calorimetro, posto a 64 metri dal punto di interazione, rivela l'asimmetria alto/basso nella distribuzione dei fotoni. Questa misura permette di determinare la polarizzazione del fascio, essendo la sezione d'urto dell'evento diffusivo dipendente dallo spin degli elettroni.

I rotatori di spin

L'effetto Sokolov-Ternov produce una polarizzazione trasversale. HERMES richiede invece che lo spin degli elettroni sia parallelo (o antiparallelo) alla direzione del moto, vale a dire una polarizzazione longitudinale. Per ottenere un tale risultato, due rotatori di spin [Buo86] sono stati installati prima e dopo la regione di interazione (vedi figura 3.1). Ogni rotatore è composto da una serie di sei magneti dipolari, di cui tre a campo orizzontale e tre a campo verticale, in modo da ruotare l'asse dello spin di 90 gradi e di riportarlo poi nella direzione originaria. La presenza di questi magneti rappresenta una delle cause di depolarizzazione del fascio e porta la polarizzazione massima teorica attorno al 75% (verificare). Il grado di polarizzazione longitudinale viene misurato da un polarimetro [Lor97] simile a quello già descritto precedentemente e posto un centinaio di metri a valle di HERMES.

3.2 La struttura del fascio di positroni

Dopo aver dato una panoramica delle principali caratteristiche di HERA, vengono ora analizzate in dettaglio le peculiarità del fascio di positroni, così come si presenta nella regione del bersaglio di HERMES. Un elenco di tutti i parametri utilizzati durante la seguente trattazione si trova in tabella 3.1.

3.2.1 La corrente impulsata

Per ottenere un elevato valore di luminosità , l'anello di accumulazione HERA è stato progettato per produrre fasci di tipo impulsato, cioè formati da un certo numero di pacchetti, detti *bunches*. Nell'anello di positroni circolano 220 pacchetti, ognuno dei quali può possedere, all'iniezione, un numero massimo di particelle $p_b^{Max} = 3.6 \cdot 10^{10}$. Non tutti i *bunches* vengono forniti di particelle: la configurazione tipica è quella in cui tre gruppi formati da 63 pacchetti "pieni" si alternano ad altrettanti gruppi di 7 pacchetti lasciati vuoti; i restanti 10 non hanno locazione fissa (vedi figura 3.2). L'intervallo temporale fra due gruppi di particelle è $T = 96\,\mathrm{ns}$, corrispondenti ad una frequenza $\Delta\nu = 10.42\,MHz$.

3.2.2 La struttura temporale del fascio

La corrente del singolo pacchetto presenta una distribuzione di tipo gaussiano. Ad un determinato istante di tempo, questa può essere rappresentata, nell'intervallo spaziale

Parametri generali	
Circonferenza	$L = 6337\,\mathrm{m}$
Energia	$E = 27.5\,\mathrm{GeV}$
Frequenza di rivoluzione	$\nu_L = 47.36\,\mathrm{KHz}$
Vita media del fascio	$t_l \simeq 10\,\mathrm{h}$
Struttura del fascio	
Numero totale di pacchetti	$b_{tot} = 220$
Massimo numero di particelle per pacchetto	$p_b^{Max} = 3.6 \cdot 10^{10}$
Numero medio di particelle per pacchetto all'iniezione	$p_b^{Inj} = 2.1 \cdot 10^{10}$
Frequenza fra due pacchetti consecutivi	$\Delta\nu = 10.42\,\mathrm{MHz}$
Intensità di corrente	
Corrente media per pacchetto all'iniezione	$I_b^{Inj} \simeq 0.136\,\mathrm{mA}$
Corrente media totale all'iniezione	$I_{tot}^{Inj} \simeq 30\,\mathrm{mA}$
Dimensioni del pacchetto nella regione d'interazione di HERMES	
Semilarghezza longitudinale	$\sigma_z = 11.3\,\mathrm{mm}$
Semilarghezza trasversale lungo x	$\sigma_x = 0.32\,\mathrm{mm}$
Semilarghezza trasversale lungo y	$\sigma_y = 0.05\,\mathrm{mm}$

Tabella 3.1: Le caratteristiche principali del fascio di positroni circolante in HERA.

costituito dall'anello di lunghezza L, come segue:

$$I_b(z) = I_0 \exp\Big[-\frac{z^2}{2{\sigma_z}^2}\Big] \qquad -\frac{L}{2} \leq t \leq \frac{L}{2} \tag{3.3}$$

dove I_0 rappresenta la corrente di picco e $\sigma_z = 11.3\,\mathrm{mm}$.
Attraverso il cambio di variabile $z = \frac{c}{t}$, dove c, velocità della luce, rappresenta, con ottima approssimazione, la velocità di propagazione delle particelle, si ottiene la dipendenza temporale della corrente del singolo pacchetto:

$$I_b(t) = I_0 \exp\Big[-\frac{t^2}{2{\sigma_t}^2}\Big] \qquad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \tag{3.4}$$

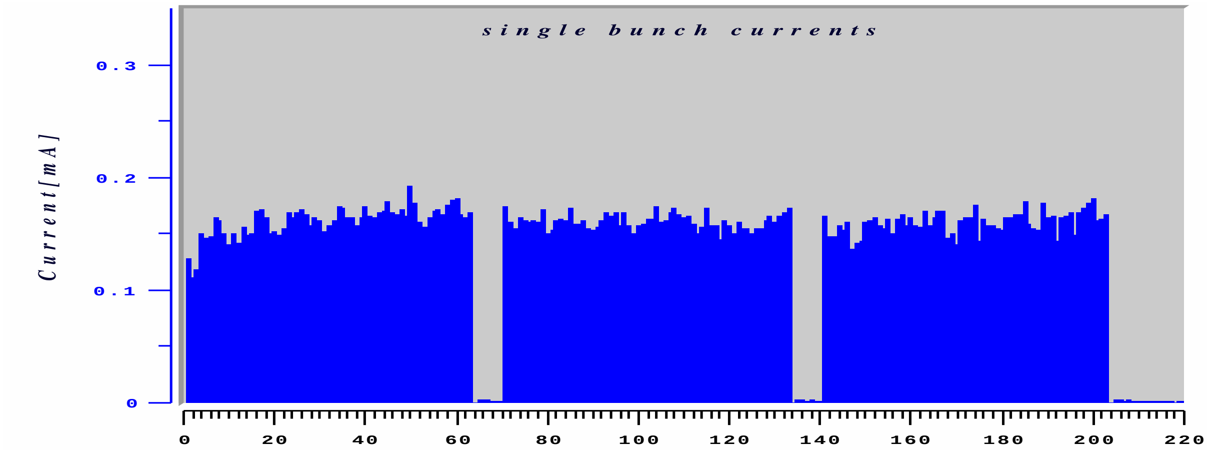

Figura 3.2: Struttura temporale del fascio di positroni così come appare su un terminale della sala di controllo di HERMES. I pacchetti sono rappresentati da funzioni a delta la cui ampiezza corrisponde alla corrente media del *bunch* $\overline{I}_b$.

dove ora $\sigma_t = 37.7\,\text{ps}$ e T è il periodo di rivoluzione del pacchetto nell'anello.
La corrente media fornita dal singolo pacchetto è data da:

$$\overline{I}_b = \frac{p_b q c}{L} \tag{3.5}$$

dove p_b è il numero di particelle contenute nel pacchetto, q è la carica elementare e c rappresenta la velocità di propagazione dei positroni.
Questo valore coincide con quello ricavabile dalla (3.3) (o, equivalentemente, dalla (3.4)):

$$\overline{I}_b = \frac{1}{L}\int_{-L/2}^{-L/2} I_0 \exp\left[-\frac{z^2}{2{\sigma_z}^2}\right] dz = \frac{\sigma_z}{L}\sqrt{2\pi} I_0 = \frac{\sigma_t}{T}\sqrt{2\pi} I_0 \tag{3.6}$$

Naturalmente, per determinare la corrente media totale basterà moltiplicare I_b per il numero $b_{full} = 189$ di pacchetti che trasportano particelle:

$$\overline{I}_{tot} = b_{tot}\overline{I}_b \tag{3.7}$$

Dalle (3.5) e (3.6), si può ricavare il valore della corrente di picco I_0:

$$I_0 = \frac{nqc}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \tag{3.8}$$

Come detto, il fascio è costituito da un numero di pacchetti $b_{tot} = 220$, dei quali solo 189 vengono effettivamente riempiti di particelle. Per lo scopo che ci si prefigge, è possibile semplificare la trattazione supponendo che tutti i 220 pacchetti trasportino particelle, ed in egual numero. Dunque, la corrente totale del fascio può essere descritta tramite un'espressione del tutto simile alla (3.4), modificandone il periodo T con $\tau = (\Delta\nu)^{-1}$, pari all'intervallo temporale fra due pacchetti consecutivi:

$$I(t) = I_0 \exp\left[-\frac{t^2}{2{\sigma_t}^2}\right] \qquad -\frac{\tau}{2} \le t \le \frac{\tau}{2} \qquad \tau = 96\,\text{ns} \tag{3.9}$$

La (3.9) può essere decomposta in serie di Fourier, ottenendo:

$$I(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\Big(a_n \cos\frac{2n\pi}{T}t + b_n \sin\frac{2n\pi}{T}t\Big) \tag{3.10}$$

dove

$$a_0 = \frac{2}{\tau}\int_{-\tau/2}^{-\tau/2} I(t)\,dt \tag{3.11}$$

$$a_n = \frac{2}{\tau}\int_{-\tau/2}^{-\tau/2} I(t)\cos\frac{2n\pi}{\tau}t \;\; dt \qquad \text{n=1,2,...} \tag{3.12}$$

$$b_n = \frac{2}{\tau}\int_{-\tau/2}^{-\tau/2} I(t)\sin\frac{2n\pi}{\tau}t \;\; dt \qquad \text{n=1,2,...} \tag{3.13}$$

Nella (3.10), il primo termine, $\frac{a_0}{2}$, rappresenta la componente continua e genera un campo magnetico statico. Poichè la sua presenza non può indurre transizioni fra stati iperfini, si eviterà di prenderlo in considerazione.
I coefficienti b_n risultano identicamente nulli, in quanto risultanti dall'integrazione di una funzione dispari su di un intervallo simmetrico.
Gli unici termini interessanti sono dunque i coefficienti a_n. Per ogni valore di n, si ottiene un'armonica di ampiezza a_n e con frequenza angolare $\omega_n = \frac{2n\pi}{\tau}$ o, equivalentemente, frequenza $\nu_n = \frac{n}{\tau}$. Per $n = 1$ (armonica fondamentale) si ha $\nu_1 = 10.42\,\mathrm{MHz}$. Le armoniche superiori hanno frequenza doppia, tripla, e così via, rispetto alla fondamentale.
L'ampiezza di ciascuna armonica è data dalla (3.12). Dal momento che $\tau >> \sigma_t$, l'integrale può essere esteso fra $-\infty$ e $+\infty$:

$$a_n(\omega_n) = \frac{2}{\tau}\int_{-\infty}^{\infty} I(t)\cos\omega_n t \;\; dt = \frac{2}{\tau}I_0\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right]\cos\omega_n t \;\; dt \tag{3.14}$$

dove si è posto

$$\omega_n = \frac{2n\pi}{\tau} \qquad \text{n=1,2,...} \tag{3.15}$$

Calcolando l'integrale all'ultimo membro della (3.14), si ottiene:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right]\cos\omega_n t \;\; dt = \sqrt{2\pi}\sigma_t \exp\left[-\frac{\omega_n^2}{2\sigma_\omega^2}\right] \tag{3.16}$$

dove $\sigma_\omega = \sigma_t^{-1}$.
Dunque:

$$a_n(\omega_n) = 2\sqrt{2\pi}\frac{\sigma_t}{\tau}I_0 \exp\Big[-\frac{{\omega_n}^2}{2{\sigma_\omega}^2}\Big] = 2\overline{I}_{tot}\exp\Big[-\frac{{\omega_n}^2}{2{\sigma_\omega}^2}\Big] \tag{3.17}$$

dove la posizione $\sqrt{2\pi}\frac{\sigma_t}{\tau}I_0 = \overline{I}_{tot}$ deriva dal fatto che i 220 pacchetti di cui è costituito il fascio vengono ora considerati tutti riempiti con lo stesso quantitativo di particelle.

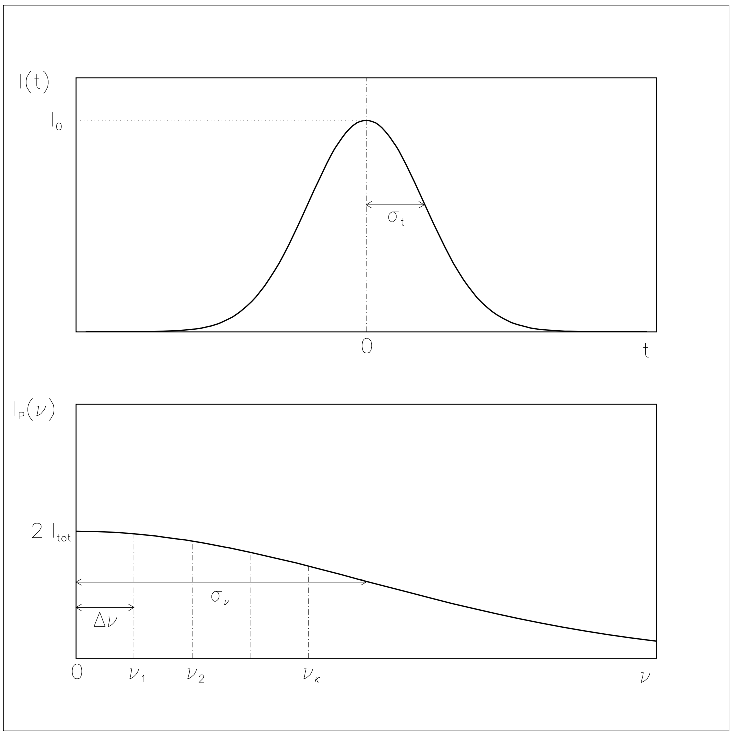

Figura 3.3:
In alto, la struttura temporale della corrente di pacchetto di positroni viene rappresentata da una gaussiana avente semilarghezza $\sigma_t = 37.7$ ps.
In basso, decomponendo la corrente del fascio in serie di Fourier, si ottiene che l'andamento dell'ampiezza della corrente dell'ennesima armonica segue un andamento gaussiano. La semilarghezza risulta ora pari a $\sigma_\nu = 4.22$ GHz, mentre la spaziatura fra due armoniche consecutive è $\Delta\nu = 10.42$ MHz .

L'ampiezza relativa dell'ennesima armonica è quindi ricavabile dalla gaussiana (3.17), la cui semilarghezza è data da $\sigma_\omega = \frac{1}{\sigma_t}$. Esprimendo il tutto come funzione della frequenza ($\nu = \frac{\omega}{2\pi}$) si ha:

$$a_n(\nu_n) = 2\overline{I}_{tot} \exp\Big[-\frac{{\nu_n}^2}{2{\sigma_\nu}^2}\Big] \tag{3.18}$$

dove

$$\sigma_\nu = \frac{1}{2\pi\sigma_t} = 4.22\,\mathrm{GHz} \tag{3.19}$$

Come si può notare, questo valore è estremamente alto se confrontato con la spaziatura fra le varie armoniche $\Delta\nu = 10.42$ MHz. Ciò significa che le armoniche della serie (3.10) iniziano ad essere soppresse in modo significativo (meno della metà dell'ampiezza della fondamentale) solo per $n \geq 480$.

3.2.3 La geometria trasversale del pacchetto

La sezione trasversale del fascio può essere descritta da un'ellisse, in cui l'asse maggiore è disposto orizzontalmente (lungo x) e il minore verticalmente (lungo y). All'interno di questa superficie, la densità di corrente presenta un andamento descritto dalla seguente funzione (figura 3.4):

$$j(x,y) = \frac{I}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\Big[-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\Big] \tag{3.20}$$

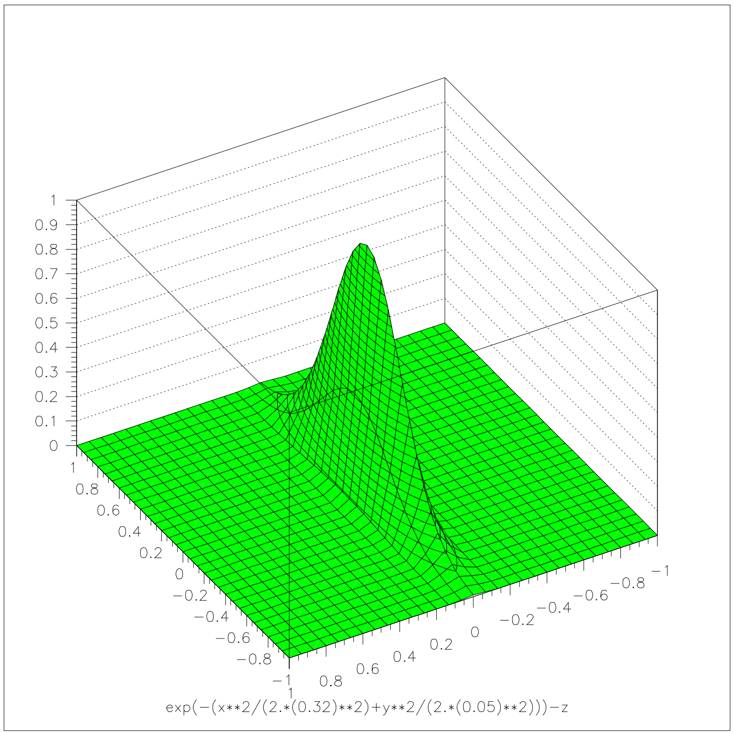

Figura 3.4:
L'andamento della densità di corrente j(x,y) del fascio di positroni, normalizzata rispetto al coefficiente $\frac{I}{2\pi\sigma_x\sigma_y}$ (vedi equazione (3.20)). Sezionando questa superficie lungo il piano $z = 0$, si ottiene un'ellisse il cui asse maggiore coincide con l'asse x e il minore con y. Il rapporto fra le due dimensioni trasversali del fascio risulta pari a $R_l = 6.4$. Nel grafico, l'unità di misura utilizzata per gli assi x e y è il mm.

dove I rappresenta l'intensità di corrente (istantanea o media), mentre $\sigma_x = 0.32\,\mathrm{mm}$ e $\sigma_y = 0.05\,\mathrm{mm}$ sono le semilarghezze delle gaussiane che si ottengono sezionando la 3.20 lungo i piani $(x, y = 0, z)$ e $(x = 0, y, z)$ rispettivamente.
É possibile determinare le dimensioni degli assi dell'ellisse che costituisce la sezione del fascio, sfruttando il fatto che la funzione gaussiana può essere considerata identicamente nulla al di fuori dell'intervallo individuato da 3σ da entrambi i lati rispetto al punto di massimo, ottenendo $l_x = 1.92\,\mathrm{mm}$ e $l_y = 0.30\,\mathrm{mm}$. Il rapporto fra le due grandezze risulta $R_l = \frac{l_x}{l_y} = 6.4$.

3.3 Il campo magnetico indotto

Il moto di cariche che costituisce il fascio di positroni induce un campo magnetico, la cui struttura può essere ricavata dalle considerazioni del paragrafo precedente. La non uniformità della corrente implica che il campo prodotto debba possedere una dipendenza temporale, oltre che spaziale. In questa ultima parte di capitolo, le caratteristiche del campo indotto dal fascio verranno prese in considerazione, per capire gli effetti che questo può avere sul bersaglio polarizzato di HERMES.

3.3.1 La struttura temporale

Nel paragrafo precedente si è visto che la corrente del fascio di positroni può essere decomposta nella serie di Fourier (3.10). Si è anche visto che l'ampiezza delle singole armoniche decresce con il numero dell'armonica stessa, secondo un andamento di tipo gaussiano.

Parallelamente, anche il campo magnetico indotto può essere pensato come la sovrapposizione di infinite componenti, aventi le stesse frequenze calcolate per le armoniche della corrente. La frequenza di oscillazione della componente fondamentale del campo sarà dunque pari a $\nu_{HERA} = 10.42\,\mathrm{MHz}$, mentre quelle delle armoniche superiori saranno date da multipli interi di tale grandezza. Per una definita posizione spaziale, l'ampiezza del campo magnetico dipende dal numero dell'armonica secondo lo stesso andamento gaussiano visto nel paragrafo precedente.
Da queste considerazioni risulta che nella regione del bersaglio agiscono contemporaneamente un campo statico e una serie di campi oscillanti. Come si è visto nel primo capitolo, una tale sovrapposizione di campi magnetici può indurre transizioni fra gli stati iperfini degli atomi di idrogeno o deuterio, causando la depolarizzazione del bersaglio. Nei grafici di figure 1.6 e 1.7, sono state rappresentate le frequenze (già normalizzate rispetto a ν_{HERA}) per le transizioni di idrogeno e deuterio, in funzione del campo statico applicato. Le frequenze di oscillazione delle armoniche di HERA possono essere rappresentate da funzioni costanti, parallele all'asse x, ad y intero. Per ogni intersezione fra le funzioni disegnate, si ottiene una condizione di risonanza. Nel prossimo capitolo si tornerà più in dettaglio su questo punto.
Nel primo capitolo si è visto che la probabilità per una certa transizione dipende dal quadrato dell'ampiezza del campo oscillante. Questo significa che, oltre alla frequenza, anche l'ampiezza dell'armonica in gioco ha un ruolo fondamentale nel processo di transizione fra due stati. Poichè , per numero di armonica crescente, l'ampiezza decresce con andamento gaussiano, saranno più probabili le transizioni indotte dalle armoniche più "basse". Dal momento che le transizioni π nucleari presentano una frequenza di transizione inferiore rispetto alle risonanze che coinvolgono lo spin dell'elettrone (come si può vedere dai grafici in figura 1.6 e 1.7), queste ultime risulteranno soppresse rispetto alle prime (vedi figure 3.5 e 3.6). D'altro canto, la considerevole larghezza ($\sigma_\nu = 4.22\,\mathrm{GHz}$) della gaussiana che determina l'inviluppo delle ampiezze, rispetto alla spaziatura in frequenza fra le singole armoniche ($\nu_{HERA} = 10.42\,\mathrm{MHz}$), determina un'effettiva soppressione di queste ultime solo a partire da valori di armonica (e quindi di campo statico) piuttosto elevati, come detto nel paragrafo precedente.

3.3.2 La dipendenza spaziale

Nel paragrafo precedente è stata analizzata la struttura temporale del campo magnetico indotto dal fascio, mantenendo fissa la posizione spaziale. Ora verrà invece presa in considerazione la dipendenza spaziale del campo, considerandolo generato da una corrente continua pari alla corrente media del fascio (30 mA all'iniezione).
A grandi distanze dal proprio asse, il fascio può essere approssimato ad un filo percorso da corrente. In questo modello, il modulo del campo generato varia come l'inverso della distanza r dall'asse, mentre la direzione risulta, in ogni punto, perpendicolare alla velocità di propagazione del fascio, secondo la regola della mano destra.
Quest'approssimazione perde validità man mano che ci si avvicina all'asse del fascio, a

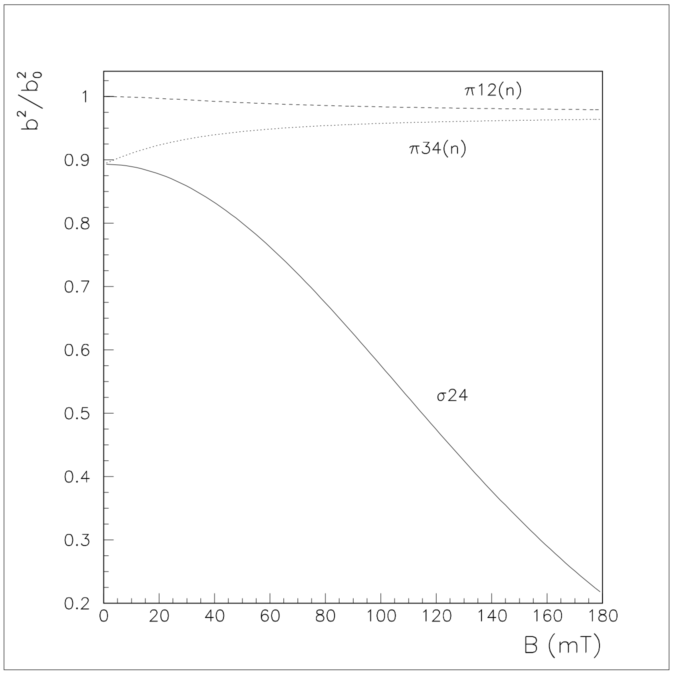

Figura 3.5:
Andamento del quadrato dell'ampiezza del campo oscillante (normalizzata rispetto all'ampiezza massima), per le frequenze di transizione delle risonanze π nucleari e σ dell'idrogeno, come funzione del campo statico applicato. Si può notare la soppressione dell'ampiezza per la sigma, dovuta alla maggior frequenza di transizione di questa risonanza, rispetto alle π.

