Untersuchung der BHABHA-Asymmetrien mit dem HERMES-Luminositätsmonitor

Diplomarbeit

von

Christoph Weiskopf

Physikalisches Institut

der

FRIEDRICH–ALEXANDER–Universität

Erlangen–Nürnberg

Mai 1998

hermes

Willig gehorcht' und band der helfende Argoserleger
Unter die Füße sogleich die goldenen schmucken Sandalen
Göttlicher Art, auf denen er schnell wie das Wehen des Windes
Hineilt über die Fluth und des Landes unendliche Breiten.
Dann ergriff er den Stab mit dem er nach seinem Belieben
Wachender Augen verschließt und Schlafende wiederum aufweckt.
Den in den Händen entflog der helfende Argoserleger,
Trat auf Pieriens Höh'n und fiel aus den Lüften auf's Meer ein.
Dicht an den Wogen darauf hinschwebend glich er der Möve
Welche nach Fischen jagt in den grausigen Mulden der Wogen
Und mit der salzigen Fluth benetzt ihr dichtes Gefieder.
So fuhr Hermes *dahin auf des Meeres zahllosen Wellen.*

Homer, *Odyssee* 5,43 ff.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Im derzeit allgemein akzeptierten Standardmodell der Elementarteilchenphysik existieren insgesamt vier elementare Kräfte, die durch den Austausch von Feldquanten für die Wechselwirkung zwischen Teilchen verantwortlich sind. Es sind dies die starke, die schwache, die elektromagnetische und die gravitative Wechselwirkung. Letztere ist nur auf makroskopischer Ebene von Bedeutung, während die ersteren drei die Physik auf kleinen und kleinsten Längenskalen dominieren. Die als erste und heute am besten verstandene Kraft ist die elektromagnetische, zu deren Beschreibung mit der Quantenelektrodynamik ein mächtiger Formalismus zur Verfügung steht. So können mit Hilfe der FEYNMAN-Regeln auf relativ einfache Art und Weise die Wirkungsquerschnitte für etliche wichtige Streuprozesse wie Paarerzeugung oder COMPTON-Streuung störungstheoretisch berechnet werden.

Die hohe Genauigkeit, mit der diese Wirkungsquerschnitte auch im Fall spinpolarisierter Teilchen theoretisch vorhergesagt werden können, ermöglicht die Bestimmung des Polarisationsgrads von Teilchenstrahlen oder Targets. So ist etwa die Beobachtung polarisierter MØLLER-Streuung (Elektron-Elektron-Streuung) inzwischen zu einem Standardverfahren zur Polarisationsmessung an Elektronenstrahlen geworden. Im Rahmen der vorliegenden Diplomarbeit konnte erstmals die Spin-Asymmetrie in der polarisierten BHABHA-Streuung (Positron-Elektron-Streuung) und Positron-Elektron-Paarvernichtung gemessen werden; aus den Ergebnissen wurden dann Rückschlüsse auf die Polarisationen von Strahl und Target gezogen.

Das HERMES-Experiment, dessen Hauptziel die Untersuchung der inneren Spinstruktur des Nukleons ist, nutzt den longitudinal polarisierten Positronstrahl des HERA-Speicherrings am Deutschen Elektronen-Synchrotron DESY. In den Jahren 1996 und 1997 kam ein Wasserstoff-Gastarget zum Einsatz, in dem neben Zuständen mit hoher Kern- und nahezu verschwindender Elektronpolarisation auch Zustände mit hoher Elektronpolarisation präpariert werden können. Ferner steht mit dem Luminositätsmonitor des Experiments ein Detektor zum koinzidenten Nachweis von Positron-Elektron- bzw. Photon-Photon-Paaren zur Verfügung. Dies ermöglichte eine Reihe von Messungen zur polarisierten Positron-Elektron-Streuung, die in dieser Arbeit vorgestellt werden sollen.

Nachdem in Kapitel 2 zunächst das HERMES-Experiment in seinen wesentlichen Aspekten beschrieben wurde, folgt in Kapitel 3 ein kurzer theoretischer Diskurs über unpolarisierte und polarisierte BHABHA-Streuung und Paarvernichtung. In Kapitel 4 wird dann die Messung der Spin-Asymmetrie in den Wirkungsquerschnitten bei HERMES und die Bestimmung der Targetelektron-Polarisation daraus präsentiert. Im Anschluß daran werden die Polarisationsergebnisse mit denen des BREIT-RABI-Polarimeters verglichen; aus diesem Vergleich können wichtige Informationen über das Target gewonnen werden, die auch im gewöhnlichen Betrieb des Experiments von Bedeutung sind. Kapitel 5 enthält schließlich eine Reihe systematischer Untersuchungen zu den BHABHA-Asymmetrien mit verschiedenen statistischen Methoden. Im Rahmen dieser Untersuchungen wurde auch ein Datensatz erzeugt, in dem die bei der Streuung jeweils vorliegenden Spinzustände des Targets zufällig ausgewählt wurden. Die Erzeugung dieser randomisierten Spin-Bits wird im Anhang detaillierter beschrieben; dort findet sich auch ein grober Überblick über die Sruktur der Datenverarbeitung im HERMES-Experiment.

2 Das HERMES-Experiment

2.1 Zielsetzung, Aufbau und bisherige Ergebnisse

In den fünfziger Jahren wurde damit begonnen, die innere Struktur der Nukleonen, d. h. des Protons und des Neutrons, die als Bausteine der Atomkerne gelten, in Streuexperimenten zu erforschen. Gleichzeitig werden seit einigen Jahrzehnten auf dem Gebiet der theoretischen Physik große Anstrengungen zum Verständnis des Aufbaus der Materie auf kleinster Längenskala unternommen. Nach momentanem Verständnis setzen sich die Nukleonen aus punktförmigen Fermionen zusammen, für die Murray Gell-Mann den Begriff „Quarks“ geprägt hat. Im heutigen Standardmodell der Elementarteilchenphysik setzt sich ein Nukleon aus je drei Valenzquarks zusammen, die durch den Austausch von Gluonen, den Feldquanten der starken Wechselwirkung, zusammengehalten werden. In den durch die Gluonen gebildeten Kraftfeldern können jederzeit neue Quark-Antiquark-Paare entstehen und ebenso durch Paarvernichtung wieder verschwinden. Diese Kraftfelder und die damit verbundenen Fluktuationen machen einen großen Teil der Masse des Nukleons aus.

Während die Zusammensetzung der Nukleonen aus Quarks inzwischen im Rahmen theoretischer Modelle, die sich auch mit experimentellen Befunden decken, als gut verstanden angesehen werden kann, ist noch nicht vollständig geklärt, wie sich der *Spin* des Nukleons zusammensetzt. Die Spinzusammensetzung ist für das mikroskopische Verständnis der Materie von ebenso großer Bedeutung wie die Massenzusammensetzung, da Spin und Masse in der DIRAC-Theorie die zwei fundamentalen intrinsischen Größen zur Beschreibung von Elementarteilchen sind.

Zur Zusammensetzung des Nukleonspins $s_{\mathrm{N}} = 1/2$ müssen im einzelnen die folgenden Beiträge berücksichtigt werden:

- Alle Valenz- und Seequarks tragen als fundamentale DIRAC-Teilchen immer den Spin 1/2.
- Die Gluonen sind Bosonen und haben daher den Spin 1.
- Außerdem muß bedacht werden, daß alle diese Konstituenten noch in relativer Bewegung zueinander sind. Auch die damit verbundenen Bahndrehimpulse können zum Spin des Nukleons beitragen.

Darüber, wie diese einzelnen Anteile zum Spin beitragen, wie also die innere Spinstruktur des Nukleons zu beschreiben ist, kann mit Hilfe der tiefinelastischen Streuung polarisierter Teilchen Aufschluß gewonnen werden.

Ein inelastischer oder tiefinelastischer Streuvorgang, etwa die Streuung von Leptonen an Nukleonen bei hohen Energien, wird durch zwei freie Parameter charakterisiert, z. B. den Streuwinkel θ und die Energie des gestreuten Teilchens E'. In der tiefinelastischen

Streuung verwendet man zur Beschreibung der Streukinematik aber üblicherweise die LORENTZ-invarianten Größen

$$Q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2} \tag{2.1}$$

$$x = \frac{Q^2}{2M(E - E')} \tag{2.2}$$

mit M der Masse des Targetnukleons. Beide Definitionen gelten im Laborsystem, wobei die obere Gleichung (2.1) nur unter Vernachlässigung der Ruhmasse des Projektilteilchens verwendet werden darf. Q^2 ist bis aufs Vorzeichen das invariante Massenquadrat des bei der Wechselwirkung ausgetauschten virtuellen Photons. Die BJØRKENsche Skalenvariable x kann Werte von Null bis Eins annehmen und ist ein Maß für die Inelastizität des Prozesses: Ein vollkommen elastischer Stoß ist durch $x = 1$ gekennzeichnet. In einem System, in dem sich das Nukleon so schnell bewegt, daß alle Transversalimpulse vernachlässigbar sind, kann x anschaulich interpretiert werden als der Impulsbruchteil des beim Stoß getroffenen Quarks am Gesamtimpuls des Nukleons.

Informationen über die innere Struktur des Nukleons gewinnt man aus den sogenannten Strukturfunktionen, die stets als Funktionen von x bei festem Q^2 angegeben werden. Zur Beschreibung der Spinstruktur werden die Spinstrukturfunktionen g_1 und g_2 eingeführt. Mit den Wahrscheinlichkeitsdichten $q_i^{\uparrow\uparrow/\uparrow\downarrow}$ dafür, das Quark i mit Impulsbruchteil im Intervall $[x, x + \mathrm{d}x]$ und Spin parallel bzw. antiparallel zu dem des Nukleons aufzufinden, kann man $g_1(x)$ angeben als

$$g_1(x) = \frac{1}{2} \sum_{\mathrm{f}} e_{\mathrm{f}}^2 (q_{\mathrm{f}}^{\uparrow\uparrow}(x) - q_{\mathrm{f}}^{\uparrow\downarrow}(x)) \ . \tag{2.3}$$

$g_1(x)$ ist also die Summe der polarisierten Quarkverteilungen für alle Quark-Sorten f, wobei jeder Summand noch mit der quadrierten Ladungszahl e_{f} des jeweiligen Quarks gewichtet wird. Für die Strukturfunktion g_2 dagegen ergibt sich im einfachen Quark-Parton-Modell

$$g_2(x) = 0 \ . \tag{2.4}$$

Zur Messung von Spinstrukturfunktionen nützt man die Tatsache aus, daß in der tiefinelastischen Lepton-Nukleon-Streuung, wie bei allen elektromagnetischen Streuprozessen, die Wirkungsquerschnitte für parallele und antiparallele Spinstellung der Stoßpartner nicht gleich groß sind. Die Strukturfunktion g_1 kann aus der Asymmetrie

$$A_1 = \frac{\sigma^{\uparrow\downarrow} - \sigma^{\uparrow\uparrow}}{\sigma^{\uparrow\downarrow} + \sigma^{\uparrow\uparrow}} \tag{2.5}$$

bestimmt werden. Damit lassen sich Experimente zur Spinstruktur des Nukleons auf die Messung der Wirkungsquerschnitte $\sigma^{\uparrow\uparrow}$ und $\sigma^{\uparrow\downarrow}$ zurückführen.

Das HERMES-Experiment[1], das Anfang 1995 in der Experimentierhalle Ost des HERA-Speicherrings[2] am Deutschen Elektronen-Synchrotron DESY in Hamburg aufgebaut wurde, ermöglicht die Messung der Spinstrukturfunktionen des Neutrons und des Protons aus der tiefinelastischen polarisierten Lepton-Nukleon-Streuung ([Dür 95]). Am HERA-Speicherring steht hierfür seit 1996 ein Positronstrahl der Energie 27.5 GeV zur Verfügung, der in Paketen im Abstand von 96 ns im Ring umläuft und dabei Ströme bis zu 50 mA erzeugt. Durch eine Asymmetrie in der Emission von Synchrotronstrahlung (SOKOLOV-TERNOV-Effekt) baut sich im Strahl nach gewisser Zeit eine transversale Polarisation auf; durch vor und hinter der HERA-Osthalle installierte Spinrotatoren steht für das HERMES-Experiment ein longitudinal polarisierter Strahl zur Verfügung ([Dür 94]). Im Jahr 1998 soll der Speicherring unter ansonsten gleichen Bedingungen mit Elektronen betrieben werden. Als Target dient eine direkt in das Strahlrohr integrierte Speicherzelle, die mit verschiedenen polarisierten und unpolarisierten Gasen gefüllt werden kann; eine genauere Beschreibung des Targets folgt in Abschnitt 2.2.

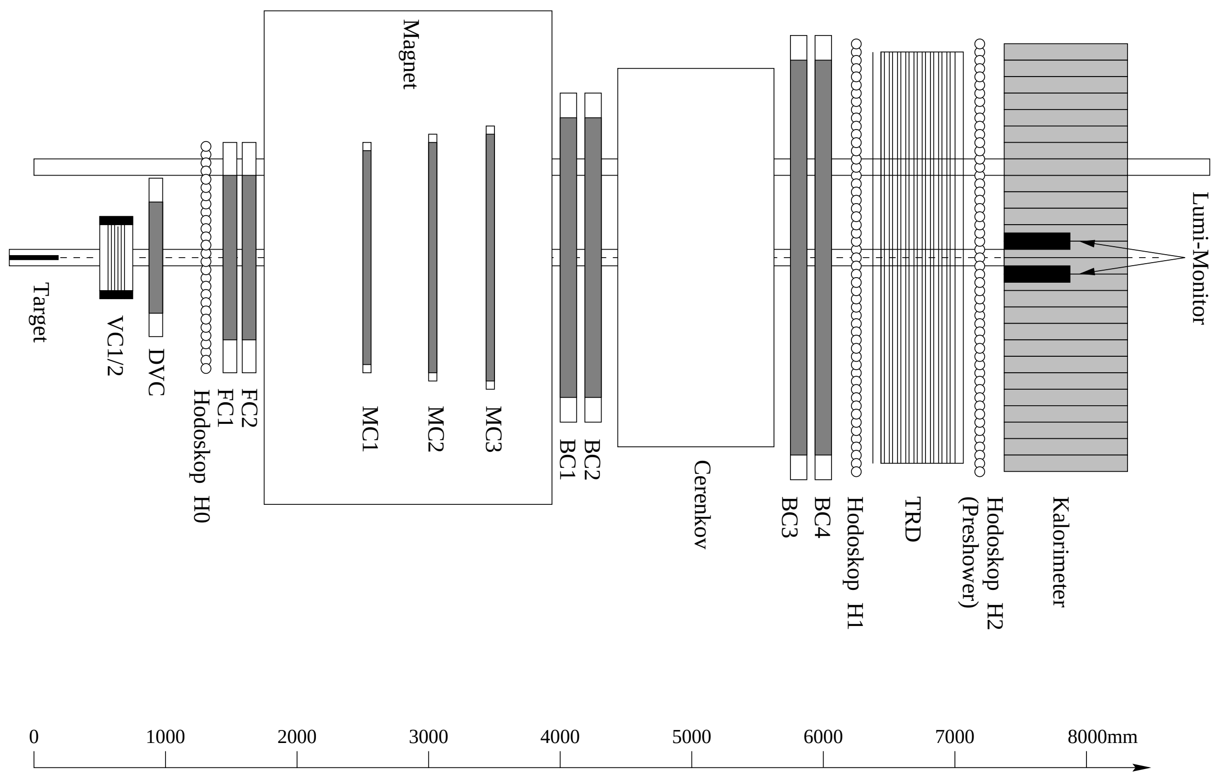

Abb. 2.1: Schematische Ansicht des HERMES-Detektors.

Die an den Targetnukleonen gestreuten Positronen sowie durch Fragmentation entstandene Hadronen werden in einem Dipol-Spektrometer mit hoher Orts- und Energieauflösung

[1] HERMES: **HER**a **ME**asurement of the nucleon **S**pin.
[2] HERA: **H**adron-**E**lektron-**R**ing-**A**nlage.

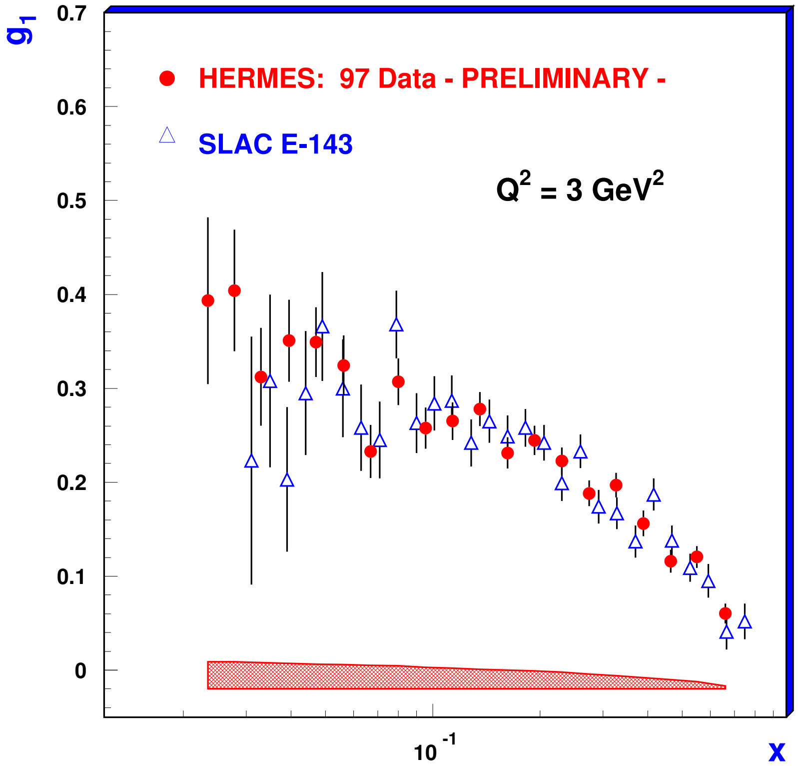

Abb. 2.2: Vorläufiges Ergebnis für g_1^p, bestimmt aus den Wasserstoff-Daten von 1997.

nachgewiesen. Der Detektor ist in Abbildung 2.1 dargestellt:

Die Mikrostreifen-Gaszähler VC1/2 und die darauf folgenden Spurkammern DVC und FC1/2 ermöglichen eine gute Bestimmung der Teilchenspur vor dem Spektrometermagneten; insbesondere kann aus der Kenntnis der Spur unmittelbar hinter dem Target mit hoher Genauigkeit der Wechselwirkungspunkt rekonstruiert werden. In den Driftkammern BC1-4 werden die Teilchenspuren nach dem Durchlaufen eines Magnetfeldes (integrierte Flußdichte $\int \mathrm{d}l\, B = 1.3$ Tm) bestimmt. Um das Aneinandersetzen der Spurstücke vor und hinter dem Magneten zu erleichtern, befinden sich im Magnetfeld noch die Proportionalkammern MC1-3. Aus der Größe der Ablenkung der Teilchen im Magnetfeld läßt sich der Impuls der Teilchen ermitteln. Der Čerenkov-Detektor, der Übergangsstrahlungsdetektor TRD und das Bleiglas-Kalorimetererermöglichen eine zuverlässige Identifikation der detektierten Teilchen. Das Kalorimeter dient außerdem als Trigger: Erst wenn die deponierte Energie die Schwelle von 3.5 GeV überschreitet, wird die Datennahme gestartet. Außerdem befinden sich 7.2 m hinter der Targetzelle zwei symmetrisch zum Strahlrohr angebrachte Kalorimeter, mit denen über die Bhabha-Streuung der Strahlpositronen an den Hüllenelektronen der Targetatome die Luminosität des Experiments gemessen wird (s. Abschnitt 2.3).

Neben inklusiven Messungen, d. h. Messungen, bei denen nur das gestreute Positron nachgewiesen wird, sind bei Hermes dank der guten Teilchenidentifikation auch semi-inklusive Messungen möglich, bei denen man zusätzlich noch das führende der durch Fragmentation entstehenden Hadronen registriert. So können etwa durch Untersuchung der entstehenden

Λ^0-Hyperonen oder J/ψ-Mesonen eine Vielzahl Informationen über die Polarisation der einzelnen Quarksorten, insbesondere auch der See-Quarks, gewonnen werden.

Im Jahr 1995 wurde das HERMES-Experiment mit ^{3}He als Target betrieben und aus den Daten die Spinstrukturfunktion des Neutrons g_1^{n} extrahiert ([Ack 97]). In den Jahren 1996 und 1997 wurden an einem Wasserstofftarget inklusive und semi-inklusive Daten genommen, die unter anderem auch eine Bestimmung der Spinstrukturfunktion des Protons g_1^{p} mit hoher statistischer Genauigkeit ermöglichen. Ein vorläufiges Ergebnis ist in Abbildung 2.2 zu sehen. Die Daten stimmen hervorragend mit denen anderer Experimente bei CERN und SLAC überein – hier ist zum Vergleich das Ergebnis des Experiments E-143 gezeigt – und vertiefen damit das Verständnis der inneren Spinstruktur des Nukleons.

2.2 Das interne Wasserstoff-Gastarget

Im HERMES-Experiment kommt zur Bereitstellung polarisierter Gastargets eine neuartige Speicherzellen-Technologie zum Einsatz; dadurch wird eine hohe Anzahl an polarisierten Nukleonen bei hoher Targetflächendichte garantiert. Abbildung 2.3 gibt einen Überblick über das Target ([Bra 97]), dessen wichtigste Bestandteile im folgenden kurz beschrieben werden ([Kol 98], [Ste 97]). Doch zunächst sollen einige wichtige atomphysikalische Eigenschaften von Wasserstoff beschrieben werden.

Im ungestörten Wasserstoffatom gibt es zwei Möglichkeiten für den Gesamtspin F, nämlich den Singulett-Zustand $F = 0$ und den Triplett-Zustand $F = 1$. In einem Magnetfeld $B \neq 0$ wird die Entartung des $F = 1$-Zustands aufgehoben, was bei Überschreiten eines kritischen Magnetfelds $B_{\mathrm{k}} = 50.7$ mT zu einer vollständigen Entkopplung von Elektron-

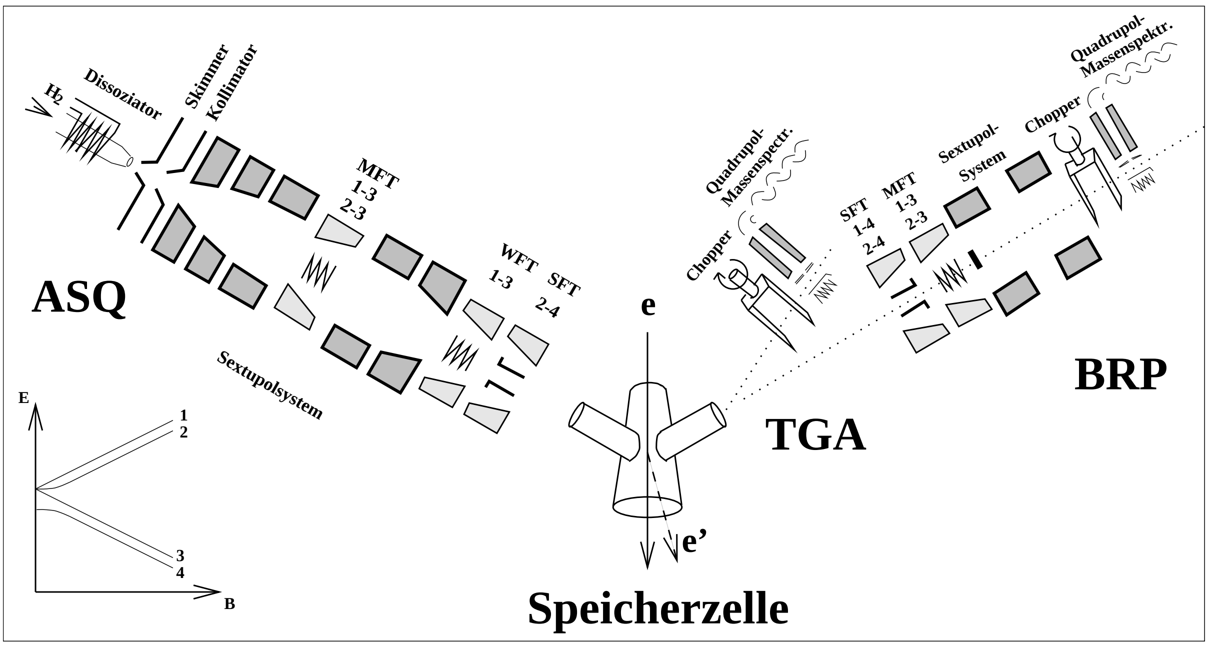

Abb. 2.3: Überblick über das HERMES-Target.