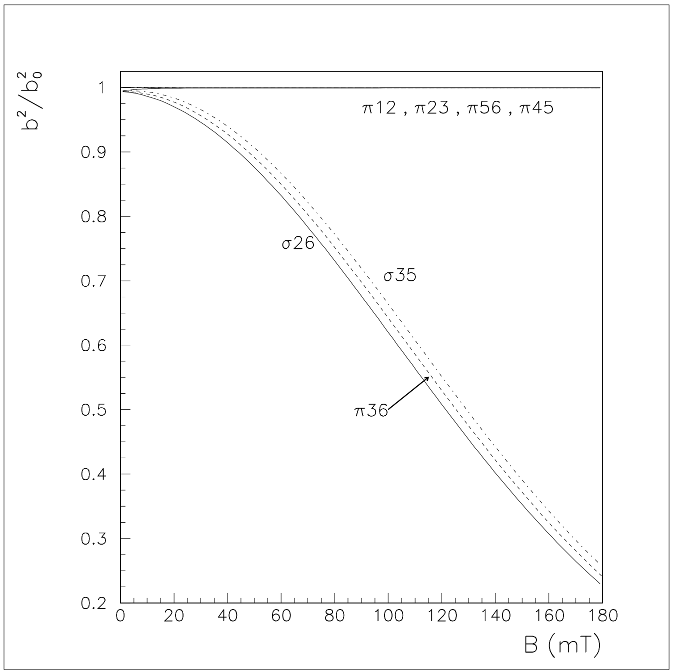

Figura 3.6:
Stessa rappresentazione del grafico precedente, nel caso del deuterio. Anche qui, le transizioni che coinvolgono lo spin elettronico (le σ e la $\pi 36$) risultano soppresse rispetto alle π nucleari.

causa della struttura di quest'ultimo. In particolare, all'interno della sezione trasversale del fascio, il modulo del campo non varierà più come $\frac{1}{r}$, bensì linearmente (trascurando gli effetti dovuti alla distribuzione gaussiana della corrente) con la distanza dall'asse, decrescendo con l'approssimarsi all'asse stesso. Inoltre, se si considerano le reali dimensioni trasversali del fascio ($l_x = 1.92\,\mathrm{mm}$ e $l_y = 0.30\,\mathrm{mm}$), risulta che il campo deve possedere una simmetria ellittica, con asse maggiore diretto lungo x. Intuitivamente, da quest'ultima considerazione segue che, nella regione di maggior intensità del campo, la componente verticale di quest'ultimo risulta soppressa rispetto a quella orizzontale. La simulazione

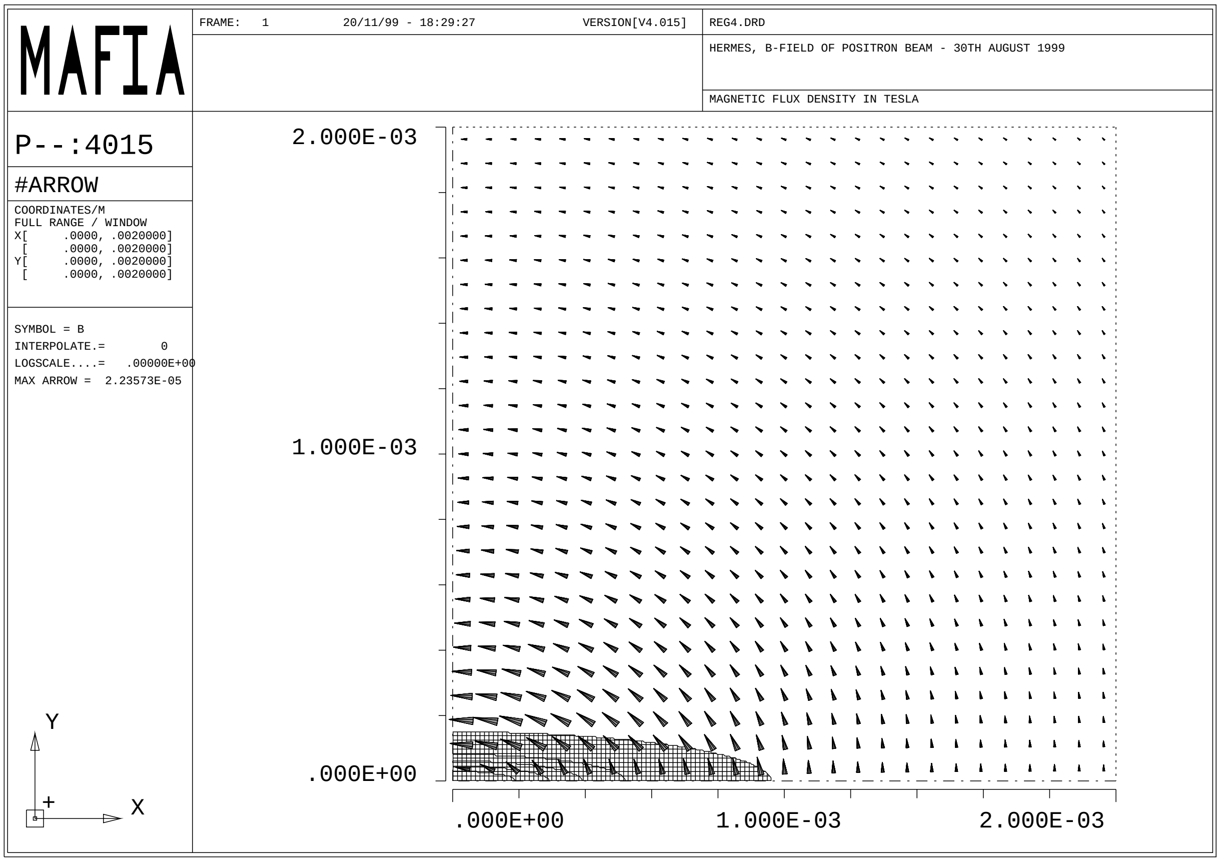

Figura 3.7: La ricostruzione della geometria trasversale del fascio, ottenuta grazie all'impiego del programma di simulazione numerica MAFIA [Maf]. Il grafico riproduce una regione di 2x2 mm^2, ad x ed y positivi, con origine è situata al centro del fascio. Quest'ultimo è rappresentato dalla zona più scura.

numerica del campo indotto da una densità di corrente che approssima quella presente nel fascio è mostrata in figura 3.7
Il fatto che il campo generato dal fascio non possieda un simmetria cilindrica può avere effetti rilevanti sulle transizioni indotte sugli stati iperfini del bersaglio. Ricordando che la distinzione fra transizioni σ e π si basa proprio sulla diversa orientazione relativa di campo statico e campo oscillante, si è portati a concludere che la struttura geometrica del campo indotto dal fascio tenda a sopprimere le risonanze σ rispetto alle π. La quantificazione di un tale effetto deve necessariamente passare attraverso una simulazione dettagliata della geometria del campo oscillante.

Capitolo 4

I problemi relativi all'utilizzo del bersaglio trasverso

Lo scopo del lavoro descritto in questa tesi è un tentativo di risposta sulla possibilità , per HERMES, di prendere dati servendosi di un bersaglio trasversalmente polarizzato. A parte i problemi di natura puramente meccanica, di cui si è parlato nel secondo capitolo, l'impiego di un magnete a campo trasverso presenta alcune difficoltà di non facile soluzione. Nei prossimi paragrafi, si analizzeranno dettagliatamente tutti i problemi da affrontare e risolvere per poter utilizzare questo tipo di bersaglio.
I tre aspetti che vengono qui presi in considerazione sono:

- Deviazione del fascio dalla traiettoria rettilinea.
- Produzione di radiazione di sincrotrone da parte del fascio incidente.
- Depolarizzazione del bersaglio.

I primi due aspetti riguardano la compatibilità del magnete con l'apparato sperimentale esistente: da essi dipende la possibilità di utilizzare il bersaglio trasverso. L'ultimo punto si riferisce invece al grado di funzionalità del magnete stesso nel mantenere una elevata polarizzazione nucleare degli atomi iniettati.

4.1 Deviazione del fascio

Una particella dotata di carica e in moto in un campo magnetico risente della forza:

$$\mathbf{F} = e\mathbf{v}\mathbf{B} \tag{4.1}$$

Se il campo è statico ed uniforme, e se la velocità della particella non possiede una componente parallela al campo stesso, la particella sarà sottoposta ad un moto circolare uniforme, avente raggio di curvatura [Cer94]:

$$\frac{1}{\rho}\,[\mathrm{m}^{-1}] = \frac{eB}{p} = 0.2998\frac{B\,[\mathrm{T}]}{p\,[\mathrm{GeV/c}]} \tag{4.2}$$

dove B è il modulo di $\mathbf{B}$, mentre p rappresenta l'impulso della particella. Nell'ultimo membro, il numero 0.2998 è un fattore di conversione utilizzato per poter ottenere il raggio in metri, esprimendo il campo magnetico in Tesla e l'impulso in GeV/c.
Corrispondentemente al raggio di curvatura, l'angolo di deflessione per spostamento infinitesimo ds è dato da:

$$|d\phi| = \frac{ds}{\rho} = \frac{0.2998}{p} B(s) ds \tag{4.3}$$

Integrando, si ottiene l'angolo di deflessione totale:

$$|\phi| = \frac{0.2998}{p} \int B(s) ds \tag{4.4}$$

La regione di interazione di HERMES è sede del campo statico generato dal magnete del bersaglio. Nel caso longitudinale, il campo magnetico è diretto parallelamente alla velocità di propagazione del fascio. Di conseguenza, quest'ultimo non è soggetto ad alcuna forza. Il magnete trasverso genera invece un campo perpendicolare alla direzione del moto del fascio, producendo su di esso una forza che, per effetto del segno positivo delle cariche coinvolte, risulta diretta lungo il verso negativo dell'asse x, come mostrato in figura 4.1.
Per porre rimedio a tale inconveniente, Hermes dispone di due magneti correttori, posti sulla traiettoria del fascio, il primo immediatamente prima del bersaglio e il secondo a valle dello stesso. Quest'ultimo viene usualmente utilizzato per correggere lo spostamento del fascio dovuto agli effetti di bordo del magnete dello spettrometro (vedi appendice B). Si tratta di due elettromagneti dipolari convenzionali le cui principali caratteristiche sono presentate in tabella 4.1.
Lo schema complessivo del bersaglio è presentato in figura 4.2. Entrambi i correttori si comportano in modo opposto rispetto al magnete trasverso. Producendo un campo diretto nel verso negativo dell'asse y (cioè verso il basso), essi deviano il fascio nella direzione positiva dell'asse x. La somma dei tre angoli di deflessione deve essere nulla, in modo da riportare il fascio nella sua traiettoria originaria. In figura 4.2 sono rappresentati gli angoli di deflessione (ϕ_1 e ϕ_2, positivi, e ϕ_T, negativo), le distanze dei punti centrali dei due magneti rispetto al centro del bersaglio (d_1 e d_2) e la massima deviazione del fascio

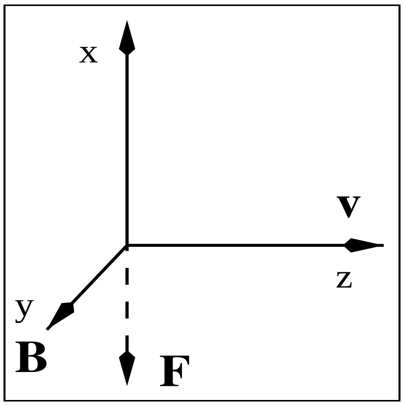

Figura 4.1:
La direzione della forza agente sul fascio di positroni nella regione del bersaglio di HERMES, per effetto del campo generato dal magnete trasverso. Gli assi z (direzione del moto) e x giacciono sul piano del foglio, mentre l'asse y (direzione del campo) esce idealmente dal foglio. La forza risulta diretta nel verso negativo dell'asse x: questo significa che le particelle del fascio vengono piegate verso l'interno dell'anello.

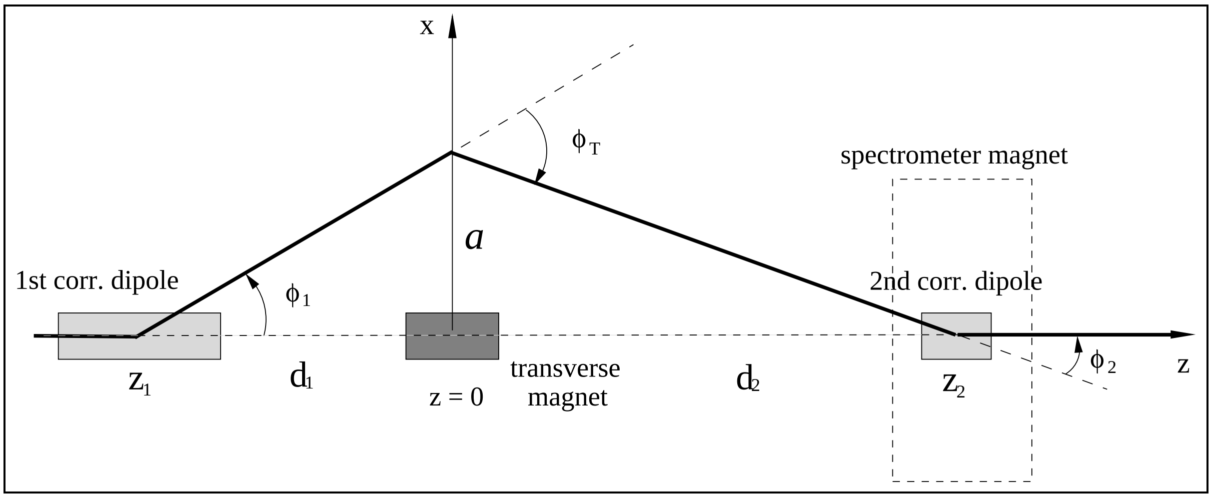

Figura 4.2: Schema della traiettoria del fascio di positroni attraverso i tre magneti del bersaglio trasverso.

rispetto alla traiettoria rettilinea (a). Questi parametri sono fra loro legati dalle seguenti relazioni:

$$d_1\phi_1 \simeq d_1 \tan\phi_1 = a = d_1 \tan\phi_2 \simeq d_2\phi_2 \tag{4.5}$$

$$\phi_T = -(\phi_1 + \phi_2) \tag{4.6}$$

Dalle quali segue:

$$\phi_1 = -\phi_T - \frac{d_1}{d_2} \tag{4.7}$$

$$\phi_2 = \frac{d_1}{d_2}\phi_1 \tag{4.8}$$

Parametro	1º Dipolo Correttore	2º Dipolo Correttore
Intervallo nominale di corrente (A)	$\Delta I_1 = 0 \div 2.5$	$\Delta I_2 = 0 \div 800$
Campo integrato per unità di corrente (T·m/A)	$k_1 = 4.6481 \cdot 10^{-2}$	$k_2 = 7.365 \cdot 10^{-5}$
Dimensione longitudinale di poli (mm)	$l_1 = 670$	$l_2 = 758$
Coordinata long. rispetto al centro del magnete (mm)	$z_1 = -1270$	$z_2 = 2189$

Tabella 4.1: Caratteristiche principali dei due magneti correttori di HERMES.

$$a = -\phi_T \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} \tag{4.9}$$

Dunque, conoscendo l'angolo di deflessione ϕ_T per un dato valore di campo trasverso, è possibile determinare i valori di ϕ_1 e ϕ_2, dai quali verranno poi ricavate le relative correnti di funzionamento dei due magneti correttori.
Il valore di ϕ_T può essere determinato attraverso la (4.4). Il valore dell'integrale di campo è stato calcolato, per diverse correnti, dai dati ricavati durante la mappatura del magnete trasverso, ed esposti nel secondo capitolo (vedi figura 2.15). Per un dato campo nel centro del magnete (B_0), l'integrale lungo il cammino percorso dal fascio può essere determinato prendendo il valore noto più vicino ed assumendo che questa quantità vari in modo lineare. In questo modo, per $B_0 = 150\,\mathrm{mT}$ ($I = 178.179\,\mathrm{A}$), si ottiene $\int B(s)ds = 0.103805\,\mathrm{T{\cdot}m}$. Applicando la (4.4), si ottiene dunque:

$$\phi_T = -1.1294 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{rad} \tag{4.10}$$

Conseguentemente, si ha

$$\phi_1 = 0.7143 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{rad} \tag{4.11}$$

$$\phi_2 = 0.4147 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{rad} \tag{4.12}$$

$$a = 0.9077 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \tag{4.13}$$

Il passo finale consiste nella determinazione delle intensità di corrente per le bobine dei due correttori, che permettano di generare i campi necessari a deflettere il fascio ad angoli ϕ_1 e ϕ_2. In tabella 4.1, vengono forniti i valori $k_1 = 1/I_1 \int B_1(s)ds$ e $k_2 = 1/I_2 \int B_2(s)ds$ di campo integrato per unità di corrente, sottointendendo che l'integrale di campo varia in modo lineare in funzione della corrente. Per giungere al risultato, basta dunque invertire la (4.4):

$$I = |\phi| \frac{p}{0.2998} \frac{1}{k} \tag{4.14}$$

ottenendo così :

$$I_1 = 1.412\,\mathrm{A} \tag{4.15}$$

$$I_2 = 517.484\mathrm{A} \tag{4.16}$$

In tabella 4.2 sono riportati i valori di corrente dei due magneti correttori che assicurano un corretto riallineamento del fascio per intensità di campo di 50 mT, 100 mT e 150 mT.

Magnete Trasverso	1º Correttore	2º Correttore
59.393 A (50 mT)	0.471 A	172.495 A
118.786 A (100 mT)	0.942 A	344.989 A
178.179 A (150 mT)	1.413 A	517.484 A

Tabella 4.2:
I valori di corrente dei magneti correttori calcolati in corrispondenza di tre valori di campo magnetico del bersaglio.

4.2 Produzione di radiazione di sincrotrone

Una particella relativistica di carica e e massa m_0 in moto circolare uniforme con velocità v emette radiazione elettromagnetica tangenzialmente alla propria direzione e diretta in avanti. La potenza emessa istantaneamente è data dalla formula [Cer94]:

$$P = \frac{2}{3}\frac{e^2 c}{4\pi\epsilon_0}\frac{\beta^4\gamma^4}{\rho^2} \tag{4.17}$$

dove ϵ_0 è la costante dielettrica del vuoto, c la velocità della luce nel vuoto, $\beta = \frac{v}{c}$, $\gamma = \frac{m}{m_0}$ (m rappresenta la massa della particella in moto) e ρ il raggio di curvatura della traiettoria circolare.

Questo particolare tipo di emissione elettromagnetica è detta "radiazione di sincrotrone" [Eld47].

Come visto nel paragrafo precedente, una particella carica si muove di moto circolare uniforme, se immersa in un campo magnetico statico e uniforme, posto perpendicolarmente all'impulso della particella stessa. In un magnete dipolare il campo risulta omogeneo soltanto all'interno della regione centrale, mentre ai bordi tende a decrescere gradualmente fino ad annullarsi (vedi figura 2.15). Per gli scopi che ci si prefigge in questa trattazione, sarà comunque sufficiente considerare il campo di un magnete come costante su tutta la dimensione longitudinale dei poli e nullo al di fuori (approssimazione a campo rettangolare). In questo modo è possibile calcolare l'energia dissipata dalla singola particella nel passaggio attraverso il magnete come:

$$U = \frac{1}{c}\int P\, ds = \frac{1}{c} P\, l \tag{4.18}$$

dove la velocità della particella è stata approssimata a quella della luce c (come è lecito fare nel caso dei positroni di HERA), mentre l è la dimensione longitudinale dei poli.

A questo punto, per ottenere la potenza dissipata istantaneamente dal fascio attraverso il magnete, basta moltiplicare l'energia U per il flusso di particelle Φ, definito come:

$$\Phi = \frac{I_{tot}^{Inj}}{e} \tag{4.19}$$

dove la quantità I_{tot}^{Inj} è stata definita nel terzo capitolo come la corrente media del fascio all'iniezione. Per $I_{tot}^{Inj} = 30\, mA$, il flusso di particelle risulta pari a $\Phi = 1.875 \cdot 10^{17}$ positroni$\cdot$s^{-1}.

La potenza dissipata dal fascio è dunque data da:

$$P^{beam} = U\Phi \tag{4.20}$$

Calcolando P^{beam} per ciascuno dei tre magneti del bersaglio trasverso e sommando i valori ottenuti, si trova la potenza totale emessa dal fascio attraverso il processo di radiazione di sincrotrone.

A tal fine occorre, prima di tutto, determinare i tre raggi di curvatura, utilizzando la (4.2), cioè bisogna conoscere il valore di campo al centro di ogni magnete. Mentre per il magnete del bersaglio questo è un valore noto, per i due correttori va calcolato sfruttando l'approssimazione a campo rettangolare:

$$B_c^c = \frac{1}{l}\int B(s)ds = \frac{Ik}{l} \tag{4.21}$$

dove k rappresenta il campo integrato per unità di corrente e l la dimensione longitudinale degli avvolgimenti (vedi tabella 4.1).
Utilizzando i valori di corrente calcolati nel paragrafo precedente, si ottiene:

$$B_{c1} = 0.0980\,\mathrm{T} \tag{4.22}$$
$$B_{c2} = 0.0503\,\mathrm{T} \tag{4.23}$$

Attraverso la (4.2), si ricava dunque:

$$\rho_1 = 937.9\,\mathrm{m} \tag{4.24}$$
$$\rho_2 = 1227.3\,\mathrm{m} \tag{4.25}$$

Per il magnete del bersaglio, per $B_T^c = 0.15\,\mathrm{T}$, si ha:

$$\rho_T = 612.7\,\mathrm{m} \tag{4.26}$$

A questo punto, tramite i passaggi (4.17), (4.18) e (4.20), è possibile calcolare la potenza emessa istantaneamente dal fascio di positroni, nell'attraversare il campo di ciascun magnete (per il magnete del bersaglio la dimensione longitudinale dei poli vale $l_T = 0.590\,\mathrm{m}$). Numericamente, si ha:

$$P_T^{beam} = 384.1\,\mathrm{W} \tag{4.27}$$
$$P_1^{beam} = 186.4\,\mathrm{W} \tag{4.28}$$
$$P_2^{beam} = 54.9\,\mathrm{W} \tag{4.29}$$

Sommando i tre contributi si ottiene la potenza totale irradiata istantaneamente dal fascio:

$$P_{tot}^{beam} = 625.4\,\mathrm{W} \tag{4.30}$$

Come detto all'inizio del paragrafo, la radiazione di sincrotrone viene emessa in avanti, tangenzialmente all'impulso della particella che subisce l'accelerazione trasversale. Nel caso in esame, l'emissione avviene dunque sul piano $x - z$ e la regione interessata è limitata dall'angolo ϕ_1 nel punto z_1 e ϕ_2 nel punto z_2 (vedi figura 4.2). Per semplificare ulteriormente la trattazione, si può pensare che la radiazione venga emessa totalmente nel punto individuato dalle coordinate $z = 0$, $y = 0$, $x = a$, e limitata alla regione compresa fra gli angoli $0 \leq \phi \leq \phi_1$, per $x \geq a$, e alla regione compresa fra gli angoli $-\phi_2 \leq \phi \leq 0$,

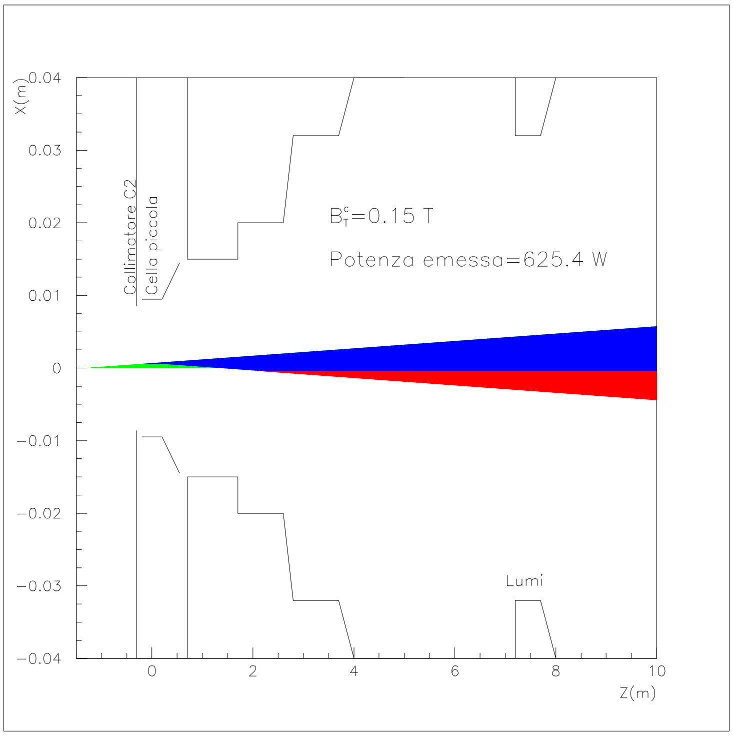

Figura 4.3: Rappresentazione della regione di emissione della radiazione di sincrotrone rispetto alle dimensioni della cella piccola e alla posizione del monitor di luminosità .

per $x \leq a$. In tal modo, in un qualsiasi punto $z_r > 0$ sull'asse del fascio, l'apertura della regione d'incidenza della radiazione sarà delimitata dal segmento congiungente i punti:

$$x_1 = z_r \tan \phi_1 + a \simeq z_r \phi_1 + a \quad \text{con } x_1 > 0 \tag{4.31}$$

$$x_2 = z_r \tan \phi_2 - a \simeq z_r \phi_2 - a \quad \text{con } x_2 < 0 \tag{4.32}$$

Si può notare che, per valori di x positivi, l'emissione avviene in una regione più ampia. Per ogni metro lungo z, l'ampiezza trasversale aumenta di 0.71 mm lungo il verso positivo dell'asse x e di soli 0.41 mm lungo il verso negativo. Inoltre, la posizione del punto di emissione ($x = a = 0.91\, mm$) favorisce ulteriormente la zona esterna alla *beam pipe*.

Fra i rivelatori presenti nello spettrometro, quello più vicino al fascio di positroni è il monitor di luminosità (vedi appendice B). Esso è composto di due parti uguali poste, simmetricamente, una a destra e l'altra a sinistra rispetto all'asse del fascio, ad una distanza minima da quest'ultimo di 32 mm e ad una distanza massima dal bersaglio di 8 m. Considerando quest'ultimo valore, si ottiene $x_{1(z_r=8\,m)} = 6.6$ mm, una distanza cinque volte inferiore rispetto alla posizione del monitor di luminosità . Questo significa che la luce di sincrotrone, emessa a causa della presenza del bersaglio trasverso, non dovrebbe influenzare in alcun modo lo spettrometro di HERMES.

Confrontando gli angoli apertura della radiazione con le dimensioni del tubo a vuoto dell'acceleratore, si vede che quest'ultimo viene colpito a circa 20 metri dal centro del bersaglio. In questa zona è presente una finestra che permette l'ingresso della luce laser del polarimetro longitudinale. Tale porzione di *beam pipe* è dunque l'unica regione che potrebbe risultare influenzata dalla radiazione emessa dal fascio nel pasaggio attraversa il bersaglio trasverso.

4.3 Depolarizzazione del bersaglio

HERMES è un esperimento di diffusione profondamente anelastica il cui obbiettivo principale riguarda la determinazione di varie funzioni di struttura, dipendenti dallo spin, di protone e neutrone. Per raggiungere questo scopo, è necessario che sia il fascio di leptoni sia il bersaglio atomico possiedano il miglior grado di polarizzazione possibile. Nel capitolo precedente, è stato detto che la polarizzazione del fascio oscilla normalmente fra il 50% e il 60%, un valore non particolarmente elevato, che viene però compensato da quanto si riesce ad ottenere per il bersaglio: utilizzando il magnete a campo longitudinale, la polarizzazione media dei nuclei di idrogeno e deuterio supera infatti il 90%. Questo valore, pur avvicinandosi all'unità , risente delle limitazioni dovute ad effetti depolarizzanti presenti all'interno della cella di accumulazione, di cui si parlerà in questo capitolo.
Nel caso del magnete a campo trasversale, la depolarizzazione del bersaglio può risultare molto più consistente per due motivi. In primo luogo, i problemi connessi alla produzione di radiazione di sincrotrone limitano l'intensità del campo magnetico rispetto al caso longitudinale per un fattore $\frac{B_{TR}}{B_{LO}} \simeq 0.45$. Il minor disaccoppiamento dei momenti magnetici elettronici e nucleari limita il valore della massima polarizzazione teorica (cioè in assenza di effetti depolarizzanti). Se nel caso del deuterio ($\frac{B}{B_C^D} \simeq 13$) la polarizzazione raggiungibile rimane comunque assai prossima all'unità ($P_{z\pm} = \pm 0.999$ per $B = 150\,\mathrm{mT}$), altrettanto non si può dire per l'idrogeno, per il quale l'alto valore di campo critico ($\frac{B}{B_C^D} \simeq 3$) determina un apprezzabile diminuzione di polarizzazione ($P_{z\pm} = \pm 0.974$ per $B = 150\,\mathrm{mT}$). Inoltre, come si è visto nel primo capitolo (vedi paragrafo 1.2.5 e figure 1.9 e 1.10), una minore intensità di campo statico implica una maggiore probabilità di transizione fra stati iperfini con diverso spin nucleare, se l'atomo risente della presenza di una componente variabile di campo magnetico. Poichè , come si vedrà nel corso di prossimi paragrafi, alcune cause di depolarizzazione del bersaglio sono imputabili a questo meccanismo, ne segue che, utilizzando il magnete trasverso, la probabilità di questi eventi aumenta rispetto al caso longitudinale, in modo particolare nel caso dell'idrogeno.
Il secondo aspetto che può contribuire a peggiorare il grado di polarizzazione, passando da un magnete all'altro, è l'orientazione relativa di campo magnetico trasverso e campo indotto dal fascio di positroni che, come si vedrà , permette la contemporanea presenza di transizioni π e σ.
Come si vedrà , sostituendo il magnete longitudinale con quello trasverso, la probabilità di depolarizzazione del bersaglio aumenta a causa della differente orientazione dei due campi. Inoltre, per i problemi connessi alla produzione di radiazione di sincrotrone, il campo trasverso non può raggiungere lo stesso valore d'intensità che si può ottenere con quello longitudinale. Alla luce di queste considerazioni, risulta chiaro che uno studio dei fenomeni depolarizzanti legati all'utilizzo del magnete trasverso è necessario per valutarne la compatibilità con la richiesta di mantenere un alto grado di polarizzazione del bersaglio.

4.3.1 Le possibili cause di depolarizzazione

Come visto nel secondo capitolo, gli atomi di idrogeno o deuterio, polarizzati dall'ABS, vengono iniettati nella cella di accumulazione, attorno alla quale è presente un campo magnetico statico che provvede a mantenere la polarizzazione del bersaglio. Questa può essere limitata da tre classi di fenomeni:

- le risonanze nucleari dovute alla presenza del campo magnetico ad alta frequenza indotto dal fascio;
- le collisioni fra coppie di atomi o di un atomo con la parete della cella;
- la ricombinazione atomica all'interno della cella.

I primi due contributi dipendono esplicitamente dall'intensità del campo prodotto dal magnete. Le risonanze nucleari dipendono inoltre dall'orientazione del campo statico rispetto alla direzione del campo oscillante indotto dal fascio. La ricombinazione atomica infine non presenta alcuna dipendenza dal campo del magnete. Per questo motivo, l'ultimo punto non verrà preso in considerazione.
Poichè , dal punto di vista degli eventi di DIS, la polarizzazione richiesta per il bersaglio è quella del solo nucleo atomico, nella discussione che segue verrà posto in evidenza come può variare la popolazione degli stati iperfini che concorrono a determinare il grado di polarizzazione nucleare.

4.3.2 Rilassamento dello spin nella cella di accumulazione

Il processo di depolarizzazione dovuto alle collisioni degli atomi all'interno della cella può essere descritto in termini di variazione del numero di occupazione degli stati iperfini che costituiscono il bersaglio. Questo rilassamento dello spin può avvenire sia attraverso urti fra un atomo con la parete della cella, sia fra coppie di atomi [Bra95]. I primi sono più frequenti, ma presentano una minore probabilità . Questi due aspetti vengono ora analizzati separatamente.

Collisioni con la parete

Quando un atomo di idrogeno o deuterio urta contro la parete della cella (*Wall Collision*), esso viene assorbito a causa dell'attrazione di Van der Waals, e riemesso poco dopo. Durante il periodo di interazione con la parete, l'atomo può transire da uno stato iperfine ad un altro, per effetto dei campi magnetici di cui risente l'elettrone, temporaneamente legato in modo covalente al polimero di cui è costituita la parete. Gli effetti di un tale fenomeno sul numero di occupazione n_c di un particolare stato iperfine che popola la cella sono descritti dalla seguente relazione [Bou93a, Bou93b]:

$$\left(\frac{dn_c}{dt}\right)_{WC} = \sum_a R_{ac} n_a \tag{4.33}$$

dove R_{ac} rappresenta il coefficiente di transizione per unità di tempo fra gli stati $|\, c\, \rangle$ ed $|\, a\, \rangle$ dipende dal tipo di superficie di cui è composta la parete, dalla temperatura e dall'intensità del campo magnetico statico esterno. La somma viene effettuata su tutti gli stati, imponendo la condizione $a \neq c$.
Come detto sopra, durante l'assorbimemto di un atomo, è l'elettrone che si lega con le molecole della parete, ed è dunque solo lo spin elettronico che può risentire, in modo diretto, della presenza di campi magnetici aggiuntivi nelle sue vicinanze. In un simile evento, la possibilità di una variazione dello spin nucleare dipende dall'intensità del campo magnetico statico esterno. Come si è visto nel primo capitolo, infatti, se, nell'ambito di un stato iperfine, i momenti magnetici dei due costituenti atomici risultano accoppiati, l'inversione dello spin elettronico può portare ad una contemporanea variazione di quello nucleare. Questo è quanto accade in un regime di campo esterno debole (limite di Zeeman). Viceversa, il disaccoppiamento degli spin di elettrone e nucleo che si ottiene ponendo l'atomo in un campo magnetico sufficientemente intenso (limite di Paschen-Back), evita che una variazione del primo si possa ripercuotere sul secondo o, comunque, ne sopprime fortemente la probabilità .

Collisioni fra atomi

Un altro fenomeno che concorre alla diminuzione del grado di polarizzazione all'interno della cella è rappresentato dalle collisioni fra coppie di atomi. Durante un tale evento infatti, l'interazione fra gli spin dei due elettroni può far si che gli stati iperfini finali (dopo la collisione) degli atomi coinvolti siano diversi da quelli posseduti inizialmente (*Spin Excange collision*):

$$|\, a\, \rangle + |\, b\, \rangle \longleftrightarrow |\, c\, \rangle + |\, d\, \rangle \tag{4.34}$$

Data una coppia di atomi negli stati iniziali $|\, a\, \rangle$ e $|\, b\, \rangle$, gli stati finali $|\, c\, \rangle$ e $|\, d\, \rangle$ che si possono ottenere dopo la collisione, sono ricavabili applicando la legge di conservazione del momento angolare totale del sistema:

$$m_F^a + m_F^b = m_F^c + m_F^d \tag{4.35}$$

Gli effetti di tali collisioni sul numero di occupazione n_c di un particolare stato iperfine che popola la cella sono descritti dalla seguente relazione [Pur56]:

$$\left(\frac{dn_c}{dt}\right)_{SE} = T_{AA}^{-1} \sum_{a,b} M_{ab}^c n_a n_b \tag{4.36}$$

dove il T_{AA}^{-1} è la frequenza di una collisione fra due atomi che provoca una variazione di spin. Questo termine dipende da densità e velocità degli atomi nella cella, e dalla sezione d'urto di "scambio di spin". Dati due atomi negli stati iniziali $|\, a\, \rangle$ e $|\, b\, \rangle$, il termine M_{ab}^c rappresenta la probabilità che la variazione dei loro spin dovuta ad una collisione produca lo stato $|\, c\, \rangle$. Questa grandezza dipende dalla coppia di stati presi in considerazione e

$\sum_i m_F^{(i)}$	$\vert ab\rangle$			
2	$\vert 11\rangle$			
1	$\vert 12\rangle$	$\vert 14\rangle$		
0	$\vert 13\rangle$	$\vert 22\rangle$	$\vert 24\rangle$	$\vert 44\rangle$
-1	$\vert 23\rangle$	$\vert 34\rangle$		
-2	$\vert 33\rangle$			

Tabella 4.3:
Coppie di stati iperfini dell'atomo di idrogeno ordinate in gruppi, all'interno dei quali il momento angolare totale rimane costante. La conservazione di questa quantità permette collisioni con scambio di spin soltanto fra coppie appartenenti ad uno stesso gruppo.

dall'intensità del campo magnetico statico applicato esternamente .

`Caso dell'idrogeno.` Per l'idrogeno, tutte le possibili coppie di stati iperfini sono mostrate in tabella 4.3, dove sono raggruppate a seconda del valore della somma di momento angolare totale. La conservazione di questa quantità implica che reazioni con variazioni di spin possono coinvolgere solo coppie di stati appartenenti ad uno stesso gruppo.
Poichè , come detto, il coefficiente di transizione M_{ab}^c dipende dall'intensità del campo applicato esternamente, il valore di quest'ultima variabile porta a distinguere due casi.
In un regime di campo debole ($B << B_C$), l'accoppiamento fra i momenti magnetici di elettrone e nucleo implica che un'inversione dello spin elettronico possa essere seguita da una variazione di spin nucleare, rendendo dunque possibili tutte le reazioni ricavabili dalla tabella 4.3. Questo significa che, iniettando nella cella le combinazioni di stati che permettono di ottenere la polarizzazione nucleare, questa viene degradata dalla formazione di stati diversi: nel caso di P_{z+}, le collisioni fra $|1\rangle$ e $|4\rangle$ determinano la presenza dello stato $|2\rangle$, mentre per P_{z-}, $|2\rangle$ e $|3\rangle$ formano lo stato $|4\rangle$.
Viceversa, nel limite di campo infinito ($B >> B_C$), i momenti elettronici di elettrone e nucleo sono disaccoppiati, quindi, nelle collisioni in cui gli spin degli elettroni cambiano, i nuclei possono essere visti come degli spettatori. Riferendosi alla base 1.3, risulta chiaro che l'unica reazione possibile è :

$$|\uparrow +\rangle + |\downarrow -\rangle \longleftrightarrow |\downarrow +\rangle + |\uparrow -\rangle \qquad \text{corrispondente a} \qquad |1\rangle + |3\rangle \longleftrightarrow |4\rangle + |2\rangle$$

Come si può notare, questa collisione non comporta variazioni di polarizzazione nucleare o elettronica.

$\sum_i m_F^{(i)}$	$\vert ab\rangle$				
3	$\vert 11\rangle$				
2	$\vert 12\rangle$	$\vert 16\rangle$			
1	$\vert 13\rangle$	$\vert 15\rangle$	$\vert 22\rangle$	$\vert 26\rangle$	$\vert 66\rangle$
0	$\vert 14\rangle$	$\vert 23\rangle$	$\vert 25\rangle$	$\vert 36\rangle$	$\vert 56\rangle$
-1	$\vert 24\rangle$	$\vert 33\rangle$	$\vert 35\rangle$	$\vert 46\rangle$	$\vert 55\rangle$
-2	$\vert 34\rangle$	$\vert 45\rangle$			
-3	$\vert 44\rangle$				

Tabella 4.4:
Coppie di stati iperfini dell'atomo di deutrio ordinate in gruppi all'interno dei quali il momento angolare totale rimane costante. Anche in questo caso, sono escluse collisioni con scambio di spin fra coppie appartenenti a gruppi diversi.

<u>`Caso del deuterio`</u>. Per il deuterio valgono le stesse considerazioni appena fatte per l'idrogeno, anche se la varietà di reazioni possibili viene ampliata dal maggior numero di stati iperfini. Le coppie di stati per cui la somma del momento angolare totale è la stessa sono raggruppate in tabella 4.4.
Di nuovo, nel limite di campo debole tutte le reazioni ricavabili dalla lettura della tabella sono possibili. A valori di campo molto intensi, le collisioni con variazione di spin sono ristrette alle tre seguenti:

$$|\uparrow +1\,\rangle + |\downarrow -1\,\rangle \longleftrightarrow |\downarrow +1\,\rangle + |\uparrow -1\,\rangle \quad \text{corrispondente a} \quad |\,1\,\rangle + |\,4\,\rangle \longleftrightarrow |\,6\,\rangle + |\,3\,\rangle$$

$$|\uparrow +1\,\rangle + |\downarrow 0\,\rangle \longleftrightarrow |\downarrow +1\,\rangle + |\uparrow 0\,\rangle \quad \text{corrispondente a} \quad |\,1\,\rangle + |\,5\,\rangle \longleftrightarrow |\,6\,\rangle + |\,2\,\rangle$$

$$|\uparrow 0\,\rangle + |\downarrow -1\,\rangle \longleftrightarrow |\downarrow 0\,\rangle + |\uparrow -1\,\rangle \quad \text{corrispondente a} \quad |\,2\,\rangle + |\,4\,\rangle \longleftrightarrow |\,5\,\rangle + |\,3\,\rangle$$

Nessuna di queste reazioni può apportare una variazione di polarizzazione nucleare, tensoriale o elettronica.

4.3.3 Le risonanze nucleari indotte dal fascio

Nel capitolo precedente, si è discusso in modo dettagliato del campo magnetico prodotto dal fascio di positroni, analizzandone direzione e struttura. Si tratta di un campo variabile, che può essere pensato come composto da una serie infinita di campi oscillanti in modo sinusoidale, aventi frequenze multiple della fondamentale $\nu_1 = 10.42\,\mathrm{MHz}$, e componenti dirette lungo gli assi x e y.
Come è stato ricavato nel primo capitolo, un campo magnetico ad alta frequenza con andamento sinusoidale può indurre transizioni fra gli stati iperfini di idrogeno e deuterio, con probabilità dipendente dall'intensità del campo statico in cui gli atomi sono immersi. Si è anche visto che l'orientazione relativa di questo campo e di quello statico, che genera la separazione in energia degli stati, determina quali coppie di stati possano transire. In particolare, se i due campi sono fra loro paralleli, allora le transizioni indotte sono chiamate σ, mentre, nel caso in cui gli stessi campi siano uno normale all'altro, le possibili

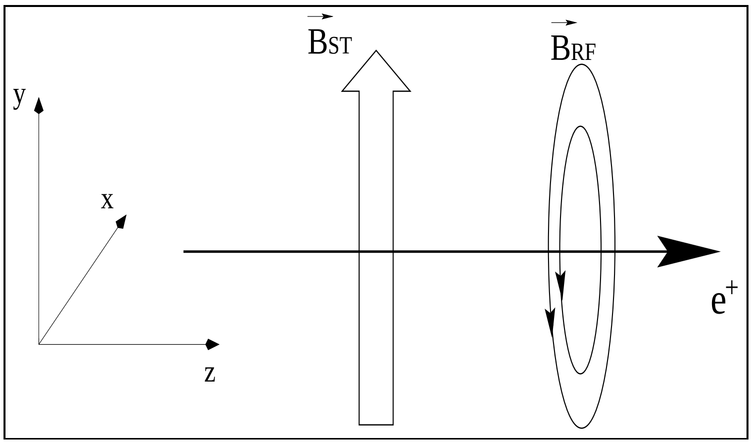

Figura 4.4:
L'orientazione relativa del campo statico generato dal magnete trasverso e di quello ad alta frequenza indotto dal fascio. Come si vede, il campo variabile possiede sia componenti perpendicolari al campo statico (lungo l'asse x), sia parallele (lungo l'asse y).

transizioni vengono denominate π.
Utilizzando il magnete longitudinale, solo le transizioni π sono permesse, in quanto qualsiasi componente del campo indotto dal fascio risulta sempre perpendicolare a quello statico. Nel caso del magnete trasverso, la situazione risulta più complessa, in quanto, come si può osservare in figura 4.4, il campo variabile possiede componenti sia parallele sia perpendicolari al campo generato dal magnete. In altre parole, uno studio della depolarizzazione prodotta dal campo magnetico indotto dal fascio, su di un bersaglio polarizzato trasversalmente, deve tener conto della contemporanea presenza di transizioni σ e π. Queste ultime, ad alti valori di campo ($B >> B_C$), possono essere classificate in due gruppi, a seconda che invertano lo spin elettronico o quello del nucleo (l'unica eccezione è costituita dalla $\pi 36$ del deuterio, che inverte entrambi gli spin indipendentemente dal valore di B).

Condizione di risonanza

La spaziatura in energia (e quindi in frequenza), fra gli stati iperfini di idrogeno o deuterio, dipende dall'intensità del campo statico utilizzato per separare gli stati stessi (vedi figure 1.6 e 1.7). Si è anche dimostrato che la sovrapposizione di un campo oscillante può indurre transizioni fra gli stati e che la probabilità di un tale evento è particolarmente alta alla cosiddetta "condizione di risonanza", vale a dire nell'eventualità in cui la frequenza di oscillazione del campo sia pari alla spaziatura, in frequenza, fra la coppia di stati in esame. Nel caso del bersaglio di HERMES, il campo statico viene prodotto dal magnete trasverso, mentre le armoniche in cui può essere decomposto il campo variabile indotto dal fascio costituiscono il campo oscillante. La frequenza di quest'ultimo è data da un valore multiplo della frequenza fondamentale $\nu_1 = \nu_{HERA} = 10.42\,\mathrm{MHz}$:

$$\nu_n = n\nu_{HERA} \qquad n = 1, 2, ... \tag{4.37}$$

La condizione di risonanza è dunque verificata ogni volta che la frequenza di transizione $\nu_{in}(x)$ di una coppia di stati (con $x = \frac{B}{B_C}$) sarà pari ad un multiplo intero della frequenza di oscillazione dell'armonica fondamentale del fascio di HERA:

$$\frac{\nu_{in}(\theta)}{\nu_{HERA}} = n \tag{4.38}$$

Il numero di armoniche di HERA che possono determinare una risonanza per la transizione fra due stati iperfini dipende quindi dal tipo di andamento che presenta la frequenza di transizione fra i due stati, $\nu_{in}(\theta)$, in funzione del campo statico applicato. Tornando ai calcoli effettuati nel primo capitolo, ed osservando le figure 1.6 e 1.7, si possono notare due distinti comportamenti: le transizioni che cambiano soltanto lo spin del nucleo (intendendo sempre dire, per $B >> B_C$), presentano una frequenza di separazione che tende asintoticamente ad un valore costante. Questo significa che, all'aumentare del campo statico applicato, la spaziatura fra due risonanze tende a crescere, fino a che, da un certo valore di campo in avanti, la condizione di risonanza non verrà più soddisfatta.

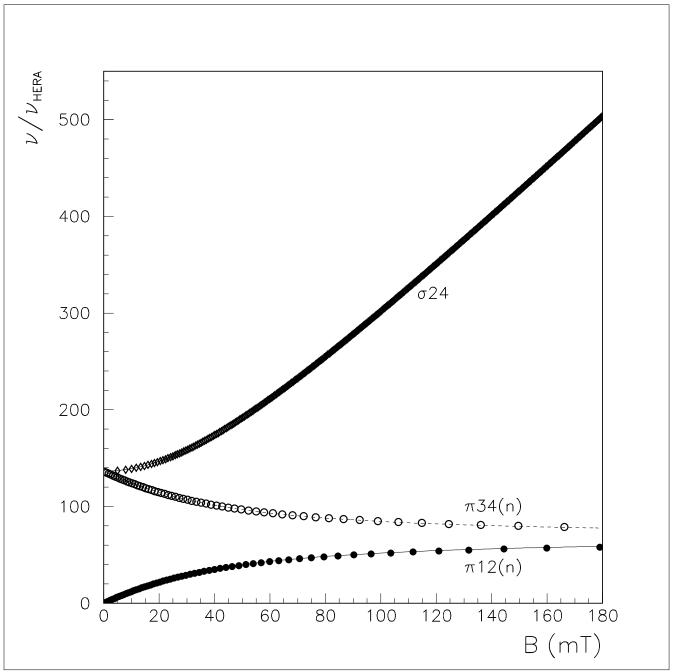

Figura 4.5:
I valori di campo statico calcolati per le risonanze $\pi 12$, $\pi 34$, $\sigma 24$ nell'intervallo fra 0 e 180 mT. Come si vede, le risonanze π (nucleari) tendono a distanziarsi sempre più all'aumentare del campo statico. Le σ, invece, tendono ad una spaziatura costante, troppo stretta per essere risolta nella scala del gafico.

Per l'idrogeno, la distanza fra due risonanze π nucleari varia da circa 1 mT a basso valore di campo ($B < 30\,\mathrm{mT}$) ai $10 \div 15\,\mathrm{mT}$ per B compreso fra 100 mT e 160 mT (vedi figura 4.5). Nel caso del deuterio, la spaziatura fra le risonanze risulta molto maggiore, tanto che nell'intervallo $60\,\mathrm{mT} < B < 200\,\mathrm{mT}$ non se ne trova alcuna. Nelle tabelle 4.5 e 4.6 sono riportati i valori, calcolati numericamente, del campo statico corrispondente ai punti di risonanza delle transizioni π nucleari di idogeno e deuterio.
A differenza delle π nucleari, l'andamento delle frequenze di transizione per le risonanze che coinvolgono lo spin dell'elettrone (siano esse π o σ) tende a crescere asintoticamente. La spaziatura fra le risonanze tende dunque ad un valore costante ΔB_{res}; per $B = 160\,\mathrm{mT}$, si ha:

$$\Delta B^{H}_{res} = 0.39\,\mathrm{mT} \qquad \text{per l'idrogeno} \tag{4.39}$$

$$\Delta B^{D}_{res} = 0.37\,\mathrm{mT} \qquad \text{per il deuterio} \tag{4.40}$$

B (mT)	$\pi 12$	$\pi 34$	B (mT)	$\pi 12$	$\pi 34$
103.647	52	-	136.116	-	81
106.419	-	84	144.567	56	-
111.712	53	-	149.758	-	80
114.887	-	83	159.998	57	-
120.984	54	-	166.363	-	79
124.665	-	82	179.102	58	-
131.785	55	-	187.149	-	78

Tabella 4.5:
I valori di campo statico calcolati in corrispondenza delle risonanze π nucleari dell'idrogeno, a partire da $B > 100\,\mathrm{mT}$, fino alla regione "di lavoro" del campo trasverso. I valori interi all'interno delle colonne delle transizioni si riferiscono al numero dell'armonica che genera la risonanza.

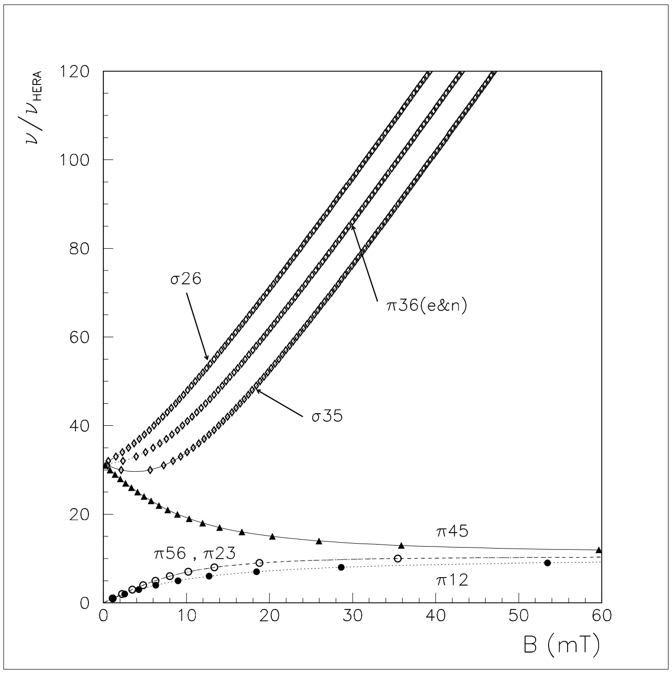

Figura 4.6:
La stessa rappresentazione del grafico precedente, nel caso del deuterio. Per motivi di chiarezza, il campo statico varia ora fra 0 e 60 mT. Oltre questo limite, le risonanze σ mantengono il loro comportamento asintotico, mentre la risonanza π più vicina si trova ad oltre 200 mT, cioè al di fuori della regione d'azione del magnete trasverso.

I grafici che mostrano la posizione delle risonanze per tutte le transizioni nucleari di idrogeno e deuterio sono rappresentati nelle figure 4.5 e 4.6.

La scelta del punto di lavoro

Le considerazioni appena svolte rendono possibile una stima preliminare del valore ottimale del campo magnetico trasverso. Questa valutazione deve essere eseguita tenendo conto di due richieste:

- valore di campo il più alto possibile;
- minor numero di risonanze depolarizzanti presenti lungo tutto il bersaglio.

B (mT)	π12	π23,π56	π45	B (mT)	π12	π23,π56	π45
10.223	-	7	-	20.351	-	-	15
10.312	-	-	19	25.955	-	-	14
11.963	-	-	18	28.618	8	-	-
12.734	6	-	-	35.446	-	10	-
13.355	-	8	-	35.872	-	-	13
14.009	-	-	17	53.454	9	-	-
16.668	-	-	16	59.640	-	-	12
18.441	7	-	-	219.0	-	-	11
18.777	-	9	-	242.6	10	-	-

Tabella 4.6:
I valori di campo statico calcolati in corrispondenza delle risonanze π nucleari del deuterio, nell'intervallo 10 mT$<B<$250 mT.

Il primo punto è giustificato dalla necessità di raggiungere un buon grado di polarizzazione, sopprimendo la probabilità delle transizioni nucleari, siano esse dovute a collisioni degli atomi del bersaglio, o indotte dal fascio di HERA. La seconda richiesta può essere giustificata confrontando i valori di spaziatura fra le risonanze, con i dati sulla disomogeneità e riproducibilità del campo, presentati nel secondo capitolo.
Per quanto riguarda le transizioni che variano il solo spin del nucleo, la valutazione risulta piuttosto semplice. Il deuterio infatti non dà alcun problema (per trovare una risonanza bisognerebbe disporre di un campo $B > 200\,\mathrm{mT}$, cioè oltre le possibiltà del magnete), mentre per l'idrogeno la distanza fra due risonanze è sufficientemente ampia da permettere di posizionarsi fra di esse con il campo del magnete, senza doversi preoccupare della disomogeneità di quest'ultimo.
Per le risonanze σ (unite a tutte quelle che invertono lo spin dell'elettrone), la situazione è molto più problematica. Il valore $\Delta B^D_{res} = 0.37\,mT$ risulta infatti un intervallo molto ristretto, che, fra l'altro, potrebbe venire interamente coperto dalle code delle curve di risonanza (la larghezza delle quali non è nota a priori). In quest'ultima ipotesi, la sovrapposizione delle transizioni σ determinerebbe una depolarizzazione continua ed inevitabile. In ogni caso, l'ampiezza dell'intervallo fra due σ risulta inferiore alla disomogeneità del magnete all'interno del bersaglio, come è stato ricavato nel secondo capitolo. In altre parole, il caso ideale di totale assenza di risonanze non è realizzabile con il magnete a disposizione: almeno una coppia di regioni del bersaglio (una per parte, rispetto al centro) sarà sede di transizioni depolarizzanti. Quello che si può fare è evitare di scegliere valori di campo per i quali la disomogeneità sia tale da portare in risonanza una seconda coppia di regioni (in realtà , per via della non perfetta simmetria rispetto al centro, un'eventuale diminuzione di campo porta in risonanza prima l'estremità a z positivi e, successivamente, anche quella a z negativi: in questo modo si passa prima da due a tre, e quindi da tre a quattro regioni affette da depolarizzazione). I dati presenti in tabella 2.2, permettono di stabilire che l'intensità di corrente massima oltre la quale si verifica questo aumento del numero di regioni depolarizzate è data da $I = 190\,\mathrm{A}$, tenendo conto dell'incertezza, dovuta alla non perfetta riproducibilità del campo. L'intensità del campo prodotto a questo valore di corrente risulta pari a $B \simeq 158\,\mathrm{mT}$, ponendosi dunque fra la risonanza $\pi 34$ numero 80 (a circa $150\,\mathrm{mT}$) e la $\pi 12$ numero 57 (a circa $160\,\mathrm{mT}$) dell'idrogeno (il numero si riferisce all'armonica di hera che genera la risonanza). Il punto di lavoro del magnete trasverso andrà dunque scelto all'interno di questo intervallo, avendo cura di evitare di porlo troppo vicino alle code delle risonanze, che verranno osservate durante il test.
La depolarizzazione prodotta dal fascio non dipende solo dal numero di risonanze presenti nel bersaglio, ma anche dalla loro posizione longitudinale. All'interno della cella di accumulazione, infatti, la densità del gas non è la stessa in tutti i punti, ma decresce, in modo lineare, spostandosi dal centro verso le due estremità . Questo significa che gli effetti dovuti alla presenza di una risonanza sono molto più consistenti se questa è posta nel mezzo della cella, piuttosto che nelle vicinanze di un bordo. Dal momento che la disomogeneità del magnete è concentrata proprio nelle regioni più esterne, si può pensare di utilizzare un valore di campo che posizioni le regioni di risonanza in queste zone.