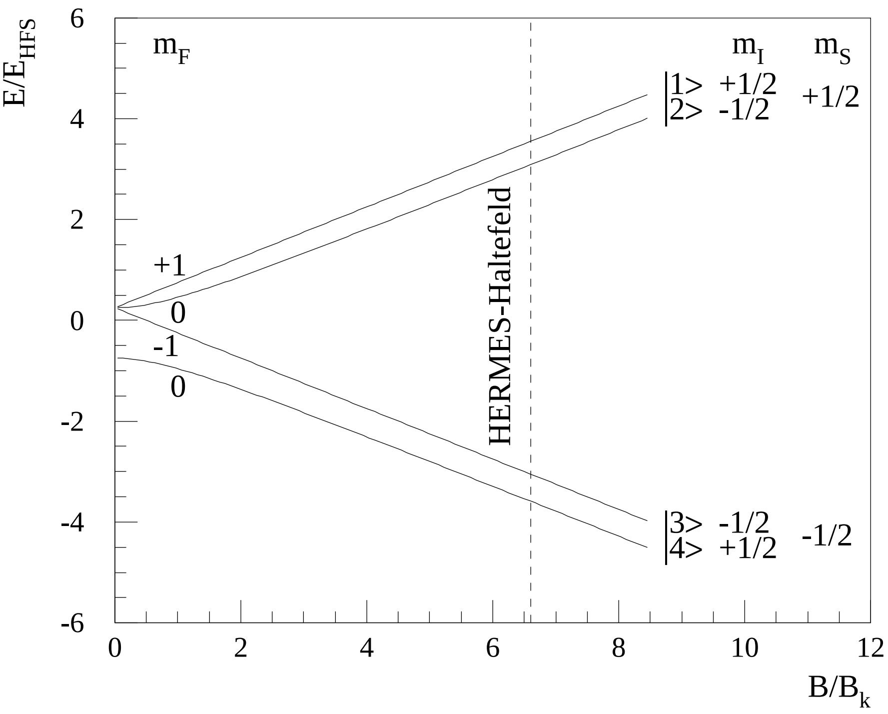

Abb. 2.4: Breit-Rabi-Diagramm für das Wasserstoffatom.

und Protonspin führt. In Abbildung 2.4 ist dies im sogenannten Breit-Rabi-Diagramm verdeutlicht, in dem die Energie der Zustände gegen das angelegte Magnetfeld aufgetragen ist. Als Energieeinheit fungiert hier die Hyperfeinstruktur-Aufspaltungsenergie von Wasserstoff $E_{\mathrm{HFS}} = 5.8744\ \mu\mathrm{eV}$ ([Bra 95], [Gro 98]).

Die Charakterisierung der Zustände $|1\rangle$ bis $|4\rangle$ kann sowohl durch die Quantenzahlen F und m_F des Gesamtspins erfolgen als auch durch die magnetischen Quantenzahlen m_S und m_I des Elektron- und Protonspins. Beide Darstellungen sind über eine orthogonale Transformation miteinander verknüpft, in der der Mischungswinkel

$$\vartheta = \frac{1}{2} \arctan \frac{B_{\mathrm{k}}}{B} \tag{2.6}$$

auftritt:

$$
\begin{aligned}
|\,1\,\rangle &= |\,F=1, m_F=+1\,\rangle \;=|\!\uparrow +\rangle \\
|\,2\,\rangle &= |\,F=1, m_F=0\,\rangle \;=\; \cos\vartheta\,|\!\uparrow -\rangle + \sin\vartheta\,|\!\downarrow +\rangle \;\approx |\!\uparrow -\rangle \\
|\,3\,\rangle &= |\,F=1, m_F=-1\,\rangle \;=|\!\downarrow -\rangle \\
|\,4\,\rangle &= |\,F=0, m_F=0\,\rangle \;=\; \cos\vartheta\,|\!\downarrow +\rangle - \sin\vartheta\,|\!\uparrow -\rangle \;\approx |\!\downarrow +\rangle\,.
\end{aligned} \tag{2.7}
$$

In der Darstellung nach m_S, m_I bezeichnen $\uparrow$ / $\downarrow$ den Elektron-, $\pm$ den Protonspin. Die Näherungen für die Zustände $|\,2\,\rangle$ und $|\,4\,\rangle$ in dieser Darstellung gelten für $B \gg B_{\mathrm{k}}$, wie aus (2.6) sofort klar wird.

In der Atomstrahlquelle (ASQ) für das HERMES-Wasserstofftarget wird nun ein atomarer Wasserstoffstrahl erzeugt, der anschließend in ein System von Sextupolmagneten geführt wird. Dort wird das unterschiedliche Verhalten der Zustände (2.7) im Magnetfeld dazu ausgenützt, um jeweils die Zustände $|\,1\,\rangle$ und $|\,2\,\rangle$ zu fokussieren und $|\,3\,\rangle$ und $|\,4\,\rangle$ aus dem Atomstrahl herauszulenken oder umgekehrt. Schließlich können durch verschiedene Resonanzfrequenzübergänge noch die Besetzungen einzelnrer Zustände ausgetauscht werden, um so die endgültigen Polarisationszustände zu erreichen. Die so präparierten Wasserstoffatome werden dann in die elliptische, längs des HERA-Positronstrahlrohrs angebrachte Speicherzelle geleitet, wo der hier passierende Positronstrahl eine Targetflächendichte von typischerweise $7.0 \cdot 10^{13}$ Atome cm^{-2} „sieht“.

Die Atomstrahlquelle kann in drei Modi betrieben werden, die jeweils verschiedene Polarisationszustände für das Experiment zur Verfügung stellen ([Bau 97b]):

- RHX-Modus:
  Injiziert werden abwechselnd die Zustände

  $|\,1\,\rangle + |\,4\,\rangle \longrightarrow$ positive Kernpolarisation.
  $|\,2\,\rangle + |\,3\,\rangle \longrightarrow$ negative Kernpolarisation.

  Die Elektronpolarisation ist in diesem Modus ungefähr Null (vgl. aber auch Abschnitt 4.4 !).

- AHX-Modus:
  Wie RHX-Modus, allerdings kann zusätzlich noch $|\,1\,\rangle + |\,2\,\rangle$ injiziert werden; das Target weist dann positive Elektronpolarisation auf.

- EHX-Modus:
  Injizierte Zustände:

  $|\,2\,\rangle \longrightarrow$ negative Kern-, positive Elektronpolarisation.
  $|\,4\,\rangle \longrightarrow$ positive Kern-, negative Elektronpolarisation.

Die Modi AHX und EHX ermöglichten durch das Auftreten polarisierter Elektronen die Beobachtung polarisierter BHABHA-Streuung, die der Hauptgegenstand dieser Arbeit ist (vgl. Kapitel 4).

In der Speicherzelle dient ein Magnetfeld parallel zur Richtung des Positronstrahls als Haltefeld und legt die Quantisierungsachse fest. Die Wahl der Flußdichte von $B = 335$ mT $\gg B_\mathrm{k}$ stellt die Entkopplung von Elektron- und Protonspin sicher, so daß die Darstellung der Zustände durch die Quantenzahlen m_S und m_I möglich ist. Die Wasserstoffatome verbleiben im Mittel etwa 3 ms in der Targetzelle und werden dann abgepumpt, um das Vakuum im Positron-Speicherring nicht zu zerstören. Längs der Strahlrichtung ergibt sich ein vom Zellmittelpunkt linear abfallendes Dichteprofil. In der Zellmitte wird eine Stichprobe des Gases abgesaugt, um außerhalb der Zelle auf die wichtigen Eigenschaften Polarisations- und Dissoziationsgrad hin untersucht zu werden. Es sei schon hier bemerkt, daß aus den an dieser Stichprobe gemessenen Werten noch nicht vollständig auf die Verhältnisse im Inneren der Zelle geschlossen werden kann, sondern noch Korrekturen notwendig sind; darauf wird in Abschnitt 4.3 noch näher eingegangen.

Zur Polarisationsmessung des Stichproben-Gases dient ein Breit-Rabi-Polarimeter (BRP), das in Teilen spiegelsymmetrisch zur Atomstrahlquelle angeordnet ist: Wieder wird das unterschiedliche Verhalten der verschiedenen Hyperfeinstrukturzustände von Wasserstoff im Magnetfeld dazu ausgenützt, die Zustände räumlich zu trennen. Anschließend wird die relative Häufigkeit der Zustände im Gas gemessen und daraus auf die Targetpolarisation geschlossen. Für die Protonpolarisation wurden typische Werte von 90 % und mehr gemessen, für die Elektronpolarisation konnten Werte bis zu etwa 50 % erreicht werden.

Der Dissoziationsgrad ist definiert als der Anteil der in atomarer Form vorliegenden Wasserstoffatome an der Gesamt-Atomzahl. Mit der Zahl der Wasserstoffatome N_H und der Zahl der Wasserstoffmoleküle N_{H_2} ist also

$$\alpha = \frac{N_\mathrm{H}}{N_\mathrm{H} + 2N_{\mathrm{H}_2}} \ . \tag{2.8}$$

Zur Messung von α dient im Hermes-Experiment der Targetgas-Analysator (TGA), der N_H und N_{H_2} mit massenspektrometrischen Methoden bestimmt. α setzt sich multiplikativ zusammen aus α_0, das den Anteil der Moleküle, die bereits aus der Atomstrahlquelle ins Target strömen, berücksichtigt, und α_r, das die durch Rekombination von Atomen in der Zelle entstehenden Moleküle beschreibt:

$$\alpha = \alpha_0 \alpha_\mathrm{r} \ . \tag{2.9}$$

Typische Werte waren $0.93 \leq \alpha_0 \leq 0.97$ und $0.8 \leq \alpha_\mathrm{r} \leq 0.9$ im Jahr 1996 bzw. $\alpha_0 \approx 0.98$ und $0.85 \leq \alpha_\mathrm{r} \leq 0.97$ im Jahr 1997 (s. auch Tabelle 4.3).

2.3 Der Luminositätsmonitor

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Luminositätsmonitor des Hermes-Experiments als Detektor zur Untersuchung polarisierter Bhabha-Streuung verwendet. Im folgenden soll kurz der Zweck und die Funktionsweise des Monitors beschrieben werden; für eine erschöpfende Darstellung sei auf [Ben 94] und [Ben 98] verwiesen.

Die unmittelbar zugängliche Meßgröße aller teilchenphysikalischen Experimente ist die Reaktionsrate $\dot{N}$, die angibt, wie oft eine bestimmte Reaktion in einer vorgegebenen Zeit stattgefunden hat. Da diese Zählrate natürlich ganz entscheidend von den Gegebenheiten des jeweiligen Experiments abhängt, genauer gesagt von der Rate der einfallenden Teilchen und von der Anzahldichte der Targetteilchen, ist eine Normierung auf ebendiese Größen erforderlich. Die so erhaltene Größe ist der Wirkungsquerschnitt σ, der ein Maß für die Stärke der Wechselwirkung unabhängig von den experimentellen Bedingungen darstellt:

$$\sigma = \frac{\dot{N}}{\dot{N}_{\mathrm{S}}\rho_{\mathrm{T}}} \,. \tag{2.10}$$

Die Rate der Strahlteilchen $\dot{N}_{\mathrm{S}}$ ist bis auf die Elementarladung als konstanten Faktor gleich dem Strahlstrom I_{S}, während die Targetflächendichte ρ_{T} die Anzahl an Targetnukleonen pro Querschnittsfläche angibt.

Das im Nenner von (2.10) stehende Produkt, das diese für ein Experiment spezifischen Informationen enthält, heißt *Luminosität* $\mathcal{L}$. Ihre Kenntnis ist nicht nur wichtig für die Bestimmung von Wirkungsquerschnitten aus den beobachteten Zählraten, sondern auch zur Kontrolle und Überwachung der experimentellen Bedingungen. Häufig wird auch die *integrierte Luminosität*

$$L = \int_0^T \mathrm{d}t\, \mathcal{L} \tag{2.11}$$

angegeben, die die Anzahl an Streuereignissen pro Flächeneinheit im Zeitintervall $[0, T]$ angibt. Die Betrachtung der integrierten Luminosität erlaubt z. B. Abschätzungen darüber, wie lange eine Messung dauern muß, um die zur Unterschreitung eines bestimmten statistischen Fehlers erforderliche Zahl an Streuereignissen zu registrieren.

Zur Bestimmung der Luminosität des HERMES-Experiments mißt man die Zählrate $\dot{N}_{\mathrm{Ref}}$ der elastischen Streuung (BHABHA-Streuung) und Paarvernichtung der Strahlpositronen mit den Hüllenelektronen der Targetatome. Der Wirkungsquerschnitt dieser Reaktion ist theoretisch sehr genau bekannt (vgl. das folgende Kapitel 3). Aus der gemessenen Zählrate der Referenzreaktion $\dot{N}_{\mathrm{Ref}}$ sowie dem zugehörigen bekannten Wirkungsquerschnitt σ_{Ref} folgt dann die Luminosität nach

$$\mathcal{L} = \frac{\dot{N}_{\mathrm{Ref}}}{\sigma_{\mathrm{Ref}}} \,. \tag{2.12}$$

Da im normalen Targetbetrieb zur Messung tiefinelastischer Streuereignisse (RHX-Modus) die Targetelektronen unpolarisiert sind, genügt es, den Wirkungsquerschnitt für unpolarisierte Positron-Elektron-Streuung zu verwenden; dieser ist auch experimentell gut bestätigt ([Der 86]).

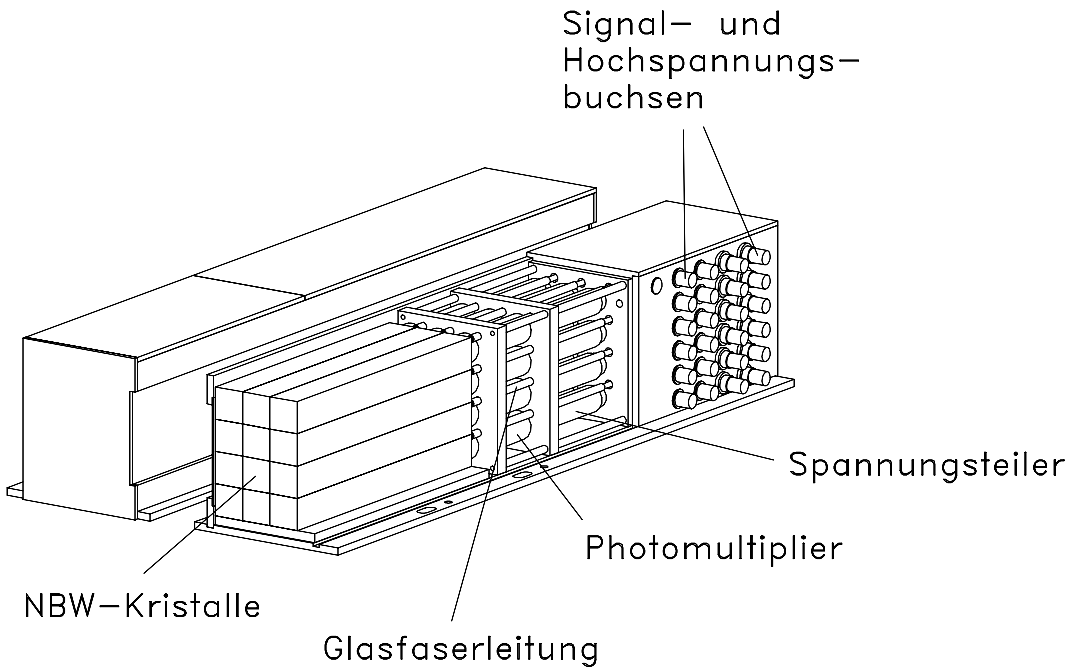

Abb. 2.5: Kalorimeter zur Luminositätsmessung.

Zum Nachweis der bei der Referenzreaktion entstehenden Positron-Elektron- bzw. Photon-Photon-Paare wurden im hinteren Teil des HERMES-Spektrometers symmetrisch zur Strahlachse zwei Kalorimeter angebracht, in denen die Teilchen koinzident nachgewiesen werden (Abbildung 2.5). Da die Streuung unter sehr kleinen Winkeln erfolgt – im symmetrischen Fall werden beide Teilchen unter 6.1 mrad gestreut – genügen hierfür zwei relativ kleine Detektoren, die direkt am Strahlrohr angebracht sind. Jedes Kalorimeter besteht aus zwölf Čerenkov-Kristallen, die in einer 3×4-Matrix angeordnet sind, was sowohl einen energie- als auch ortsaufgelösten Nachweis der Streuteilchen erlaubt. Jeder Kristall besitzt eine Größe von $22 \times 22 \times 200$ mm^3; als Material wurden die besonders strahlungsresistenten NBW-Kristalle ($NaBi(WO_4)_2$) verwendet (Strahlungshärte $7 \cdot 10^5$ Gy). Das erzeugte Čerenkov-Licht wird mit Hilfe von Photomultipliern verstärkt und in ein elektronisches Signal umgewandelt, das dann an die Datennahme übergeben wird.

3 BHABHA-Streuung und Positron-Elektron-Paarvernichtung

Im HERMES-Experiment findet neben der tiefinelastischen Streuung an den Target-Atomkernen auch eine Wechselwirkung zwischen den Strahlpositronen der Energie $E_{\mathrm{p}} = 27.5$ GeV und den ruhenden Targetelektronen statt. Die resultierende Energie im Schwerpunktsystem beträgt $E_{\mathrm{CM}} = 168$ MeV.

Grundsätzlich sind zwei Prozesse möglich:

- Die elastische Streuung $e^+e^- \to e^+e^-$ (BHABHA-Streuung).
- Die Paarvernichtung unter Erzeugung zweier neuer Teilchen (die Erzeugung nur eines Teilchens ist kinematisch verboten). Prinzipiell gibt es etliche Möglichkeiten, welche Teilchen im Endzustand entstehen; ein bekanntes Beispiel etwa sind μ^+ μ^--Paare. Die bei HERMES zur Verfügung stehende Schwerpunktsenergie erlaubt jedoch nur die Entstehung von Photonen: $e^+e^- \to \gamma\gamma$.

Beide Reaktionen sind im Rahmen der Quantenelektrodynamik sehr gut verstanden und sollen im folgenden kurz vorgestellt werden.

3.1 BHABHA-Streuung $e^+e^- \to e^+e^-$

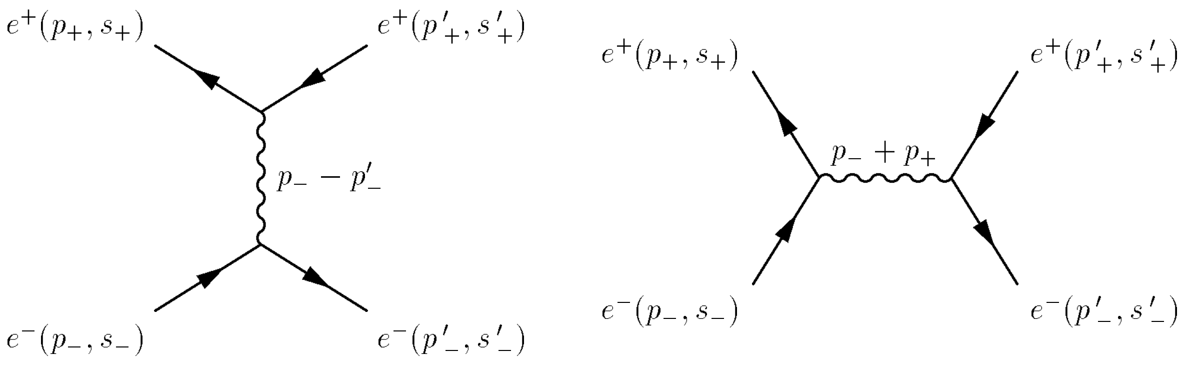

Abb. 3.1: FEYNMAN-Diagramme zur BHABHA-Streuung in zweiter Ordnung Störungstheorie.

Unter BHABHA-Streuung versteht man die elastische Positron-Elektron-Streuung

$$e^+(p_+, s_+) + e^-(p_-, s_-) \longrightarrow e^+(p'_+, s'_+) + e^-(p'_-, s'_-) \ . \tag{3.1}$$

$p_\pm$ und $s_\pm$ bezeichnen den Viererimpuls und den Spin des Positrons bzw. Elektrons vor der Streuung, $p'_\pm$ und $s'_\pm$ die entsprechenden Größen nach der Streuung.

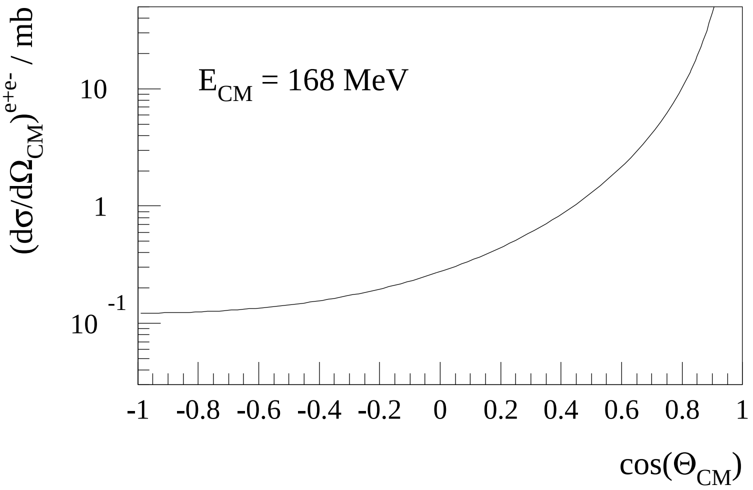

Abb. 3.2: Unpolarisierter Wirkungsquerschnitt für BHABHA-Streuung in zweiter Ordnung Störungstheorie.

In niedrigster nichtverschwindender Ordnung Störungstheorie gibt es zwei Beiträge zur Übergangsamplitude, die in Abbildung 3.1 gezeigt sind. Das linke FEYNMAN-Diagramm stellt den sogenannten Streuterm dar, bei dem die beiden Teilchen durch Austausch eines virtuellen Photons wechselwirken. Das rechte Diagramm ist der Vernichtungsterm: Die Stoßpartner vernichten sich zunächst zu einem virtuellen Photon, aus dem dann schließlich die beiden Teilchen im Endzustand entstehen.

Bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts müssen die einzelnen Beiträge zunächst kohärent addiert werden; hierbei ist auf das negative relative Vorzeichen zwischen den beiden Amplituden zu achten, da im Endzustand Fermionen vorliegen, die Amplitude also bezüglich eines Austauschs der beiden Teilchen antisymmetrisch sein muß. Ferner müssen im unpolarisierten Wirkungsquerschnitt alle denkbaren Spinstellungen berücksichtigt werden; daher wird nach dem Quadrieren der Amplitude noch über die Spinzustände der einlaufenden Teilchen gemittelt und über die der auslaufenden summiert.

Im hochrelativistischen Limes $m_e/E_{CM} \ll 1$ erhält man schließlich als differentiellen Wirkungsquerschnitt für unpolarisierte BHABHA-Streuung in zweiter Ordnung Störungstheorie ([Kak 93], [Man 93]):

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{CM}}\right)^{e^+e^-}_{\text{unpol}} = \frac{\alpha^2}{4E_{CM}^2}\frac{(3+\cos^2\theta_{CM})^2}{(1-\cos\theta_{CM})^2} \ . \tag{3.2}$$

Ω_{CM} bezeichnet den Raumwinkel, θ_{CM} den polaren Streuwinkel im Schwerpunktsystem, $\alpha = 1/137$ ist wie gewöhnlich die elektromagnetische Kopplungskonstante.

Der Wirkungsquerschnitt fällt mit dem Quadrat der Schwerpunktsenergie ab, was ein charakteristisches Verhalten bei allen quantenelektrodynamischen Prozessen ist. Darüber hinaus weist er eine ausgeprägte Winkelabhängigkeit auf. Diese ist in Abbildung 3.2 für die bei HERMES vorliegende Schwerpunktsenergie $E_{CM} = 168$ MeV graphisch dargestellt. Für Vorwärtsstreuung ($\cos\theta_{CM} = 1$) ist (3.2) divergent. Diese Singularität verschwindet, wenn zusätzlich die nächsthöhere Ordnung Störungstheorie berücksichtigt wird. Diese beschreibt die Emission eines zusätzlichen reellen Photons, $e^+e^- \to e^+e^-\gamma$, sowie das Auftreten weiterer innerer Photonlinien, z. B. Vertexkorrekturen oder Boxdiagramme. Diese Strahlungskorrekturen werden bei [Ben 98] ausführlich behandelt.