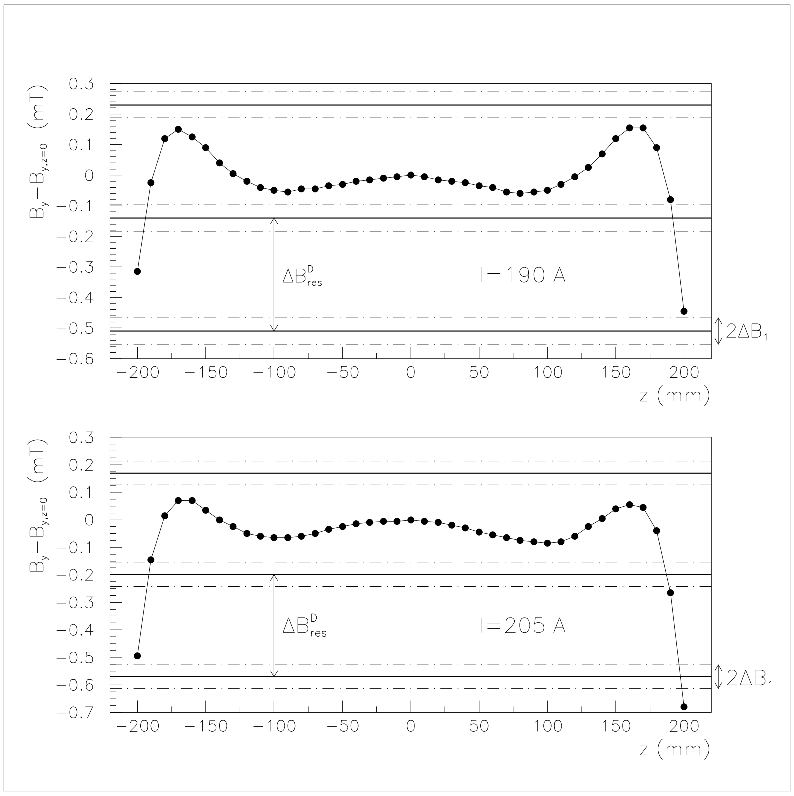

Figura 4.7:
Confronto fra la disomogeneità del campo trasverso e la spaziatura fra le risonanze σ (ΔB^{res}), per i due valori di corrente $I = 190\,\mathrm{A}$ e $I = 205\,\mathrm{A}$. Le risonanze σ sono rappresentate dalle linee continue orizzontali, mentre la regione compresa fra due linee tratteggiate ($2\Delta B_1$) rappresenta il margine di errore entro il quale è possibile riprodurre il campo.

Le considerazioni effettuate in questo paragrafo vengono esemplificate in figura 4.7, dove viene riportata la disomogeneità assoluta del campo, rispetto al valore nel centro, per due valori di corrente, $I = 190\,\mathrm{A}$ e $I = 205\,\mathrm{A}$. Osservando i grafici mostrati, è possibile effettuare un'ultima interessante osservazione. Al crescere della corrente, l'aumento della disomogeneità totale del campo avviene per effetto di una maggiore caduta di intensità ai bordi del magnete. Al contrario, nella regione centrale l'omogeneità del campo migliora all'aumentare della corrente. Per $I = 205\,\mathrm{A}$, la variazione totale del campo nella regione -180 mm$\leq z \leq$180 mm, si attesta sul valore $B'_{Max} - B'_{Min} = 0.110 \pm 0.086\,\mathrm{mT}$, ben al di sotto della soglia massima di 0.37 mT. Questo significa che una possibile soluzione alla necessità di disporre di un campo sufficientemente omogeneo, potrebbe essere quella di accorciare il bersaglio di due centimetri ad ogni estremità .

Probabilità di transizione

Nel primo capitolo è stata definita la probabilità di transizione fra due stati (equazione 1.61). Alla condizione di risonanza, questo valore dipende dal quadrato di tre grandezze: l'ampiezza delle componenti x e y del campo oscillante ($b_{x,y}$), l'elemento di matrice ($|V_{in}|$) che connette i due stati e il tempo (τ) di interazione dell'atomo con il campo ad alta frequenza. Sempre in quell'occasione, sono stati calcolati gli elementi di matrice di tutte le possibili transizioni (vedi figure 1.9 e 1.10). L'ampiezza relativa del campo magnetico di ciascuna armonica di HERA è stata invece determinata nel terzo capitolo e rappresentata nelle figure 3.5 e 3.6. Da ultimo, il tempo di interazione τ di un atomo dipende dalla

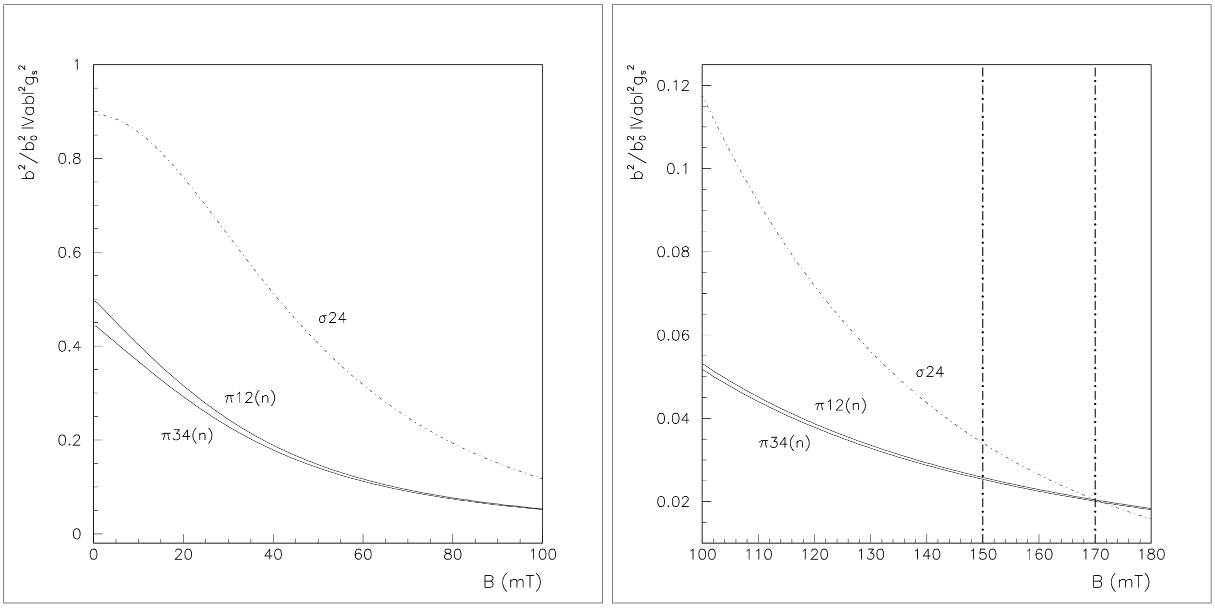

Figura 4.8: Probabilità relative di transizione per le risonanze nucleari del deuterio, ottenute moltiplicando fra loro i valori degli elementi di matrice (al quadrato) con le ampiezze relative delle armoniche del campo indotto dal fascio. Nel grafico di sinistra, il campo statico varia fra 0 mT e 100 mT, mentre in quello di destra la raggiunge i 180 mT. In questa seconda figura è stata messa in evidenza la regione all'interno della quale dovrà essere scelto il punto di lavoro del magnete trasverso.

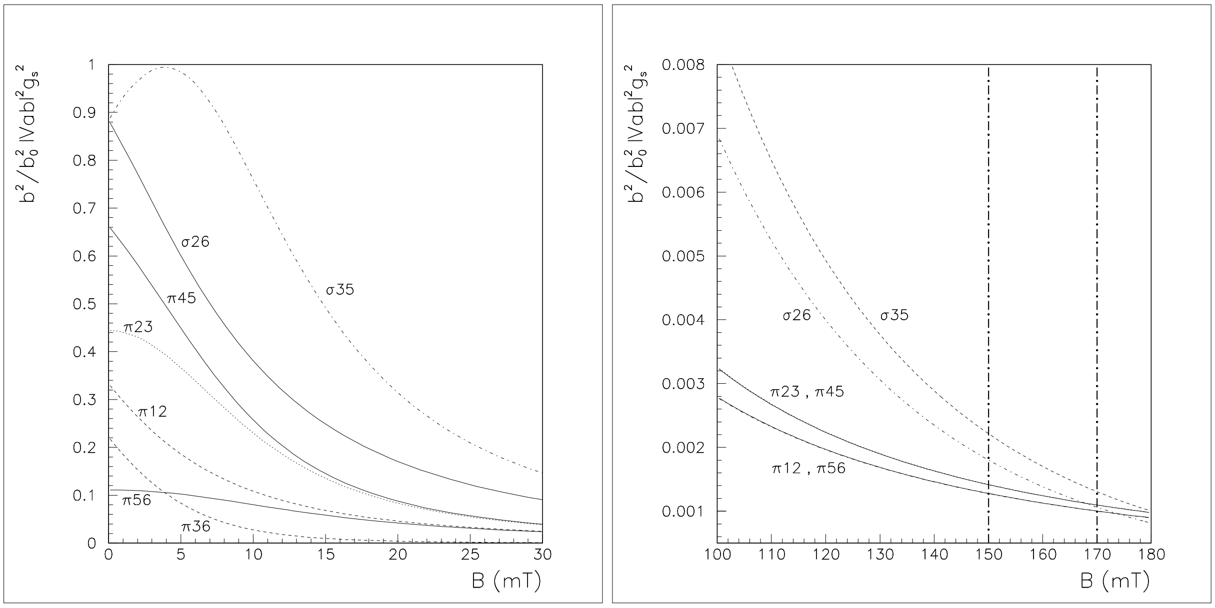

Figura 4.9: Rappresentazione della stessa grandezza della figura precedente, nel caso del deuterio. Anche qui, nel grafico di destra, è stata evidenziata la regione di lavoro del magnete trasverso.

traiettoria e dalla velocità dello stesso. Poichè questa variabile non dipende dal tipo di transizione in gioco, per la determinazione delle probabilità relative può essere ridotta, senza perdita dei generelità , ad una costante unitaria.

Le figure 4.8 e 4.9 mostrano le probabilità relative per tutte le transizioni che coinvolgono lo spin del nucleo di idrogeno o deuterio. Questi valori sono stati ottenuti moltiplicando il quadrato dell'elemento di matrice $|V_{in}|^2 g_s^2$, con il quadrato dell'ampiezza relativa del campo oscillante, b^2/b_0^2.

La prima quantità risulta maggiore per le transizioni σ rispetto alle π, per l'idrogeno di un fattore due e, per il deuterio, di una quantità variabile da caso a caso, come si può dedurre osservando le figure 1.9 e 1.10. Inoltre, la transizione $\pi 36$ del deuterio è soppressa rispetto a tutte le altre.

Il quadrato dell'ampiezza del campo oscillante è invece un parametro che, al crescere dell'intensità del campo statico, tende a favorire la probabilità delle transizioni π nucleari rispetto alle σ, come si è visto nel terzo capitolo. Per intensità di campo statico elevata, questa grandezza tende a controbilanciare la maggior probabilità delle σ, dovuta al valore del quadrato dell'elemento di matrice. Complessivamente, risulta che le probabilità relative delle transizioni π e σ diventano confrontabili per valori di campo statico attorno ai 170 mT, sia nel caso dell'idrogeno che in quello del deuterio. Tale zona è posta in prossimità del punto di lavoro (fra 150 mT e 160 mT) indicato nel paragrafo precedente.

Come si è detto nel capitolo precedente, un ulteriore fattore di soppressione delle transizioni σ rispetto alle π potrebbe essere dato dalla geometria ellittica del campo magnetico generato dal fascio. Non essendo stato quantificato, questo effetto non è stato incluso nelle considerazioni svolte finora. Volendolo prendere in considerazione, almeno a livello qualitativo, ci si può aspettare che, per valori di campo statico vicini al punto di lavoro prescelto, la depolarizzazione causata dalle risonanze σ sia inferiore rispetto a quella dovuta alle π.

Capitolo 5

Il test del magnete trasverso

HERMES è un esperimento di DIS polarizzato a bersaglio fisso. Fino ad ora, tutti i dati sono stati raccolti polarizzando bersaglio e fascio longitudinalmente, rispetto alla direzione del moto di quest'ultimo. Dal punto di vista della fisica coinvolta, sarebbe assai interessante poter disporre di un bersaglio polarizzato trasversalmente (vedi appendice A), e il suo impiego fa parte del programma originario di HERMES. Per questo motivo un apposito magnete è stato progettato e costruito durante il primo anno di funzionamento dell'esperimento.
Nei capitoli precedenti si è parlato diffusamente dell'impatto che il magnete trasverso potrebbe avere sul bersaglio (eventuale perdita di polarizzazione), sullo spettrometro di HERMES (emissione di radiazione di sincrotrone) e sul fascio di positroni (deviazione della traiettoria). Le simulazioni effettuate non sono sufficienti per poter prevedere in modo certo l'entità di tali effetti; la valutazione della possibile compatibilità del magnete con le esigenze dell'esperimento è stata dunque affidata ad una prova sperimentele.

Installazione

L'installazione del magnete sul bersaglio di HERMES è avvenuta nei mesi di maggio e giugno di quest'anno, approfittando di un periodo di inattività di HERA. Per cambiare il magnete longitudinale con quello trasverso, si è dovuto innanzitutto procedere allo smontaggio o spostamento di componenti che impediscono il pieno accesso alla regione d'interazione (pompe, parte del tubo dell'acceleratore, ABS, BRP). Si è quindi passati alla rimozione del magnete longitudinale, insieme con la camera a vuoto e la cella di accumulazione in essa contenuta. Infine, sono stati insediati ed allineati il magnete trasverso (completo di collegamento alla linea dell'acqua per il raffreddamento e di sensori/interruttori in grado di bloccare l'alimentazione elettrica delle bobine in caso di surriscaldamento), la camera a vuoto apposita e la cella di accumulazione. Dal momento che si è passati da un magnete superconduttore ad uno tradizionale, è stato necessario rimuovere la linea dell'elio liquido di raffreddamento del primo. Il lavoro è stato completato con la reinstallazione dei componenti temporaneamente rimossi e con il controllo della perfetta tenuta a vuoto di tutto il sistema.

Alimentazione e controllo

Per alimentare elettricamente le bobine del magnete, è stato utilizzato un generatore di corrente in dotazione al gruppo di HERA, e già presente nell'edificio che ospita HERMES (sala est di HERA). Si tratta di un dispositivo del tutto simile a quello utilizzato durante le misure del campo, ad eccezione della maggiore intensità di corrente consentita. Ecco le caratterische principali:

- Corrente massima nominale: 500 A.
- Precisione totale: $\frac{\Delta I}{I} = 1 \cdot 10^{-4}$.
- Controllo: digitale, con ADC a 16 bit di risoluzione.
- Unità di corrente: $1uc = 7.63 \cdot 10^{-3}$ A.

L'ultimo punto corrisponde al rapporto fra la massima corrente nominale e la risoluzione del convertitore analogico/digitale utilizzato.
Il controllo dell'alimentazione del magnete è stato gestito, in modalità remota, da un apposito software installato su di un personal computer, che allo stesso tempo, consentiva di agire su tutti gli altri magneti presenti nella regione di HERMES: i due correttori (le caratteristiche dei quali sono state viste nel capitolo precedente) e il magnete dello spettrometro (vedi appendice B). I parametri su cui è stato possibile agire sono:

- Le correnti di ciascun magnete, in un intervallo compreso fra zero e una soglia massima:

magnete del bersaglio:	$[0\,\mathrm{A} \leq I \leq 250\,\mathrm{A}]$
primo correttore:	$[0\,\mathrm{A} \leq I \leq 1.5\,\mathrm{A}]$
secondo correttore:	$[0\,\mathrm{A} \leq I \leq 800\,\mathrm{A}]$

- La velocità di variazione, in uc/sec (espressa più comodamente in Hz) della corrente del magnete trasverso. I possibili valori sono (in Hz): 256, 128, 64, 32, 16, 4.

Una volta impostati i valori di corrente e definita la derivata della corrente del magnete del bersaglio, attraverso un unico comando si agisce contemporaneamente sui tre magneti. Il programma regola la velocità di variazione della corrente nei due correttori in modo tale da compensare istantaneamente la deviazione della treiettoria del fascio. Alla base del calcolo effettuato dal software c'e' l'assunzione (sufficientenente precisa per lo scopo) che la relazione fra corrente e campo magnetico nei tre magneti sia lineare. Come si è visto nel capitolo precedente, il valore di campo magnetico $B = 150\,\mathrm{mT}$ può essere utilizzato come riferimento, dal momento che per esso sono note le intensità di corrente a cui vanno fatti funzionare i due correttori. Lo zero può essere preso come secondo punto noto, nell'ipotesi in cui i campi residui siano tutti trascurabili. In questo modo, è possibile calcolare le correnti dei tre magneti per qualsiasi valore di campo si voglia ottenere, semplicemente tracciando la retta passante per questi due punti.

Il secondo magnete correttore viene normalmente utilizzato per controbilanciare gli effetti non desiderati del magnete dello spettrometro sul fascio di HERA. La corrente necessaria per questo scopo è di 137.5 A, valore che va sommato a quello necessario a compensare il magnete del bersaglio.

Il periodo del test

Come detto in precedenza, l'installazione del magnete trasverso è avvenuta approfittando di un periodo, durato quasi due mesi, in cui l'acceleratore è rimasto spento. Solitamente, dopo uno stop così lungo sono necessarie alcune settimane per la perfetta messa a punto dei fasci. Durante questo intervallo di tempo, gli esperimenti non possono raccogliere dati utili. Per non interferire con la regolare presa dati di HERMES e degli esperimenti limitrofi, si è deciso, in accordo con il gruppo di HERA, di effettuare il test del magnete trasverso durante alcuni di questi fasci destinati al solo *tuning* della macchina. I due fasci di positroni concessi inizialmente sono poi stati estesi a tre.
Da questo punto, e fino alla fine del capitolo, verranno esposti i risultati ottenuti dal test.

5.1 Gli effetti sul fascio di positroni

Per ovvi motivi, il primo aspetto testato riguarda l'interazione del campo del magnete trasverso con il fascio di positroni. La prova è consistita nella semplice accensione del magnete trasverso e dei due correttori, portando la corrente ad un valore prossimo al punto di lavoro decretato nel capitolo precedente. Il magnete dello spettrometro è stato acceso, per simulare le condizioni tipiche della presa dati. Il passaggio da corrente nulla a quella massima (e viceversa) è avvenuto in tre passi successivi, seguendo i valori posti in tabella 5.1, ed è stato ripetuto varie volte.
Il riscontro di questo primo test è stato molto positivo: durante tutte le variazioni di campo magnetico, il fascio non ha subito alcuna conseguenza, tanto che nella sala di controllo dell'acceleratore non sono state notate variazioni di alcun genere durante tutto

Campo magnetico Trasverso (mT)	Magnete Trasverso I (A)	1^o Correttore I (A)	2^o Correttore I (A)	Spettrometro I (A)
0	0	0	137.5	950
50	59.4	0.47	310.0	950
100	118.8	0.94	482.5	950
150	178.2	1.41	655.0	950

Tabella 5.1: I valori di corrente a cui sono stati fatti funzionare i quattro magneti di HERMES durante il primo test del bersaglio tasverso.

l'arco della prova. Lo stesso può dirsi anche per tutto il periodo successivo in cui è stato testato il magnete trasverso.

5.2 La radiazione di sincrotrone

Come visto nel capitolo precedente, uno dei fenomeni associati all'introduzione di un campo magnetico trasversale sul cammino del fascio di positroni è rappresentato dalla produzione di radiazione di sincrotrone. Dall'analisi compiuta, si è potuto prevedere che, per un valore di campo attorno a 150 mT, il cono di radiazione rimane all'interno del tubo dell'acceleratore per tutta la lunghezza dello spettrometro di HERMES. Il dispositivo più esposto alla radiazione emmessa dal fascio (il monitor di luminosità , vedi appendice B), rimane comunque distante dalla regione di passaggio della stessa. Questo significa che la presenza del magnete non dovrebbe influire sulla quantità di radiazione di fondo rilevata. Da quanto si è determinato nel capitolo precedente, la luce di sincrotrone prodotta dovrebbe colpire la flangia dalla quale il laser del polarimetro longitudinale entra nell'acceleratore, per diffondere sul fascio di positroni. Il monitoraggio della quantità di radiazione è stato ottenuto osservando il grado di vuoto all'interno del tubo acceleratore nei pressi di questa zona. La dissipazione di energia sulla parete del tubo dell'acceleratore provoca infatti un aumento di temperatura dello stesso con conseguente riemissione di gas. Un apposito sistema di raffreddamento a circolazione d'aria è stato installato per porre rimedio a questo problema.
Durante tutto il periodo del test, nessun aumento di conteggi dovuti a radiazione di sincrotrone è stato rilevato dallo spettrometro o dal monitor di luminosità .
Sul versante della flangia del polarimetro, le cose sono andate altrettanto bene: non è stato riscontrato infatti alcun peggioramento del vuoto nel tubo dell'acceleratore, segno evidente che la dissipazione di energia avviene senza alcun tipo di effetto "collaterale". Il sistema di raffreddamento supplementare è dunque risultato superfluo.
Il risultato di questo secondo test conferma dunque le previsioni effettuate nel capitolo precedente, secondo le quali la soglia di 150 mT può essere ampiamente oltrepassata senza rischi legati all'emissione di luce di sincrotrone.

5.3 Le risonanze indotte dal fascio

Con l'ultimo test effettuato sul magnete si è cercato di quantificare l'entità degli effetti depolarizzanti sui bersagli di idrogeno e deuterio e, allo stesso tempo, di determinare esattamente il valore ottimale di campo magnetico. In quest'ultima parte di capitolo verrà descritta la modalità di esecuzione del test e saranno presentati i risultati ottenuti.

5.3.1 Tecniche di misura

Come già visto nel capitolo precedente, i fenomeni di depolarizzazione che presentano un'esplicita dipendenza dal valore di campo statico sono le risonanze indotte dal fascio di positroni e le collisioni fra atomi, o di un atomo con la parete della cella. Per quantificare gli effetti dovuti a tali fenomeni sono state utilizzate due distinte tecniche di misura.

Misura di segnale

Si immagini di iniettare nella cella uno o più stati, in presenza di fascio, e di predisporre le unità ad alta frequenza del BRP (considerando, per queste ultime, un'efficienza unitaria) per rivelare gli stessi stati iniettati. Se, durante questa misura, il campo del magnete trasverso viene fatto variare, allora, il segale misurato presenterà una caduta di conteggi in corrispondenza di un valore di campo che verifica la condizione di risonanza per una transizione verso uno stato non rilevato dal BRP. La diminuzione di segnale sarà proporzionale alla probabilità di transizione. Viceversa, programmando il polarimetro per rilevare gli stati non iniettati dall'ABS, la presenza delle stesse risonanze sarà riscontrabile come picchi di segnale.
In assenza di altri fenomeni depolarizzanti le variazioni di segnale riscontrate sarebbero attribuibili alle sole risonanze. In realtà , le collisioni fra atomi, o contro la parete della cella, determinano un'ulteriore variazione del numero di occupazione degli stati iperfini, rilevabile iniettando gli stessi stati utilizzati in precedenza e misurando il segnale del polarimetro in assenza di fascio. Sottraendo il risultato di quest'ultima misura da quello della misura effettuata in presenza di fascio, si isola il contributo delle sole risonanze.
Durante una misura di segnale, il valore del campo trasverso è stato variato in due modi:

- Scansione automatica. Attraverso il software di gestione dell'alimentazione elettrica, si impostano il valore di corrente che si intende raggiungere (più i corrispettivi valori dei due correttori) e la velocità di variazione della corrente. Il BRP funziona in modo continuo, ma, per minimizzare l'errore statistico, ogni valore finale di segnale corrisponde alla media su un determinato ciclo di misure, durante il quale il campo del magnete varia di una quantità dipendente dalla velocità impostata (ad esempio, un ciclo di dieci misure dura fra i sei e i sette secondi). Questa modalità è quella che consente il minor tempo di misura, a scapito però della risoluzione in campo magnetico.

- Scansione manuale. In questo caso, il valore di corrente del magnete del bersaglio (e dei due correttori) viene impostato per ogni misura. Il vantaggio di questa tecnica consiste nella corrispondenza diretta fra segnale rilevato e valore di campo magnetico, indipendentemente dal numero di misure per ciclo del BRP; lo svantaggio sta nella grande quantità di tempo necessario per impostare manualmente i valori di corrente, specialmente prendendo misure su ampi intervalli di campo.

Misura di polarizzazione

In questo secondo tipo di misura, il BRP rileva il numero di occupazione di tutti gli stati iperfini (sei per il deuterio e quattro per l'idrogeno), ad un determinato valore di campo magnetico. Il software di gestione del polarimetro si occupa quindi di determinare i possibili valori di polarizzazione applicando le formule (1.18) per l'idrogeno e (1.35) nel caso del deuterio. Questa misura viene effettuata durante la normale presa dati di HERMES per monitorare il grado di polarizzazione del bersaglio. La sottrazione della misura presa in assenza di fascio permette di isolare gli effetti dovuti alle sole risonanze.

5.3.2 Preparazione dell'apparato di misura

Durante il test del magnete trasverso, il bersaglio di HERMES era allestito per l'iniezione di deuterio. Questo significa che le unità ad alta frequenza di ABS e BRP erano calibrate per indurre transizioni fra gli stati iperfini di questo elemento (vedi figura 2.1). Per poter effettuare il test con idrogeno in condizioni ottimali, si sarebbero dovuti sostituire alcuni di questi dispositivi, operazione, questa, non eseguibile per motivi di ordine pratico. Si è dunque optato per la ricalibrazione delle unità WFT/MFT 1-4 (vedi paragrafo 2.1). La WFT 1-4 nell'ABS (posizionata dopo entrambi i gruppi di sestupoli), è stata convertita ad una WFT 1-3 per l'idrogeno, variando l'intensità del campo statico prodotto, come mostrato in figura 5.1 . Sul fronte del BRP invece, sfruttando lo stesso principio, la MFT 1-4 è stata calibrata per funzionare come MFT 1-3 per l'idrogeno. Utilizzando contemporaneamente queste due unità si ottiene l'iniezione e rivelazione degli stati $|2>$ e $|3>$ dell'idrogeno. Assumendo una perfetta efficienza dei magneti sestupolari e delle

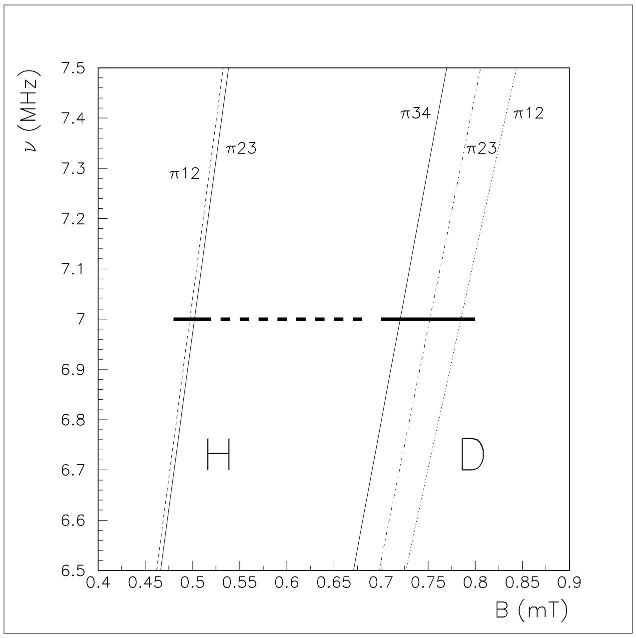

Figura 5.1:
La conversione dell'unità WFT 1-4 del deuterio a WFT 1-3 dell'idrogeno è consistita in una variazione dell'intensità del campo magnetico statico generato dagli avvolgimenti contenuti nell'unità stessa. I valori del gradiente e della frequenza del campo oscillante (7 MHz) sono invece rimasti inalterati. Lo stesso procedimento è stato attuato per poter utilizzare l'unità MFT 1-4 del BRP come una MFT 1-3 per l'idrogeno (mantenendo la frequenza sul valore di 21 MHz). Questi parametri sono impostabili attraverso il software di gestione di ABS e BRP.

unità ad alta frequenza, si ha infatti:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[(2-3\,,\,1-2)]{ABS\ WFT\ 1-3}}_{INIEZIONE} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ n_1 \\ n_2 \\ 0 \end{pmatrix}}_{CELLA} \underbrace{\xrightarrow[(1-2\,,\,2-3)]{BRP\ MFT\ 1-3\ (+\ sestupoli)} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{RIVELAZIONE} \tag{5.1}$$

Dove n_1 e n_2 rappresentano inizialmente i numeri di occupazione degli stati $|1\rangle$ e $|2\rangle$ trasmessi dai magneti sestupolari dell'ABS.
Esiste anche la possibilità di iniettare e rilevare gli stati $|1\rangle$ e $|2\rangle$ lasciando spente entrambe le unità .
Questi interventi (gli unici possibili senza un'effettiva sostituzione di alcuni componenti dell'apparato) hanno reso possibile le misure di segnale indispensabili per osservare le risonanze, ma non hanno consentito la determinazione del grado di polarizzazione.

5.3.3 Problemi riscontrati

Il test del magnete è stato eseguito in condizioni precarie, in particolar modo a causa di due problemi occorsi durante le misure.

- Instabilità del polarimetro. Sono state riscontrate notevoli fluttuazioni del segnale in uscita dal *channeltron* del BRP. Periodi di stabilità dell'ordine di una o più ore si sono alternati a variazioni, graduali o repentine, nel numero di conteggi dello spettrometro di massa, durante tutto l'arco del test. In seguito, si è scoperto che questo comportamento era dovuto ad un connessione difettosa della massa del primo deflettore del QMS (vedi figura 2.5): la non perfetta messa a terra produceva un accumulo di cariche, alterando il potenziale del deflettore stesso fino alla scarica della tensione accumulata.
  Questo problema ha reso impossibile il confronto delle misure con fascio rispetto a quelle rilevate in assenza di fascio. Infatti, per motivi pratici, questi due tipi di rilevazioni sono avvenute sempre a distanza di alcune ore, periodo nel quale il funzionamento del BRP variava notevolmente. Come si vedrà , questo inconveniente ha reso impossibile la determinazione del contributo delle risonanze σ, non risolvibili singolarmente. Anche la misura della polarizzazione rispetto al campo magnetico può risultare affetto da questo problema, soprattutto nel caso di una variazione graduale del numero di conteggi del BRP.

- Basso valore di corrente del fascio. Come si è mostrato nel primo capitolo (equazione (1.61)), la probabilità di transizione fra due stati dipende dal quadrato dell'ampiezza del campo oscillante, cioè dal quadrato della corrente del fascio. Durante il test, problemi all'acceleratore hanno costretto i macchinisti a fornire fasci caratterizzati da intensità di corrente sempre inferiore ai 20 mA (il valore tipico all'iniezione è di

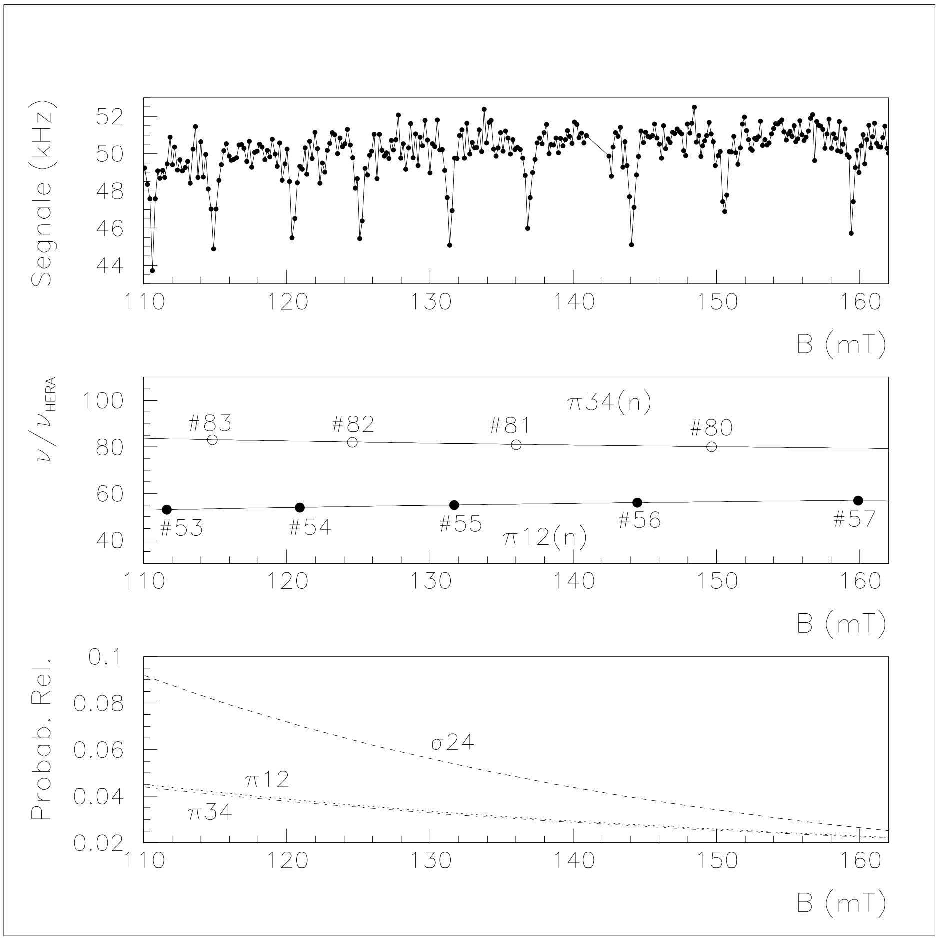

Figura 5.2:
In alto, le risonanze nucleari $\pi 12$ e $\pi 34$ dell'idrogeno rilevate in un intervallo di campo statico compreso fra 110 mT e 162 mT. Questi dati vengono confrontati con i rispettivi valori di campo statico attesi e con le probabilità di transizione (in basso).

30 mA) e, il più delle volte, compreso fra 15 mA e 10 mA.
Questo secondo problema ha impedito di osservare la massima depolarizzazione generabile dalle risonanze.

5.3.4 Misure effettuate e risultati ottenuti

I risultati del test di depolarizzazione vengono ora presentati distinguendo i casi di idrogeno e deuterio.

Idrogeno

Per valori di campo statico sufficientemente elevati, le cinque possibili transizioni fra stati iperfini dell'idrogeno (calcolate nel primo capitolo) possono essere classificate nel modo seguente:

- Transizioni nucleari: $\pi 12$ e $\pi 34$
- Transizioni nucleari ed elettroniche: $\sigma 24$

- Transizioni elettroniche: $\pi 14$ e $\pi 23$

Le transizioni che possono determinare una depolarizzazione nucleare sono dunque le $\pi 12$, $\pi 34$ e $\sigma 24$. Durante le misure, l'attenzione è stata perciò concentrata sull'osservazione di queste tre risonanze.

La prima misura è stata effettuata con lo scopo di osservare contemporaneamente tutte le possibili risonanze nucleari dell'idrogeno, utilizzando la sequenza mostrata dalla (5.1). Iniettando e rilevando gli stati $|\,2\,\rangle$ e $|\,3\,\rangle$, le possibili risonanze nucleari, $\pi 12$, $\pi 34$ e $\sigma 24$, possono essere osservate come una diminuzione di conteggi del BRP rispetto alla stessa misura presa in assenza di fascio. La transizione $\pi 23$ (elettronica) non può produrre una diminuzione di segnale, mentre la $\pi 14$ è assente. Tutto ciò può essere schematizzato nel modo seguente, assumendo una perfetta efficienza da parte di magneti sestupolari e unità ad alta frequenza:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[(2-3\,,\,1-2)]{\substack{ABS \\ WFT\ 1-3}}}_{INIEZIONE} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{RISON.} \begin{pmatrix} \epsilon_{12} \\ 1-\epsilon_{12}-\epsilon_{24} \\ 1-\epsilon_{34} \\ \epsilon_{24}+\epsilon_{34} \end{pmatrix}}_{CELLA} \underbrace{\xrightarrow[(1-2\,,\,2-3)]{\substack{BRP \\ MFT\ 1-3}} \begin{pmatrix} 1-\epsilon_{12}-\epsilon_{24} \\ 1-\epsilon_{34} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{24}+\epsilon_{34} \end{pmatrix} \xrightarrow{SEST.} \begin{pmatrix} 1-\epsilon_{12}-\epsilon_{24} \\ 1-\epsilon_{34} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{RIVELAZIONE} \tag{5.2}$$

I valori unitari indicano il numero di occupazione di uno stato iperfine iniettato, in assenza di fenomeni depolarizzanti. Il passaggio attraverso i magneti sestupolari del BRP (omesso dallo schema), elimina gli stati $|\,3\,\rangle$ e $|\,4\,\rangle$.
La scansione del campo magnetico è avvenuta in modalità automatica, partendo dal valore di 110 mT, fino a 162 mT, regolando la velocità di variazione della corrente del magnete a 4 Hz. Il software del BRP è stato impostato in modo che ogni risultato corrispondesse al valor medio di dieci conteggi consecutivi (6-7 secondi per misura). La corrente del fascio durante la misura era di 13.4 mA.
Le misure così ottenute sono state rappresentate in figura 5.2 (primo grafico in alto). Come si vede, le risonanze nucleari π sono state risolte nettamente e generano un calo di conteggi di circa il 10% rispetto al segnale massimo. La larghezza delle risonanze non è tale da rappresentare un potenziale fattore di depolarizzazione, scegliendo un valore di campo posto fra due di esse, in quanto la disomogeneità del magnete ($\Delta B = 0.6\,\mathrm{mT}$ per $B = 158\,\mathrm{mT}$) è molto inferiore alla distanza fra le code di due risonanze (5-7 mT per B compreso fra 140 e 160 mT). Il confronto con i valori di campo statico calcolati (al centro; vedi anche tabella 4.5) permette di identificare sia il tipo di transizione, sia l'armonica di HERA da cui è generata. Al contrario, le risonanze σ non sono risolvibili ed è dunque presumibile che determinino un calo di conteggi lungo tutto l'intervallo di campo analizzato. Purtroppo, il confronto con la misura presa in assenza di fascio non risolve la questione: il numero medio di conteggi, in questo secondo caso, sta al di sotto di quello rilevato in presenza di fascio (figura 5.3). Questo risultato, di per sè privo di significato, può essere giustificato solo ricordando quanto detto nel paragrafo precente, a proposito

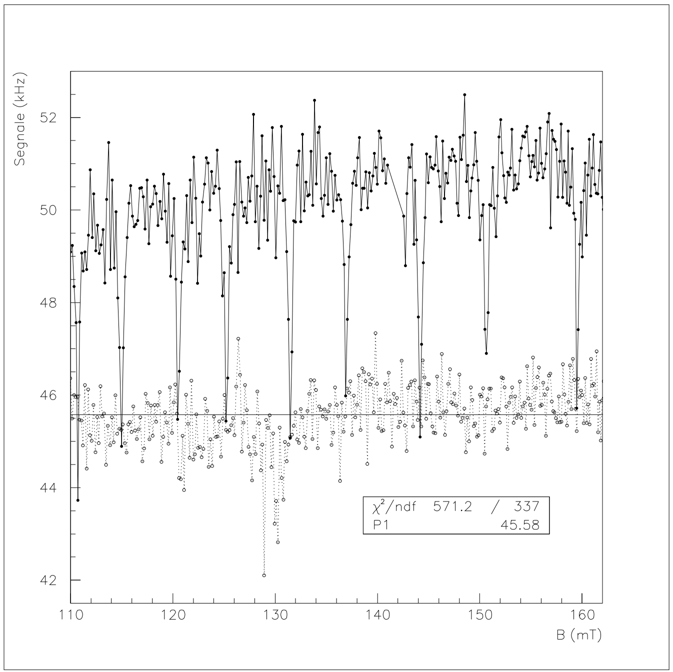

Figura 5.3:
Confronto fra la misura delle risonanze nucleari dell'idrogeno con la misura del segnale in assenza di fascio. Come si vede, i conteggi relativi a quest'ultima rilevazione risultano nettamente traslati verso il basso a causa del malfunzionamento del QMS del BRP. Inoltre, la netta caduta del segnale attorno a 130 mT è dovuto al fondo rilasciato durante la rigenerazione della pompa a sublimazione di titanio. L'andamento delle due misure, che rimane comunque valido, indica la presenza delle transizioni σ, soprattutto a bassi valori di campo.

del problema occorso al BRP. Ammettendo che quest'ultimo debba aver generato soltanto una traslazione globale del numero di conteggi, si può ancora pensare di confrontare qualitativamente almeno gli andamenti dei risultati con e senza fascio. Il primo infatti presenta una crescita maggiore, ala variare del campo magnetico, rispetto al secondo, che può essere, con buona approssimazione, rappresentabile da una costante (figura 5.3). Questo significa che l'aumento di conteggi al crescere del campo statico, nel caso della misura con fascio, deve essere attribuito al calo di probabilità delle transizioni σ (figura 5.2, in basso).

La seconda misura è stata effettuata nella regione di campo sede della risonanza $\pi 34$ numero 80 (fra 149 mT e 152.5 mT), iniettando e rilevando sempre gli stati $|2\rangle$ e $|3\rangle$ e utilizzando la tecnica della scansione manuale, nel tentativo di migliorare la risoluzione ottenuta con la misura precedente. La rilevazione del segnale è avvenuta per valori di corrente compresi fra 177 A e 182 A, con passo di 8 uc, equivalenti a 0.061 A, generando valori di segnale mediati su 20 cicli di misura (ciascuna della durata di 12-14 secondi). Il fascio presentava una corrente di 8 mA.
I risultati di questa scansione, e della corrispettiva in assenza di fascio, sono rappresentati in figura 5.4, dove, a sinistra, viene mostrata l'intera misura, mentre, a destra, è stata estratta la zona al di fuori della risonanza.
Come si può vedere, anche in questo caso non è invece possibile distinguere le risonanze σ. I valori misurati in assenza di fascio (linea tratteggiata) risultano, in questo caso, tendenzialmente superiori a quelli rilevati in presenza di fascio, anche ponendosi al di fuori della risonanza π. Nel grafico di sinistra sono stati eseguiti i fit delle due misure con delle costanti. La differenza fra i due coefficienti risulta inferiore dello 0.7%. Assumendo che il segnale del BRP sia rimasto stabile nell'arco di tempo intercorso fra le due misure, questo

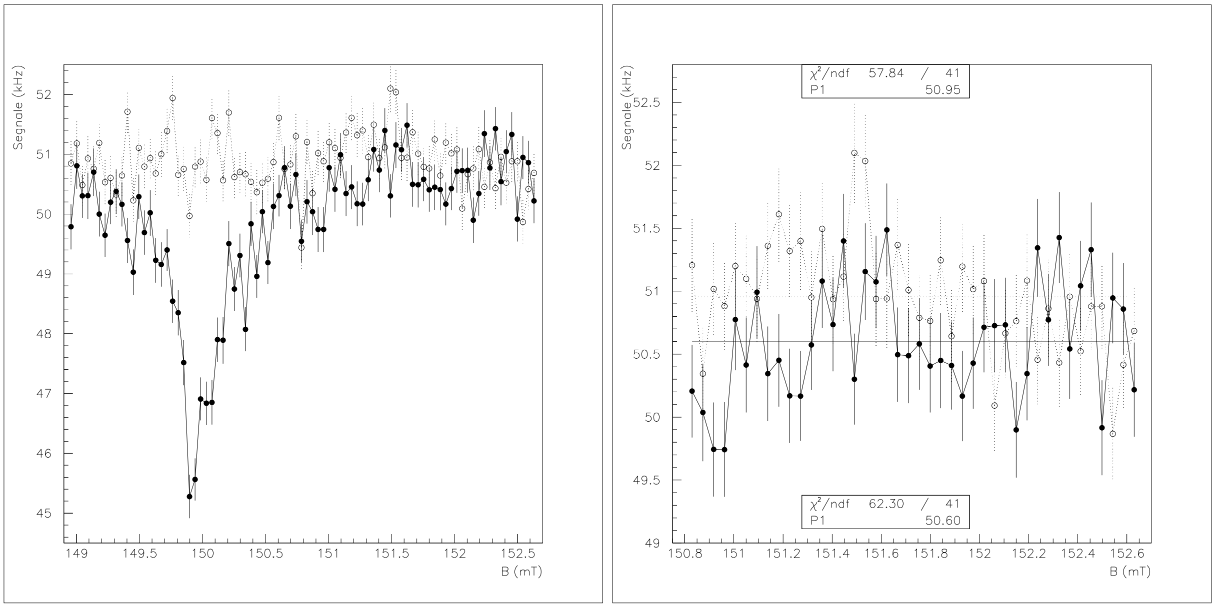

Figura 5.4: A sinistra, la scansione della risonanza $\pi 34$ numero 80, confrontata con la misura di segnale in assenza di fascio (linea tratteggiata). La zona al di fuori della risonanza π è stata analizzata separatamente, effettuando i fit delle due misure con una funzione costante (a destra).

dato sarebbe da attribuire esclusivamente alle risonanze σ. In questo caso, l'influenza di questo tipo di transizioni sarebbe del tutto insignificante.

Un'ultima misura è stata eseguita nell'intento di determinare il contributo delle sole risonanze σ lungo tutto l'intervallo di campo da 0 a 160 mT. Si sono iniettati gli stati $|1\rangle$ e $|2\rangle$ (mantenendo spenta l'unità ad alta frequenza dell'ABS) rivelando gli stati $|2\rangle$ e $|3\rangle$, secondo lo schema:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \overset{RISON.}{\dashrightarrow} \begin{pmatrix} 1-\epsilon_{14} \\ 1-\epsilon_{24}-\epsilon_{23} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{14}+\epsilon_{24} \end{pmatrix}}_{CELLA} \underbrace{\underset{(1-2\,,\,2-3)}{\overset{\substack{BRP \\ MFT\ 1-3}}{\dashrightarrow}} \begin{pmatrix} 1-\epsilon_{24}-\epsilon_{23} \\ \epsilon_{23} \\ 1-\epsilon_{14} \\ \epsilon_{14}+\epsilon_{24} \end{pmatrix} \overset{SESTUP.}{\dashrightarrow} \begin{pmatrix} 1-\epsilon_{24}-\epsilon_{23} \\ \epsilon_{23} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{RIVELAZIONE} \tag{5.3}$$

Considerando l'azione dei magneti sestupolari, il segnale in uscita dal BRP è quello dovuto agli atomi di uno stato iperfine a cui vanno sottratti quelli sui quali ha agito la transizione $\sigma 24$.

Questa misura è stata ripetuta tre volte in presenza di fascio e una volta senza. La scansione del campo magnetico è stata fatta in modo automatico, alla velocità di 16 Hz. Il software del BRP è stato impostato in modo da generare un risultato mediando su 20 singole misure. La corrente del fascio ha assunto, durante le tre misure, i valori di 18 mA, 15 mA e 10 mA.

I risultati di questa misura sono stati compromessi dal malfunzionamento del BRP: in tutti i casi infatti, il segnale in assenza di fascio è risultato inferiore a quello in cui erano presenti gli effetti delle risonanze.

Deuterio

Dopo aver effettuato il test con l'idrogeno, le unità a radiofrequenza di ABS e BRP sono state calibrate nuovamente per l'utilizzo del deuterio. In questo caso, si è potuto disporre di un apparato in grado di iniettare e rivelare qualsiasi stato (vedi figura 2.1).
Per valori di campo statico molto maggiori del campo critico B_C^D, le transizioni fra gli stati iperfini del deuterio vengono classificate nel modo seguente (vedi primo capitolo):

- Transizioni nucleari: $\pi 12$, $\pi 23$, $\pi 45$, $\pi 56$
- Transizioni nucleari ed elettroniche: $\sigma 26$, $\sigma 35$, $\pi 36$
- Transizioni elettroniche: $\pi 16$, $\pi 25$, $\pi 34$

Data la totale assenza di risonanze π nucleari[1] nella regione di campo compresa fra 60 mT e 220 mT (vedi tabella 4.6), le risonanze di cui si cercherà di determinare l'andamento sono le due σ.
Purtroppo, nel caso del deuterio, altri problemi si sono sovrapposti a quelli già esistenti. In particolar modo, l'instabilità del fascio di positroni ha giocato a sfavore del test, obbligando spesso a interrompere le misure prima di giungere a campi sufficientemente elevati.

La prima misura è stata effettuata nell'intento di osservare l'andamento della risonanza $\sigma 35$. Utilizzando le unità MTF 1-4 e SFT 3-5 (posta dopo il secondo gruppo di sestupoli), dell'ABS, si sono iniettati gli stati $|\,2\,\rangle$ e $|\,5\,\rangle$:

$$\underbrace{\begin{pmatrix}1\\1\\1\\0\\0\\0\end{pmatrix} \underset{(3-4\,,\,2-3\,,\,1-2)}{\xrightarrow[]{\overset{ABS}{MFT\ 1-4}}} \begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\\0\\0\end{pmatrix} \xrightarrow{SESTUP.} \begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\\0\\0\end{pmatrix} \xrightarrow{\overset{ABS}{SFT\ 3-5}} \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\\1\\0\end{pmatrix}}_{INIEZIONE} \qquad (5.4)$$

Nella cella, le risonanze coinvolte sono le quattro π nucleari (a campi sufficientemente bassi) e le due σ. É inoltre presente la transizione elettronica $\pi 25$, che però , scambiando fra loro i due stati iniettati, non apporta alcun cambiamento di popolazione. Utilizzando le unità SFT 2-6 e MFT 2-4 del BRP, si ottiene il segnale dovuto all'azione delle risonanze $\sigma 35$, $\pi 12$, $\pi 23$ e $\pi 45$, come mostrato nello schema seguente, dove, nella prima colonna, vengono indicate le transizioni all'interno della cella:

[1] La $\pi 36$ presenta il comportamento tipico delle transizioni σ, ma la sua bassa probabilità è tale da renderla non rilevabile dal BRP, per valori di campo statico superiori ai 30 mT.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \epsilon_{12} \\ 1-\epsilon_{12}-\epsilon_{23}-\epsilon_{26} \\ \epsilon_{23}+\epsilon_{35} \\ \epsilon_{45} \\ 1-\epsilon_{35}-\epsilon_{45}-\epsilon_{56} \\ \epsilon_{26}+\epsilon_{56} \end{pmatrix}}_{CELLA} \underbrace{\overset{\substack{BRP \\ SFT \\ 2-6}}{--\to} \begin{pmatrix} \epsilon_{12} \\ \epsilon_{26}+\epsilon_{56} \\ \epsilon_{23}+\epsilon_{35} \\ \epsilon_{45} \\ 1-\epsilon_{35}-\epsilon_{45}-\epsilon_{56} \\ 1-\epsilon_{12}-\epsilon_{23}-\epsilon_{26} \end{pmatrix} \underset{(2-3\,,\,3-4)}{\overset{\substack{BRP \\ MFT \\ 2-4}}{--\to}} \begin{pmatrix} \epsilon_{12} \\ \epsilon_{23}+\epsilon_{35} \\ \epsilon_{45} \\ \epsilon_{26}+\epsilon_{56} \\ 1-\epsilon_{35}-\epsilon_{45}-\epsilon_{56} \\ 1-\epsilon_{12}-\epsilon_{23}-\epsilon_{26} \end{pmatrix} \overset{SEST.}{--\to} \begin{pmatrix} \epsilon_{12} \\ \epsilon_{23}+\epsilon_{35} \\ \epsilon_{45} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{RIVELAZIONE} \tag{5.5}$$

Dopo l'ultimo passaggio, i magneti sestupolari intervengono selezionando i primi tre stati. Da notare che ciò che si osserva ora è un popolamento di stati dovuto alle risonanze, e non un depopolamento come nel caso dell'idrogeno.
Questa misura è stata eseguita variando il campo magnetico statico partendo da zero e ad una velocità di 4 Hz, mentre il BRP è stato impostato per fornire valori medi ogni 20 misure. Il fascio presentava una corrente di 16.8 mA. Successivamente è stato misurato anche il segnale in assenza di fascio.
I risultati sono riportati in figura 5.5. Come si può notare, a causa di un problema al fascio di positroni, non è stato possibile portare il campo statico al di sopra di 43 mT. La curva continua rappresenta l'andamento dei valori in presenza di fascio: la diminuzione dei conteggi all'aumentare del campo è dato dal progressivo calo di probabilità per le risonanze coinvolte e per le inversioni di spin dovute alle collisioni fra atomi o contro la parete. Proprio la presenza della depolarizzazione generata dai fenomeni di collisione non permette di risolvere le risonanze π o σ (queste ultime, a bassi valori di campo, risultano ben distanziate, come si può notare dal grafico di figura 4.6). L'unico incremento di conteggi attribuibile alla presenza di risonanze è quello che si osserva attorno a 36 mT. Questo

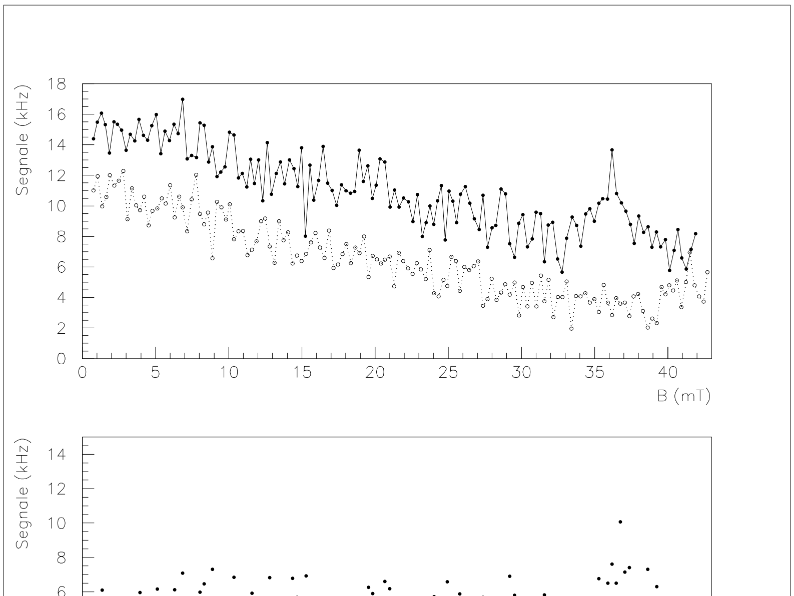

Figura 5.5:
In alto, misura di segnale ottenuta iniettando gli stati $|\,2\,\rangle$ e $|\,5\,\rangle$ del deuterio e rilevando il popolamento degli stati $|\,1\,\rangle$, $|\,3\,\rangle$ e $|\,4\,\rangle$ ad opera delle risonanze $\pi 12$, $\pi 23$, $\pi 45$ e $\pi 35$. I punti uniti dalla linea tratteggiata si riferiscono ai valori rilevati in assenza di fascio. In basso viene mostrata la differenza fra le due misure. Per problemi tecnici legati all'instabilità del fascio, il valore di campo magnetico non supera i 43 mT.

valore è prossimo a quelli teorici di almeno tre risonanze (vedi tabella 4.6): le $\pi 23-56$ (entrambe a 35.4 mT) e la $\pi 45$ (35.9 mT). La curva tratteggiata rappresenta la misura in assenza di fascio, mentre nel grafico sottostante è stata riportata la differenza fra le due misure. Se si potesse assumere che le condizioni di funzionamento del BRP non siano variate, allora questo grafico rappresenterebbe il solo contributo delle risonanze (π e σ).