3.2 Paarvernichtung $e^+e^- \to \gamma\gamma$

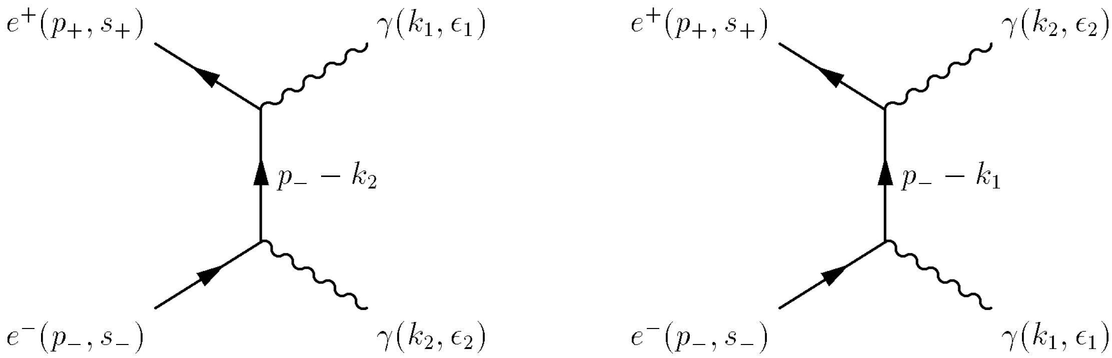

Abb. 3.3: FEYNMAN-Diagramme zur Paarvernichtung in zweiter Ordnung Störungstheorie.

Neben der BHABHA-Streuung können ein Elektron und ein Positron noch in einem weiteren Prozeß reagieren, der Paarvernichtung unter Bildung von zwei reellen Photonen

$$e^+(p_+, s_+) + e^-(p_-, s_-) \longrightarrow \gamma(k_1, \epsilon_1) + \gamma(k_2, \epsilon_2) \ . \tag{3.3}$$

Hier bezeichnen $k_{1,2}$ den Viererimpuls und $\epsilon_{1,2}$ den Polarisationsvektor des Photons 1 bzw. 2.

Die beiden in zweiter Ordnung Störungstheorie beitragenden FEYNMAN-Graphen sind in Abbildung 3.3 dargestellt. Da im Endzustand identische Bosonen vorliegen, gibt es zwei Beiträge, die durch Vertauschen der beiden Photonlinien auseinander hervorgehen. Zur Berechnung des Wirkungsquerschnitts müssen wiederum beide Beiträge kohärent addiert werden; hierbei muß jedoch, auf Grund der BOSE-Statistik, das relative Vorzeichen der beiden Amplituden positiv sein. Die Summation über die Spins im Endzustand ist hier eine Summation über alle Polarisationen der auslaufenden Photonen.

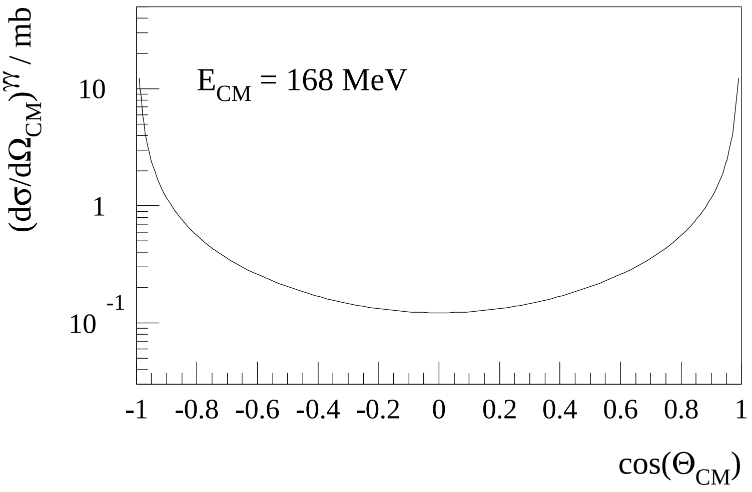

Abb. 3.4: Unpolarisierter Wirkungsquerschnitt für Paarvernichtung in zweiter Ordnung Störungstheorie.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für Paarvernichtung ergibt sich, im relativistischen Limes, zu ([Kak 93])

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{\mathrm{CM}}}\right)^{\gamma\gamma}_{\mathrm{unpol}} = \frac{\alpha^2}{E^2_{\mathrm{CM}}}\frac{(1+\cos^2\theta_{\mathrm{CM}})}{\sin^2\theta_{\mathrm{CM}}} \ . \tag{3.4}$$

Wie auch in der graphischen Darstellung in Abbildung 3.4 zu erkennen ist, divergiert dieser Wirkungsquerschnitt sowohl für Vorwärts- ($\cos\theta_{\mathrm{CM}} = 1$) als auch für Rückwärtsstreuung ($\cos\theta_{\mathrm{CM}} = -1$). Die Ursache ist wiederum, daß an den Rändern des kinematischen Bereichs die Strahlungskorrekturen nicht mehr vernachlässigbar sind ([Ben 98]).

3.3 Polarisationsabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte

Bisher wurde nur der Fall unpolarisierter Positron-Elektron-Wechselwirkung besprochen, d. h. die Spinpolarisationen der beiden Stoßpartner blieben unberücksichtigt. Bei der Berechnung der Wirkungsquerschnitte (3.2) und (3.4) wurde ja über die möglichen Spinzustände der Teilchen gemittelt bzw. summiert, um sowohl vor als auch nach dem Streuprozeß alle möglichen Spinstellungen zu erfassen.

Bereits in zweiter Ordnung Störungstheorie tritt jedoch eine Polarisationsabhängigkeit in den Wirkungsquerschnitten auf, vorausgesetzt, beide Teilchen im Anfangszustand sind polarisiert. Tatsächlich ist dies bei den BHABHA-Messungen bei HERMES der Fall, da einerseits der HERA-Positronstrahl ohnehin polarisiert ist, andrerseits auch im Target Zustände mit Elektronpolarisation präpariert werden können.

Im Falle polarisierter Teilchen im Anfangszustand hat der Wirkungsquerschnitt für BHABHA-Streuung die Form

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{CM}}}\right)^{e^+e^-} = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{CM}}}\right)^{e^+e^-}_{\mathrm{unpol}} \left(1 + \vec{\xi}_p \cdot \mathbf{A}^{e^+e^-} \cdot \vec{\xi}_e\right) , \tag{3.5}$$

wobei $\mathbf{A}^{e^+e^-}$ die Matrix der Asymmetriekoeffizienten und $\vec{\xi}_p$ und $\vec{\xi}_e$ die Polarisationsvektoren von Positron und Elektron sind. Bei HERMES liegt nur longitudinale Polarisation vor, so daß sich (3.5) nach [Ols 68] im hochrelativistischen Limes reduziert auf

$$\begin{aligned} \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{CM}}}\right)^{e^+e^-} &= \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{CM}}}\right)^{e^+e^-}_{\mathrm{unpol}} \left(1 + a_{zz}^{e^+e^-} P_{\mathrm{S}} P_{\mathrm{T}}\right) \\ &= \frac{\alpha^2}{4E_{\mathrm{CM}}^2} \frac{(3+\cos^2\theta_{\mathrm{CM}})^2}{(1-\cos\theta_{\mathrm{CM}})^2} \left(1 - \frac{\sin^2\theta_{\mathrm{CM}}(7+\cos^2\theta_{\mathrm{CM}})}{(3+\cos^2\theta_{\mathrm{CM}})^2} P_{\mathrm{S}} P_{\mathrm{T}}\right) . \end{aligned} \tag{3.6}$$

P_{S} bzw. P_{T} bedeuten hier die Polarisationsgrade der Strahlpositronen bzw. der Targetelektronen.

Ähnliches gilt für die Paarvernichtung. Auch hier hat der Wirkungsquerschnitt eine Polarisationsabhängigkeit:

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{CM}}}\right)^{\gamma\gamma} = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{CM}}}\right)^{\gamma\gamma}_{\mathrm{unpol}} \left(1 + \vec{\xi}_p \cdot \mathbf{A}^{\gamma\gamma} \cdot \vec{\xi}_e\right) . \tag{3.7}$$

Der hier relevante Asymmetriekoeffizient $a_{zz}^{\gamma\gamma}$ ist im hochrelativistischen Limes konstant Eins ([Ols 68]), so daß

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{CM}}}\right)^{\gamma\gamma} = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{CM}}}\right)^{\gamma\gamma}_{\mathrm{unpol}} (1 + a_{zz}^{\gamma\gamma} P_{\mathrm{S}} P_{\mathrm{T}}) = \frac{\alpha^2}{E_{\mathrm{CM}}^2} \frac{(1+\cos^2\theta_{\mathrm{CM}})}{\sin^2\theta_{\mathrm{CM}}} (1 + P_{\mathrm{S}} P_{\mathrm{T}}) . \tag{3.8}$$

Die polarisierten Wirkungsquerschnitte (3.6) und (3.8) sind in Abbildung 3.5 für die Schwerpunktsenergie $E_{\mathrm{CM}} = 168$ MeV dargestellt. Aufgetragen sind jeweils der unpolarisierte Wirkungsquerschnitt (durchgezogene Linie) sowie die Wirkungsquerschnitte für parallele (gestrichelte Linie) und für antiparallele (gepunktete Linie) Spins, wobei die Polarisationsgrade jeweils $|P_{\mathrm{S}}| = |P_{\mathrm{T}}| = 1$ gesetzt wurden.

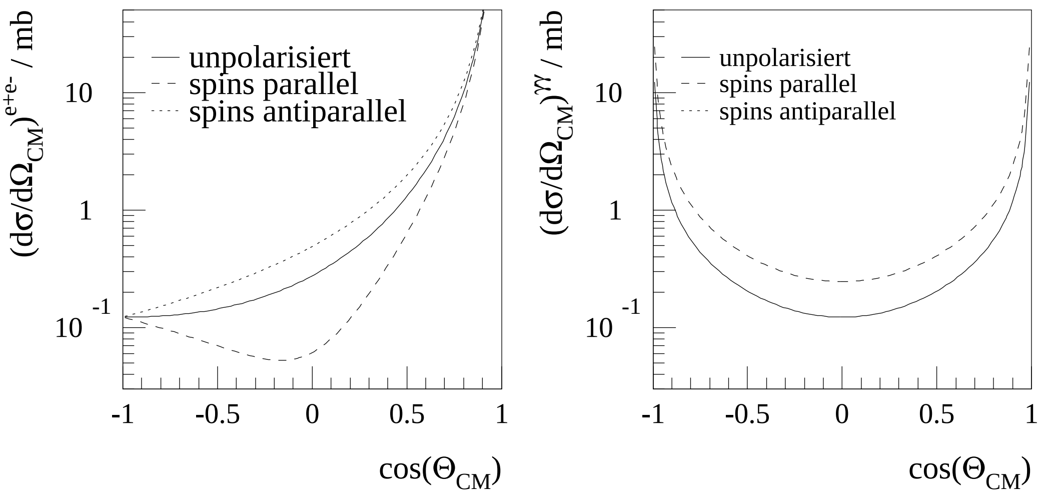

Abb. 3.5: Polarisierte Wirkungsquerschnitte für polarisierte BHABHA-Streuung (links) und Paarvernichtung (rechts) bei einer Schwerpunktsenergie von 168 MeV.

Die Wirkungsquerschnitte bei paralleler und antiparalleler Spinstellung unterscheiden sich deutlich. Die auftretende Asymmetrie ist typisch für alle elektromagnetischen Fermion-Fermion-Wechselwirkungen. Auch die Spin-Asymmetrie in der tiefinelastischen Lepton-Proton-Streuung, deren Messung eines der Hauptziele des HERMES-Experiments ist (s. Abschnitt 2), ist von dieser Art.

Der Wirkungsquerschnitt für Paarvernichtung bei antiparalleler Spinstellung, unter der hier gemachten Annahme vollständiger longitudinaler Polarisation, verschwindet im relativistischen Limes. Man beachte ferner, daß bei BHABHA-Streuung der Wirkungsquerschnitt für antiparallele Spins größer ist als der für parallele, während es sich bei Paarvernichtung umgekehrt verhält. Wie auch aus (3.6) und (3.8) hervorgeht, ist der Asymmetriekoeffizient $a_{zz}^{e^+e^-}$ immer kleiner als Null, während $a_{zz}^{\gamma\gamma} = 1$ natürlich immer positiv ist. Können die beiden Prozesse also in einem Detektor nicht unterschieden werden, wie es im HERMES-Luminositätsmonitor der Fall ist, so ist zu erwarten, daß sich die beiden Asymmetrien teilweise aufheben und die Polarisationseffekte abgeschwächt werden. Dies wird in Abschnitt 4.2 noch genauer besprochen.

4 Polarisierte BHABHA-Streuung im HERMES-Experiment

Im normalen Betrieb des HERMES-Wasserstofftargets, d. h. bei Messung tiefinelastischer polarisierter Streuung, werden die Hyperfeinstrukturzustände $|1\rangle + |4\rangle$ bzw. $|2\rangle + |3\rangle$ injiziert, um positive bzw. negative Kernpolarisation zu erzeugen; die Targetelektronen tragen hierbei keine signifikante Polarisation. Dieser Betrieb des Targets wird als „RHX-Modus" bezeichnet. In den Jahren 1996 und 1997 wurde das Target jedoch zeitweilig auch im „AHX-Modus" sowie im „EHX-Modus" betrieben: Der AHX-Modus ist identisch zum RHX-Modus, wobei allerdings zusätzlich noch der Zustand $|1\rangle + |2\rangle$ injiziert wird, der positive Elektronpolarisation aufweist. Im EHX-Modus können jeweils die reinen Zustände $|2\rangle$ und $|4\rangle$ allein präpariert werden, was ein Hin - und Herschalten zwischen positiver und negativer Elektronpolarisation ermöglicht (vgl. auch Abschnitt 2.2).

Die Polarisation der Targetelektronen bleibt zeitlich stabil; die Depolarisation durch zeitlich veränderliche Magnetfelder, die durch die periodische Struktur des Positronstrahls auftreten, ist vernachlässigbar ([Kol 97], [Kol 98]). Sowohl AHX- als auch EHX-Modus erlauben durch die Bereitstellung polarisierter Elektronen die Beobachtung von Polarisationseffekten in der BHABHA-Streuung und Paarvernichtung mit den polarisierten Strahlpositronen.

4.1 Messung der Zählraten-Asymmetrie

Für den Fall rein longitudinaler Polarisation, wie sie bei HERMES vorliegt, läßt sich der polarisierte Wirkungsquerschnitt eines Streuprozesses allgemein schreiben als

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{unpol}} (1 + a_{zz} P_S P_T) \ . \tag{4.1}$$

In (3.6) und (3.8) sind die entsprechenden Ausdrücke für BHABHA-Streuung und Positron-Elektron-Paarvernichtung angegeben. Wie aus (4.1) zu erkennen ist, ist der Wirkungsquerschnitt je nach dem relativen Vorzeichen zwischen Target- und Strahlpolarisation kleiner oder größer als der für unpolarisierte Streuung. In der Praxis werden häufig nicht die differentiellen, sondern die totalen Wirkungsquerschnitte

$$\sigma = \int_{\text{Akzeptanz}} d\Omega \, \frac{d\sigma}{d\Omega} \tag{4.2}$$

gemessen, d. h. die Streuereignisse im gesamten Akzeptanzbereich des Detektors aufsummiert. Gleichung (4.1) lautet hierfür

$$\sigma = \sigma_{\text{unpol}}(1 + \bar{a}_{zz} P_S P_T) \ . \tag{4.3}$$

Man nennt

$$A := \bar{a}_{zz} P_{\mathrm{S}} P_{\mathrm{T}} = \frac{\sigma^{\uparrow\uparrow} - \sigma^{\uparrow\downarrow}}{\sigma^{\uparrow\uparrow} + \sigma^{\uparrow\downarrow}} \tag{4.4}$$

die *Spin-Asymmetrie* des Streuprozesses. $\sigma^{\uparrow\uparrow}$ und $\sigma^{\uparrow\downarrow}$ sind dabei die integrierten Wirkungsquerschnitte bei paralleler bzw. antiparalleler Spinstellung der Stoßpartner; der effektive Asymmetriekoeffizient $\bar{a}_{zz}$ beschreibt die Spinasymmetrie der integrierten Wirkungsquerschnitte, in Analogie zum Asymmetriekoeffizienten a_{zz} für die differentiellen Wirkungsquerschnitte (vgl. hierzu auch Abschnitt 4.2).

Im Falle der Positron-Elektron-Streuung im HERMES-Experiment ist der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma^{\uparrow\uparrow/\uparrow\downarrow}$ als Summe der Wirkungsquerschnitte für BHABHA-Streuung und Paarvernichtung, jeweils integriert über den Akzeptanzbereich des Luminositätsmonitors, zu verstehen, da die Endzustände $\gamma\gamma$ und e^+e^- im Detektor nicht unterschieden werden können. Die Spin-Asymmetrie für Positron-Elektron-Streuung gewinnt man aus den experimentellen Zählraten als

$$A = \frac{\sigma^{\uparrow\uparrow} - \sigma^{\uparrow\downarrow}}{\sigma^{\uparrow\uparrow} + \sigma^{\uparrow\downarrow}} = \frac{N^{\uparrow\uparrow} L^{\uparrow\downarrow} - N^{\uparrow\downarrow} L^{\uparrow\uparrow}}{N^{\uparrow\uparrow} L^{\uparrow\downarrow} + N^{\uparrow\downarrow} L^{\uparrow\uparrow}} \, , \tag{4.5}$$

wobei $N^{\uparrow\uparrow}$ und $N^{\uparrow\downarrow}$ die Zählraten im Luminositätsmonitor mit paralleler bzw. antiparalleler Spinstellung der Stoßteilchen bezeichnen. Die jeweilige integrierte Luminosität $L^{\uparrow\uparrow/\uparrow\downarrow}$, die zur Bestimmung der Wirkungsquerschnitte aus den Zählraten nötig ist (vgl. Abschnitt 2.3), wird hier nach

$$L^{\uparrow\uparrow/\uparrow\downarrow} = \frac{1}{e} \int\limits_{\uparrow\uparrow/\uparrow\downarrow} \mathrm{d}t \, I_{\mathrm{S}} \, \rho_{\mathrm{T}} \tag{4.6}$$

bestimmt. Die Integration $\int_{\uparrow\uparrow/\uparrow\downarrow} \mathrm{d}t$ ist dabei als Integration über alle Meßperioden mit paralleler bzw. antiparalleler Spinstellung zu verstehen. Die Targetflächendichte ρ_{T} kann als zeitlich konstant angesehen werden, so daß als Maß für die Luminosität im wesentlichen der integrierte Strahlstrom I_{S} verwendet wird.

Der statistische Fehler der einzelnen Zählraten ist nach der POISSON-Statistik $\Delta N^{\uparrow\uparrow/\uparrow\downarrow} = \sqrt{N^{\uparrow\uparrow/\uparrow\downarrow}}$, woraus für den statistischen Fehler der Asymmetrie folgt

$$\Delta A = \frac{2 L^{\uparrow\uparrow} L^{\uparrow\downarrow}}{(N^{\uparrow\uparrow} L^{\uparrow\downarrow} + N^{\uparrow\downarrow} L^{\uparrow\uparrow})^2} \sqrt{N^{\uparrow\uparrow} N^{\uparrow\downarrow} (N^{\uparrow\uparrow} + N^{\uparrow\downarrow})} \, . \tag{4.7}$$

Die Asymmetrieformel (4.5) ist nur dann gültig, wenn im Experiment tatsächlich zwischen paralleler und antiparalleler Spinstellung, d. h. zwischen positiver und negativer Polarisation der Targetelektronen, hin- und hergeschaltet wird. Dies ist bei HERMES nur dann der Fall, wenn das Target im EHX-Modus betrieben wird. Darüber hinaus kann jedoch auch im AHX-Modus eine Asymmetriemessung durchgeführt werden; gemessen wird hier die Asymmetrie zwischen dem Wirkungsquerschnitt bei positiver Elektronpolarisation und dem bei unpolarisierten Elektronen

$$A = 1 - \frac{\sigma_+}{\sigma_0} = \frac{N_0 L_+ - N_+ L_0}{N_0 L_+} \ . \tag{4.8}$$

Unter N_0 ist die Ereignisrate im Luminositätsmonitor zu verstehen, wenn im Target Zustände *ohne* Elektronpolarisation vorliegen, also entweder $|1\rangle + |4\rangle$ oder $|2\rangle + |3\rangle$; gleiches gilt für die relative Luminosität L_0. N_+ und L_+ sind die entsprechenden Größen für die Zeiträume, in denen im Target positive Elektronpolarisation vorliegt, also Zustand $|1\rangle + |2\rangle$. Der zu (4.8) gehörende statistische Fehler ist

$$\Delta A = \frac{L_0}{L_+ N_0^2} \sqrt{N_+ N_0 (N_+ + N_0)} \ . \tag{4.9}$$

Im Jahr 1996 wurde bei insgesamt sieben Positron-Füllungen des HERA-Speicherrings im AHX-Modus gemessen; 1997 wurden dann für weitere fünf Füllungen im AHX-Modus Daten genommen, außerdem für elf Füllungen im EHX-Modus.

Erste Ergebnisse dieser Messungen finden sich bereits bei [Ben 98]; dort wurden zur Auswertung die Daten aus der „slowcontrol“ verwendet, d. h. weitgehend unkorrigierte Experiment-Rohdaten. Im Rahmen dieser Arbeit konnten nun die Daten aus den „data summary tapes“ (DSTs) verwendet werden; diese enthalten u. a. nachträglich bestimmte Kalibrationskonstanten, Korrekturfaktoren sowie Informationen über die Datenqualität (zum Datenstrom bei HERMES siehe auch Anhang A sowie [Fer 97]). Die Asymmetrie-Ergebnisse aller AHX- und EHX-Messungen, basierend auf den neuesten derzeit verfügbaren DST-Daten, sind in Tabelle 4.1 zusammengefaßt sowie in Abbildung 4.1 graphisch dargestellt.

Bei der Asymmetrieberechnung mittels (4.5) bzw. (4.8) wurden einige Bedingungen an die Daten gestellt, um Meßperioden, während derer möglicherweise Störungen bei der Datennahme auftraten, auszuschließen. Verwendet wurden nur Daten, die die folgenden Standardkriterien erfüllen:

- Koinzidenzrate im Luminositätsmonitor: $5\ \mathrm{Hz} \le \dot{\mathrm{N}}_{\mathrm{Lumi}} \le 1.2\ \dot{\mathrm{N}}^0_{\mathrm{Lumi}}$, wobei $\dot{N}^0_{\mathrm{Lumi}}$ die Rate zu Beginn einer neuen HERA-Füllung ist; die obere Grenze von $1.2\ \dot{N}^0_{\mathrm{Lumi}}$ wurde von Fall zu Fall geringfügig nach oben oder unten verschoben.

- Strahlstrom: $5\ \mathrm{mA} \le \mathrm{I_S} \le 50\ \mathrm{mA}$.

- Strahlpolarisation: $0 \le |P_{\mathrm{S}}| \le 100\ \%$.

- Dissoziationsgrad: $0 \le \alpha_0, \alpha_{\mathrm{r}} \le 1$.

Füllung	Runs	$T_{\text{Zelle}}/\text{K}$	Modus	A
1/96	7167-7184	98.0	AHX	-0.0230 ± 0.0046
2/96	7271-7304	98.2	AHX	-0.0226 ± 0.0033
3/96	7305-7329	98.7	AHX	-0.0197 ± 0.0040
4/96	7336-7368	96.1	AHX	-0.0315 ± 0.0034
5/96	8361-8386	95.8	AHX	-0.0334 ± 0.0040
6/96	8438-8484	58.2	AHX	-0.0083 ± 0.0022
7/96	11253-11320	134.4	AHX	-0.0332 ± 0.0021
8/97	15098-15113	188.8	AHX	-0.0836 ± 0.0035
9/97	15114-15133	196.1	AHX	-0.0886 ± 0.0029
10/97	15135-15153	194.2	AHX	-0.0835 ± 0.0034
11/97(i)	15262-15312	47.9	AHX	-0.0048 ± 0.0019
11/97(ii)	15319-15331	35.9	AHX	-0.0006 ± 0.0032
12/97	15632-15647	105.3	EHX	-0.0196 ± 0.0030
13/97	15648-15699	105.4	EHX	-0.0319 ± 0.0015
14/97	16137-16169	106.8	AHX	-0.0554 ± 0.0043
15/97	16530-16601	127.0	EHX	-0.0486 ± 0.0018
16/97	22896-22913	96.3	EHX	-0.0121 ± 0.0023
17/97	23939-23993	129.8	EHX	-0.0566 ± 0.0018
18/97(i)	24146-24148	107.7	EHX	-0.0458 ± 0.0071
18/97(ii)	24173-24176	105.8	EHX	-0.0445 ± 0.0051
19/97	24187-24189	108.9	EHX	-0.0454 ± 0.0091
20/97	24192-24250	106.2	EHX	-0.0620 ± 0.0017
21/97	27543-27580	100.1	EHX	-0.0511 ± 0.0014
22/97	27658-27667	98.1	EHX	-0.0439 ± 0.0039
23/97(i)	27668-27691	96.1	EHX	-0.0522 ± 0.0018
23/97(ii)	27692-27711	96.0	EHX	-0.0383 ± 0.0022

Tab. 4.1: Experimentelle Asymmetrien 1996 und 1997, bestimmt aus den DST-Daten (Version 96b4 bzw. 97b2).