Una seconda misura di segnale è stata pensata per cercare di osservare le risonanze $\sigma 26$. La tecnica adottata è simile a quella della misura appena descritta: iniezione di stati $|\,2\,\rangle$ e $|\,5\,\rangle$ e utilizzo delle unità SFT 2-6 e MFT 3-4 del BRP. Rispetto allo schema (5.5), cambia solo l'ultimo passaggio:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \epsilon_{12} \\ \epsilon_{26}+\epsilon_{56} \\ \epsilon_{23}+\epsilon_{35} \\ \epsilon_{45} \\ 1-\epsilon_{35}-\epsilon_{45}-\epsilon_{56} \\ 1-\epsilon_{12}-\epsilon_{23}-\epsilon_{26} \end{pmatrix} \overset{BRP\ \ MFT\ 3-4}{- - - - - - \rightarrow} \begin{pmatrix} \epsilon_{12} \\ \epsilon_{26}+\epsilon_{56} \\ \epsilon_{45} \\ \epsilon_{23}+\epsilon_{35} \\ 1-\epsilon_{35}-\epsilon_{45}-\epsilon_{56} \\ 1-\epsilon_{12}-\epsilon_{23}-\epsilon_{26} \end{pmatrix} \overset{SESTUP.}{- - - - - - \rightarrow} \begin{pmatrix} \epsilon_{12} \\ \epsilon_{26}+\epsilon_{56} \\ \epsilon_{45} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{RIVELAZIONE} \tag{5.6}$$

Come si vede, considerando sempre l'azione finale dei sestupoli, le risonanze osservabili sono le $\pi 12$, $\pi 45$, $\pi 56$ e la $\sigma 26$.
Un problema occorso ad una delle unità ad alta frequenza del BRP (il surriscaldamento dell'amplificatore della SFT 2-6) non ha permesso di compiere tale misura.

Come già accennato all'inizio, con il deuterio si è avuta la possibilità di rilevare il valore di polarizzazione del bersaglio. Come visto nel primo capitolo, tutti gli stati iperfini di idrogeno o deuterio possiedono una definita orientazione dello spin elettronico o nucleare, quando posti in un campo magnetico sufficientemente intenso. La polarizzazione (elettronica, nucleare o tensoriale) può essere mantenuta anche iniettando particolari combinazioni di stati, come mostrato in tabella 2.1.
Una prima serie di misure è stata fatta iniettando il solo stato $|\,3\,\rangle$, il quale possiede polarizzazioni elettronica $P_e=1$, nucleare $P_z=-1$ e tensoriale $P_{zz}=1$. In questo modo è possibile osservare la depolarizzazione dovuta principalmente alle risonanze $\sigma 35$, dal momento che gli stati $|\,3\,\rangle$ e $|\,5\,\rangle$ possiedono diverse orientazioni del nucleo e dell'elettrone. Questa misura è stata effettuata per valori di campo magnetico fissati e compresi nell'intervallo fra 0 e 100 mT con passo di 5 mT. Per ogni valore di campo, il BRP ha fornito un valore mediato su 100 cicli di misura, ognuno dei quali, a sua volta, mediato su 40 rilevazioni. Nel periodo di tempo intercorso, la corrente del fascio è passata da 20 A a 15 A. La stessa serie di misure è stata poi ripetuta in assenza di fascio.
I risultati ottenuti sono mostrati in figura 5.6. All'aumentare del campo magnetico, la polarizzazione elettronica sale, senza però avvicinarsi al valore massimo, per la presenza dei fenomeni di collisione, mentre le polarizzazioni nucleare e tensoriale si avvicinano maggiormente ai limiti teorici. I valori che si discostano palesemente dalle curve di polarizzazione

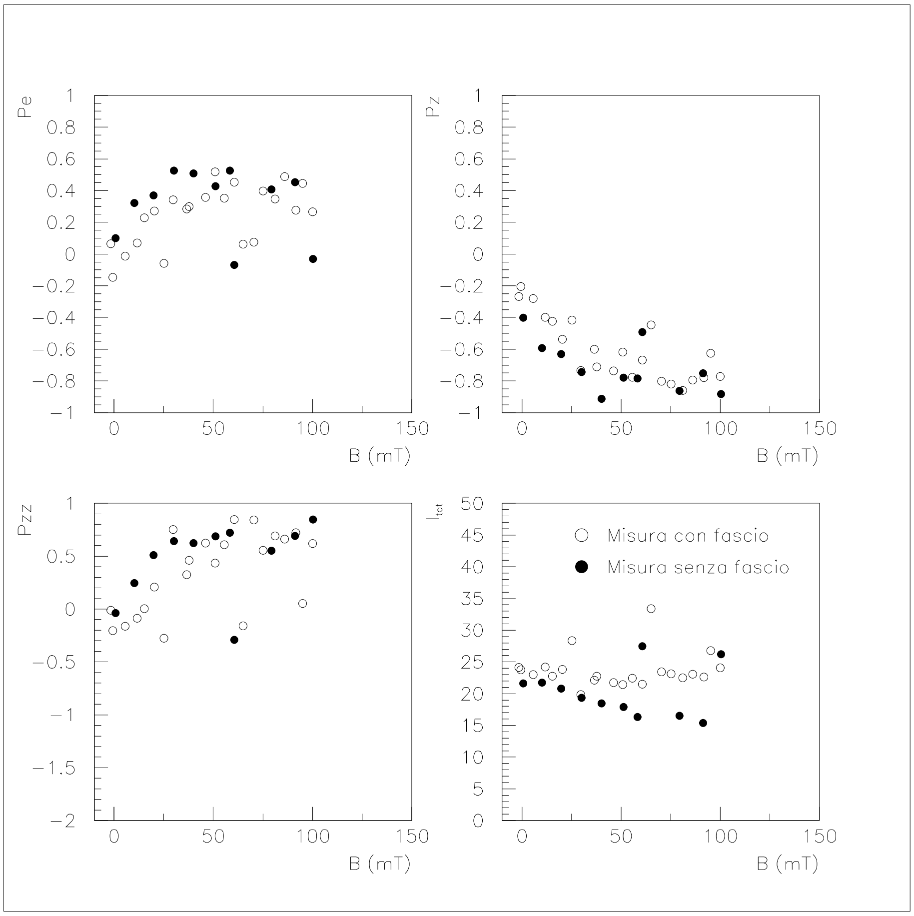

Figura 5.6: Misura di polarizzazione eseguita iniettando il solo stato $|3\rangle$ del deuterio, confrontata con la rilevazione effettuata in assenza di fascio. I primi tre riquadri contengono i tre valori di polarizzazione (elettronica, nucleare e tensoriale), mentre nell'ultimo viene rappresentato il segnale totale rilevato dallo spettrometro del BRP.

(attorno a 65 mT e a 95 mT) sono dovuti al momentaneo fondo emesso durante la fase di rigenerazione della pompa a sublimazione di titanio. Purtoppo, le forti fluttuazioni fra misure adiacenti impediscono la determinazione di un andamento regolare in funzione del campo magnetico. Questo comportamento può essere ricondotto al malfunzionamento del BRP, soprattutto nel caso della misura senza fascio, come si può notare osservando la progressiva diminuzione del numero di conteggi mostrata nell'ultimo riquadro. A bassi valori di campo, le misure senza fascio presentano una polarizzazione sensibilmente migliore rispetto alle rilevazioni in presenza di fascio, mentre, tra i 70 mT e i 100 mT, la differenza viene mascherata dall'andamento fortemente oscillante appena citato.

Una seconda misura di polarizzazione è stata effettuata iniettando gli stati $|2\rangle$ e $|5\rangle$ ($P_e = 0$, $P_z = 0, P_{zz} = -2$). In questo caso, le risonanze depolarizzanti sono dovute ad entrambe le risonanze $\sigma 26$ e $\sigma 25$.
I valori di campo a cui sono state fatte le rilevazioni variano fra 0 e 160 mT, con passo di 10 mT, mentre il BRP è stato impostato come nella precedente misura. La corrente del fascio è passata da 15.8 A a 13.5 A. Per questioni di tempo, in questo caso non è stato possibile ripetere la misura in assenza di fascio.
I risultati sono mostrati in figura 5.7. Come si può vedere, le polarizzazioni elettronica

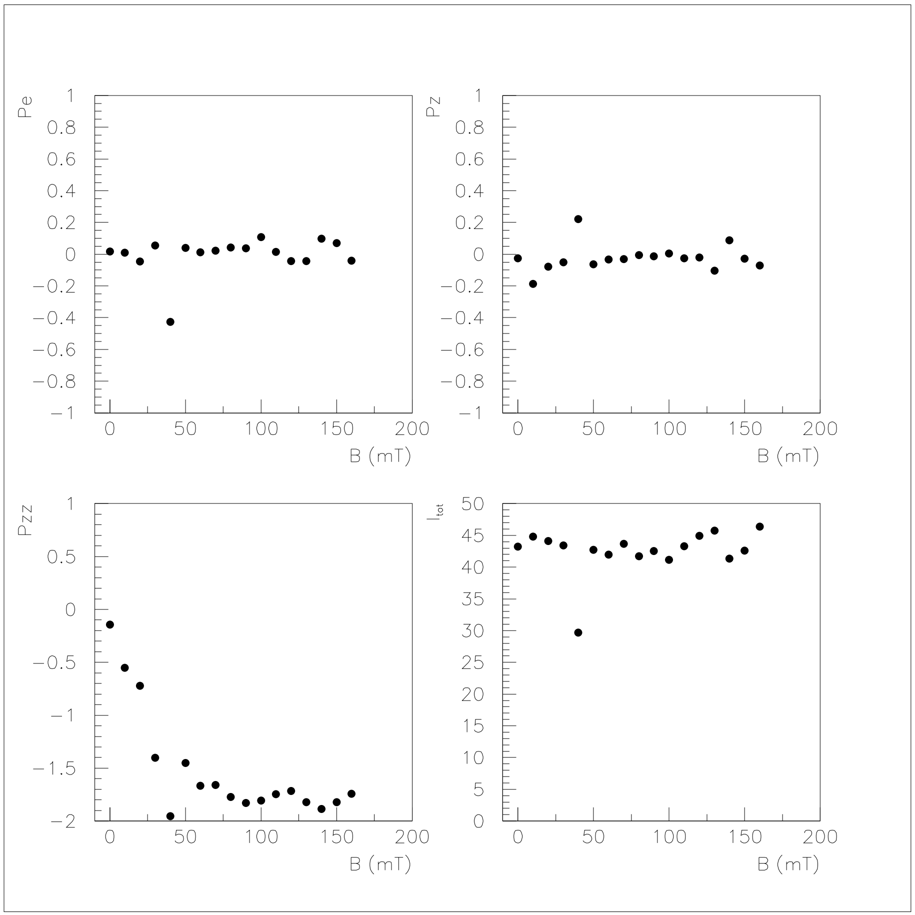

Figura 5.7: Misura di polarizzazione eseguita iniettando gli stati $|2\rangle$ e $|5\rangle$ del deuterio, per valori di campo magnetico fino a 160 mT. La rilevazione in assenza di campo statico non è stata eseguita.

e nucleare rimangono costantemente nulle (salvo fluttuazioni statistiche), mentre la polarizzazione tensoriale si avvicina, al suo limite teorico. I valori a 40 mT, sono stati rilevati durante la rigenerazione della pompa a sublimazione di titanio e vanno dunque esclusi da qualsiasi tipo di considerazione. In tutti i casi, per valori di campo compresi fra 100 mT e 160 mT si notano notevoli oscillazioni nell'andamento delle polarizzazioni. Tali fenomeni possono essere messi in relazione con la rispettiva instabilità del segnale totale (ultimo riquadro), dovuta al malfunzionamento del BRP.

Dopo aver presentato i risultati di tutte le misure effettuate, si può concludere che:

- Nel caso dell'idrogeno, sono state osservate e risolte singolarmente le risonanze π nucleari nella regione di campo compresa fra 110 mT e 162 mT. In questo modo, si è potuto verificare che la larghezza delle rispettive curve è tale da consentire di stabilire un valore di campo magnetico, compreso fra due di esse, non interessato da questo tipo di fenomeno. Questo risultato conferma l'ipotesi suggerita nel capitolo precedente (vedi paragrafo 4.3.3), secondo la quale un valore di campo posizionato a metà fra le risonanze $\pi 34$ numero 80 e la $\pi 12$ numero 57 è da considerarsi il migliore possibile. Numericamente, tale campo corrisponde a 155 mT ottenibile tramite una corrente di circa 185 A.

- Le risonanze σ non sono state risolte nè nel caso dell'idrogeno nè in quello del deuterio. A causa dell'instabilità del segnale fornito dall'apparato di misura non è neppure possibile stabilire quanto la presenza di questo tipo di risonanze contribuisca alla depolarizzazione del bersaglio.

- Nel limite delle incertezze sperimentali dovute al malfunzionamento dell'apparato di misura, le misure di polarizzazione evidenziano come, nel caso del deuterio, le risonanze σ non presentino un significativo effetto depolarizzante.

Conclusioni

HERMES è un esperimento di diffusione profondamente anelastica (DIS) polarizzata, in corso al DESY di Amburgo dal 1995, con l'obbiettivo di misurare le funzioni di struttura dipendenti dallo spin di protone e neutrone. Dall'inizio del periodo di presa dati, e fino al giugno del 2000, fascio e bersaglio sono caratterizzati da una polarizzazione diretta longitudinalmente rispetto all'impulso delle particelle proiettili. Tuttavia, per realizzare pienamente gli obbiettivi stabiliti, è necessario poter disporre di un bersaglio polarizzato trasversalmente. Questa possibilità , prevista già nel progetto iniziale dell'esperimento, risulta oggi ancor più interessante a causa dei recenti sviluppi teorici nell'ambito della struttura dello spin del nucleone.
Attraverso il lavoro presentato in questa tesi, si è inteso studiare l'effettiva possibilità , per HERMES, di utilizzare un bersaglio polarizzato trasversalmente. Come si è visto, rispetto al caso longitudinale, esistono qui difficoltà operative maggiori, legate alla particolare orientazione del campo magnetico trasverso rispetto alla direzione del moto del fascio di positroni incidenti. L'attenzione è stata rivolta, in modo particolare, ai tre seguenti aspetti:

- La deflessione del fascio dalla traiettoria rettilinea causata della forza trasversale fornita dal campo magnetico del bersaglio.

- La radiazione di sincrotrone prodotta dalle particelle cariche del fascio, attraversando i campi generati dal magnete del bersaglio e dai due correttori.

- L'eventuale depolarizzazione del bersaglio dovuta alle risonanze nucleari indotte dal campo magnetico oscillante associato alla corrente del fascio.

Attraverso la prova sperimentale a cui è stato sottoposto il bersaglio, si è potuto verificare che la deflessione del fascio, opportunamente riallineato con una coppia di magneti correttori, e la radiazione di sincrotrone non rappresentano in alcun modo un ostacolo all'utilizzo del magnete. In altre parole, il test effettuato ha dimostrato che il bersaglio trasverso è tecnicamente utilizzabile.
L'ultimo punto esaminato merita invece una discussione più approfondita. Le risonanze π, assenti per il deuterio in un intorno sufficientemente ampio del punto di lavoro, sono state osservate nel caso dell'idrogeno: grazie a questa misura, si è potuto verificare che le code delle curve relative a tali risonanze sono sufficientemente strette da permettere la

scelta di valori di campo per i quali le transizioni π sono del tutto assenti. Sul fronte delle transizioni σ, caratteristiche del bersaglio trasverso, la situazione appare invece più problematica, dal momento che, come è risultato dalla mappatura effettuata, il campo del magnete trasverso non è sufficientemente omogeneo per poter evitare la presenza di tali risonanze all'interno del bersaglio. I possibili rimedi attuabili per evitare la presenza di questo fenomeno depolarizzante vengono di seguito elencati:

- La realizzazione di un magnete sufficientemente omogeneo, in modo tale da mantenere i valori di campo corrispondenti a punti di risonanza al di fuori del bersaglio. Questa prima soluzione potrebbe non consentire di evitare l'effetto delle risonanze, nel caso in cui la larghezza di queste ultime fosse sufficiente a sovrapporre la code di due curve adiacenti.

- La realizzazione di una cella di accumulazione accorciata di due centimetri per ogni estremità , mantenendo l'attuale magnete (vedi quarto capitolo). Questo secondo rimedio soffre della stessa controindicazione del primo, con in più l'ulteriore svantaggio di un calo di densità del bersaglio.

- La richiesta, al gruppo dell'acceleratore, di aumentare la dimensione lungitudinale del *bunch* di positroni. Questa soluzione determinerebbe, in accordo con quanto detto nel terzo capitolo, una diminuzione della probabilità per le transizioni σ. Purtroppo questa strada non sembra percorribile in quanto palesemente in contrasto con l'esigenza, da parte dei due esperimenti limitrofi, di un elevato valore di luminosità .

Purtroppo, le misure condotte durante il test non hanno fornito indicazioni circa il contributo delle risonanze σ alla depolarizzazione del bersaglio, a causa dei problemi occorsi all'apparato di misura. La questione rimane dunque tuttora aperta e necessiterebbe di una seconda verifica sperimentale effettuabile in condizioni ottimali.

Appendice A

Diffusione inelastica inclusiva elettrone-nucleone

A.1 Introduzione

Nello studio degli effetti e delle proprietà dell'interazione forte, l'uso della diffusione profondamente anelastica di elettroni su nuclei (*Deep Inelastic Scattering*, DIS):

$$e + p \longrightarrow e + X$$

si è rivelato in questi ultimi trenta anni uno dei metodi più potenti. Reazioni di questo tipo sono essenzialmente elettromagnetiche, ma gli effetti dell'interazione forte, che è responsabile della struttura del nucleone ed interviene nella formazione degli stati finali, si rivelano negli andamenti delle sezioni d'urto.
Quando un elettrone diffonde su un nucleo bersaglio, lo fa trasferendo energia ed impulso per mezzo di una "corrente virtuale", un fotone nel caso di una interazione elettromagnetica. Se viene trasferita una grande quantità di energia ed impulso, allora, per il principio di indeterminazione, la "corrente" può risolvere piccolissime distanze spazio-temporali, e quindi rivelare la struttura granulare del bersaglio. Se i granelli (detti "partoni") sono veramente elementari, o puntiformi, e quindi privi di struttura interna, allora l'interazione della corrente con il bersaglio è funzione soltanto del rapporto x tra l'energia del partone e l'energia della corrente, nel laboratorio, dove il bersaglio è fermo. In particolare, la diffusione risulta indipendente da Q^2 (il quadrato della massa della corrente virtuale). Dall'energia e dall'angolo dell'elettrone diffuso si può dedurre il valore della quantità x del partone con il quale ha interagito e, accumulando molti eventi per un dato x, si può verificarne l'indipendenza da Q^2, con buona approssimazione. E' questa la "legge di scala" (*scale invariance*), scoperta verso la fine degli anni '60, nei laboratori di DESY e di SLAC.
Paragonando i dati della diffusione di elettroni con quelli analoghi ottenuti con fasci di neutrini è stato possibile determinare i numeri quantici dei partoni. Si è arrivati alla conclusione che essi sono essenzialmente di due tipi: i *quark*, fermioni elettricamente carichi, ($-1/3$ e $2/3$ della carica del protone), e i "gluoni", bosoni elettricamente neutri.

Non è stata una sorpresa scoprire che il protone non è elementare. Infatti il momento magnetico "anomalo" dei nucleoni, noto fin dagli anni 30, suggerisce che protone e neutrone abbiano una "forma" e una struttura interna. Inoltre il proliferare delle "risonanze", scoperte negli anni '50 e '60, suggeriva che esse fossero composte da da pochi costituenti elementari, in analogia ai molti atomi, costituiti solo di elettroni protoni e neutroni. I "quarks", distinti in sei *flavours*, sono appunto questi costituenti elementari.
La diffusione anelasica di leptoni ha permesso di raccogliere informazioni sui numeri quantici dei partoni, suggerendo l'ipotesi che essi abbiano spin 1/2. Polarizzando i fasci di leptoni e i bersagli, è possibile investigare in che modo lo spin del nucleone polarizzato è distribuito tra i vari *flavours* dei quark, ed il ruolo che può avere lo spin del gluone nella costituzione dello spin del nucleone.
In questa appendice viene esposta la fenomenolgia del DIS in reazioni elettrone-nucleone, con particolare riferimento al caso in cui sia elettrone incidente che bersaglio siano polarizzati. Trattazioni accurate delle tematiche legate al modello a partoni e alla cromodinamica quantistica si trovano in [Rob90, Clo79]

A.2 La cinematica

All'ordine più basso dell'elettrodinamica quantistica (*Quantum Elecrtodynamics*, QED), il processo di diffusione elettrone-nucleone è descritto dal diagramma mostrato in figura A.1. Per i quadrivettori si utilizza la convenzione $p = (p_0, \vec{p})$. In questo modo, il quadrato della massa invariante di una particella reale è una quantità positiva (m^2), mentre il quadrato del quadrimomento trasferito in un evento diffusivo è una quantità negativa ($q^2 < 0$).
I quadrivettori energia-impulso relativi alle particelle in gioco prima e dopo l'urto sono riportati di seguito, prendendo come sistema di riferimento quello del laboratorio. Il paramatro M rappresenta la massa a riposo del nucleone, mentre quella dell'elettrone viene trascurata in tutta la trattazione.

$k = (E, \vec{k})$	Elettrone incidente
$k' = (E', \vec{k'})$	Elettrone diffuso
$p = (M, \vec{0})$	Nucleone prima dell'urto

Gli invarianti di Lorentz che si utilizzano solitamente per descrivere la cinematica del DIS sono i seguenti:

$Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2 > 0$	Inverso del quadrato del quadrimom. trasf.
$\nu = \frac{p \cdot q}{M}$	Energia trasferita durante l'urto
$p' = (M + \nu, \vec{q})$	Stato adronico finale
$W^2 = p'^2 = (p + q)^2$	Massa invariante dello stato adronico finale
$s = (p + k)^2$	Quadrato dell'energia totale

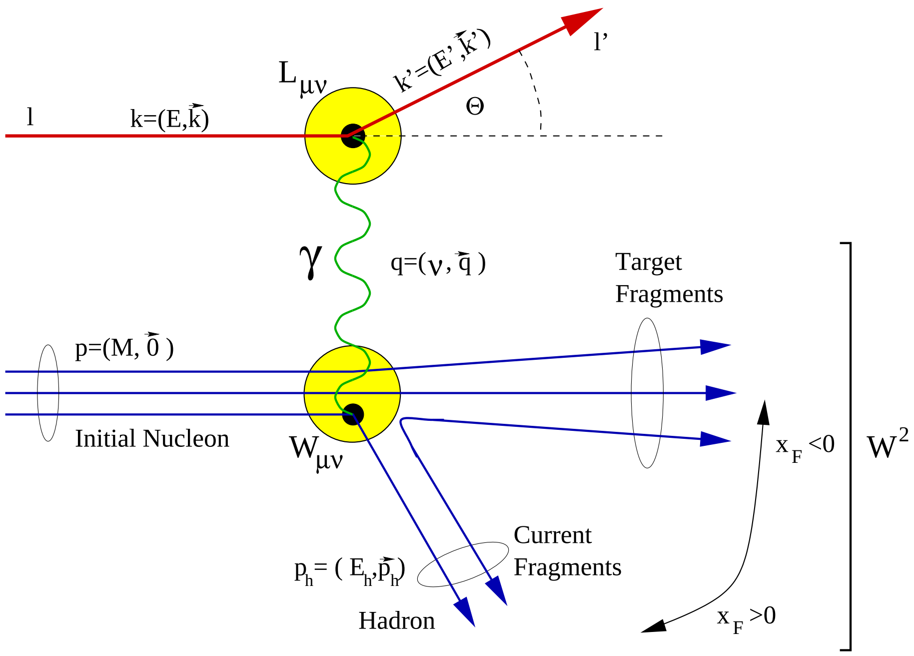

Figura A.1: Diagramma schematico di un evento di diffusione profondamente inelastica.

Valgono inoltre le seguenti relazioni:

$$Q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2} \tag{A.1}$$

dove θ rappresenta l'angolo di diffusione nel laboratorio,

$$\nu = E - E' \tag{A.2}$$

$$W^2 = M^2 + 2M\nu - Q^2 \tag{A.3}$$

Dunque, fissata l'energia dell'elettrone incidente, l'evento di DIS viene completamente descritto dalle variabili E' e θ.
Risulta inoltre molto utile l'introduzione di due quantità adimensionali:

$$x = \frac{Q^2}{2p \cdot q} \stackrel{\text{lab}}{=} \frac{Q^2}{2M\nu} \tag{A.4}$$

$$y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k} \stackrel{\text{lab}}{=} \frac{\nu}{E} \tag{A.5}$$

La variabile x viene usualmente chiamata x di Bjørken.
Ad alte energie ($s >> M^2$), si ha DIS se Q^2 e ν tendono a infinito, per x finito.[1]

[1] Questa condizione può essere considerata una definzione di DIS

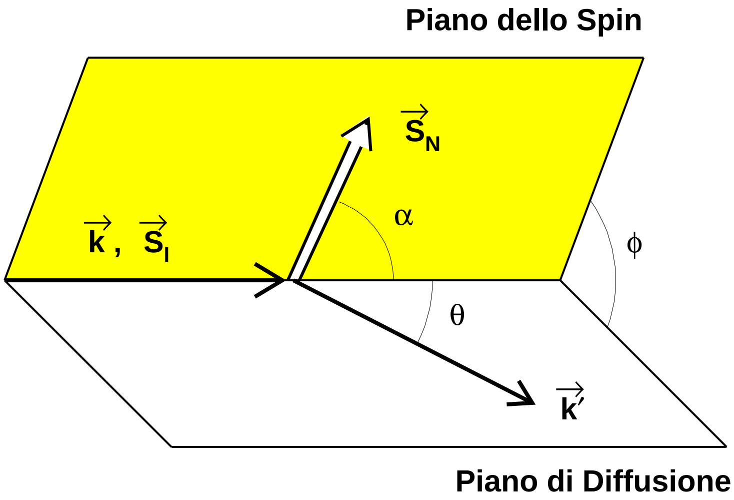

Figura A.2:
Definizione degli angoli fra direzione del fascio incidente $\vec{k}$, elettrone diffuso $\vec{k}'$ e asse di polarizzazione $\vec{P}$ del bersaglio.

Nel caso di urto elastico ($M^2 = W^2$), si ha $Q^2 = 2M\nu$, cioè $x = 1$.
Più in generale, i valori di x e y cinematicamente permessi sono:

$$0 < x \leq 1 \tag{A.6}$$

$$0 < y < \frac{1}{1 + xM/2E} < 1 \tag{A.7}$$

Generalmente, la coppia di variabili sperimentalmente misurate (E', θ) viene convertita nella coppia (x, Q^2) oppure (ν, Q^2). Queste variabili descrivono completamente il DIS non polarizzato o polarizzato longitudinalmente, in cui lo spin del nucleone nel bersaglio e quello del leptone incidente sono entrambi diretti come l'impulso del leptone stesso.
In caso di bersaglio polarizzato trasversalmente, entra in gioco una terza variabile, l'angolo ϕ fra il piano di scattering e la direzione di polarizzazione del nucleone (vedi figura A.2).

A.3 Sezione d'urto e funzioni di struttura

La sezione d'urto differenziale del processo di DIS si può scrivere per mezzo di due tensori:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha^2}{Q^4}\frac{E'}{E}L^{(e)}_{\mu\nu}W^{\mu\nu} \tag{A.8}$$

dove $\alpha = \frac{1}{137}$ è la costante di struttura fine. Il tensore leptonico $L^{(e)}_{\mu\nu}$ descrive l'emissione del fotone virtuale e si ricava facendo uso dell'elettrodinamica quantistica:

$$L_{\mu\nu}(k, s; k', s') = \sum_{s'} (\bar{u}(k', s')\gamma^{\mu}u(k, s)) \cdot (\bar{u}(k, s)\gamma^{\nu}u(k', s')) \tag{A.9}$$

Questo tensore è composto da parti simmetriche (S) e antisimmetriche (A) per scambio di μ, ν:

$$L_{\mu\nu}(k, s; k', s') = L^{(S)}_{\mu\nu}(k; k') + iL^{(A)}_{\mu\nu}(k, s; k') + L'^{(S)}_{\mu\nu}(k, s; k', s') + iL'^{(A)}_{\mu\nu}(k, s; k', s') \tag{A.10}$$

dove:

$$L_{\mu\nu}^{(S)}(k;k') = k_\mu k'_\nu + k'_\mu k_\nu - g_{\mu\nu}(k \cdot k' - m^2) \tag{A.11}$$

$$L_{\mu\nu}^{(A)}(k;k') = m\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}s^\alpha(k-k')^\beta \tag{A.12}$$

$$L_{\mu\nu}^{(S)}(k,s;k') = (k \cdot s')(k'_\mu s_\nu + s_\mu k'_\nu - g_{\mu\nu}(k'.s) \tag{A.13}$$

$$L'^{(A)}_{\mu\nu}(k;k') = m\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}s'^\alpha(k-k')^\beta \tag{A.14}$$

$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ è il tensore totalmente antisimmetrico di Levi-Civita.
Gli stati di spin s' sono sommati, dato che non si osserva lo spin dello stato finale.
Il tensore adronico $W^{\mu\nu}$, invece, non è calcolabile e deve contenere informazioni sulla struttura del nucleone[2]. Esso può venire parametrizzato in modo generale tramite quattro funzioni di struttura:

$$W_{\mu\nu}(q,p,S) = W_{\mu\nu}^{(S)}(q,p) + iW_{\mu\nu}^{(A)}(q,p,S), \tag{A.15}$$

dove

$$\frac{1}{2M}W_{\mu\nu}^{(S)}(q,p) = (-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2})W_1(p \cdot q, q^2) + [(p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2}q_\mu)(p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2}q_\nu)]\frac{W_2(p \cdot q, q^2)}{M^2} \tag{A.16}$$

$$\frac{1}{2M}W_{\mu\nu}^{(A)}(q,p,S) = \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}q^\alpha\{MS^\beta\frac{G_1(p \cdot q, q^2)}{m} + [(p \cdot q)S^\beta - (S \cdot q)p^\beta]\frac{G_2(p \cdot q, q^2)}{M^2}\} \tag{A.17}$$

dalle equazioni (A.8) e (A.10) si ottiene:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha^2}{2Mq^4}\frac{E'}{E}[L_{\mu\nu}^{(S)}W_{\mu\nu}^{(S)} + L'^{(S)}_{\mu\nu}W_{\mu\nu}^{(S)} - L_{\mu\nu}^{(A)}W_{\mu\nu}^{(A)} - L'^{(A)}_{\mu\nu}W_{\mu\nu}^{(A)}] \tag{A.18}$$

A.3.1 Diffusione non polarizzata

Se il fascio non é polarizzato, gli spin iniziali sono sommati su s' e mediati su s, ed il tensore leptonico diventa uguale a $2L_{\mu\nu}^{(S)} + 2iL_{\mu\nu}^{(A)}$, da cui:

$$L_{\mu\nu}^{(e)} = 2[k'^\mu k^\nu + k^\mu k'^\nu + (m_e^2 - k \cdot k')g^{\mu\nu}] \tag{A.19}$$

Se il protone iniziale non è polarizzato, allora la parte antisimmetrica del tensore adronico si annulla e $W^{\mu\nu}$ si riduce alla sola A.16, nella quale W_1 e W_2 sono due funzioni reali, chiamate "funzioni di struttura". Nel sistema di laboratorio la sezione d'urto diventa:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{4\alpha^2(E')^2}{Q^4}\left\{\cos^2\frac{\theta}{2}W_2(\nu,q^2) + 2W_1(\nu,q^2)\sin^2\frac{\theta}{2}\right\} \tag{A.20}$$

[2] $W_{\mu\nu} = \sum_n \langle p|J_\mu^+|n\rangle\langle n|J_\nu|p\rangle(2\pi)^3(p+q-p_n)$

Le due funzioni di struttura W_1 e W_2 vengono usualmente espresse mediante quantità adimensionali, F_1 e F_2, nel modo seguente:

$$MW_1(\nu, Q^2) = F_1(\nu, Q^2) \quad (A.21)$$
$$\nu W_2(\nu, Q^2) = F_2(\nu, Q^2) \quad (A.22)$$

A.3.2 Sezioni d'urto per l'assorbimento di fotoni virtuali

La funzioni W_1 e W_2 possono essere espresse tramite le sezioni d'urto totali di assorbimento di fotoni virtuali polarizzati trasversalmente (σ_T, elicità $=\pm1$) e longitudinalmente (σ_L, elicità $=0$). É proprio perchè il fotoassorbimento ha queste due sezioni d'urto indipendenti che due funzioni di struttura sono presenti nella sezione d'urto della diffusione di elettroni. Valgono le seguenti relazioni:

$$W_1(\nu, Q^2) = \frac{K}{4\pi^2\alpha}\sigma_T \quad (A.23)$$
$$W_2(\nu, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha K}(\sigma_L + \sigma_T) \quad (A.24)$$

dove K è il fattore di flusso dei fotoni, definito come [Gil68]:

$$K = |\vec{q}|_{lab} = \sqrt{Q^2 + \nu^2} \quad (A.25)$$

σ_T si può anche esprimere tramite le sezioni d'urto degli stati con elicità definita:

$$\sigma_T = \frac{\sigma_{1/2} + \sigma_{3/2}}{2} \quad (A.26)$$

dove $\sigma_{1/2}$ e $\sigma_{3/2}$ sono le sezioni d'urto di assorbimento quando il fotone e il nucleone hanno spin rispettivamente antiparalleli e paralleli.
Il rapporto R fra sezione d'urto longitudinale e trasversa può essere messo in relazione con le funzioni di struttura adimensionali F_1 e F_2:

$$R(x, Q^2) = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} = \frac{(1 + 4M^2x^2/Q^2)F_2(x, Q^2) - 2xF_1(x, Q^2)}{2xF_1(x, Q^2)} \quad (A.27)$$

Inoltre, la sezione d'urto non polarizzata può essere scritta come:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \Gamma(\sigma_T + \epsilon\sigma_L) \quad (A.28)$$

dove Γ e ϵ sono fattori cinematici.

Le quantità misurabili sperimentalmente sono $R(x, Q^2)$ e $F_2(x, Q^2)$. Da queste si ricava il valore di $F_1(x, Q^2)$.

A.3.3 Diffusione polarizzata e asimmetrie

Nel caso in cui sia il fascio incidente sia il bersaglio siano polarizzati, i tensori leptonico e adronico devono contenere informazioni aggiuntive dovute allo spin. La sezione d'urto differenziale deve tenere conto anche dell'angolo azimutale ϕ, definito in figura A.2:

$$\frac{d^3\sigma}{d\cos\theta d\phi dE'} = \frac{\alpha^2}{Q^4}\frac{E'}{E}L^{(e)}_{\mu\nu}W^{\mu\nu} \tag{A.29}$$

Il tensore leptonico diventa:

$$L^{\mu\nu} = 2\left[k'^{\mu}k^{\nu} + k^{\mu}k'^{\nu} - k\cdot k' g^{\mu\nu} - i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}q_{\alpha}s_{l\beta}\right] \tag{A.30}$$

dove $s_{l\beta}$ è il quadrimomento di spin dell'elettrone incidente, definito come

$$s_l^{\mu} = \frac{1}{2}\bar{u}(k,s_l)\gamma^{\mu}\gamma_5 u(k,s_l) \tag{A.31}$$

La forma generale del tensore adronico è ora data da:

$$W_{\mu\nu} = W_1(Q^2,\nu)\left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right) + \frac{W_2(Q^2,\nu)}{M^2}\left(p_\mu - \frac{p\cdot q}{q^2}q_\mu\right)\left(p_\nu - \frac{p\cdot q}{q^2}q_\nu\right) +$$

$$+ G_1(Q^2,\nu)M\, i\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}q^{\lambda}s_h^{\sigma} + \frac{G_2(Q^2,\nu)}{M}i\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}q^{\lambda}(p\cdot q s_h^{\sigma} - s_h\cdot q p^{\sigma}) \tag{A.32}$$

Qui s_h è il vettore di polarizzazione assiale del bersaglio, con spin 1/2.
La parte del tensore leptonico indipendente dallo spin è simmetrica in $\mu\nu$, e quindi rivela la parte simmetrica di $W_{\mu\nu}$. La parte di $L_{\mu\nu}$ che dipende dallo spin è antisimmetrica in $\mu\nu$, e quindi l'assimetria della polarizzazione è completamente determinata dalla parte antisimmetrica di $W_{\mu\nu}$. Questo si riflette sulla parametrizzazione di $W_{\mu\nu}$ che viene ora effettuata utilizzando, oltre a W_1 e W_2, due nuove funzioni di struttura, chiamate G_1 e G_2. Queste, analogamente al caso non polarizzato, possono essere scritte in termini di variabili adimensionali:

$$g_1(x,Q^2) = M^2\nu G_1(Q^2,\nu) \tag{A.33}$$

$$g_2(x,Q^2) = M\nu^2 G_2(Q^2,\nu) \tag{A.34}$$

Inoltre, come già accennato nel paragrafo 1.1, nel caso in cui il bersaglio sia polarizzato trasversalmente, la sezione d'urto viene a dipendere anche dall'angolo ϕ fra il piano di diffusione e l'asse di polarizzazione del nucleone. É possibile isolare i termini dipendenti dallo spin, calcolando la differenza $\sigma(\alpha)-\sigma(\pi+\alpha)$ fra la sezioni d'urto ottenute invertendo lo spin del bersaglio (il significato di α è mostrato in figura A.2). In tal modo si ottiene:

$$\frac{d^3(\sigma(\alpha)-\sigma(\pi+\alpha))}{dxdyd\phi} = \frac{e^4}{4\pi^2Q^2}\left[\cos\alpha\left(\left[1-\frac{y}{2}-\frac{y^2}{4}\gamma^2\right]g_1(x,Q^2) - \frac{y}{2}\gamma^2 g_2(x,Q^2)\right)\right.$$

$$- \sin\alpha\cos\phi\sqrt{\gamma^2\left[1-y-\frac{y^2}{4}\gamma^2\right]}\left(\frac{y}{2}g_1(x,Q^2)+g_2(x,Q^2)\right)\Big] \qquad (A.35)$$

dove $\gamma = \frac{\sqrt{Q^2}}{\nu}$.

In caso di polarizzazione longitudinale, $\alpha = 0$ o π e $\phi = 0$, dunque solo il termine che moltiplica $\cos\alpha$ sopravvive; all'interno di quest'ultimo inoltre, si può notare come il contributo di g_2 sia soppresso dal coefficuiente γ^2, in quanto, in esperimenti di DIS con elettroni ad alta energia, $\gamma^2 << 1$. Viceversa, se la polarizzazione è trasversale, $\alpha = \frac{\pi}{2}$ o $\frac{3\pi}{2}$, quindi rimane solo il termine moltiplicato per $\sin\alpha$.

L'equazione (A.35) può essere scritta come segue:

$$\frac{d^3(\sigma(\alpha)-\sigma(\pi+\alpha))}{dxdyd\phi} \propto \cos\alpha\cdot\{ag_1+bg_2\} - \cos\phi\sin\alpha\cdot c\cdot\{\tfrac{y}{2}g_1+g_2\} \qquad (A.36)$$

Confrontando la (A.35) e la (A.36) si vede che a è un termine di ordine $O(Q^0)$, b è di ordine $O(Q^2)$ e c è di ordine $O(Q^{-1})$.

Sezioni d'urto di assorbimento

Come nel caso non polarizzato, anche le funzioni di struttura G_1 e G_2 si possono esprimerte in termini di sezioni d'urto per l'assorbimento di fotoni virtuali polarizzati con componenti dello spin totale 1/2 e 3/2 lungo la direzione dell'impulso del fotone. Se queste sezioni d'urto sono $\sigma_{1/2}$ e $\sigma_{3/2}$, la sezione d'urto di assorbimento trasversa è data da $\sigma_T = (\sigma_{1/2} + \sigma_{3/2})/2$. Se σ_{TL} è l'interferenza tra fotoni trasversali e longitudinali, si ottiene:

$$\sigma_{1/2} = \frac{4\pi^2\alpha}{K}\left[W_1 + \frac{\nu}{M^2}G_1 - \frac{Q^2}{M^3}G_2\right] \qquad (A.37)$$

$$\sigma_{3/2} = \frac{4\pi^2\alpha}{K}\left[W_1 - \frac{\nu}{M^2}G_1 + \frac{Q^2}{M^3}G_2\right] \qquad (A.38)$$

$$\sigma_{TL} = \frac{4\pi^2\alpha}{K}\frac{\sqrt{Q^2}}{M^2}\left[G_1 + \frac{\nu}{M}G_2\right] \qquad (A.39)$$

Asimmetrie

Le funzioni di struttura g_1 e g_2 possono essere ricavate sperimentalmente misurando le asimmetrie di sezioni d'urto $A_{||}$ (bersaglio polarizzato longitudinalmente) e $A_\perp$ (bersaglio polarizzato trasversalmente), definite nel modo seguente:

$$A_{||} = \frac{\sigma^{\uparrow\downarrow} - \sigma^{\uparrow\uparrow}}{\sigma^{\uparrow\downarrow} + \sigma^{\uparrow\uparrow}} \qquad (A.40)$$

$$A_\perp = \frac{\hat{\sigma}^{\uparrow\rightarrow} - \hat{\sigma}^{\uparrow\leftarrow}}{\hat{\sigma}^{\uparrow\rightarrow} + \hat{\sigma}^{\uparrow\leftarrow}} \qquad (A.41)$$

dove i vari termini al secondo membro si riferiscono ai possibili casi di sezioni d'urto differenziali polarizzate, a seconda delle orientazioni relative dello spin di fascio incidente (prima freccia) e bersaglio (seconda freccia). Le asimmetrie per l'assorbimento di fotoni virtuali da parte di nucleoni polarizzati sono indipendenti dalla cinematica dell'elettrone incidente, e dipendono solo , per Q^2 e ν dati, dalla sezioni d'urto di assorbimento del fotone virtuale da parte del nucleone :

$$A_1 = \frac{\sigma_{1/2} - \sigma_{3/2}}{\sigma_{1/2} + \sigma_{3/2}} = \frac{g_1 - \gamma^2 g_2}{F_1} \tag{A.42}$$

$$A_2 = \frac{\sigma_{LT}}{\sigma_T} = \frac{\gamma(g_1 + g_2)}{F_1} \tag{A.43}$$

La (A.42) può essere semplificata, tenedo conto della condizione $\gamma^2 << 1$ tipica del DIS:

$$A_1 \approx \frac{g_1}{F_1} \tag{A.44}$$

Ricordando che σ_{TL} è la sezione d'urto dovuta all'interferenza tra fotoni trasversali e longitudinali, se ne deduce che $\sigma_{TL} \leq \sqrt{\sigma_L \sigma_T}$. Da questa considerazione, discende la presenza di un limite superiore per A_2:

$$A_2 = \frac{\sigma_{TL}}{\sigma_T} \leq \sqrt{\frac{\sigma_L \sigma_T}{\sigma_T^2}} = \sqrt{R(x, Q^2)} \tag{A.45}$$

Inoltre, sempre in virtù del piccolo valore di γ, si può assumere:

$$A_2 \approx 0 \tag{A.46}$$

La coppia di asimmetrie per la diffusione di elettroni su nucleoni polarizzati$A_{||}$ e $A_{\perp}$ possono essere espresse tramite A_1 e A_2:

$$A_{||} = D(A_1 + \eta A_2) \tag{A.47}$$

$$A_{\perp} = d(A_2 - \xi A_1) \tag{A.48}$$

dove D, η, d e ξ sono fattori cinematici definiti nel modo seguente:

$$D = \frac{y(2-y)}{y^2 + 2(1-y)(1+R)} \tag{A.49}$$

$$\eta = \frac{2\gamma(1-y)}{2-y} \tag{A.50}$$

$$d = D\sqrt{\frac{2\epsilon}{1+\epsilon}} \tag{A.51}$$

$$\xi = \eta\frac{1+\epsilon}{2\epsilon} \tag{A.52}$$

$$\epsilon = \frac{1-y}{1-y+y^2/2} \tag{A.53}$$

D e d possono essere considerati fattori di depolarizzazione del fotone virtuale, mentre ϵ è il grado di polarizzazione trasversale del bersaglio.

Determizazione di g_1

Sperimentalmente, la funzione di struttura dipendente dallo spin g_1 può essere determinata a partire dalla misura della sola asimmetria $A_{\|}$, applicando le approssimazioni (A.44) e (A.46), vale a dire $\gamma^2 g_2 \approx 0$ e $A_2 \approx 0$.
Combinando queste due relazioni con la (A.47), si ottiene:

$$\frac{A_{\|}}{D} \approx A_1 \approx \frac{g_1}{F_1} \tag{A.54}$$

La quantità direttamente misurabile risulta dunque $\frac{g_1}{F_1}$.
La g_1, si può infine calcolare invertendo la (A.27):

$$F_1(x, Q^2) = \frac{F_2(x, Q^2)(1+\gamma^2)}{2x(1+R(x, Q^2))} \tag{A.55}$$

ottenendo quindi:

$$g_1(x, Q^2) = \frac{F_2(x, Q^2)(1+\gamma^2)}{2x(1+R(x, Q^2))} A_1(x, Q^2) \tag{A.56}$$

I valori di F_2 e R sono noti dal DIS non polarizzato. In figura A.3 sono rappresentate le più recenti determinazioni di g_1.

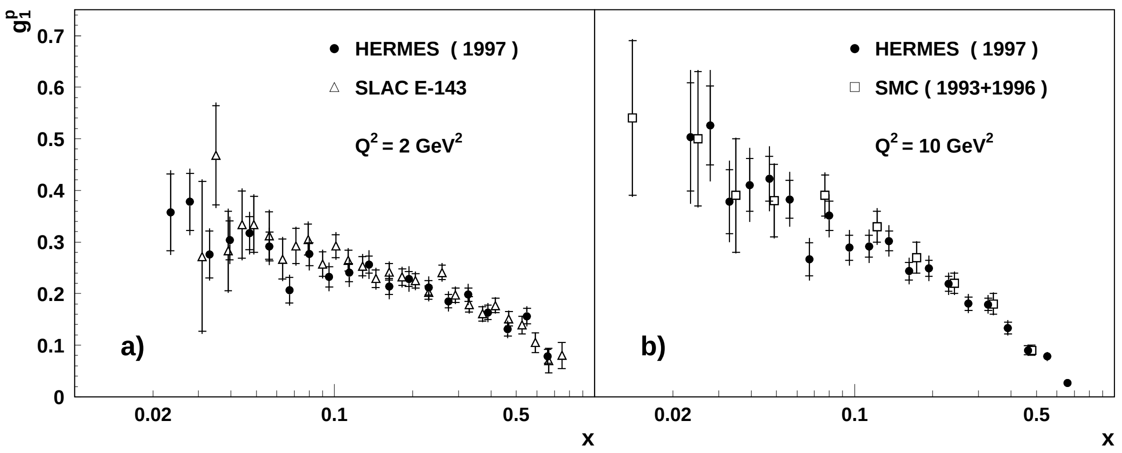

Figura A.3: La funzione di struttura dipendente dallo spin g_1^p del protone in funzione di x a Q^2 fissato: a) $Q^2 = 2GeV^2$ e b) $Q^2 = 10GeV^2$.

A.4 Cenni sull'interpretazione delle funzioni di struttura

Sperimentalmente si osserva che, per alti valori di Q^2 e di ν, le funzioni di struttura adimensionali F_1, F_2 e g_1 dipendono solo dalla variabile adimensionale x e non più da Q^2:

$$\lim_{Q^2,\nu\to\infty} F_1(\nu, Q^2) = F_1(x) \tag{A.57}$$

$$\lim_{Q^2,\nu\to\infty} F_2(\nu, Q^2) = F_2(x) \tag{A.58}$$

$$\lim_{Q^2,\nu\to\infty} g_1(\nu, Q^2) = g_1(x) \tag{A.59}$$

Questo comportamento che viene chiamato "legge di scala" (*scaling law*), é la dimostrazione che il nucleone é composto di centri diffusori privi di struttura interna, in una parola, puntiformi, almeno al limite della risoluzione spazio-temporale raggiunta da Q^2. [3]

A.4.1 Il modello a Partoni e la teoria dei Quark

Nel 1969, Feynman cerca di iterpretare il fenomeno di scaling mediante l'introduzione di un modello detto "a partoni". In esso, il nucleone è formato da particelle, chiamate appunto partoni, puntiformi e non interagenti fra loro. Chiamando m la massa del partone, l'urto elastico di quest'ultimo con il leptone viene descritto dalla relazione:

$$Q^2 = 2m\nu \tag{A.60}$$

Si ha quindi:

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} = \frac{m}{M} \tag{A.61}$$

La variabile adimensionale x assume dunque il significato di frazione della massa del nucleone posseduta dal partone.
Identificando i partoni con i tre quarks costituenti il nucleone secondo Gell-Mann e Zweig, sembrerebbe naturale pensare che $m = M/3$ e quindi $x = 1/3$. Si dovrebbe dunque osservare un picco elastico della sezione d'urto attorno a questo valore di x, ma nulla del genere viene osservato. Questo si spiega considerando che i partoni sono confinati in un raggio R pari alle dimensioni del nucleone; il momento di Fermi risulta dunque $p_f \simeq \hbar/R \simeq 250MeV/c$ e quindi il picco elastico avrebbe una larghezza $\delta x/x \simeq p_f/mc \simeq 1$, divenendo praticamente invisibile.
La variabile x di Bjørken può essere anche interpretata, nel cosiddetto sistema di riferimento di momento infinito, come la frazione $p_q = xp$ dell'impulso del nucleone trasportata dal partone.

[3] Era stato ipotizzato da Biørken giá nel 1967 per il caso di diffusione di leptoni su centri diffusori puntiformi

Nella teoria dei quark, distribuzioni di momento $q_f(x)$ descrivono la probabilità di trovare un quark di sapore f avente una frazione x dell'impulso del nucleone. Le sezioni d'urto e, in ultima analisi, le funzioni di struttura possono essere calcolate direttamente dalle quantità $q_f(x)$, ottenendo:

$$F_1(x,Q^2) = \sum_f \frac{e_f^2}{2}\Big(q_f^+(x) + q_f^-(x)\Big) \tag{A.62}$$

$$F_2(x,Q^2) = \sum_f e_f^2 x\Big(q_f^+(x) + q_f^-(x)\Big) \tag{A.63}$$

$$g_1(x,Q^2) = \sum_f \frac{e_f^2}{2}\Big(q_f^+(x) - q_f^-(x)\Big) \tag{A.64}$$

$$g_2(x,Q^2) = 0 \tag{A.65}$$

dove $q_f^{\pm}(x)$ indica la probabitità di trovare un quark di momento frazionario x avente elicità parallela (+) o antiparallela (-) allo spin del nucleone.
La somma si estende a tutti i sapori di quark ed antiquark che contribuiscono alla struttura del nucleone ad un dato momento trasferito.

Distribuzioni di quark non polarizzati

Le funzioni di struttura $F_1(x)$ e $F_2(x)$ sono determinate da distribuzioni di quark non polarizzate, quindi:

$$q_f(x) = q_f^+(x) + q_f^-(x) \tag{A.66}$$

Dalle (A.62) e (A.63) si ottiene dunque:

$$F_2(x) = 2xF_1(x) \tag{A.67}$$

detta relazione di Callan-Gross. Confrontando quest'ultimacon la (A.27), si può vedere come la relazione di Callan-Gross equivalga a dire che $R(x,Q^2)$, e quindi σ_L, sia zero. Questo risultato si può spiegare anche in termini di conservazione dell'elicità nella diffusione su particelle puntiformi di spin semintero. La verifica sperimentale della (A.67) costituisce quindi la conferma del fatto che i quark possiedano spin 1/2.
La funzione di struttura $F_2(x)$ riflette la distribuzione di momento fra i quark all'interno del nucleone.

Distribuzioni di quark polarizzati

La funzione di struttura $g_1(x)$ è legata alla distribuzione di spin dei quark:

$$\delta q_f(x) = q_f^+(x) - q_f^-(x) \tag{A.68}$$

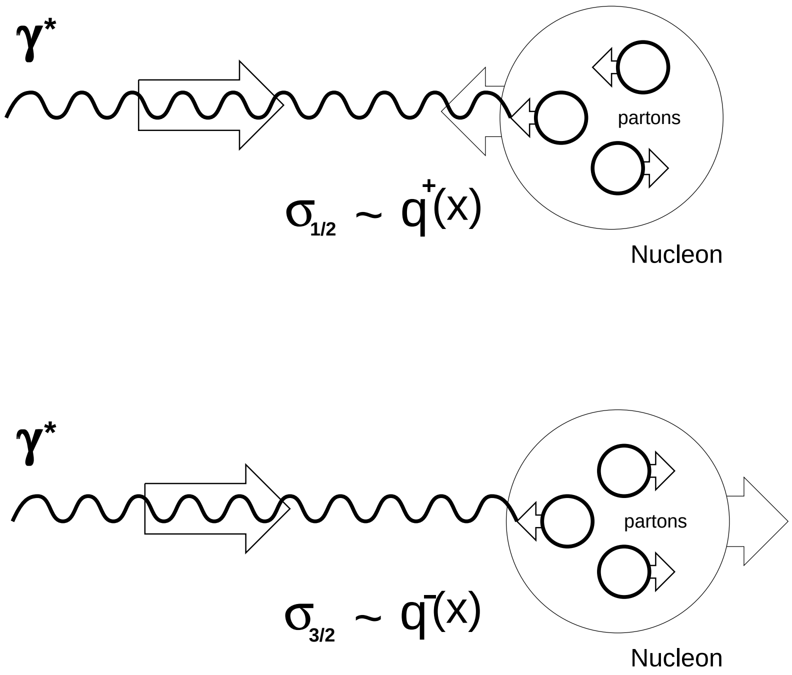

Figura A.4: Visualizzazione schematica dei due possibili eventi di diffusione $\gamma - N$, quando leptone e nucleone sono polarizzati longitudinalmente.

L'immagine di figura A.4 visualizza in modo piuttosto intuitivo la (A.68). Il leptone (polarizzato) incidente emette un fotone polarizzato circolarmente (elicità = ± 1). Questo, per la conservazione dell'elicità , può essere assorbito soltanto da un quark avente componente z dello spin antiparallela a quella del fotone, indipendentemente dal verso dello spin del nucleone, come si vede in figura. Si ha dunque:

$$q^+ \propto \sigma_{1/2} \tag{A.69}$$

$$q^- \propto \sigma_{3/2} \tag{A.70}$$

La funzione di struttura g_2 vale zero in quanto nell'ambito del modello a quark-partoni i gradi di libertà trasversi sono assenti.

A.4.2 QCD

Nel modello a partoni, il nucleone è costituito da particelle non interagenti fra loro. Nell'ambito della *Quantum Chromodynamics* , QCD, andare oltre questa semplificazione significa dotare i quark di una carica, detta it colore, responsabile dell'attrazione che lega questi ultimi a formare protone e neutrone. La carica di *colore* è la sorgente del campo della forza forte, mentre il bosone del campo della QCD, detto *gluone*, è responsabile della mediazione dell'interazione. Il *colore* si basa su una simmetria di gruppo $SU(3)$; la QCD è la corrispondente teoria di gauge non-Abeliana. Essa è in grado di spiegare fenomeni come il confinamento dei quark e la libertà asintotica ad alto momento trasferito, anche se si è ancora lontani da una piena determinazione delle singole funzioni d'onda. La principale applicazione della QCD al DIS si ottiene nella fattorizzazione dell'ampiezza di diffusione in avanti del fotone virtuale sul nucleone. Questo processo genera due termini, dei quali uno rappresenta la fisica a distanze grandi, mentre il secondo, dominante nel DIS, è correlato ai Q^2 elevati e puo' essere trattato con le tecniche della QCD perturbativa, in particolare la *Operator Product Expansion* (OPE).