Die angegebenen Werte sind Mittelwerte über jeweils eine Füllung, d. h. zur Asymmetriebestimmung wurden die Zählraten über die gesamte Füllung verwendet. Andere Methoden der Mittelwertbildung werden in Abschnitt 5.1 noch eingehend diskutiert.

Zu bemerken ist, daß während des Experimentbetriebs hin und wieder auch das Vorzeichen der Strahlpolarisation umgekehrt wurde, allerdings immer zwischen zwei Füllungen; während einer Füllung bleibt das Vorzeichen natürlich unverändert. Bei der Berechnung wurde stets negatives Vorzeichen für die Strahlpolarisation angenommen, so daß bei allen Füllungen die gemessene Asymmetrie negativ ist, in Übereinstimmung mit (4.4). Dieses negative Vorzeichen ist in diesem Sinne stets *relativ* zum Vorzeichen der Strahlpolarisation zu sehen.

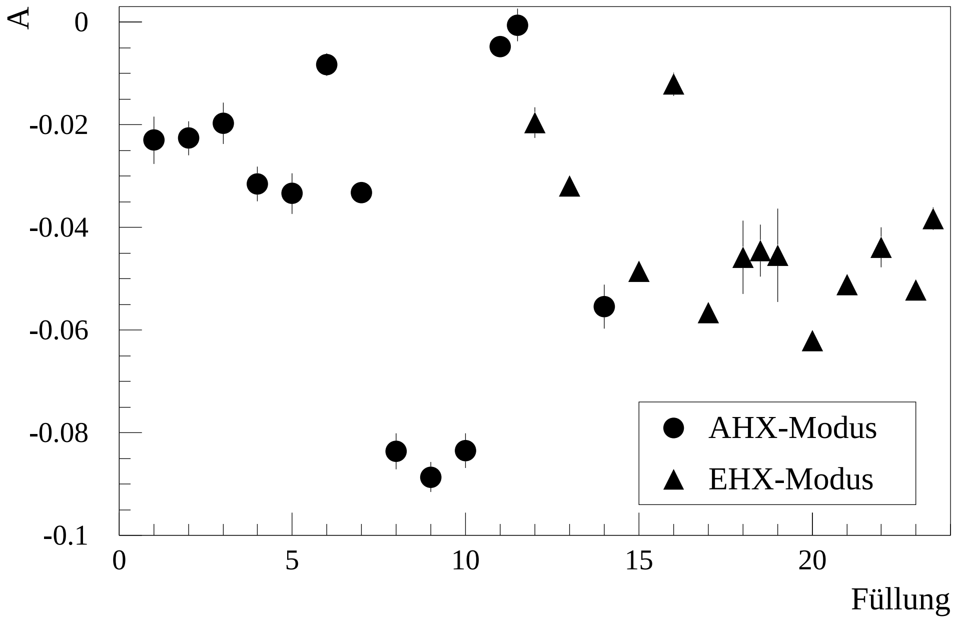

Abb. 4.1: Experimentelle Asymmetrien für alle BHABHA-Messungen 1996 und 1997.

In Füllung 11/97 wurde während der Runs 15313 – 15318 die Temperatur der Targetzelle von knapp 50 K auf etwa 35 K reduziert. Da die Temperatur auch die Targetpolarisation und damit die Asymmetrie beeinflußt, wurden diese Runs bei der Analyse weggelassen und die Asymmetriewerte für die Zeiträume konstanter Temperatur vor Run 15313 und nach Run 15318 getrennt angegeben.

In Füllung 18/97 wurde das Target nur für zwei kurze Zeitspannen, Runs 24146 – 24148 und Runs 24173 – 24176, im EHX-Modus betrieben. Aufgrund der daraus resultierenden geringen Statistik sind diese beiden Meßwerte, ebenso wie der für Füllung 19/97, mit relativ großen statistischen Fehlern behaftet.

Füllung 23/97 wurde in zwei Abschnitte aufgeteilt, weil zwischen Run 27691 und 27692 das Magnetfeld im Target von 390 mT auf 226 mT umgeschaltet wurde, um den Einfluß auf die Asymmetrie zu untersuchen. Da die Targetpolarisation durch das Magnetfeld aufrechterhalten wird, ist bei schwächerem Feld die Wirkung depolarisierender Effekte stärker, so daß, in Übereinstimmung mit (4.4), eine kleinere Asymmetrie beobachtet wird.

4.2 Extraktion der Targetelektron-Polarisation

Die Spin-Asymmetrie quantenelektrodynamischer Prozesse kann zur Polarisationsmessung ausgenützt werden, da nach (4.4) die gemessene Asymmetrie direkt vom Produkt aus Strahl- und Targetpolarisation abhängt. So wird z. B. zur Messung der Strahlpolarisation im HERA-Speicherring die Polarisationsabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts für COMPTON-Streuung verwendet ([Lor 97]). Eine weitere, seit langem gebräuchliche Methode ist die Messung der Spin-Asymmetrie in der elastischen Elektron-Elektron-Streuung (MØLLER-Streuung) ([Coo 75], [Bea 95], [Ban 97]). Mit dem Luminositätsmonitor des HERMES-Experiments konnte nun erstmals auch die polarisierte Positron-Elektron-Streuung zur Messung der Targetpolarisation verwendet werden.

Nach Ermittlung der Asymmetrie kann, unter Verwendung der vom transversalen Polarimeter gemessenen Strahlpolarisation, die Polarisation der Targetelektronen prinzipiell direkt aus (4.4) gewonnen werden. Für praktische Zwecke muß noch berücksichtigt werden, daß durch Untergrundereignisse (z. B. Streuung an unpolarisiertem Restgas, Zufallskoinzidenzen) eine kleinere Asymmetrie gemessen wird als den Polarisationen von Strahl und Target entspricht. Man beschreibt dies durch einen Verdünnungsfaktor

$$f = \frac{1}{1 + N_{\mathrm{U}}/N_{\mathrm{ges}}} < 1 \;, \tag{4.10}$$

der in Gleichung (4.4) eingefügt wird:

$$A = \bar{a}_{zz} f P_{\mathrm{S}} P_{\mathrm{T}} \;. \tag{4.11}$$

N_{U} ist die Zahl der unpolarisierten Untergrundereignisse, N_{ges} die Gesamtzahl aller BHABHA- und Paarvernichtungsereignisse. [Ben 98] gibt als Zahlenwerte $f = 0.971$ für das Jahr 1996 und $f = 0.968$ für das Jahr 1997 an. Dabei wurden im wesentlichen Streuung an unpolarisiertem Restgas, Bremsstrahlungsprozesse an Targetprotonen und Zufallskoinzidenzen berücksichtigt.

Um aus (4.11) die Targetpolarisation zu ermitteln, muß schließlich noch der effektive Asymmetriekoeffizient $\bar{a}_{zz}$ berechnet werden. Der totale Wirkungsquerschnitt für polarisierte Positron-Elektron-Streuung setzt sich additiv zusammen aus den Querschnitten für BHABHA-Streuung und Paarvernichtung. Es gilt:

$$\begin{aligned}
\sigma^{\mathrm{tot}} &= \sigma^{e^+e^-} + \sigma^{\gamma\gamma} = \\
&= \int_{\mathrm{Akzeptanz}} \mathrm{d}\Omega \left[\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)^{e^+e^-}_{\mathrm{unpol}} \left(1 + a_{zz}^{e^+e^-} P_{\mathrm{S}} P_{\mathrm{T}}\right) + \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)^{\gamma\gamma}_{\mathrm{unpol}} \left(1 + a_{zz}^{\gamma\gamma} P_{\mathrm{S}} P_{\mathrm{T}}\right) \right] = \\
&= \sigma^{\mathrm{tot}}_{\mathrm{unpol}} \left\{ 1 + \frac{\int_{\mathrm{Akzeptanz}} \mathrm{d}\Omega \left[a_{zz}^{e^+e^-} \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)^{e^+e^-}_{\mathrm{unpol}} + a_{zz}^{\gamma\gamma} \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)^{\gamma\gamma}_{\mathrm{unpol}} \right]}{\int_{\mathrm{Akzeptanz}} \mathrm{d}\Omega \left[\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)^{e^+e^-}_{\mathrm{unpol}} + \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)^{\gamma\gamma}_{\mathrm{unpol}} \right]} P_{\mathrm{S}} P_{\mathrm{T}} \right\} \;,
\end{aligned} \tag{4.12}$$

woraus man durch Vergleich mit (4.3) abliest

$$\bar{a}_{zz} = \frac{\int\limits_{\text{Akzeptanz}} \mathrm{d}\Omega \left[a_{zz}^{e^+e^-} \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\text{unpol}}^{e^+e^-} + a_{zz}^{\gamma\gamma} \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\text{unpol}}^{\gamma\gamma} \right]}{\int\limits_{\text{Akzeptanz}} \mathrm{d}\Omega \left[\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\text{unpol}}^{e^+e^-} + \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\text{unpol}}^{\gamma\gamma} \right]} . \tag{4.13}$$

Damit kann $\bar{a}_{zz}$ aus den bekannten differentiellen Wirkungsquerschnitten und Asymmetriekoeffizienten für BHABHA-Streuung und Paarvernichtung bestimmt werden. Dabei ist unter $\int_{\text{Akzeptanz}} \mathrm{d}\Omega$ sowohl die Integration über die geometrische Akzeptanz des Luminositätsmonitors als auch die Gewichtung mit der jeweiligen Detektor-Effizienz zu verstehen. Die Berechnung von $\bar{a}_{zz}$ nach (4.13) wurde von [Ben 98] durchgeführt, wobei auch Strahlungskorrekturen berücksichtigt wurden; es ergibt sich der Wert $\bar{a}_{zz} = -0.425$.

Unter Kenntnis von $\bar{a}_{zz}$ und f kann nun aus den gemessenen Asymmetrien und der Strahlpolarisation die Polarisation der Targetelektronen extrahiert werden. Da die Strahlpolarisation P_S eine ausgeprägte Zeitabhängigkeit aufweist, darf dafür nicht lediglich ein zeitlicher Mittelwert bestimmt und in (4.11) eingesetzt werden. Vielmehr muß in diesem Fall bei der Bestimmung der relativen Luminositäten $L^{\uparrow\uparrow/\uparrow\downarrow}$ nach (4.6), die in die Asymmetrieberechnung eingehen, eine Gewichtung mit der Strahlpolarisation erfolgen:

$$L_P^{\uparrow\uparrow/\uparrow\downarrow} = \frac{1}{e} \int\limits_{\uparrow\uparrow/\uparrow\downarrow} \mathrm{d}t\, P_\mathrm{S} I_\mathrm{S}\, \rho_\mathrm{T} . \tag{4.14}$$

Dann ergibt sich die gesuchte Targetpolarisation nach (4.11) und (4.5) zu

$$P_\mathrm{T} = \frac{1}{\bar{a}_{zz} f} \frac{N^{\uparrow\uparrow} L^{\uparrow\downarrow} - N^{\uparrow\downarrow} L^{\uparrow\uparrow}}{N^{\uparrow\uparrow} L_P^{\uparrow\downarrow} + N^{\uparrow\downarrow} L_P^{\uparrow\uparrow}} . \tag{4.15}$$

Diese Formel ist wiederum nur für Messungen im EHX-Modus gültig und muß für den AHX-Modus analog (4.8) modifiziert werden:

$$P_\mathrm{T} = \frac{1}{\bar{a}_{zz} f} \frac{N_0 L_+ - N_+ L_0}{N_0 L_{+,P}} . \tag{4.16}$$

Die so gewonnenen Werte für die Targetelektron-Polarisation für alle AHX- und EHX-Füllungen der Jahre 1996 und 1997 sind in Tabelle 4.2 aufgelistet und in Abbildung 4.2 graphisch dargestellt. Verwendet wurden wiederum die DST-Daten (vgl. Anhang A). Da auch der effektive Asymmetriekoeffizient $\bar{a}_{zz}$ negativ ist, hat bei negativer Asymmetrie A nach (4.11) die Targetelektron-Polarisation immer negatives Vorzeichen. Dies ist jedoch, nach dem in Abschnitt 4.1 über das Vorzeichen von A Gesagten, wiederum nur *relativ* zum Vorzeichen der Strahlpolarisation zu verstehen, das, quasi per definitionem, immer als negativ angesehen wurde. Für die Füllungen 4/96 und 8/97 liegen keine verläßlichen

Füllung	Modus	A	P_{T}
1/96	AHX	-0.0230 ± 0.0046	-8.8 ± 1.8
2/96	AHX	-0.0226 ± 0.0033	-8.2 ± 1.2
3/96	AHX	-0.0197 ± 0.0040	-9.7 ± 2.0
4/96	AHX	-0.0315 ± 0.0034	
5/96	AHX	-0.0334 ± 0.0040	-17.3 ± 2.1
6/96	AHX	-0.0083 ± 0.0022	-4.9 ± 1.3
7/96	AHX	-0.0332 ± 0.0021	-17.2 ± 1.1
8/97	AHX	-0.0836 ± 0.0035	
9/97	AHX	-0.0886 ± 0.0029	-37.5 ± 1.2
10/97	AHX	-0.0835 ± 0.0034	-37.5 ± 1.5
11/97(i)	AHX	-0.0048 ± 0.0019	-2.2 ± 0.9
11/97(ii)	AHX	-0.0006 ± 0.0032	-0.3 ± 1.4
12/97	EHX	-0.0196 ± 0.0030	-14.0 ± 2.1
13/97	EHX	-0.0319 ± 0.0015	-16.0 ± 0.7
14/97	AHX	-0.0554 ± 0.0043	-28.0 ± 2.2
15/97	EHX	-0.0486 ± 0.0018	-24.3 ± 0.9
16/97	EHX	-0.0121 ± 0.0023	-7.0 ± 1.3
17/97	EHX	-0.0566 ± 0.0018	-26.5 ± 0.8
18/97(i)	EHX	-0.0458 ± 0.0071	-22.2 ± 3.5
18/97(ii)	EHX	-0.0445 ± 0.0051	-26.4 ± 3.0
19/97	EHX	-0.0454 ± 0.0091	-29.6 ± 5.9
20/97	EHX	-0.0620 ± 0.0017	-29.2 ± 0.8
21/97	EHX	-0.0511 ± 0.0014	-21.4 ± 0.6
22/97	EHX	-0.0439 ± 0.0039	-20.3 ± 1.8
23/97(i)	EHX	-0.0522 ± 0.0018	-22.2 ± 0.8
23/97(ii)	EHX	-0.0383 ± 0.0022	-16.6 ± 0.9

Tab. 4.2: Targetelektron-Polarisation, extrahiert aus den Asymmetrien in Tabelle 4.1.

Informationen über die Strahlpolarisation vor, daher kann hier kein Wert für P_{T} angegeben werden.

Die Targetelektron-Polarisation ist generell deutlich kleiner als die im Experiment erreichten Kernpolarisationen; dies hängt damit zusammen, daß auf Grund des viel größeren magnetischen Moments des Elektrons die depolarisierende Wirkung von Wandstößen und Stößen der Teilchen untereinander die Elektronen stärker beeinflußt als die Protonen. Typische Werte für die Targetelektron-Polarisation liegen zwischen -20 und -30 %, in Einzelfällen (Füllungen 9/97 und 10/97) werden bis knapp -40 % erreicht. Das Auftreten deutlich niedrigerer Werte, besonders in Füllung 11/97, ist auf die Durchführung von Studien am Target zurückzuführen, in denen u.a. mit verschiedenen Temperaturen und Dissoziationsgraden experimentiert wurde.

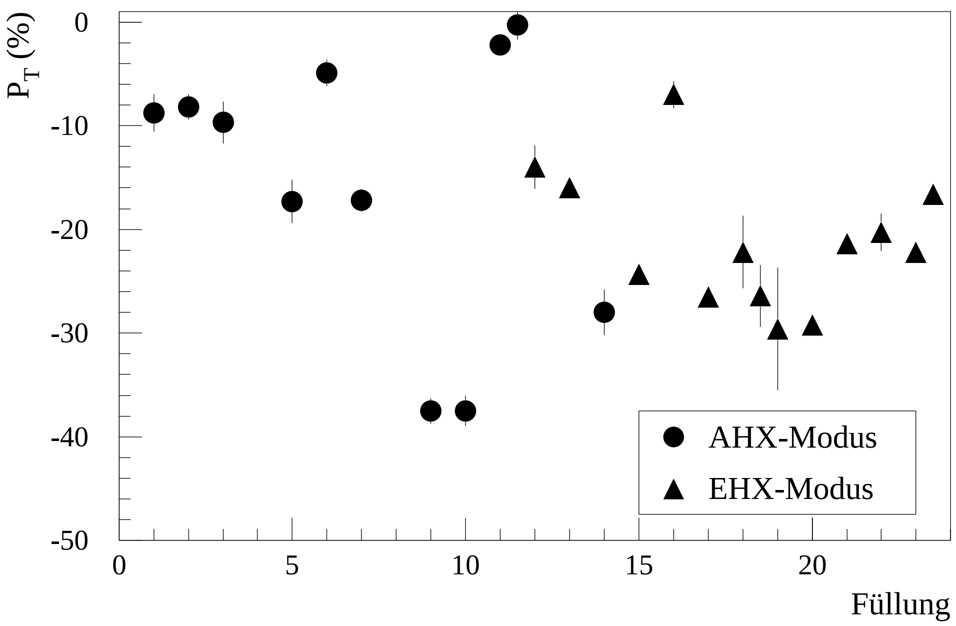

Abb. 4.2: Polarisation der Targetelektronen in den Jahren 1996 und 1997.

4.3 Anwendung der Ergebnisse zur Bestimmung von Stichproben-Korrekturen am Target

In Abschnitt 4.2 wurde die Messung der Targetelektron-Polarisation mit Hilfe der Bhabha-Asymmetrien vorgestellt. Neben dieser Methode kann die Polarisation bei Hermes natürlich auch noch auf eine weitere Weise bestimmt werden, nämlich mit dem Breit-Rabi-Polarimeter, das auch zur Messung der Kernpolarisation im Target verwendet wird (vgl. Abschnitt 2.2). Im folgenden sollen die aus den Bhabha-Asymmetrien bestimmten Polarisationswerte den am Breit-Rabi-Polarimeter gemessenen vergleichend gegenübergestellt werden.

Dabei ist zunächst zu beachten, daß das Hermes-Wasserstofftarget neben atomarem Wasserstoff immer auch eine geringe Menge an H_2-Molekülen enthält, deren Elektronenhüllen als unpolarisiert angenommen werden können. Vom Breit-Rabi-Polarimeter werden keine Moleküle detektiert, so daß hier nur die Polarisation der Atome $P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{Atom}}$ gemessen wird. Da die Bhabha-Streuung und Positron-Elektron-Paarvernichtung auch an den unpolarisierten Hüllenelektronen der Moleküle stattfindet, ist zu erwarten, daß, analog zur in Abschnitt 4.2 beschriebenen Streuung an unpolarisiertem Restgas, die aus den Asymmetriemessungen bestimmte Polarisation kleiner ist als die tatsächliche Elektronpolarisation der Targetatome. Diese Verdünnung ist durch den Dissoziationsgrad α vorgegeben, der ja definiert ist als der Anteil der in atomarer Form vorliegenden, d. h. polarisierbaren, Wasserstoffatome an der Gesamtzahl aller Atome.

Die Elektronpolarisation der Atome kann nun aus der durch BHABHA-Streuung gewonnenen Polarisation nach

$$P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{Atom}} = \frac{1}{\alpha_0 \alpha_{\mathrm{r}}} P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BHABHA}} \tag{4.17}$$

bestimmt werden.

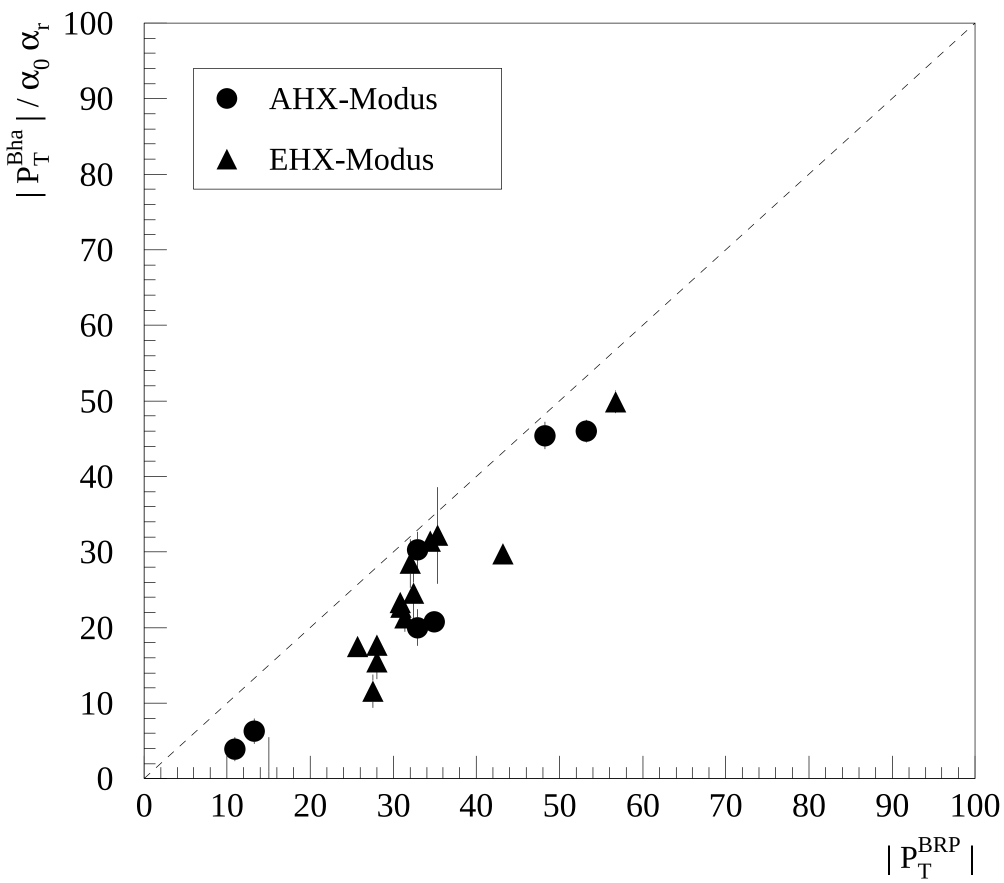

Abb. 4.3: Vergleich der atomaren Elektronpolarisationen, gemessen mit dem BREIT-RABI-Polarimeter (BRP) sowie durch BHABHA-Streuung (DST-Daten).

Während mit Hilfe der BHABHA-Streuung die Polarisationswerte stets nur aus der Zählraten-Asymmetrie *zwischen* zwei Polarisationszuständen bestimmt wird, kann das BREIT-RABI-Polarimeter die Polarisationen verschiedener Zustände getrennt messen. Daher liegen für die Messungen im EHX-Modus, in dem ja *zwei unterschiedliche* Zustände mit von Null verschiedener Elektronpolarisation abwechselnd injiziert werden, jeweils ein positiver und ein negativer Polarisationswert vor, deren Absolutbeträge etwa gleich groß sind. Zum Vergleich mit den Ergebnissen aus der BHABHA-Streuung wurde der negative arithmetische Mittelwert der beiden Beträge verwendet.

In Abbildung 4.3 sind für alle AHX- und EHX-Messungen der Jahre 1996 und 1997 die Ergebnisse für $P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{Atom}}$, bestimmt aus den BHABHA-Asymmetrien, gegen die Meßwerte des BREIT-RABI-Polarimeters aufgetragen. Man erkennt, daß auch nach der Korrektur von $P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BHABHA}}$ nach (4.17) die Meßwerte nicht in Übereinstimmung sind: Die Polarisationsbestimmung aus den BHABHA-Asymmetrien liefert betragsmäßig stets kleinere Werte als die durch das BREIT-RABI-Polarimeter.

Die Ursache für diese systematische Abweichung ist in der Anordnung des BREIT-RABI-Polarimeters zu sehen: Das Wasserstoffgas verläßt die Targetzelle durch ein Austrittsrohr und wird dann zum BREIT-RABI-Polarimeter geführt, wo es auf seinen Polarisationsgrad untersucht wird (vgl. Abbildung 2.3). Auf diese Weise werden jedoch hauptsächlich Teilchen aus der Mitte der Zelle erfaßt, während solche, die sich näher am Rand der Zelle aufhalten, deutlich weniger berücksichtigt werden, da sie das Austrittsrohr kaum erreichen können. Man kann annehmen, daß das Gas am Zellrand durch Wandstöße und Spinaustauschstöße mit anderen Teilchen sehr viel stärker depolarisiert ist als das Gas in der Zellmitte, das aber bevorzugt ins BREIT-RABI-Polarimeter gelangt. Über die gesamte Zelle gemittelt ist der Polarisationsgrad also kleiner als vom BREIT-RABI-Polarimeter angezeigt. Umgekehrt muß berücksichtigt werden, daß das Gas im Austrittsrohr auf dem Weg zum BREIT-RABI-Polarimeter durch Wandstöße wieder an Polarisation verliert, wodurch das Ergebnis der Polarisationsmessung in die andere Richtung verfälscht wird.

Die Polarisation, die am BREIT-RABI-Polarimeter gemessen wird, kann also noch nicht direkt mit der tatsächlichen Targetelektron-Polarisation gleichgesetzt werden; vielmehr bedarf es noch einer Korrektur, die die beiden oben angeführten Effekte angemessen wiedergibt. Da das BREIT-RABI-Polarimeter nur ein „Muster“ des Gases in der Targetzelle erfaßt, spricht man von einer *Stichproben-Korrektur*. Diese Korrektur c_P, die den Zusammenhang zwischen tatsächlicher atomarer Targetelektron-Polarisation $P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{Atom}}$ und dem am BREIT-RABI-Polarimeter gemessenen Wert $P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BRP}}$ regelt, wird so eingeführt, daß gilt

$$P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{Atom}} = c_P P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BRP}} \; . \tag{4.18}$$

Ähnliche Überlegungen müssen auch für den Dissoziationsgrad α angestellt werden, zumindest für die Komponente α_{r}, die die Rekombination von Teilchen in der Zelle berücksichtigt: Auch der Targetgas-Analysator ist mit der Targetzelle über das Austrittsrohr verbunden, so daß zum einen nur die Zellmitte erfaßt wird, zum anderen durch Stoßrekombination der Teilchen auf dem Weg von der Zelle zum Targetgas-Analysator der

Dissoziationsgrad abnimmt. Analog zur Stichproben-Korrektur c_P für die Polarisation nach (4.18) führt man daher eine Stichproben-Korrektur c_α für den Dissoziationsgrad ein,

$$\alpha_{\mathrm{r}} = c_\alpha \alpha_{\mathrm{r}}^{\mathrm{TGA}} \ , \tag{4.19}$$

die den Zusammenhang zwischen dem vom Targetgas-Analysator gemessenen und dem tatsächlichen α_{r} in der Zelle beschreibt.

In der Praxis sind die Stichproben-Korrekturen nur schwer zu bestimmen. Ihre Kenntnis spielt jedoch für das Verständnis des HERMES-Targets eine zentrale Rolle. Außerdem sind die Korrekturen von großem Interesse für die Datenanalyse, da sowohl die Kernpolarisation als auch der Dissoziationsgrad des Targets direkt in die Berechnung der Spinstrukturfunktionen eingehen (vgl. Abschnitt 2.1) und diese Größen gerade mit dem BREIT-RABI-Polarimeter bzw. dem Targetgas-Analysator gemessen werden.

Aus dem Vergleich der Targetelektron-Polarisationen, die am BREIT-RABI-Polarimeter und durch polarisierte BHABHA-Streuung gemessen werden, können zwar nicht die Stichproben-Korrekturen einzeln bestimmt werden, wohl aber das Produkt aus beiden. Um sich dies klarzumachen, ersetzt man in (4.17) die Größen α_{r} und $P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{Atom}}$ durch die entsprechenden Stichproben-korrigierten Meßgrößen $c_\alpha\ \alpha_{\mathrm{r}}^{\mathrm{TGA}}$ und $c_P\ P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BRP}}$. Man erhält

$$c_P P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BRP}} = \frac{1}{\alpha_0 c_\alpha \alpha_{\mathrm{r}}^{\mathrm{TGA}}} P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BHABHA}} \ ,$$

woraus unmittelbar folgt

$$c_\alpha c_P = \frac{1}{\alpha_0 \alpha_{\mathrm{r}}^{\mathrm{TGA}}} \frac{P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BHABHA}}}{P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BRP}}} \ . \tag{4.20}$$

Das Produkt der beiden Stichproben-Korrekturen ist also gleich dem Verhältnis der atomaren Polarisationen $P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BRP}}$ (vom BREIT-RABI-Polarimeter gemessen) und $P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BHABHA}}/\alpha_0\alpha_{\mathrm{r}}^{\mathrm{TGA}}$ (aus den BHABHA-Asymmetrien extrahiert und auf Verdünnung durch unpolarisierte Moleküle korrigiert) ([Bra 97]).

Die gesuchte Stichproben-Korrektur c_P kann ermittelt werden, wenn es gelingt, c_α auf anderem Wege unabhängig zu bestimmen. Eine vielversprechende Möglichkeit hierzu, mit der bereits erste Resultate erzielt wurden, ist die Bestimmung des Dissoziationsgrads in der Zelle aus der relativen Luminosität. Hierbei wird ausgenützt, daß sich Moleküle länger in der Zelle aufhalten als Atome, wodurch bei niedrigerem Dissoziationsgrad höhere Luminositäten gemessen werden ([Kol 98]).

In Tabelle 4.3 sind alle hier diskutierten Größen, insbesondere auch das Produkt $c_\alpha c_P$, für die BHABHA-Asymmetrie-Messungen 1996 und 1997 zusammengefaßt. Bei der Berechnung des Fehlers für $c_\alpha c_P$ wurden auch die statistischen Fehler auf $P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BRP}}$, α_0 sowie $\alpha_{\mathrm{r}}^{\mathrm{TGA}}$ berücksichtigt; diese spielen aber praktisch keine Rolle, da sie vom statistischen Fehler

Füllung	$P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BHABHA}}$	α_0	$\alpha_{\mathrm{r}}^{\mathrm{TGA}}$	$P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BHABHA}}/\alpha_0\alpha_{\mathrm{r}}^{\mathrm{TGA}}$	$P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{BRP}}$	$c_\alpha c_P$
1/96	-8.8 ± 1.8					
2/96	-8.2 ± 1.2					
3/96	-9.7 ± 2.0					
4/96		0.972	0.858		-27.2	
5/96	-17.3 ± 2.1	0.952	0.910	-20.0 ± 2.4	-32.9	0.61 ± 0.07
6/96	-4.9 ± 1.3	0.939	0.832	-6.3 ± 1.7	-13.3	0.47 ± 0.12
7/96	-17.2 ± 1.1	0.969	0.851	-20.8 ± 1.3	-34.9	0.60 ± 0.04
8/97		0.993	0.847		-48.4	
9/97	-37.5 ± 1.2	0.994	0.820	-46.0 ± 1.5	-53.2	0.86 ± 0.03
10/97	-37.5 ± 1.5	0.993	0.832	-45.4 ± 1.8	-48.2	0.94 ± 0.04
11/97(i)	-2.2 ± 0.9	0.985	0.576	-3.9 ± 1.6	-10.9	0.36 ± 0.15
11/97(ii)	-0.3 ± 1.4	0.985	0.317	-1.0 ± 4.5	-15.0	0.06 ± 0.30
12/97	-14.0 ± 2.1	0.984	0.920	-15.5 ± 2.3	-29.2 26.9	0.55 ± 0.08
13/97	-16.0 ± 0.7	0.983	0.921	-17.7 ± 0.8	-28.7 27.4	0.63 ± 0.03
14/97	-28.0 ± 2.2	0.985	0.938	-30.3 ± 2.4	-32.9	0.92 ± 0.07
15/97	-24.3 ± 0.9	0.985	0.827	-29.8 ± 1.1	-45.4 41.0	0.69 ± 0.03
16/97	-7.0 ± 1.3	0.985	0.610	-11.6 ± 2.2	-28.0 27.0	0.42 ± 0.08
17/97	-26.5 ± 0.8	0.985	0.540	-49.9 ± 1.5	-59.6 53.7	0.88 ± 0.03
18/97(i)	-22.2 ± 3.5	0.985	0.916	-24.6 ± 3.9	-33.1 31.6	0.76 ± 0.12
18/97(ii)	-26.4 ± 3.0	0.985	0.940	-28.5 ± 3.2	-35.1 29.0	0.89 ± 0.10
19/97	-29.6 ± 5.9	0.985	0.933	-32.2 ± 6.4	-37.0 33.6	0.91 ± 0.18
20/97	-29.2 ± 0.8	0.985	0.944	-31.4 ± 0.9	-35.6 33.2	0.91 ± 0.02
21/97	-21.4 ± 0.6	0.985	0.958	-22.7 ± 0.6	-32.2 29.6	0.73 ± 0.02
22/97	-20.3 ± 1.8	0.985	0.968	-21.3 ± 1.9	-30.6 32.3	0.68 ± 0.06
23/97(i)	-22.2 ± 0.8	0.985	0.968	-23.3 ± 0.8	-31.4 30.1	0.76 ± 0.03
23/97(ii)	-16.6 ± 0.9	0.975	0.973	-17.5 ± 0.9	-26.2 25.2	0.68 ± 0.04

Tab. 4.3: Ergebnisse der Polarisationsmessungen mittels BHABHA-Streuung und mit dem BREIT-RABI-Polarimeter, Dissoziationsgrade und Produkt der Stichproben-Korrekturen. Die angegebenen Fehler sind rein statistisch.

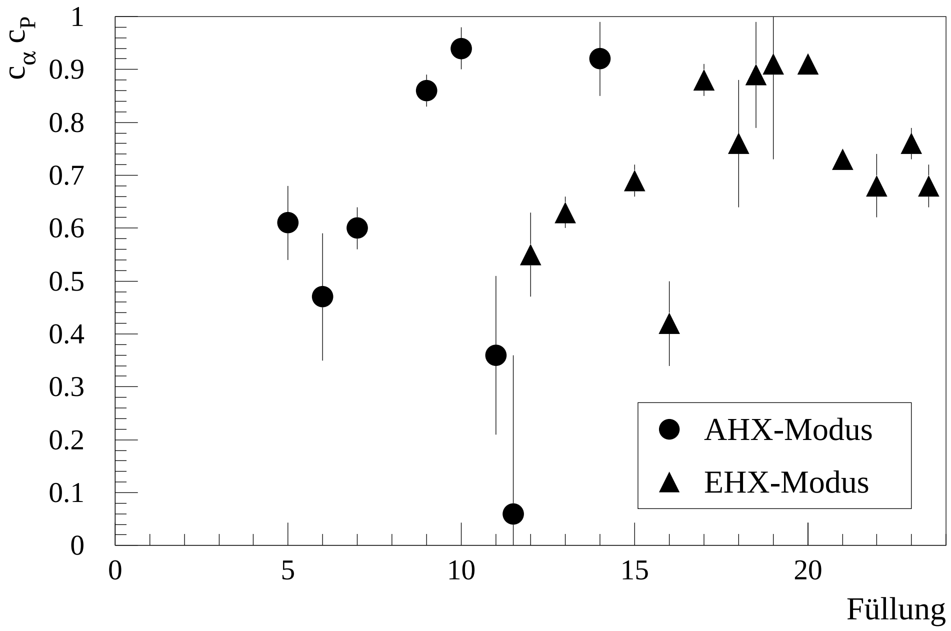

Abb. 4.4: Produkt der Stichproben-Korrekturen $c_\alpha c_P$ für alle BHABHA-Füllungen 1996 und 1997.

der Asymmetrie ΔA dominiert werden. Für die Füllungen 1-3/96 existieren keine Meßwerte vom Targetgas-Analysator; daher können alle Größen, die direkt oder indirekt den Dissoziationsgrad α enthalten, hierfür nicht angegeben werden. Die Füllungen 17-23/97 liefern relativ stabile Ergebnisse für $c_\alpha c_P$ (vgl. auch Abbildung 4.4) und lassen somit erkennen, daß eine zuverlässige Bestimmung des Produkts der Stichproben-Korrekturen mittels polarisierter BHABHA-Streuung möglich ist. Die Korrekturen sind zum Teil beträchtlich; typische Werte für $c_\alpha c_P$ liegen etwa zwischen 0.6 und 0.9, manchmal aber auch noch deutlich darunter. Dies gilt besonders für die Füllungen 11/97 und 16-17/97: Hier wurde mit bewußt niedrigem Dissoziationsgrad $\alpha_\mathrm{r} \approx 0.5$ experimentiert, um den Einfluß auf die Targetpolarisation zu untersuchen. Dies ist insbesondere auch deswegen von Bedeutung, weil c_P selbst von $P_\mathrm{T}^\mathrm{Atom}$ abhängt; ebenso ist c_α selbst eine Funktion von α_r ([Bra 97]). Für eine möglichst vollständige Untersuchung der Stichproben-Korrekturen ist daher auch eine Messung in Bereichen notwendig, die im normalen Experimentbetrieb keine Rolle spielen.

Die Abhängigkeit der Stichproben-Korrekturen vom Dissoziationsgrad und von $P_\mathrm{T}^\mathrm{Atom}$ ist in Abbildung 4.5 verdeutlicht. Dargestellt ist in beiden Fällen das Produkt $c_\alpha c_P$, links als Funktion von $\alpha_\mathrm{r}^\mathrm{TGA}$, rechts als Funktion der atomaren Elektronpolarisation, wie sie mittels

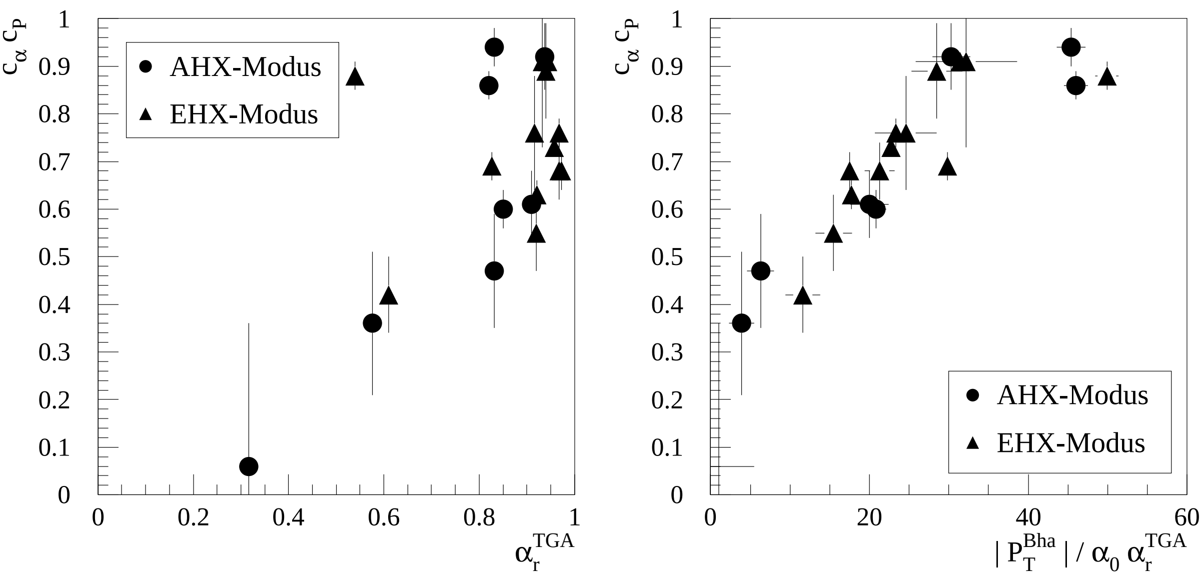

Abb. 4.5: Produkt der Stichproben-Korrekturen $c_\alpha c_P$ in Abhängigkeit von α_r^{TGA} (links) sowie von P_T^{BHABHA} (rechts).

BHABHA-Streuung gemessen wurde, $P_T^{\text{BHABHA}}/\alpha_0\alpha_r^{TGA}$. Man erkennt, daß das Produkt in sehr charakteristischer Weise von den beiden Parametern abhängt. Die in Abbildung 4.4 noch sehr willkürlich erscheinende Verteilung der Werte von $c_\alpha c_P$ ist offensichtlich in diesen Abhängigkeiten systematisch begründet.

Die BHABHA-Asymmetrie-Messungen, ursprünglich nur zur Überprüfung der Meßwerte der Strahl- und Targetpolarimeter initiiert, wurden somit zu einem wichtigen Hilfsmittel, um die teilweise sehr komplexen Vorgänge im internen Wasserstoff-Gastarget bei HERMES besser zu verstehen.

4.4 Restpolarisation und BHABHA-Asymmetrien

Die Beobachtung polarisierter BHABHA-Streuung, d. h. die Messung signifikanter Zählraten-Asymmetrien, ist nur dann möglich, wenn im Target polarisierte Elektronen vorhanden sind; hierzu muß die Atomstrahlquelle entweder im AHX- oder im EHX-Modus betrieben werden (vgl. Abschnitt 2.2). Im RHX-Modus dagegen, der zur Messung polarisierter tiefinelastischer Streuung im normalen Experimentbetrieb verwendet wird, werden Zustände mit unpolarisierten Elektronen und polarisierten Protonen in die Targetzelle injiziert, so daß in der BHABHA-Streuung zunächst keine Polarisationseffekte zu erwarten sind.

Tatsächlich kann jedoch auch im RHX-Modus eine Rest-Elektronpolarisation beobachtet werden, die sich auch im Auftreten einer kleinen BHABHA-Asymmetrie äußert. Zur Untersuchung dieser Rest-Asymmetrie wurden alle RHX-Füllungen der Jahre 1996 und 1997 nach der üblichen BHABHA-Asymmetrie-Formel (4.5) analysiert. Auch die Messungen im AHX-Modus konnten in die Analyse miteinbezogen werden; allerdings wurde nun nicht die Asymmetrie zwischen dem Zustand positiver Elektronpolarisation und Elektronpolarisation Null (4.8) gebildet, sondern ebenfalls die Asymmetrie zwischen dem Zustand negativer und positiver Kernpolarisation, (Zustände $|\,2\,\rangle$ bzw. $|\,4\,\rangle$), wie im EHX-Modus (vgl. (4.5)). Damit ging nur der Teil der AHX-Daten in die Analyse ein, der effektiv ebenfalls im RHX-Modus genommen wurde.

Bei der Betrachtung der Daten von 1997 mußten noch die Wechsel der Strahlpolarisationsrichtung berücksichtigt werden, durch die sich auch das Vorzeichen der BHABHA-Asymmetrie umkehrt. Um einen Vergleich aller Asymmetriewerte zu ermöglichen, wurde daher für alle Meßperioden mit positiver Strahlpolarisation das Vorzeichen der Asymmetrie invertiert, so daß – wie schon in den Abschnitten 4.1 und 4.2 – alle erhaltenen Asymmetriewerte auf negative Strahlpolarisation bezogen sind.

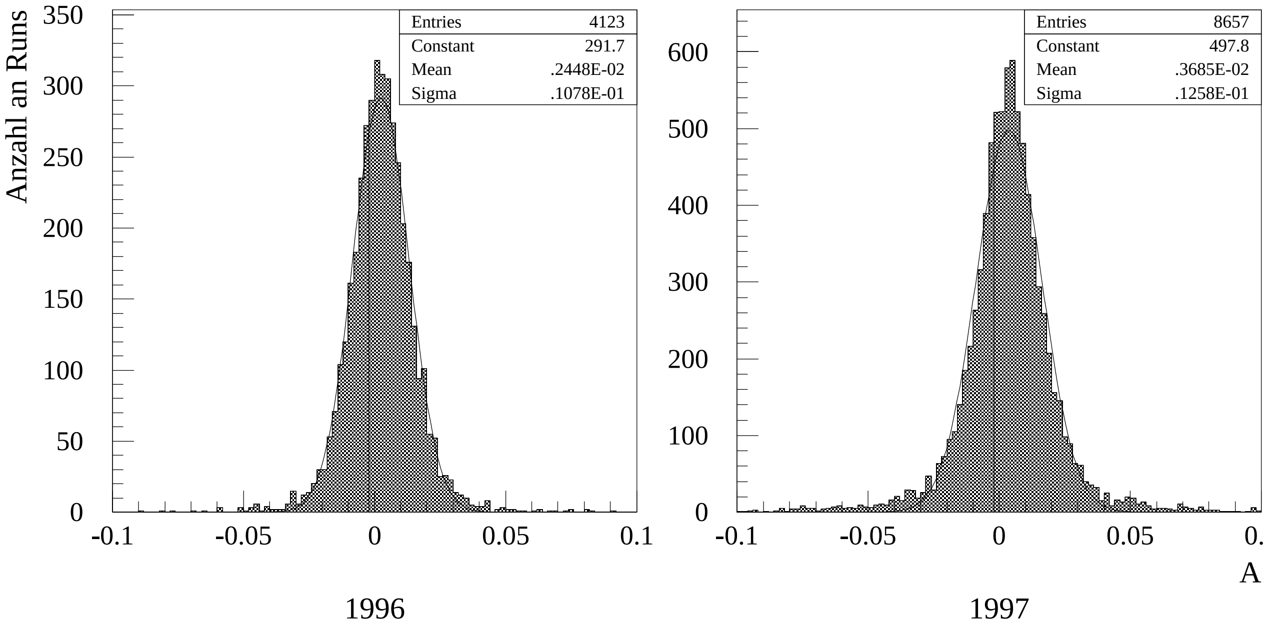

Abb. 4.6: Verteilungen der durch Rest-Elektronpolarisation erzeugten BHABHA-Asymmetrie. Ein Histogramm-Eintrag steht für einen Run.

Die Verteilungen der so ermittelten Asymmetrien für 1996 und 1997 sind in Abbildung 4.6 zu sehen. Man erkennt, daß sowohl negative als auch positive Werte um Null auftreten, positive Asymmetrien aber bevorzugt sind. Bei Betrachtung kleinerer Teilmengen der Daten, beispielsweise durch Herausgreifen kürzerer Zeiträume der Datennahme, ergab sich stets im wesentlichen dasselbe Bild.

Die Anpassung von Normalverteilungen an die Daten liefert folgende Parameter:

$$\begin{aligned} 1996: \quad & A = 0.0024 \pm 0.0002 \\ 1997: \quad & A = 0.0037 \pm 0.0002 \; . \end{aligned} \tag{4.21}$$

Die Fehler wurden dabei aus der Breite σ_A der jeweils angepaßten Funktion und der Anzahl jeweils aller Einzelwerte N_{gesamt} nach $\Delta A = \sigma_A / N_{\mathrm{gesamt}}$ berechnet. Im Rahmen einer statistischen Betrachtung ist also durchaus eine zwar kleine, aber von Null verschiedene BHABHA-Asymmetrie zu verzeichnen. Ihr entspricht eine Rest-Elektronpolarisation von $1 - 2$ %.

Die Ursache für diese Restpolarisation ist noch nicht restlos geklärt. Die Tatsache, daß das Vorzeichen der durch sie erzeugten kleinen Asymmetrie gerade entgegengesetzt ist zu dem der gewöhnlichen BHABHA-Asymmetrien (vgl. auch Tabelle 4.2), könnte als Hinweis dafür gewertet werden, daß die Restpolarisation nicht von Anfang an, d. h. bei der Injektion der Teilchen aus der Atomstrahlquelle, vorhanden ist, sondern sich erst während des Aufenthalts des Targetgases in der Speicherzelle aufbaut. Ein denkbarer Mechanismus hierfür sind Spinaustauschstöße zwischen den Wasserstoffatomen, durch die ein geringer Teil der Kernpolarisation auf die Elektronenhülle übertragen werden kann.