A.4.3 Cenni sulle regole di somma

I possibili contributi allo spin del nucleone possono essere riassunti nella relazione seguente:

$$s_z^N = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(\Delta u_v + \Delta d_v + \Delta q_s) + \Delta G + L_z \tag{A.71}$$

dove Δu_v e Δd_v rappresentano il contributo dei quark di valenza (*up* e *down*), Δq_s rappresenta il contributo del mare (*up*, *down* e *strange*), ΔG il contributo dei gluoni e L_z il momento angolare orbitale. Il contributo dei soi quark viene generalmente indicato con $\Delta\Sigma$ ed è dato da:

$$\Delta\Sigma = \Delta u_v + \Delta d_v + \Delta q_s \tag{A.72}$$

Nell'ambito dell'analisi inclusiva, una possibile determinazione dei singoli contributi della (A.72) deriva dalla determinazione degli integrali delle funzioni di struttura $g_1^{p,n}(x)$ ripetto a x e a Q^2 fissato (insieme ad altre due relazioni derivanti dal decadimento β di neutrone e hyperone).
Nel 1974, Ellis e Jaffe [Ell74] determinano due distinte relazioni per $g_1^p(x)$ e $g_1^n(x)$, basandosi sul modello a quark (SU(3)) e sull'ipotesi che il mare strano non contribuisca allo spin del nucleone ($\Delta s = 0$). Trascurando le correzioni dovute alla QCD (violazione dello *scaling*, si ha:

$$\Gamma_1^p = \int_0^1 g_1^p(x)dx = \frac{1}{18}(9F - D) = 0.185 \tag{A.73}$$

$$\Gamma_1^n = \int_0^1 g_1^n(x)dx = \frac{1}{18}(6F - 4D) = -0.024 \tag{A.74}$$

dove F e D sono due costanti misurabili dal decadimento dell'iperone Λ.
Una regola di somma che mescola i contributi di protone e neutrone era stata precedentemente ricavata da Bjørken nel 1966 [Bjø]:

$$\int_0^1 \left[g_1^p(x) - g_1^n(x)\right] dx = \frac{1}{6}\frac{g_A}{g_V} = 0.209 \tag{A.75}$$

dove g_A e $g_V$sono le costanti di accoppiamento debole assiale e vettoriale misurabili nel decadimento β del neutrone. Anche in questo caso, si sono trascurate le correzioni dovute alla QCD. Questa regola è più generale della precedente, poiche l'assunzione che il mare strano non contribuisca alla polarizzazione del nucleune è resa superflua dal fatto che esso si elide nella differenza fra protone e neutrone.

Crisi dello spin

Nel 1988, le misure di g_1^p della collaborazione EMC [EMC88] portano ad una stima di Γ_1^p nettamente inferiore al valore calcolato da Ellis e Jaffe. A $Q^2 = 10GeV$ si ha infatti:

$$\Gamma_1^p = 0.114 \pm 0.012(stat.) \pm 0.026(sist.) \tag{A.76}$$

Questo risultato non sorprende, soprattutto in virtù dell'ipotesi $\Delta s = 0$ presente nella (A.73). Ciò che invece risulta difficilmente giustificabile anche nell'ambito della QCD è che, se si suppone che la differenza fra previsione teorica e risultato sperimentale sia dovuta alla polarizzazione del mare strano, si ottiene che il contributo dei quark allo spin del nucleone è praticamente trascurabile:

$$\Delta\Sigma = -0.062 \pm 0.16 \tag{A.77}$$

Questo risultato del tutto inaspettato genera la cosiddetta "crisi dello spin" [Bro88] e innesca una serie di nuovi esperimenti [E142, E143, SMC], alla ricerca di misure più precise. I dati raccolti fino ad oggi innalzano $\Delta\Sigma$ fra 0.2 e 0.3, un valore ancora lontano da quello che si otterrebbe applicando la regola di Ellis e Jaffe ($\Delta\Sigma = 0.586$), che risulta sempre violata. La somma di Bjørken viene invece verificata entro un margine del 10%.

A.5 Fisica trasversa: il ruolo di $g_2(x)$

Come si è già visto, l'espressione per $g_1(x)$ data nella (A.56) è un'approssimazione che deriva dall'aver trascurato i valori di A_2 e g_2. Una determinazione non ambigua di g_1 necessita dunque della conoscenza della seconda funzione di struttura di spin. Sperimentalmente, un modo per ricavare g_2 e' di misurare la sezione d'urto (A.35) ponendo $\alpha = 0$ (bersaglio polarizzato longitudinalmente) e $\alpha = \pi/2$ (polarizzazione trasversa), ottenendo così due equazioni in due incognite.
Ma la misura di g_2 non si limiterebbe a migliorare la nostra conoscenza di g_1. Questa seconda finzione di struttura gioca infatti un ruolo fondamentale nell'ambito della QCD e la sua determinazione poterbbe sancire un notevole salto di qualità nella comprensione della struttura del nucleone.

Appendice B

Lo spettrometro di HERMES

Nei capitoli di questa tesi, si è parlato di HERMES soltanto dal punto di vista della produzione degli eventi di DIS, attraverso l'interazione fra fascio di positroni e bersaglio atomico. In questa seconda appendice si intende completare la conoscenza dell'esperimento, attraverso una rapida panoramica dell'apparato preposto alla rilevazione e riconoscimento degli eventi prodotti dalla diffusione.
Lo spettrometro di HERMES [Her93, Ack98] è costituito da un magnete e da una serie di rivelatori posti a valle della regione di interazione, rispetto alla direzione del fascio. Tutto l'apparato è composto da due parti separate e simmetriche rispetto al piano orizzontale (xz) dell'esperimento. L'accettanza copre angoli di diffusione polari compresi fra $\theta = 40\,\mathrm{mrad}$ e $\theta = 220\,\mathrm{mrad}$. Questo dato, unito a quello dell'energia delle particelle incidenti (27.5 GeV), permette di definire il piano cinematico dell'esperimento (vedi figuraB.2): la x di Bjørken può variare fra $x = 0.02$ e $x = 1$, mentre il quadrimomento trasferito fra $Q^2 = 0.2\,\mathrm{Gev}^2$ e $Q^2 = 20\,\mathrm{Gev}^2$.
Nei prossimi paragrafi viene fornita una descrizione sommaria dei vari sottosistemi e dei singoli rivelatori che costituiscono lo spettrometro. Una rappresentazione schematica d'insieme è data in figura B.1.

B.1 Il magnete

Il magnete dello spettrometro produce il campo magnetico necessario per poter misurare l'impulso delle particelle cariche che lo attraversano. Si tratta di dipolo convenzionale a forma di H, capace di generare un campo integrato di 1.3 T·m. con disomogeneità massima, all'interno dell'accettanza, inferiore al 10%. Uno schermo di ferro posto attorno ai tubi a vuoto dell'acceleratore scherma i fasci dall'influenza del campo. Nonostante ciò , sul fascio di positroni è presente un piccolo magnete correttore aventre la funzione di contrastare la presenza dei campi spuri generati dal magnete principale. Quest'ultimo è circondato da un ulteriore schermo metallico destinato a proteggere i rivelatori limitrofi dal campo presente ai bordi del magnete.

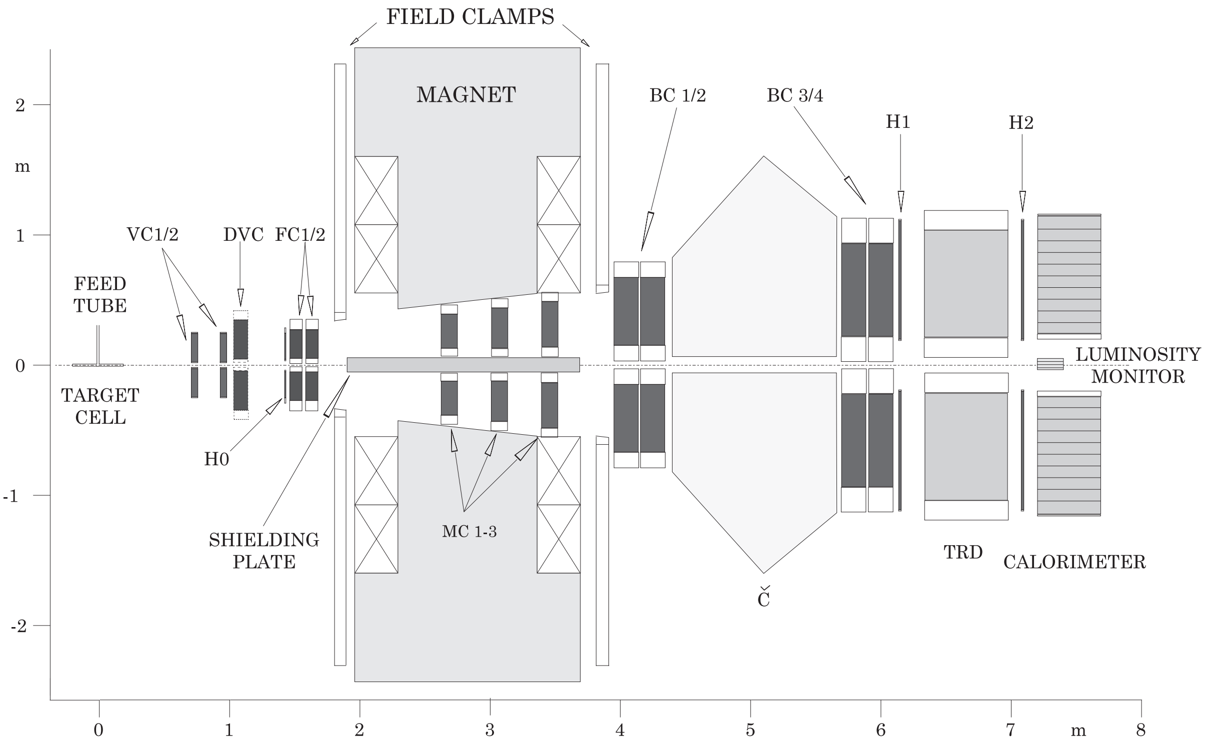

Figura B.1: Rappresentazione schematica dello spettrometro di HERMES, visto di profilo.

B.2 I rivelatori di traccia

I primi rivelatori che si incontrano dopo la regione di interazione sono delle camere a ionizzazione che assolvono diversi compiti, fra cui la determinazione del vertice di interazione, la misura dell'angolo di diffusione (con una risoluzione di 3-4 mrad) e la misura dell'impulso della particella diffusa (con una precisione del 1%). Ogni dispositivo è composto da tre moduli disposti su altrettanti piani, uno verticale, per la determinazione della posizione lungo la componente x, e gli altri due ruotati di $\pm 30^o$ rispetto all'asse y, per rilevare, indirettamente, le restanti componenti. Queste camere sono poste anteriormente, internamente e posteriormente rispetto al magnete e sono prevalentemente denominate proprio in base alla loro disposizione. L'allineamento di tutte le camere, indispensabile per una buona ricostruzione delle tracce, è affidato ad un sistema ottico di controllo basato sull'interferenza di fasci laser.

B.2.1 I rivelatori di vertice

Il vertice dell'interazione, interno alla cella di accumulazione, e l'angolo di diffusione vengono determinati grazie all'impiego di due tipi di camere: le VC (*Vertex Chamber*), poste in due punti, e le DVC (*Drift Vertex Chamber*), poste in un punto soltanto.
Le VC utilizzano la tecnologia innovativa delle *Micro Strip Gas Counter* (MSGC) al fine di migliorare la risoluzione. In pratica, i fili tipici delle camere tradizionali vengono qui sostituiti da sottilissime strisce anodiche e catodiche di alluminio, fra le quali viene

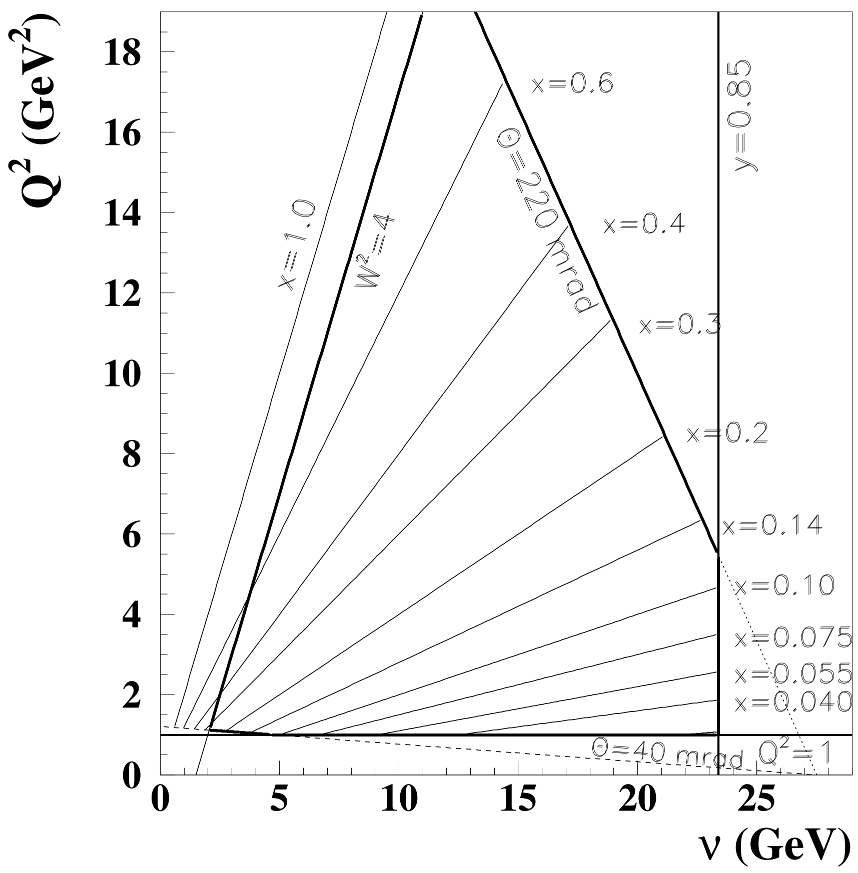

Figura B.2:
Il piano cinematico di HERMES (diffusione profondamente anelastica a 27.5 GeV). Sono tracciate linee a Q^2, W^2, x, y e θ costanti.

applicata una differenza di potenziale di 600 V.
Le DVC sono invece delle camere a deriva convenzionali del tutto simili a quelle descritte nel prossimo paragrafo.

B.2.2 Le camere a deriva

Le camere poste immediatanente prima (*Forward Chamber*, FC) e subito dietro (*Backward Chamber*, BC) rispetto al magnete sono tutte tradizionali camere a deriva, come le DVC, ciascuna delle quali composta da tre coppie di moduli, disposte come detto in precedenza. Ciascun modulo è costituito da un piano di fili anodici e catodici alternati, posto tra una coppia di fogli catodici, e si trova immerso in una miscela gassosa non infiammabile di Ar, CO_2 e CF_4.
In fase di analisi, la ricostruzione delle traccia e dell'impulso della particella rilevata avviene attraverso il confronto dei segnali provenienti da FC e BC con i valori contenuti in un database.

B.2.3 Le camere proporzionali

I rivelatori contenuti nel magnete (*Magnet Chamber*, MC) sono costituiti da camere proporzionali multifili. Questo tipo di dispositivo è particolarmente indicato per l'utilizzo

all'interno di un campo magnetico, in quanto la determinazione della posizione non si basa sulla misura temporale di uno spostamento, come nel caso delle camere a deriva. D'altro canto, la bassa risoluzione (1 mm) di questi rivelatori non li rende idonei alla ricostruzione delle tracce.
La funzione delle MC è quella di risolvere le ambiguità negli eventi con tracce multiple e di rivelare particelle aventi impulsi relativamente bassi.

B.3 L'identificazione delle particelle

Il secondo gruppo di rivelatori presenti nello spettrometro forma l'apparato di identificazione delle particelle. Si tratta, in ordine di collocazione, di un rivelatore a soglia Čerenkov (Č), un rivelatore a radiazione di transizione (TRD), un *preshower* (H2) e un calorimetro elettromagnetico al vetro piombo. Il sistema così composto consente di distinguere fra positroni, pioni ed altri adroni. Nel 1988, il rivelatore Čerenkov è stato migliorato tramite l'installazione di un contatore di tipo *ring imaging* (RICH), per ottenere una completa separazione fra pioni, kaoni, protoni ed altri adroni.

B.3.1 Il rivelatore a soglia Čerenkov

Il rivelatore a soglia Čerenkov basa il proprio funzionamento sull'effetto omonimo, secondo il quale una particella carica, in moto in un mezzo, emette luce se la sua velocità è maggiore di una certa velocità di soglia. Il cono di radiazione emessa possiede un angolo di apertura:

$$\cos\theta_c = \frac{1}{\beta n} \tag{B.1}$$

dove $\beta = \frac{v}{c}$.
Da questa relazione si deduce facilmente che, per $\beta_s = \frac{1}{n}$, e dunque per la velocità di soglia $v_s = \frac{c}{n}$, si ottiene $\theta = 0$. Questo significa che la radiazione Čerenkov viene emessa solo se la velocità della particella è maggiore di quella della luce nel mezzo considerato.
Utilizzando un mezzo avente un valore di velocità di soglia che risiede fra quelle tipiche di due particelle, si ottiene il riconoscimento delle due dalla emissione o meno di luce, durante il passaggio attraverso il radiatore.
Nel 1996 e '97, cioè prima dell'installazione del RICH, il rivelatore Čerenkov di HERMES è stato riempito con un gas costituito da una miscela di azoto (70%) e di perfluorobutano (30%), mantenuto a pressione atmosferica. Con questa configurazione, le soglie, in energia, per pioni, kaoni e protoni risultano rispettivamente di 3.8, 13.6 e 25.8 GeV.

B.3.2 Il rivelatore a radiazione di transizione

Una particella carica ultrarelativistica ($\gamma > 1000$), passando fra due materiali aventi due diverse costanti dielettriche, $\epsilon_1 e \epsilon_2$, emette radiazione di transizione. Questa emissione avviene in avanti, con un cono di apertura proporzionale a $\frac{1}{\gamma}$ e con energia nell'intervallo

dei raggi X (da 2 a 15 KeV).
Il rivelatore a radiazione di transizione di HERMES è costituito da sei moduli consecutivi, ciascuno dei quali contiene un radiatore (costruito con fibre di propilene orientate in modo casuale), seguito da una camera proporzionale per la rivelazione dei raggi X. I segnali più intensi sono provocati dai positroni relativistici. La presenza del TRD permette di migliorare la separazione fra positroni ed adroni.

B.3.3 Il preshower

Il contatore *preshower* è costituito da una lastra di 11 cm di piombo, seguita da un odoscopio di contatori a scintillazione. I positroni che transitano attraverso il piombo (corrispondente a 2 lunghezze di radiazione) causano uno sciame elettromagnetico, che viene rivelato dagli scintillatori sottoforma di segnale variabile fra i 20 e i 40 MeV. Il passaggio della maggior parte degli adroni non genera invece alcuno sciame, in quanto, per queste particelle, la lastra di piombo corrisponde solanto a 0.02 lunghezze di radiazione. Il segnale generato nei contatori a scintillazione risulta, in questo caso, di 1-3 Mev.

B.3.4 Il calorimetro

Il calorimetro di HERMES misura l'energia dei positroni e dei fotoni provenienti dal decadimento di particelle o da processi radiativi e, al contempo, assicura una separazione dei positroni dagli adroni di alta energia.
Questo rivelatore è costituito da due parti simmetriche rispetto al piano orizzontale del fascio, composta ciascuna da 42x10 contatori di vetro al piombo. Ognuno di questi ha una sezione quadrata di 27 cm^2 per 50 cm di lunghezza (18 lunghezze di radiazione). L'energia trasportata da uno sciame elettromagnetico viene rilasciata in un *cluster* formato da 3x3 contatori, ed è indipendente dal punto in cui il modulo centrale viene colpito (e dall'angolo di incidenza) per in fattore inferiore al 1%. La risoluzione del punto di incidenza è pari a $\sigma_x \approx \sigma_y \approx 7$ mm, sensibilmente migliore delle dimensioni dei singoli contatori.

B.4 Il monitor di luminosità

All'estremità finale dello spettrometro, vicino al fascio di positroni, due piccoli calorimetri uguali e simmetrici rispetto al piano verticale del fascio, misurano la luminosità . Tale grandezza viene determinata attraverso la rilevazione della sezione d'urto della diffusione BhaBha ($e^+ e^- \rightarrow e^+ e^-$) e di annichilazione ($e^+ e^- \rightarrow \gamma\gamma$)[1] fra i positroni del fascio e gli elettroni atomici del bersaglio. Ogni calorimetro è composto da 3x4 rivelatori a soglia Čerenkov, particolarmente resistenti alla radiazione di fondo presente nelle vicinanze del fascio.
La discriminazione, rispetto al fondo, degli eventi "buoni" viene effettuata misurando il

[1] In caso di fascio di elettroni viene rilevata la sola sezione d'urto Møller ($e^- e^- \rightarrow e^- e^-$)

segnale di coincidenza di questi ultimi nei due rivelatori.
Tipicamente, il valore di luminosità è compreso fra $1.0 \cdot 10^{31}$ e $1.5 \cdot 10^{31}$ $\mathrm{cm^{-2}s^{-1}}$.

B.5 Il trigger

Ogni apparato di rivelazione necessita di un sistema che discrimini gli eventi fisicamente rilevanti dal segnale dovuto al fondo. Nello spettrometro di HERMES, questo sistema, detto *trigger*, è costituito dal calorimetro elettromagnetico, dal rivelatore *preshower* e da due ulteriori odoscopi (H0 e H1), installati esclusivamente per questo scopo. I segnali provenienti da questi quattro rivelatori devono essere in coincidenza temporale con un pacchetto di positroni di HERA (HERA *clock*). Le frequenze di trigger sono dell'ordine di 10 Hz per i buoni eventi di DIS.

B.6 Il sistema di acquisizione dati

Per ogni evento selezionato dal trigger dello spettrometro, il sistema di acquisizione dati (DAQ) registra le informazioni provenienti da tutti i rivelatori. Altri due livelli di *trigger* sono previsti durante questa fase. Di questi, uno si occupa di controllare la lettura del sistema tramite i computer dell'*on-line*, mentre il secondo si assicura della corretta scrittura su nastro.
Alla fine di ogni periodo di presa dati (cioè allo spegnimento di ogni fascio utilizzato da HERMES), questi vengono trasferiti al centro di raccolta del DESY. Qui, ogni gruppo di dati viene suddiviso in *runs* della lunghezza di circa 10 minuti. Ogni *run* viene quindi ulteriormente suddiviso in unità di acquisizione, dette *bursts*, durante le quali determinate variabili assumono un valore costante. Ogni *burst* dura circa 10 secondi.

Bibliografia

[Abr58] A. Abragam, J. M. Winter; *Phys. Rev. Lett.* **1**, (1958) 375

[Ack98] Ackerstaff et. al.; *Nucl. Instr. Meth.* **A417**, (1998) 230, hep-ex/9806008, HERMES internal note 98 035

[Bar93] V. Bargman et al.; *Nucl. Inst. Meth.* **A 329**, 79 (1993)

[Bjø] J.D. Bjørken; *Phys. Rev.* **148**, (1966) 1475; *Phys. Rev.* **D 10**, (1969) 1669

[Bou93a] M.A. Bouchiat; *J. Phys. Radium* **24** (1963) 379

[Bou93b] M.A. Bouchiat; *J. Phys. Radium* **24** (1963) 611

[Bra95] B. Braun; Tesi di Dottorato, Ludwig-Maximilian-University, Monaco (1995)

[Bra97] B. Braun; *The HERMES Polarimeter*, Proc. Pol. Beams and Pol. Gas Targets, Urbana-Champaign (1997)

[Bro88] S. Brodsky et al.; *Phys. Lett.* **B 206**, (1988) 309

[Buo86] J. Buon e K. Steffen; *Nucl. Instr. and Meth.* **A 245**, (1986) 248

[Cer94] CAS; *Fifth General Accelerator Physics Course*, CERN 94-01, Ginevra (1994)

[Clo79] F.E. Close; *An Introduction to Quarks and Partons*, (Academic Press, London, 1979)

[Coh] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F.Laloe; *Quantum Mechanics*, Wiley-Interscience Publication

[E142] E142 Collaboration, P.L. Antony et al. *Phys. Rev. Lett.* **71**, (1993) 959

[E143] E143 Collaboration, K. Abe et al. *Phys. Rev. Lett.* **75**, (1995) 25

[Eld47] F.R. Elder et. al.; *Phys. Rev.* **71**, (1947) 829

[Ell74] J. Ellis e R.L. Jaffe; *Phys. Rev.* **D 9**, (1974) 1444; *Phys. Rev.* **D 10**, (1974) 1669

[EMC88] EMC Collaboration, P.L. Ashman et al.; *Phys. Rev. Lett.* **B 206**, (1988) 364; *Nucl. Phys.* **B 328**, (1989) 1

[Fic71] D. Fick; *Einf"uhrung in die Kernphysik mit polarisierten Teilchen*, BI-Hochschulskripte Bd. **755a**, Mannheim (1971).

[Gau92] H. G. Gaul and E. Steffens; *Nucl. Inst. Meth.* **A 316**, (1992) 297

[Gil68] F.J. Gilman; *Phys. Rev.* **167**, (1968) 1365

[Gro] Group 3 Technology Ltd.; P.O. Box 71-111 Rosebank, Auckland 7, Nuova Zelanda

[Hae67] W. Haeberli; *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **17**, (1967) 373

[Her93] HERMES Collaboration; *Technical Design Report*, DESY-PRC 93/06 (1993)

[Lor97] W. Lorenzon; *Beam Polarimetry at HERA*, Proc. of the Workshop on pol. Targets and Sources, Urbana-Champaign (1997)

[Maf] MAFIA computer code; ©Prof. Dr. Ing. T. Weiland, Ohlystrasse 69, D-65285 Darmstadt, Germania

[Mes61] A. Messiah; *Quantum Mechanics* volume II, (North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1961)

[Pur56] E.M. Purcell and G.B. Field; *Astrophys. J.* **124** (1956) 542

[Rob90] R.G. Roberts; *The Structure of the Proton*, (Cambridge Press, Cambridge, 1990)

[Sch85] P. Schmuser; *Nucl. Inst. Meth.* **A 235**, (1985) 201

[SMC] SMC Collaboration, B. Adeva et al; *Phys. Lett.* **B 302**, (1993) 533

[Sok64] A.A. Sokolov e I.M.Ternov; *Dov. Phys. Doklandy* **8**, (1964) 1203

[Ste95] J.A. Stewart; *Aspects of the Design of the Polarized H/D Internal Gas Target Storage Cell for the HERMES Experiment at HERA*, Proc. Pol. Beams and Pol. Gas Targets, Cologne (1995)

[Ste97] J.A. Stewart; *The HERMES Polarized Hydrogen Internal Gas Target*, Proc. Pol. Beams and Pol. Gas Targets and Sources, Urbana-Champaign (1997)

[Sto94] F. Stock et. al.; *Nucl. Instr. Meth.* **A343**, (1994) 334

[Wis96] T. Wise; Hermes Collaboraion Meeting, Amburgo 1996

[Wis] T. Wise; Comunicazione Personale