5 Statistische Studien zu den Bhabha-Asymmetrien

Die Anwendbarkeit der Polarisationsmessung mittels Bhabha-Streuung, z. B. zur Targetkalibration wie in Abschnitt 4.3 beschrieben, steht und fällt mit der Zuverlässigkeit und systematischen Genauigkeit der am Luminositätsmonitor gewonnenen Asymmetriedaten. Abbildung 5.1 zeigt die Ergebnisse der Asymmetriemessung für eine typische Bhabha-Füllung im EHX-Modus (Füllung 13/97). Jeder Punkt bezeichnet die Asymmetrie über einen Run der Datennahme, die horizontale Linie die Asymmetrie über die gesamte Füllung. Da es in der Praxis unmöglich ist, die experimentellen Bedingungen über längere Zeit vollkommen konstant zu halten, sind die Ergebnisse der Asymmetriemessungen auch während einer Füllung gewissen Schwankungen unterworfen. Verbirgt sich dahinter eine systematische Meßunsicherheit, oder sind die Fluktuationen rein zufälliger Natur? Diese Frage kann quantitativ nur auf wahrscheinlichkeitstheoretischer Basis beantwortet werden, wozu in den Abschnitten 5.2 und 5.3 verschiedene statistische Tests auf die Daten angewandt werden. Dabei wird nicht nur die absolute Größe der Fluktuationen beleuchtet, sondern auch das Vorzeichen der Abweichungen vom Mittelwert sowie etwaige Zeitabhängigkeiten.

Zusätzlich zu den bisher verwendeten Bhabha-Asymmetrie-Daten wurde schließlich noch ein Datensatz erzeugt, in dem die Spinzustände per Zufallsgenerator gesetzt wurden. Die Asymmetrieberechnung aus diesen randomisierten Daten sowie die Anwendung der statistischen Tests darauf werden in Abschnitt 5.4 vorgestellt.

Ähnliche Untersuchungen wurden bei [Neu 97] bereits auf die Asymmetriedaten aus der tiefinelastischen Streuung an ^{3}He angewandt; hier sollen diese Ideen nun zu einem systematischen Studium der Bhabha-Asymmetrien verwendet werden. Der grundsätzliche Unterschied der hier durchgeführten Studien zu denen an den ^{3}He-Asymmetrie-Daten ist jedoch der, daß hier nur die reine gemessene Asymmetrie betrachtet wird, während bei den ^{3}He-Daten die Asymmetrie von vornherein auf Strahl- und Targetpolarisation korrigiert wurde. Etwaige Störungen, die in den Bhabha-Asymmetrien gefunden werden, dürften ihre Ursache also in erster Linie in Schwankungen in den Polarisationswerten haben. Die hier angewandten statistischen Untersuchungen sind daher soweit aussagekräftig, wie man die Polarisationen als konstant ansehen kann.

5.1 Verschiedene Methoden der Mittelwert-Bildung

Alle in Kapitel 4 präsentierten Asymmetriewerte (s. Tabelle 4.1) waren als Mittelwerte über je eine Positron-Füllung des Hera-Speicherrings zu verstehen, in dem Sinne, daß die Asymmetrie der Zählraten über den Zeitraum der gesamten Füllung gebildet wurde. Zusätzlich hierzu gibt es auch die Möglichkeit, zunächst die Asymmetrie über kürzere Zeitintervalle zu bestimmen und anschließend diese Asymmetriewerte zu mitteln. Als Zeiteinheit bieten sich dabei die sogenannten „Runs“ der Datennahme an, die jeweils zwischen ungefähr zehn und zwanzig Minuten dauern und immer etwa gleich große integrierte Luminositäten aufweisen. Diese Vorgehensweise hat den Vorteil, daß dabei auch etwaige zeitliche Entwicklungen der Asymmetrie zum Vorschein kommen, die wiederum

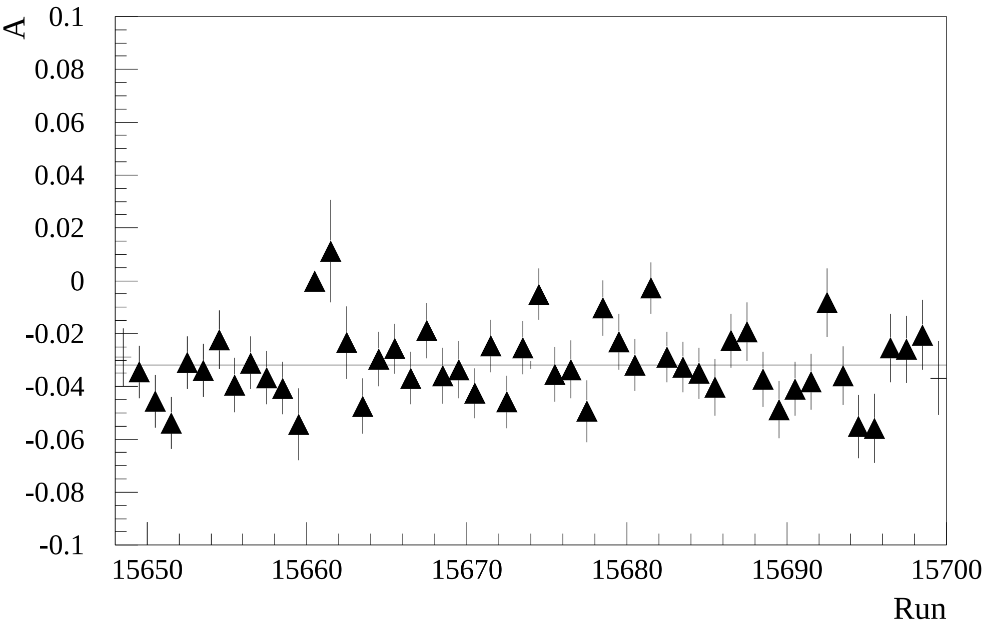

Abb. 5.1: Ergebnisse der Asymmetriemessung für Füllung 13/97. Jeder Punkt steht für einen Run; die waagerechte Linie bezeichnet die Asymmetrie über die gesamte Füllung.

– die Asymmetrie sollte ja eigentlich zeitlich konstant sein, vgl. (4.4)! – auf eine zeitliche Änderung der Experimentbedingungen und damit auf systematische Unsicherheiten hindeuten würden. Die Betrachtung der Run-Mittelwerte ermöglicht darüber hinaus ein gezieltes Studium der Fluktuationen um den Mittelwert über die ganze Füllung und damit der Stabilität der Meßbedingungen.

Für die Bildung eines Mittelwerts aus den Asymmetriewerten über die einzelnen Runs einer Füllung gibt es wiederum zwei Möglichkeiten, nämlich den gewöhnlichen arithmetischen Mittelwert und den fehlergewichteten Mittelwert. Damit stehen im folgenden insgesamt drei verschiedene Methoden der Mittelung zur Diskussion:

a) Berechnung der Asymmetrie A über den Zeitraum einer ganzen Füllung:
Diese Methode wurde in Kapitel 4 ausschließlich verwendet; der statistische Fehler ΔA hierfür folgt nach Gleichung (4.7) bzw. (4.9).

b) Arithmetischer Mittelwert:
Mit der Bezeichnung A_i für die Asymmetrie über den i-ten Run einer Füllung

und ΔA_i für den zugehörigen statistischen Fehler nach (4.7) bzw. (4.9) sowie $N_{\rm Runs}$ für die Anzahl der Runs in der Füllung kann der Asymmetrie-Mittelwert über die Füllung als gewöhnliches arithmetisches Mittel nach

$$A = \frac{1}{N_{\rm Runs}} \sum_{i=1}^{N_{\rm Runs}} A_i \tag{5.1}$$

berechnet werden. Der statistische Fehler ergibt sich mit Hilfe der Standardabweichung s zu

$$\Delta A = \frac{s}{\sqrt{N_{\rm Runs}}} = \frac{1}{\sqrt{N_{\rm Runs}}} \sqrt{\frac{1}{N_{\rm Runs}-1} \sum_{i=1}^{N_{\rm Runs}} (A_i - A)^2}\ . \tag{5.2}$$

c) Fehlergewichteter Mittelwert:
Die einzelnen Runs werden bei der Mittelung mit dem zugehörigen inversen quadratischen Fehler gewichtet,

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\rm Runs}} \frac{A_i}{(\Delta A_i)^2}}{\sum_{i=1}^{N_{\rm Runs}} \frac{1}{(\Delta A_i)^2}}\ , \tag{5.3}$$

was als Verallgemeinerung von (5.1) gesehen werden kann. Der Fehler hierfür ergibt sich zu

$$\Delta A = \left(\sum_{i=1}^{N_{\rm Runs}} \frac{1}{(\Delta A_i)^2} \right)^{-1/2} . \tag{5.4}$$

Da der statistische Fehler für einen einzelnen Run ΔA_i im wesentlichen umgekehrt proportional zur Wurzel aus der Anzahl der Streuereignisse ist, kommt diese Methode der Mittelwertbildung einer Gewichtung mit der statistischen Genauigkeit eines jeden Runs gleich: Runs mit hoher Statistik, d. h. hoher Anzahl an Ereignissen, werden entsprechend stärker gewichtet als solche mit geringerer Statistik. Daher ist diese Methode dem gewöhnlichen arithmetischen Mittelwert (5.1) grundsätzlich vorzuziehen. Allerdings enthalten alle Runs in etwa die gleiche Anzahl an Ereignissen, so daß kein großer Unterschied zwischen beiden Methoden zu erwarten ist.

In diesem und den folgenden Abschnitten werden die nach den drei verschiedenen Methoden gebildeten Mittelwerte in Anlehnung an obige Auflistung mit $A_{\rm a}$, $A_{\rm b}$ und $A_{\rm c}$ bezeichnet.

In einem (fiktiven!) „idealen“ Experiment mit immer gleichbleibenden Meßbedingungen sollten natürlich alle drei Methoden der Mittelung exakt die gleichen Ergebnisse liefern.

Abweichungen des arithmetischen Mittels A_b von A_a und A_c deuten zunächst auf eine ungleiche Verteilung der detektierten Streuereignisse auf die einzelnen Runs hin. Ein signifikanter Unterschied zwischen A_a und A_c hingegen kann ein Hinweis auf eine möglicherweise schwerwiegende Störung der experimentellen Bedingungen sein; in diesem Fall sollten die betroffenen Daten vor einer Weiterverwendung eingehend geprüft werden.

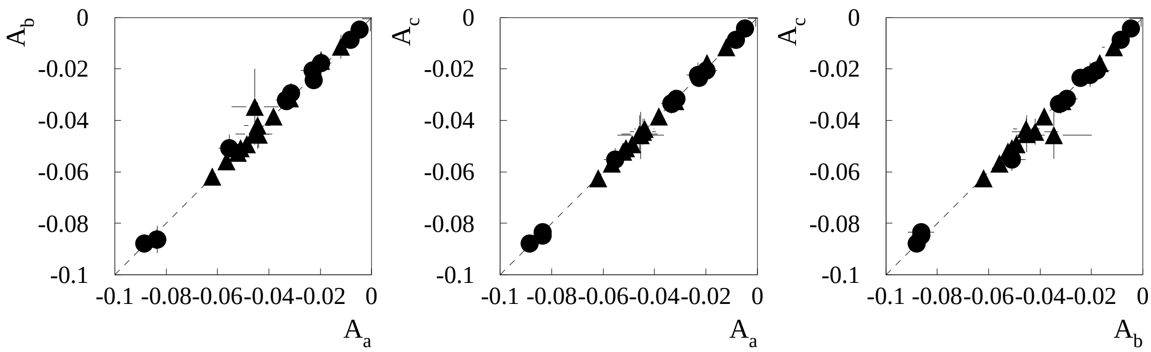

Abb. 5.2: Vergleich der mit verschiedenen Methoden gebildeten Asymmetrie-Mittelwerte. Ein Punkt steht für eine Füllung im AHX-Modus, ein Dreieck für eine Füllung im EHX-Modus.

Für alle in den Jahren 1996 und 1997 durchgeführten BHABHA-Asymmetrie-Messungen wurden die Asymmetrie-Mittelwerte über je eine Füllung nach allen drei oben beschriebenen Methoden berechnet; die Ergebnisse sind in Abbildung 5.2 vergleichend gegeneinander aufgetragen. Insgesamt sind keine nennenswerten Abweichungen der verschiedenen Mittelwerte voneinander festzustellen. Lediglich der arithmetische Mittelwert A_b weicht für einige Füllungen geringfügig von den anderen beiden ab, jedoch im Rahmen der statistischen Fehler. Dies läßt, wie oben schon erwähnt, darauf schließen, daß die Zahl der Streuereignisse nicht für alle Runs genau gleich ist, so daß der ungewichtete Mittelwert die experimentellen Verhältnisse nicht exakt wiedergibt. Dagegen ist die Übereinstimmung der Mittelwerte A_a und A_c durchweg sehr gut. Der Vergleich der verschiedenen Mittelungsmethoden gibt einen ersten Hinweis auf die im großen und ganzen gute statistische Qualität der im HERMES-Experiment genommenen BHABHA-Asymmetrie-Daten.

5.2 χ^2-Test

Bisher wurden die nach verschiedenen Methoden gebildeten Mittelwerte über eine Füllung nur untereinander verglichen. Im folgenden soll nun untersucht werden, wie gut die Mittelwerte an die Asymmetriewerte der einzelnen Runs angepaßt sind. Das Standardverfahren zur quantitativen Überprüfung einer solchen Anpassung ist der χ^2-Test ([Lyo 86]). In diesem Abschnitt soll zunächst das Prinzip dieses Tests vorgestellt werden; anschließend werden dann die BHABHA-Asymmetrie-Daten damit untersucht.

In Abbildung 5.1 wurde bereits die Zeitabhängigkeit der BHABHA-Asymmetrien für eine typische EHX-Füllung (Füllung 13/97) dargestellt. Wollte man an die statistisch streuenden Meßwerte für die einzelnen Runs eine Funktion der Zeit anpassen, so gibt es hierfür umso mehr verschiedene Möglichkeiten, je mehr Einzelwerte vorliegen. Umgekehrt wird die Zahl der Anpassungsmöglichkeiten umso mehr reduziert, je mehr Funktionsparameter an die Daten angepaßt werden sollen. Dies motiviert die Einführung der *Zahl der Freiheitsgrade* N_{FHG} als

$$N_{\mathrm{FHG}} := \text{Anzahl der Einzelwerte} - \text{Anzahl der anzupassenden Parameter} \quad .$$

Im Fall der hier zu untersuchenden Asymmetriedaten ist die Anzahl der Einzelwerte gegeben durch die Anzahl der Runs in der betrachteten Füllung. Da die anzupassende „Funktion“ der konstante Mittelwert über die Füllung ist, ist die Anzahl der anzupassenden Parameter stets Eins. Damit gilt hier

$$N_{\mathrm{FHG}} = N_{\mathrm{Runs}} - 1 \ . \tag{5.5}$$

Hat man einen Mittelwert A gefunden, ist es naheliegend zu fragen, wie gut dieser zu den Einzelwerten paßt; dies hängt auch von der Größe der Streuung der Einzelwerte selbst ab. Zur Quantifizierung dieser Frage betrachtet man die Abweichungen der Einzelwerte A_i vom gefundenen Mittelwert A. Man definiert die wichtige Größe χ^2 als

$$\chi^2 := \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{Runs}}} \frac{(A_i - A)^2}{(\Delta A_i)^2} \ . \tag{5.6}$$

Wenn die statistischen Fehler ΔA_i die tatsächlichen Abweichungen $A_i - A$ gut beschreiben, also $\Delta A_i \approx \mid A_i - A \mid$ ist, erwartet man für χ^2 einen Wert in der Nähe von N_{Runs}.

Häufig wird der Mittelwert einer Reihe von Meßdaten gerade auf die Weise bestimmt, daß χ^2 durch Variation von (5.6) bezüglich A minimiert wird; dies entspricht übrigens genau der Bildung des fehlergewichteten Mittelwerts, der in (5.3) als A_c eingeführt wurde. Zur *Überprüfung einer gegebenen Anpassung* wird der umgekehrte Weg eingeschlagen: Man ermittelt den Mittelwert A auf eine andere Weise, in diesem Fall eine der drei in Abschnitt 5.1 beschriebenen Methoden, berechnet nach (5.6) das dazugehörige χ^2 und zieht aus dessen Größe Rückschlüsse auf die Güte der Anpassung.

Dazu muß zunächst beachtet werden, daß sowohl die A_i als auch χ^2 statistische Größen sind: Würde man ein- und dasselbe Experiment viele Male wiederholen, so erhielte man für beide Größen im allgemeinen immer verschiedene Werte, die in gewisser Weise statistisch verteilt sind. Unter der Annahme, daß die Asymmetrie-Meßwerte A_i unkorreliert und GAUSS-verteilt sind,

$$w_{A_i}(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_i}^2}} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma_{A_i}^2}} , \tag{5.7}$$

kann man durch kurze Rechnung die Wahrscheinlichkeitsdichte für χ^2 herleiten ([Ken 63]):

$$w_{\chi^2}^{N_{\mathrm{FHG}}}(\xi) = \frac{1}{2^{\frac{N_{\mathrm{FHG}}}{2}} \Gamma(\frac{N_{\mathrm{FHG}}}{2})} \xi^{\frac{N_{\mathrm{FHG}}-2}{2}} e^{-\frac{\xi}{2}} . \tag{5.8}$$

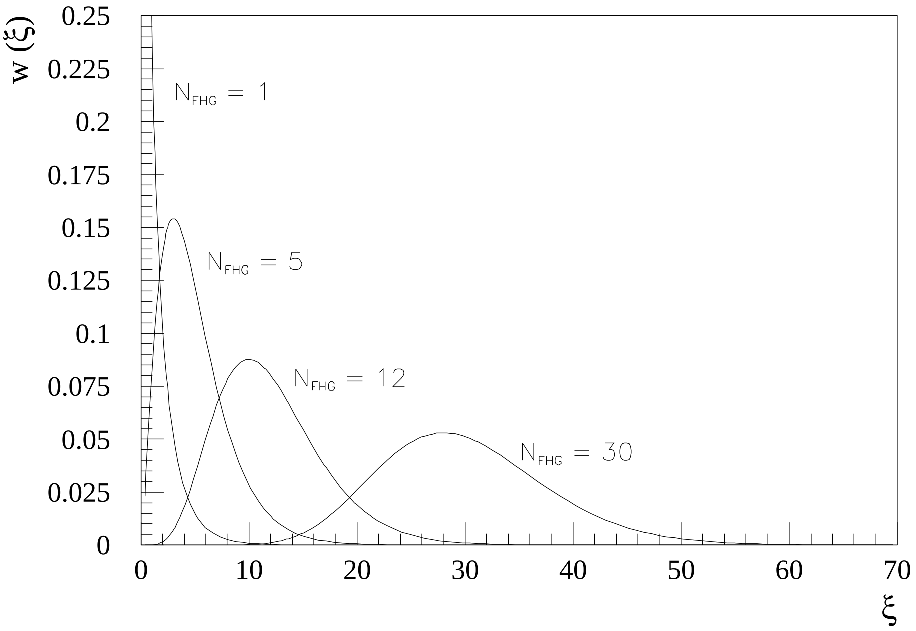

Abb. 5.3: χ^2-Verteilung für einige Werte von N_{FHG}.

Diese Verteilungsfunktion, die gewöhnlich χ^2-Verteilung genannt wird, ist in Abbildung 5.3 für verschiedene Zahl der Freiheitsgrade N_{FHG} dargestellt. Die Verteilung ist asymmetrisch, d. h. insbesondere, daß Maximalwert und Erwartungswert nicht übereinstimmen. Tatsächlich überzeugt man sich durch Ableiten von (5.8) sofort davon, daß das Maximum der Verteilung bei $N_{\rm FHG} - 2$ liegt. Andrerseits zeigt man durch vollständige Induktion nach $N_{\rm FHG}$, daß für den Erwartungswert gilt

$$\langle \chi^2 \rangle := \int_0^\infty \mathrm{d}\xi \, \xi \, w_{\chi^2}^{N_{\rm FHG}}(\xi) = N_{\rm FHG} \; . \tag{5.9}$$

Der wahrscheinlichste Wert für χ^2 ist also $N_{\rm FHG} = N_{\rm Runs} - 1$, nicht $N_{\rm Runs}$, wie man aus (5.6) vielleicht zunächst vermuten könnte.

Die Beurteilung der Güte einer Anpassung eines Mittelwerts A an eine Reihe von Einzelwerten A_i kann damit in der Weise erfolgen, daß das daraus berechnete χ^2 mit der Zahl der Freiheitsgrade $N_{\rm FHG}$ verglichen wird ([Sch 96]):

- Je näher χ^2 an $N_{\rm FHG}$ liegt, desto besser ist die Anpassung des Mittelwerts an die Einzelwerte; insbesondere werden die beobachteten Schwankungen der Einzelwerte durch die statistischen Fehler optimal beschrieben.
- Ist χ^2 deutlich größer als $N_{\rm FHG}$, ist die Güte der Anpassung schlechter. Dies kann zwei Ursachen haben: Entweder sind die tatsächlichen Fluktuationen deutlich größer als die statistischen Fehler der Einzelwerte, oder es liegt eine zeitliche Entwicklung in den Meßdaten vor, die eine sinnvolle Anpassung einer Konstanten unmöglich macht.
- Im Falle $\chi^2 \ll N_{\rm FHG}$ ist die Anpassung überdurchschnittlich gut, was möglicherweise darauf hinweist, daß die statistischen Fehler, die in die Berechnung von χ^2 nach (5.6) eingehen, größer angenommen wurden, als es den tatsächlichen Fluktuationen entspricht. Bei den Asymmetriemessungen bei HERMES, in denen ja nur *ein* Parameter angepaßt wird und die Fehler durch die Zahl der Streuereignisse vorbestimmt sind, ist dieser Fall jedoch eher unkritisch.

Bei den in Abbildung 5.1 gezeigten Daten der Füllung 13/97 ist der zweite Fall zu beobachten: Für 51 Freiheitsgrade erhält man, bei Verwendung der gewöhnlichen Asymmetrie-Berechnung über die ganze Füllung (Methode (a) in Abschnitt 5.1) ein χ^2 von 64.82. Dies ist offensichtlich darauf zurückzuführen, daß eine ganze Reihe von Einzelpunkten weiter vom Mittelwert abweichen als der zugehörige statistische Fehler erlauben würde. Die Verwendung der anderen beiden Mittelungsmethoden liefert in etwa die gleichen Ergebnisse ($\chi^2 = 65.30$ bzw. $\chi^2 = 64.67$), was nicht verwundert, da zwischen den verschiedenen Mittelungsmethoden keine nennenswerten Unterschiede festgestellt wurden (vgl. Abschnitt 5.1). Wie erwartet, ist χ^2 für den Mittelwert $A_{\rm c}$ minimal, da, wie erwähnt, diese Methode genau der Anpassung durch Minimierung von χ^2 entspricht; dagegen liefert der Mittelwert $A_{\rm b}$ ein etwas größeres χ^2, was ein weiteres Indiz dafür ist, daß diese Methode der Mittelwertbildung den tatsächlichen Verhältnissen am wenigsten angemessen ist.

Diese bisher etwas vage Bewertung kann man weiter präzisieren, indem man die Frage stellt: „Wie wahrscheinlich wäre es gewesen, einen *größeren* Wert für χ^2 zu erhalten als den aus den Experimentdaten tatsächlich bestimmten Wert χ^2_e?“ Diese Wahrscheinlichkeit kann aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung (5.8) bestimmt werden, wobei für N_FHG natürlich für jede Füllung der jeweils richtige Wert $N_\mathrm{Runs} - 1$ eingesetzt werden muß:

$$W_{\chi^2>\chi^2_\mathrm{e}}(\chi^2_\mathrm{e}) = \int\limits_{\chi^2_\mathrm{e}}^{\infty} \mathrm{d}\xi \, w_{\chi^2}^{N_\mathrm{FHG}}(\xi) \ . \tag{5.10}$$

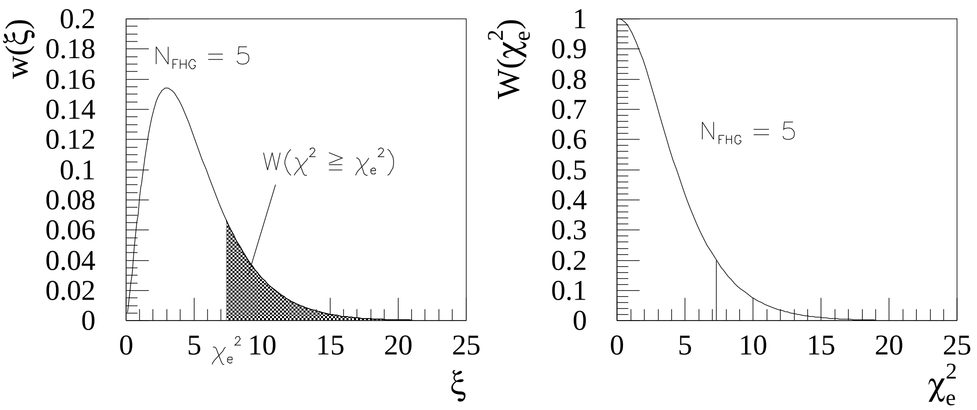

Abb. 5.4: Integral der χ^2-Verteilung als Fläche unter der Verteilungsfunktion (links) sowie als Funktion von χ^2_e (rechts), dargestellt für $N_\mathrm{FHG} = 5$.

Abbildung 5.4 links veranschaulicht $W_{\chi^2>\chi^2_\mathrm{e}}$ als Fläche unter der Funktion $w_{\chi^2}^{N_\mathrm{FHG}}(\xi)$ für Werte von ξ oberhalb von χ^2_e. Rechts ist die integrierte Verteilungsfunktion, also $W_{\chi^2>\chi^2_\mathrm{e}}$ als Funktion von χ^2_e, dargestellt. Die Berechnung von $W_{\chi^2>\chi^2_\mathrm{e}}$ kann nur näherungsweise mit Hilfe von Reihenentwicklungen erfolgen ([Abr 72]); hier wurde die dazu zur Verfügung stehende Funktion der CERN-Programmbibliothek verwendet ([CERN]).

Für die oben angeführte Füllung 13/97 ergibt sich bei allen drei Methoden der Mittelwertbildung der Wert $W_{\chi^2>\chi^2_\mathrm{e}} = 0.09$. Die Wahrscheinlichkeit, für $N_\mathrm{FHG} = 51$ ein größeres χ^2 als das hier berechnete $\chi^2_\mathrm{e} \approx 65$ zu finden, beträgt also nur 9 %, da der gefundene Wert bereits sehr groß ist. $W_{\chi^2>\chi^2_\mathrm{e}}$ kann als Maß für die Güte eines Mittelwerts dienen: Ein kleiner Wert signalisiert sehr hohe Fluktuationen im Vergleich zu den statistischen Fehlern der Einzelwerte, während ein hoher Wert in der Nähe von Eins auf sehr kleine Schwankungen und eine unter Umständen „unwahrscheinlich gute“ Anpassung des Mittelwerts hindeutet.

Das Verfahren wurde auf alle in den Jahren 1996 und 1997 gemessenen BHABHA-Asymmetrien angewandt, wobei jeweils alle drei Methoden der Mittelwertbildung betrachtet

Füllung	$\chi^2_{\mathrm{e}}/N_{\mathrm{FHG}}$	$W_{\chi^2>\chi^2_{\mathrm{e}}}$	$\chi^2_{\mathrm{e}}/N_{\mathrm{FHG}}$	$W_{\chi^2>\chi^2_{\mathrm{e}}}$	$\chi^2_{\mathrm{e}}/N_{\mathrm{FHG}}$	$W_{\chi^2>\chi^2_{\mathrm{e}}}$
Verwendeter Mittelwert	A_{a}		A_{b}		A_{c}	
1/96	8.73 / 17	0.95	8.95 / 17	0.94	8.73 / 17	0.95
2/96	17.91 / 33	0.98	17.50 / 33	0.99	17.66 / 33	0.99
3/96	22.44 / 24	0.55	24.18 / 24	0.45	21.77 / 24	0.59
4/96	30.64 / 32	0.54	31.56 / 32	0.49	30.58 / 32	0.54
5/96	21.73 / 25	0.65	21.95 / 25	0.64	21.73 / 25	0.65
6/96	38.12 / 46	0.79	37.39 / 46	0.81	37.39 / 46	0.81
7/96	44.93 / 67	0.98	45.37 / 67	0.98	44.73 / 67	0.98
8/97	16.76 / 15	0.33	16.86 / 15	0.33	16.68 / 15	0.34
9/97	22.66 / 19	0.25	22.59 / 19	0.26	22.59 / 19	0.26
10/97	38.85 / 18	0.00	39.53 / 18	0.00	38.85 / 18	0.00
11/97(i)	39.15 / 50	0.87	39.54 / 50	0.86	41.19 / 50	0.81
11/97(ii)	23.08 / 12	0.03	23.08 / 12	0.03	23.56 / 12	0.02
12/97	17.06 / 15	0.32	16.88 / 15	0.33	16.77 / 15	0.33
13/97	64.82 / 51	0.09	65.30 / 51	0.09	64.67 / 51	0.09
14/97	35.46 / 32	0.31	36.44 / 32	0.27	35.46 / 32	0.31
15/97	88.49 / 71	0.08	88.34 / 71	0.08	88.34 / 71	0.08
16/97	30.61 / 17	0.02	32.78 / 17	0.01	32.22 / 17	0.01
17/97	76.55 / 54	0.02	76.85 / 54	0.02	76.54 / 54	0.02
18/97(i)	0.02 / 2	0.99	0.02 / 2	0.99	0.02 / 2	0.99
18/97(ii)	7.80 / 3	0.05	8.03 / 3	0.05	7.80 / 3	0.05
19/97	2.53 / 2	0.28	4.02 / 2	0.13	2.53 / 2	0.28
20/97	145.74 / 58	0.00	145.77 / 58	0.00	145.66 / 58	0.00
21/97	41.87 / 37	0.27	41.85 / 37	0.27	41.85 / 37	0.27
22/97	13.22 / 9	0.15	13.46 / 9	0.14	13.20 / 9	0.15
23/97(i)	33.77 / 23	0.07	33.81 / 23	0.07	33.77 / 23	0.07
23/97(ii)	22.87 / 19	0.24	22.87 / 19	0.24	22.87 / 19	0.24

Tab. 5.1: Ergebnisse des χ^2-Tests für die Bhabha-Asymmetrie-Werte.

wurden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.1 zusammengefaßt; Abbildung 5.5 oben gibt eine graphische Darstellung davon. Typische Werte für $W_{\chi^2>\chi^2_{\mathrm{e}}}$ liegen zwischen etwa 0.4 und 1.0. Deutlich kleinere Werte sind eher die Ausnahme und zum Teil durch geringe Statistik, wie bei den Füllungen 18-19/97 der Fall, oder durch beabsichtigte Änderungen der experimentellen Bedingungen, wie in Füllung 11/97, wo während der Messung die Temperatur geändert wurde, zu erklären. Im unteren Teil von Abbildung 5.5 ist die Verteilung der Ergebnisse für $W_{\chi^2>\chi^2_{\mathrm{e}}}$ zu sehen; sie weist eine schwache Häufung in der Nähe von Null und Eins auf, ist aber ansonsten relativ gleichmäßig. Tatsächlich sollte unter „idealen“ Experimentbedingungen $W_{\chi^2>\chi^2_{\mathrm{e}}}$ gleichverteilt sein. Eine Aussage hierzu ist aber aus dem Vergleich der Werte für verschiedene Füllungen nur beschränkt möglich,

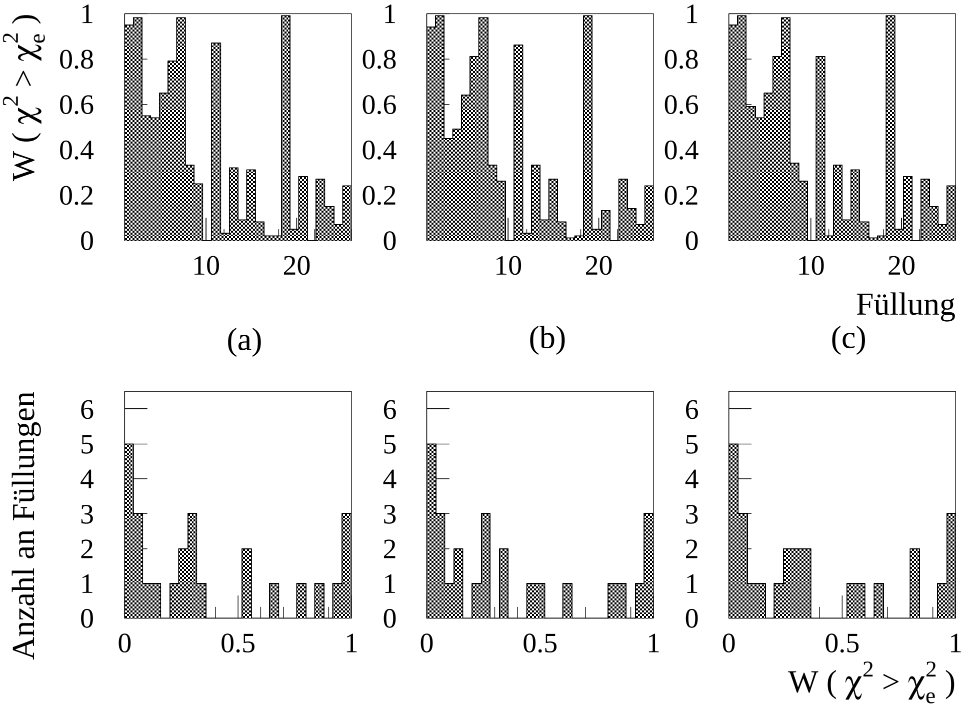

Abb. 5.5: Gefundene Werte von $W_{\chi^2>\chi_e^2}$ für alle BHABHA-Asymmetrie-Füllungen (oben); Verteilung der Werte (unten).

da die experimentellen Bedingungen, wie schon erwähnt, zum Teil absichtlich variiert wurden.

Allgemein handelt es sich bei dem hier durchgeführten χ^2-Test um einen sogenannten *Signifikanztest*. Solche Tests werden häufig dazu benützt, eine oder mehrere Aussagen, sogenannte *Nullhypothesen*, auf ihre Gültigkeit zu überprüfen, oder zumindest eine wahrscheinlichkeitstheoretische Angabe über ihre Gültigkeit zu erhalten. Diese Nullhypothesen beziehen sich typischerweise auf die statistische Qualität von großen Datenmengen. Die in diesem Fall zur Debatte stehende Hypothese läßt sich formulieren als

> „Die BHABHA-Asymmetrie ist über eine Füllung konstant; Abweichungen der Asymmetrie für einzelne Runs sind Fluktuationen rein statistischer Natur.“

Zur Untersuchung der Gültigkeit der Nullhypothese wählt man eine geeignete Größe Z, die auch *Teststatistik* heißt und einer Wahrscheinlichkeitsverteilung $w_Z(\zeta)$ folgt. Im Falle des χ^2-Tests ist die verwendete Teststatistik natürlich das nach (5.6) zu berechnende χ^2; die Wahrscheinlichkeitsdichte ist die χ^2-Verteilung (5.8) (Abbildung 5.3). Nun extrahiert man aus den Experimentdaten das empirische Z_e und berechnet die Wahrscheinlichkeit dafür, daß $Z > Z_\mathrm{e}$ ist, nach

$$W_{Z>Z_\mathrm{e}}(Z_\mathrm{e}) = \int_{Z_\mathrm{e}}^{\infty} \mathrm{d}\zeta \, w_Z(\zeta) \ . \tag{5.11}$$

Diese Größe sollte bei vielen, unter ideal gleichen Bedingungen durchgeführten Messungen – sprich: wenn die zu untersuchende Nullhypothese wahr ist – gleichverteilt sein.

Nach diesem Schema wurden neben dem hier besprochenen χ^2-Test noch zwei weitere statistische Tests auf die Bhabha-Asymmetrie-Daten angewandt, die im folgenden Abschnitt beschrieben werden.

5.3 Vorzeichen-Tests

Mit Hilfe des χ^2-Tests konnten die Fluktuationen einer Reihe von Meßwerten quantitativ untersucht werden; damit wurde eine Aussage darüber möglich, ob die Abweichungen vom Mittelwert mit statistischen Schwankungen verträglich sind. Der Test erlaubt aber keine Untersuchung der *Vorzeichen* der einzelnen Abweichungen, da bei der Bestimmung von χ^2 nach (5.6) die Quadrate der Abweichungen einfach aufaddiert werden. Über etwaige Häufungen von Einzelwerten oberhalb oder unterhalb des Mittelwerts kann mit dem χ^2-Test keine Information gewonnen werden.

Bei Betrachtung der Asymmetriewerte in Abbildung 5.6 (links) fällt beispielsweise ein Absinken der Asymmetrie mit der Zeit auf. Der χ^2-Test liefert hier keinen Anhaltspunkt für eine systematische Störung; freilich läßt sich an die Daten weit besser als eine Konstante eine lineare Funktion der Zeit anpassen, wie im rechten Teil der Abbildung zu sehen ist. Kann diese zeitliche Entwicklung noch auf rein statistische Schwankungen zurückgeführt werden, oder deutet sie auf eine systematische Änderung der experimentellen Bedingungen während der Messung hin?

Zur Beantwortung dieser Frage bedarf es statistischer Tests, die genau an dem Punkt ansetzen, über den der χ^2-Test keine Auskunft mehr gibt, nämlich beim Vorzeichen der Abweichung des Einzelwerts vom Mittelwert. Man bildet also zunächst für jeden Run i

$$\mathrm{sgn}(\mathrm{A_i} - \mathrm{A}) := \frac{\mathrm{A_i} - \mathrm{A}}{|\,\mathrm{A_i} - \mathrm{A}\,|} \tag{5.12}$$

und erhält damit für eine komplette Füllung eine Vorzeichenliste vom Typ

$$+ - - - + - + - + - - - + + + - + + - + \ \ldots \ . \tag{5.13}$$

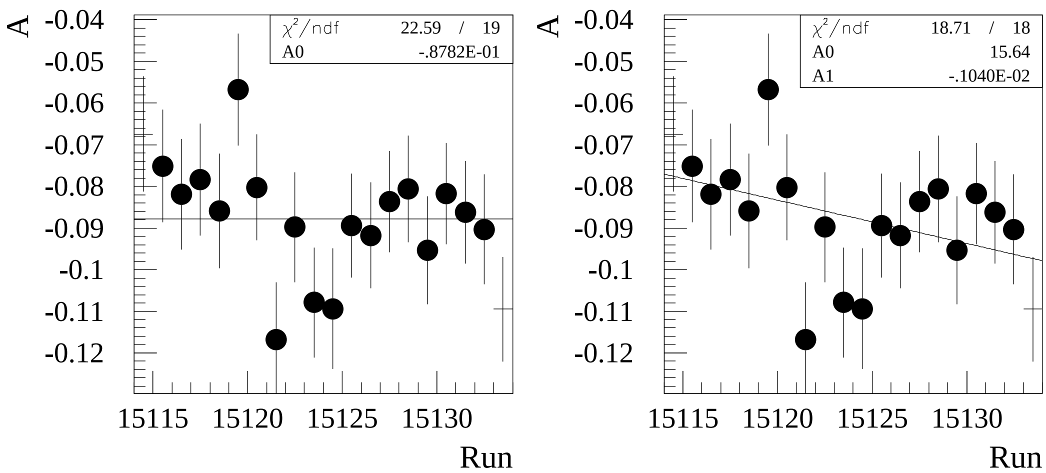

Abb. 5.6: Füllung 9/97: Anpassung einer Konstanten (links) sowie einer linearen Funktion (rechts) an die Asymmetriewerte für die einzelnen Runs.

Diese Liste wurde aus der in Abbildung 5.1 gezeigten Füllung 13 extrahiert, während sich für die Füllung 9, Abbildung 5.6, die Liste

$$+ + + + + + + - - - - - - + + - + + - - \tag{5.14}$$

ergibt; diese weist, wie man auch aus der Abbildung sofort erkennt, am Anfang eine deutliche Häufung von positiven Vorzeichen auf. Zur Untersuchung, inwieweit solche Häufungen zufällig auftreten können oder aber auf systematische Fehler hindeuten, wurden auf die so erstellten Vorzeichenlisten der WALD-WOLFOWITZsche Run-Test und der WILCOXONsche U-Test angewandt. Beide funktionieren nach dem oben umrissenen allgemeinen Schema von Signifikanztests, d. h. Extraktion einer geeigneten Teststatistik Z_e mit bekannter Wahrscheinlichkeitsverteilung $w_Z(\zeta)$ und anschließender Berechnung der Wahrscheinlichkeit $W_{Z>Z_\mathrm{e}}$ nach (5.11).

5.3.1 WALD-WOLFOWITZscher Run-Test

Zur Bestimmung einer geeigneten Teststatistik werden beim sogenannten Run-Test ([Bur 70]) die oben eingeführten Vorzeichenlisten in „Runs“ unterteilt, die definiert sind als Perioden innerhalb einer Liste mit je gleichem Vorzeichen. Für die Liste (5.13) beispielsweise ergibt sich folgendes Schema:

$$\begin{array}{rcccccccccccc} & + & --- & + & - & + & - & + & --- & +++ & - & \dots \\ \text{Runs:} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & \dots \end{array}$$

Da der Begriff „Run“ bei HERMES, wie allgemein in der Hochenergiephysik üblich, normalerweise in anderer Bedeutung gebraucht wird, nämlich als Zeiteinheit der Datennahme, soll zur Vermeidung von Verwechslungen für die in diesem Kapitel eingeführten „Runs“ die Bezeichnung „Folge“ verwendet werden.

Die Anzahl der Folgen in einer Füllung N_{Folgen} (in obigem Beispiel ist $N_{\text{Folgen}} = 10$) dient nun als Teststatistik zur Untersuchung der Verteilung der Vorzeichen innerhalb der Liste. Ein sehr kleiner Wert für N_{Folgen} deutet auf starke Anhäufungen gleicher Vorzeichen in der Liste und damit auf eine ungleichmäßige Verteilung der Asymmetriewerte hin. Umgekehrt ist auch der maximal denkbare Wert, der offensichtlich gleich der Anzahl an Runs während der Füllung N_{Runs} ist, nicht der wahrscheinlichste; er kann nur dann auftreten, wenn die Liste genau gleich viele positive und negative Einträge enthält und diese in immer abwechselnder Reihenfolge erscheinen $(+-+-+-\ \dots)$, was wiederum einer systematischen, d. h. unstatistischen Ordnung der Werte gleichkommt. Der wahrscheinlichste Wert für N_{Folgen} ist ([Neu 97])

$$\langle N_{\text{Folgen}} \rangle = \frac{2n_+n_- + n_+ + n_-}{n_+ + n_-}\ ; \tag{5.15}$$

hierbei stehen n_+ und n_- für die Gesamtzahl an positiven und negativen Einträgen in einer Liste.

Die Wahrscheinlichkeitsdichte $w_{N_{\text{Folgen}}}(\nu)$ kann aus kombinatorischen Überlegungen heraus konstruiert werden. Für $n_+, n_- \geq 10$ ist jedoch die einfacher zu handhabende GAUSS-Verteilung eine gute Näherung:

$$w_{N_{\text{Folgen}}}(\nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2_{N_{\text{Folgen}}}}} e^{-\frac{(\nu - \langle N_{\text{Folgen}} \rangle)^2}{2\sigma^2_{N_{\text{Folgen}}}}}\ . \tag{5.16}$$

Die Parameter $\langle N_{\text{Folgen}} \rangle$ (Mittelwert) und $\sigma^2_{N_{\text{Folgen}}}$ (Varianz) sind dabei durch (5.15) bzw. durch

$$\sigma^2_{N_{\text{Folgen}}} = \frac{2n_+n_-(2n_+n_- - n_+ - n_-)}{(n_+ + n_-)^2(n_+ + n_- - 1)} \tag{5.17}$$

gegeben.

Für sehr große n_+, n_- wird die Verwendung der GAUSS-Funktion (5.16) als Näherung für $w_{N_{\mathrm{Folgen}}}(\nu)$ beliebig gut. Es sei jedoch ausdrücklich darauf hingewiesen, daß die Bedingung $n_+, n_- \geq 10$, unter der die Näherung unbedenklich ist, im Falle der BHABHA-Asymmetrie-Messungen nicht immer erfüllt ist; die Näherung wird dennoch durchgehend verwendet, da bei Füllungen mit geringer Anzahl an Einzelmeßwerten die Aussagekraft statistischer Tests ohnehin sehr begrenzt ist.

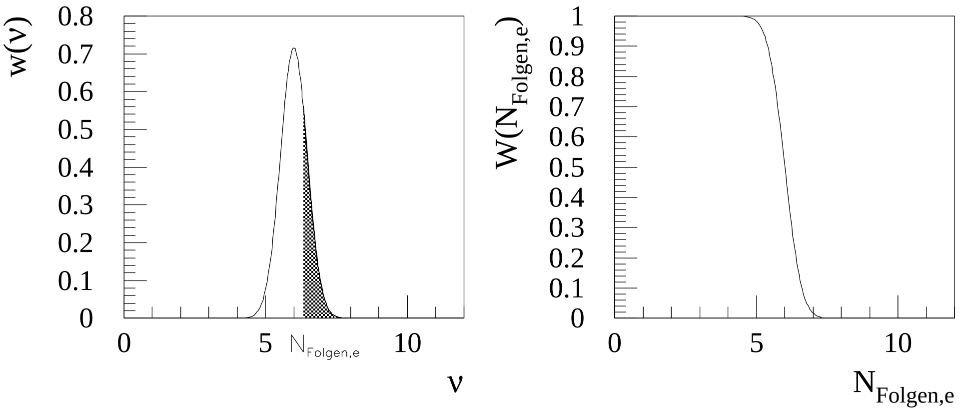

Abb. 5.7: GAUSS-Verteilung und deren laufendes Integral nach 5.16 für $n_+ = n_- = 5$.

Die GAUSS-Verteilung (5.16) sowie die zugehörige Wahrscheinlichkeit

$$\begin{aligned} N_{N_{\mathrm{Folgen}} > N_{\mathrm{Folgen,e}}}(N_{\mathrm{Folgen,e}}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2_{N_{\mathrm{Folgen}}}}} \int\limits_{N_{\mathrm{Folgen,e}}}^{\infty} \mathrm{d}\nu \, e^{-\frac{(\nu - \langle N_{\mathrm{Folgen}} \rangle)^2}{2\sigma^2_{N_{\mathrm{Folgen}}}}} = \\ &= \frac{1}{2}\,\frac{2}{\pi} \int\limits_{\frac{N_{\mathrm{Folgen,e}} - \langle N_{\mathrm{Folgen}} \rangle}{\sqrt{2}\sigma_{N_{\mathrm{Folgen}}}}}^{\infty} \mathrm{d}t \, e^{-t^2} \end{aligned} \tag{5.18}$$

sind für $n_+ = n_- = 5$ in Abbildung 5.7 dargestellt. Die Berechnung von (5.18) ist, wie schon im Falle von $W_{\chi^2 > \chi^2_e}$ in Abschnitt 5.2, nur näherungsweise möglich. In der CERN-Programmbibliothek ([CERN]) steht hierfür eine Funktion zur Verfügung, die den als *komplementäre Fehlerfunktion* bekannten Ausdruck

$$\mathrm{erfc}(x) = \frac{2}{\pi} \int\limits_{x}^{\infty} \mathrm{d}t \, e^{-t^2} \tag{5.19}$$

unter Verwendung eines rationalen TSCHEBYSCHEFFschen Näherungsverfahrens ausgewertet.

Füllung	$\frac{N_{\text{Folgen,e}}}{\langle N_{\text{Folgen}} \rangle}$	$W_{N_{\text{Folgen}}>N_{\text{Folgen,e}}}$	$\frac{N_{\text{Folgen,e}}}{\langle N_{\text{Folgen}} \rangle}$	$W_{N_{\text{Folgen}}>N_{\text{Folgen,e}}}$	$\frac{N_{\text{Folgen,e}}}{\langle N_{\text{Folgen}} \rangle}$	$W_{N_{\text{Folgen}}>N_{\text{Folgen,e}}}$
Verwendeter Mittelwert	A_{a}		A_{b}		A_{c}	
1/96	9 / 9.6	0.61	9 / 9.9	0.67	9 / 9.9	0.67
2/96	22 / 17.9	0.08	24 / 18.0	0.02	22 / 17.9	0.08
3/96	17 / 13.3	0.06	15 / 13.5	0.27	17 / 13.3	0.06
4/96	16 / 17.4	0.69	16 / 17.5	0.70	16 / 17.4	0.69
5/96	6 / 13.9	1.00	6 / 13.9	1.00	6 / 13.9	1.00
6/96	32 / 24.5	0.01	32 / 24.5	0.01	32 / 24.5	0.01
7/96	27 / 34.7	0.97	29 / 34.5	0.91	27 / 34.7	0.97
8/97	13 / 8.9	0.01	13 / 8.9	0.01	13 / 8.9	0.01
9/97	6 / 10.9	0.99	6 / 10.9	0.99	6 / 10.9	0.99
10/97	12 / 9.8	0.14	14 / 10.5	0.05	12 / 9.8	0.14
11/97(i)	25 / 25.3	0.54	25 / 25.3	0.54	25 / 25.3	0.54
11/97(ii)	11 / 7.5	0.02	11 / 7.5	0.02	11 / 7.5	0.02
12/97	9 / 8.9	0.47	12 / 8.9	0.05	12 / 8.8	0.05
13/97	28 / 26.7	0.35	28 / 26.7	0.35	26 / 26.8	0.59
14/97	19 / 16.3	0.15	21 / 17.4	0.10	19 / 16.3	0.15
15/97	28 / 37.0	0.98	28 / 37.0	0.98	28 / 37.0	0.98
16/97	10 / 9.6	0.41	10 / 9.6	0.41	10 / 9.6	0.41
17/97	23 / 28.5	0.93	23 / 28.5	0.93	23 / 28.5	0.93
18/97(i)	3 / 2.3	0.08	3 / 2.3	0.08	3 / 2.3	0.08
18/97(ii)	2 / 3.0	0.89	2 / 3.0	0.89	2 / 3.0	0.89
19/97	2 / 2.3	0.76	2 / 2.3	0.76	2 / 2.3	0.76
20/97	24 / 30.5	0.96	24 / 30.5	0.96	24 / 30.5	0.96
21/97	21 / 19.9	0.36	21 / 19.9	0.36	21 / 19.9	0.36
22/97	4 / 5.2	0.84	4 / 5.2	0.84	4 / 5.2	0.84
23/97(i)	14 / 12.9	0.32	14 / 12.9	0.32	14 / 12.9	0.32
23/97(ii)	12 / 10.9	0.30	12 / 10.9	0.30	12 / 10.9	0.30

Tab. 5.2: Ergebnisse des Run-Tests für die BHABHA-Asymmetrie-Werte.

Der WALD-WOLFOWITZ-Test wurde auf alle BHABHA-Asymmetrie-Daten 1996 und 1997 angewendet, wobei stets alle drei in Abschnitt 5.1 diskutierten Methoden der Mittelwertbildung getrennt behandelt wurden. Die erhaltenen Werte für $N_{\text{Folgen,e}}$, $\langle N_{\text{Folgen}} \rangle$ und $W_{N_{\text{Folgen}}>N_{\text{Folgen,e}}}$ sind in Tabelle 5.2 zusammengestellt. Ferner zeigt Abbildung 5.8 die Wahrscheinlichkeitswerte $W_{N_{\text{Folgen}}>N_{\text{Folgen,e}}}$ sowie deren Verteilung. Speziell für die oben angeführte Füllung 9/97 ergibt sich $W_{N_{\text{Folgen}}>N_{\text{Folgen,e}}} = 0.99$; in der Tat ist $N_{\text{Folgen,e}} = 6$ deutlich kleiner als der wahrscheinlichste Wert $\langle N_{\text{Folgen}} \rangle = 10.9$, was den Verdacht auf eine systematische Zeitentwicklung der Asymmetrie während dieser Füllung erhärtet.

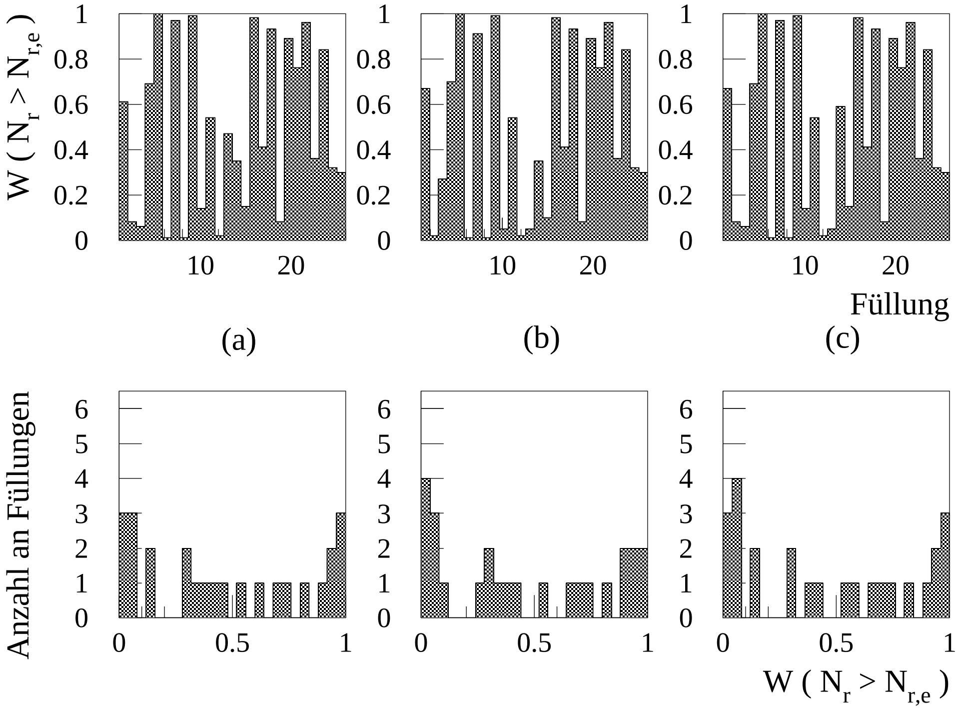

Abb. 5.8: Gefundene Werte von $W_{N_{\mathrm{Folgen}} > N_{\mathrm{Folgen,e}}}$ für alle Bhabha-Asymmetrie-Füllungen (oben); Verteilungen der Werte (unten).

Grundsätzlich decken die gefundenen Werte für $W_{N_{\mathrm{Folgen}} > N_{\mathrm{Folgen,e}}}$ den Bereich zwischen Null und Eins relativ gleichmäßig ab, wobei allerdings Werte in der Nähe von Null und Eins geringfügig bevorzugt sind. Auch dieser Test gibt jedoch insgesamt keinen schwerwiegenden Hinweis auf eine ernsthafte Störung der Konstanz in den experimentellen Bedingungen.

5.3.2 Wilcoxonscher U-Test

Ausgangspunkt des U-Tests ([Ric 67]) sind, wie schon bei dem im vorherigen Abschnitt beschriebenen Run-Test, die für jede Hera-Füllung erstellten Vorzeichenlisten vom Typ (5.13) und (5.14). Zur Bestimmung der Teststatistik bestimmt man zunächst die Zahl der *Inversionen* innerhalb einer Liste, d. h. für jeden *negativen* Eintrag die Anzahl *aller vorhergehenden positiven* Einträge. Als Teststatistik U dient nun die Summe aller

Inversionen einer Liste. Formal läßt sich dies ausdrücken durch

$$U = \sum_{i=1}^{N_{\text{Runs}}} (1 - \delta_i) \sum_{j=1}^{i-1} \delta_j \ , \tag{5.20}$$

wobei das Symbol δ_i als

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & \text{falls} \quad \text{sgn}(\text{A}_\text{i} - \text{A}) = +1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \tag{5.21}$$

eingeführt wurde. Die Teststatistik U stellt quasi die Summe aller zeitlichen Strukturen während einer Messung dar. Anschaulich sei die Bedeutung von U am Beispiel der oben schon gezeigten Füllung 13/97 (5.13) illustriert:

<table>
<tr><td></td><td>+</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td><td>-</td><td>+</td><td>-</td><td>+</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>-</td><td>+</td><td>+</td><td>...</td></tr>
<tr><td>Inversionen:</td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td></td><td>2</td><td></td><td>3</td><td></td><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td>7</td><td></td><td></td><td>...</td></tr>
<tr><td rowspan="10">Summe der Inversionen</td><td colspan="2">$U = 1$</td><td colspan="17"></td></tr>
<tr><td colspan="3">$U = 2$</td><td colspan="16"></td></tr>
<tr><td colspan="4">$U = 3$</td><td colspan="15"></td></tr>
<tr><td colspan="6">$U = 5$</td><td colspan="13"></td></tr>
<tr><td colspan="8">$U = 8$</td><td colspan="11"></td></tr>
<tr><td colspan="10">$U = 12$</td><td colspan="9"></td></tr>
<tr><td colspan="11">$U = 16$</td><td colspan="8"></td></tr>
<tr><td colspan="12">$U = 20$</td><td colspan="7"></td></tr>
<tr><td colspan="16">$U = 27$</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="19">...</td></tr>
</table>

Während der im Abschnitt 5.3.1 eingeführte Run-Test nur *lokale* Häufungen von positiven oder negativen Vorzeichen innerhalb einer Liste berücksichtigt, werden beim U-Test *alle* bis zu einem bestimmten Zeitpunkt (Run i in (5.20)) aufgetretenen Vorzeichen aufsummiert. Der U-Test verfügt damit über eine Art von „Gedächtnis" für zurückliegende Effekte und ist damit besonders geeignet zur Aufdeckung etwaiger zeitlicher Änderungen in den Meßbedingungen.

Nach Bestimmung der Summe U_e der Anzahl der Inversionen für alle aus den Bhabha-Asymmetrie-Daten erstellten Vorzeichenlisten ist das weitere Vorgehen weitgehend analog zu dem beim Run-Test und bedarf daher keiner weiteren Erläuterung. Als Wahrscheinlichkeitsdichte $w_U(v)$ kann auch hier näherungsweise die Gauss-Funktion verwendet werden,

$$w_U(v) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_U^2}} e^{-\frac{(v - \langle U \rangle)^2}{2\sigma_U^2}} \ , \tag{5.22}$$

wobei die Näherung hier schon für $n_+, n_- \geq 8$ ohne weiteres brauchbar ist; auch hier muß jedoch gesagt werden, daß diese Bedingung strenggenommen nicht für alle BHABHA-Asymmetrie-Daten erfüllt ist. Die Parameter der Verteilung (5.22) sind gegeben durch ([Neu 97])

$$\langle U \rangle = \frac{1}{2} n_+ n_- , \qquad \sigma_U^2 = \frac{n_+ n_- (n_+ n_- + 1)}{12} . \tag{5.23}$$

Füllung	$U_e/\langle U \rangle$	$W_{U>U_e}$	$U_e/\langle U \rangle$	$W_{U>U_e}$	$U_e/\langle U \rangle$	$W_{U>U_e}$
Verwendeter Mittelwert	A_a		A_b		A_c	
1/96	34 / 38.5	0.58	36 / 40.0	0.57	36 / 40.0	0.57
2/96	169 / 144.0	0.38	162 / 144.5	0.42	169 / 144.0	0.38
3/96	73 / 77.0	0.54	79 / 78.0	0.49	73 / 77.0	0.54
4/96	124 / 135.0	0.56	140 / 136.0	0.48	124 / 135.0	0.56
5/96	101 / 84.0	0.36	101 / 84.0	0.36	101 / 84.0	0.36
6/96	264 / 276.0	0.53	264 / 276.0	0.53	264 / 276.0	0.53
7/96	395 / 573.0	0.71	413 / 570.0	0.68	395 / 573.5	0.71
8/97	28 / 31.5	0.58	28 / 31.5	0.58	28 / 31.5	0.58
9/97	73 / 49.5	0.21	73 / 49.5	0.21	73 / 49.5	0.21
10/97	44 / 42.0	0.47	44 / 45.0	0.52	44 / 42.0	0.47
11/97(i)	353 / 310.0	0.41	353 / 310.0	0.41	353 / 310.0	0.41
11/97(ii)	23 / 21.0	0.44	23 / 21.0	0.44	23 / 21.0	0.44
12/97	24 / 31.5	0.66	37 / 31.5	0.38	37 / 31.5	0.38
13/97	341 / 333.5	0.48	341 / 333.5	0.48	337 / 336.0	0.50
14/97	133 / 126.0	0.46	156 / 135.0	0.39	133 / 126.0	0.46
15/97	753 / 648.0	0.39	772 / 647.5	0.37	772 / 647.5	0.37
16/97	28 / 38.5	0.68	28 / 38.5	0.68	28 / 38.5	0.68
17/97	384 / 378.0	0.49	384 / 378.0	0.49	384 / 378.0	0.49
18/97(i)	1 / 1.0	0.50	1 / 1.0	0.50	1 / 1.0	0.50
18/97(ii)	4 / 2.0	0.06	4 / 2.0	0.06	4 / 2.0	0.06
19/97	2 / 1.0	0.08	2 / 1.0	0.08	2 / 1.0	0.08
20/97	527 / 435.0	0.36	527 / 435.0	0.36	527 / 435.0	0.36
21/97	132 / 180.0	0.68	132 / 180.0	0.68	132 / 180.0	0.68
22/97	20 / 10.5	0.06	20 / 10.5	0.06	20 / 10.5	0.06
23/97(i)	92 / 71.5	0.31	92 / 71.5	0.31	92 / 71.5	0.31
23/97(ii)	50 / 49.5	0.49	50 / 49.5	0.49	50 / 49.5	0.49

Tab. 5.3: Ergebnisse des U-Tests für die BHABHA-Asymmetrie-Werte.

Die empirischen Werte U_e und die zugehörigen Erwartungswerte $\langle U \rangle$ sowie die analog zu (5.18) berechnete Wahrscheinlichkeit $W_{U>U_e}$ sind in Tabelle 5.3 und in Abbildung 5.9

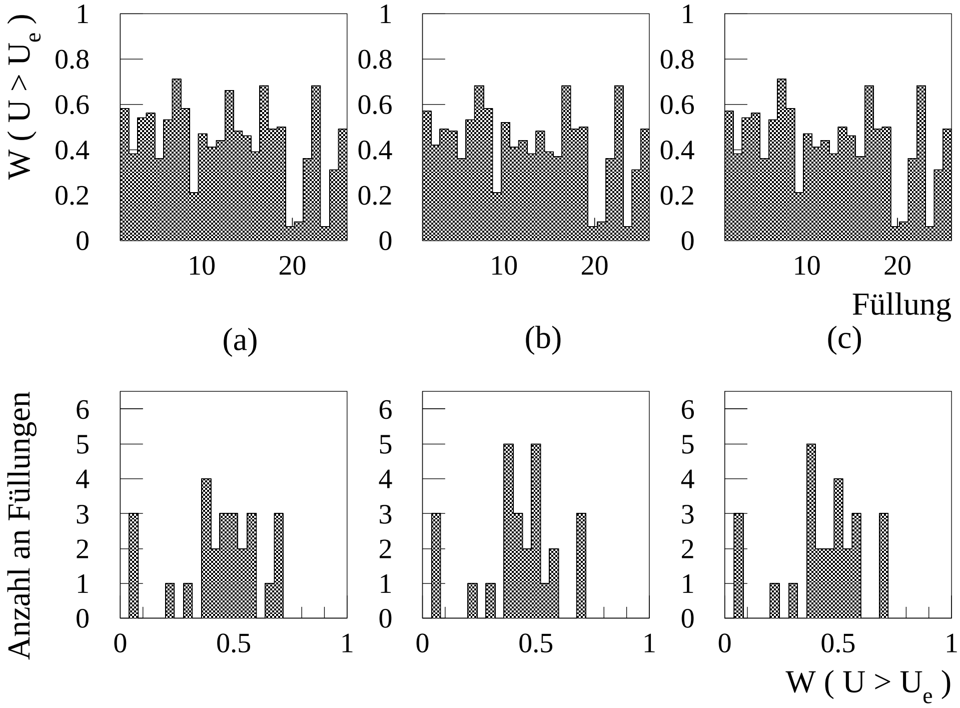

Abb. 5.9: Gefundene Werte von $W_{U>U_e}$ für alle BHABHA-Asymmetrie-Füllungen (oben); Verteilung der Werte (unten).

zusammengetragen. Am Beispiel der in Abbildung 5.6 gezeigten Messung (Füllung 9/97) kann man die Funktionsweise des U-Tests recht deutlich ablesen: Die aus den Daten extrahierte Testgröße U_e ist mit 73 deutlich größer als der wahrscheinlichste Wert $\langle U \rangle =$ 49.5; die entsprechende Wahrscheinlichkeit $W_{U>U_e}$ beträgt folgerichtig nur 21 %. Die hohe Summe der Inversionen widerspiegelt auf formaler Ebene die augenfällige Tatsache, daß zu Beginn der Füllung ausschließlich Asymmetriewerte oberhalb des Mittelwerts liegen.

Bei Betrachtung der Verteilungen von $W_{U>U_e}$ in Abbildung 5.9 bemerkt man, daß für die verschiedenen Methoden der Asymmetrie-Mittelung (vgl. Abschnitt 5.1) größere Unterschiede auftreten als dies beim χ^2- und beim Run-Test der Fall war. Das überrascht nicht weiter, ist doch der U-Test äußerst sensitiv auch auf geringfügige Änderungen innerhalb einer Vorzeichenliste, wie sie bereits durch kleinste Verschiebungen des Asymmetrie-Mittelwerts auftreten können. Würde man beispielsweise in oben gezeigter Liste für den Beginn von Füllung 13/97 nur an zweiter Stelle anstatt Minus ein Plus setzen, erhielte man $U = 34$ statt $U = 27$ und entsprechend ein deutlich kleineres $W_{U>U_e}$.

Typischerweise treten bei Anwendung auf die BHABHA-Asymmetrie-Daten Werte für $W_{U>U_e}$ zwischen 0.4 und 0.6 auf; die Verteilungen sind wesentlich stärker um $W_{U>U_e} \approx 0.5$ konzentriert als bei den anderen durchgeführten Signifikanztests (vgl. Abbildung 5.5 bzw. 5.8). Ein Wahrscheinlichkeitswert in der Nähe von 0.5 bedeutet aber gerade, daß die aus den Daten gewonnene Teststatistik U_e in der Nähe des wahrscheinlichsten Werts $\langle U \rangle$ liegt, etwaige zeitliche Strukturen in den Daten also im Rahmen statistischer Verteilungen liegen. Damit gibt es insgesamt, mit Ausnahme einiger weniger Füllungen, keinen Anhaltspunkt für zeitliche Instabilitäten während der Messungen.

5.4 Asymmetrie-Bestimmung und statistische Tests mit randomisierten Spin-Zuständen

Zusätzlich zu den bisher verwendeten BHABHA-Asymmetrie-Daten wurde ein zweiter, „randomisierter" Datensatz erzeugt. Dieser ist zu den „gewöhnlichen" Experiment-Daten absolut identisch, lediglich die Spinzustände des Targets wurden ersetzt: Anstatt der tatsächlich im Experiment vorliegenden Spins wurden die Zustände durch einen Zufallsgenerator ausgewählt. Dabei wurde für jeden „Burst", d. h. etwa alle zehn Sekunden der Datennahme, ein neuer Zustand „gewürfelt". Eine detailliertere Beschreibung der Erzeugung dieser randomisierten Spin-Zustände findet sich in Anhang B.

Wenn die erzeugten Pseudo-Zufallszahlen hinreichend gute statistische Eigenschaften haben, sollten in den randomisierten Daten alle Spin-Zustände gleich häufig auftreten, also $N^{\uparrow\uparrow}/L^{\uparrow\uparrow} = N^{\uparrow\downarrow}/L^{\uparrow\downarrow}$ sein. Für die BHABHA-Asymmetrie erwartet man daher einen Wert $A = 0$, wie man etwa aus (4.5) sofort einsieht; eine signifikante, d. h. nicht mehr durch rein statistische Fluktuationen erklärbare Abweichung der Asymmetrie von Null wäre als Hinweis auf eventuelle Störungen in den Meßbedingungen zu werten.

Mit dem randomisierten Datensatz wurde nun eine erneute Analyse der BHABHA-Asymmetrien durchgeführt. Die Berechnung der Asymmetrien erfolgte dabei, nach Einführung der zufällig gesetzten Spin-Zustände, in exakt der gleichen Weise wie die Berechnung der „richtigen" Asymmetrien in Abschnitt 4.1, daher kann auf weitere Erläuterungen hierzu an dieser Stelle verzichtet werden. Die Ergebnisse der Asymmetrieberechnung für alle BHABHA-Messungen 1996 und 1997 sind in Abbildung 5.10 zu sehen; in dem Histogramm wurde pro Run ein Asymmetrie-Eintrag vorgenommen. Die Verteilung der Asymmetriewerte läßt sich gut durch eine Normal-Verteilung beschreiben. Die Anpassung einer GAUSS-Funktion nach der χ^2-Methode ist mit akzeptabler Güte möglich (χ^2 / N_{FHG} = 49.53 / 48); die Parameter der angepaßten Kurve sind

$$\bar{A} = 0.0004 \ , \qquad \sigma_A = 0.0150 \ . \tag{5.24}$$

Berechnet man mit Hilfe der Anzahl der Einzelwerte $N_{\text{gesamt}} = 779$ einen statistischen Vertrauensbereich $\Delta A = \sigma_A / \sqrt{N_{\text{gesamt}}}$, so erhält man

$$\bar{A} = 0.0004 \pm 0.0005 \ . \tag{5.25}$$

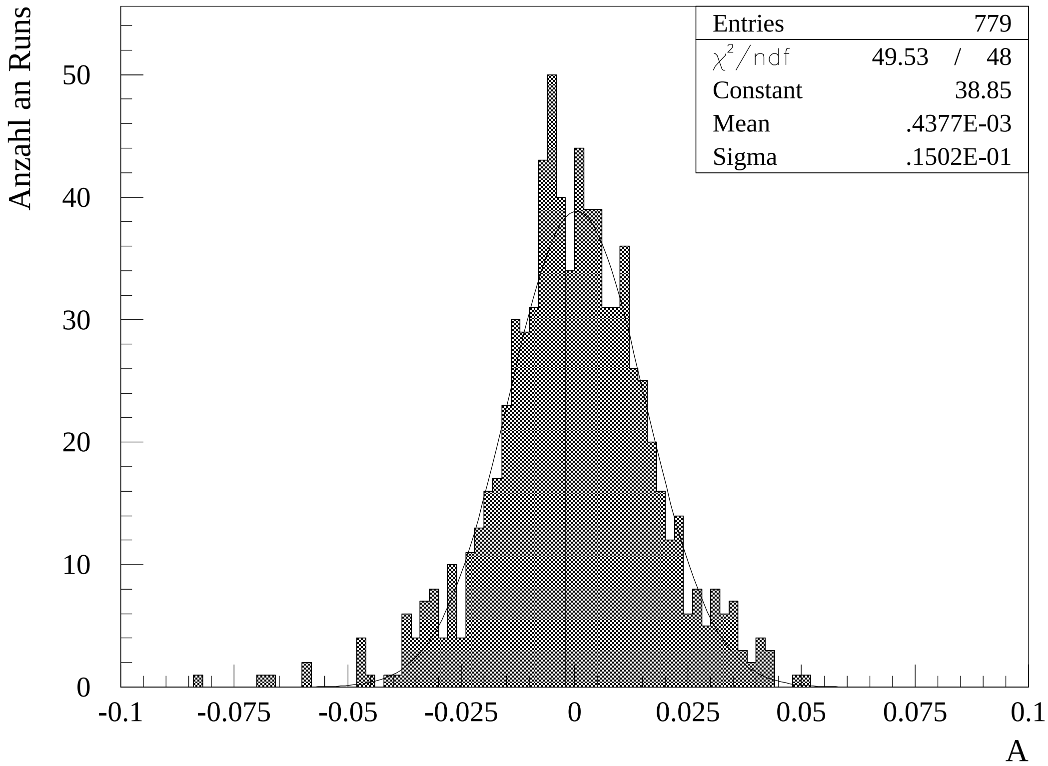

Abb. 5.10: BHABHA-Asymmetrien 1996 und 1997, berechnet unter Verwendung der randomisierten Spin-Zustände.

Die aus den randomisierten Daten extrahierte BHABHA-Asymmetrie ist also bei globaler, d. h. alle Füllungen zusammenfassender Betrachtung, im Rahmen statistischer Schwankungen ohne weiteres mit Null verträglich.

Um zu genaueren Erkenntnissen über die Größe und die Natur der Abweichungen der Asymmetriewerte von Null zu gelangen, wurden auch auf die aus den randomisierten Daten gewonnenen Asymmetrien die in den Abschnitten 5.2 und 5.3 beschriebenen Signifikanztests angewandt. Allerdings scheint ein Vergleich der verschiedenen Mittelungsmethoden, wie sie in Abschnitt 5.1 vorgestellt wurden, hier nur von geringem Interesse zu sein, da die betrachteten Asymmetrien im allgemeinen ohnehin sehr klein sind. Statt dessen bietet sich hier die Betrachtung der beiden folgenden Werte an:

- Die wie gewöhnlich über den Zeitraum einer ganzen Füllung berechnete Asymmetrie

$$A = A_{\text{Füllung}} \; .$$

- Die bei „idealen“ Experimentbedingungen und vollkommen statistischer Verteilung der Pseudo-Zufallszahlen theoretisch erwartete Asymmetrie

$$A = 0 \; .$$

Die Abweichungen der aus den randomisierten Daten berechneten Asymmetrien von Null sollen ja gerade mit den statistischen Tests untersucht werden.

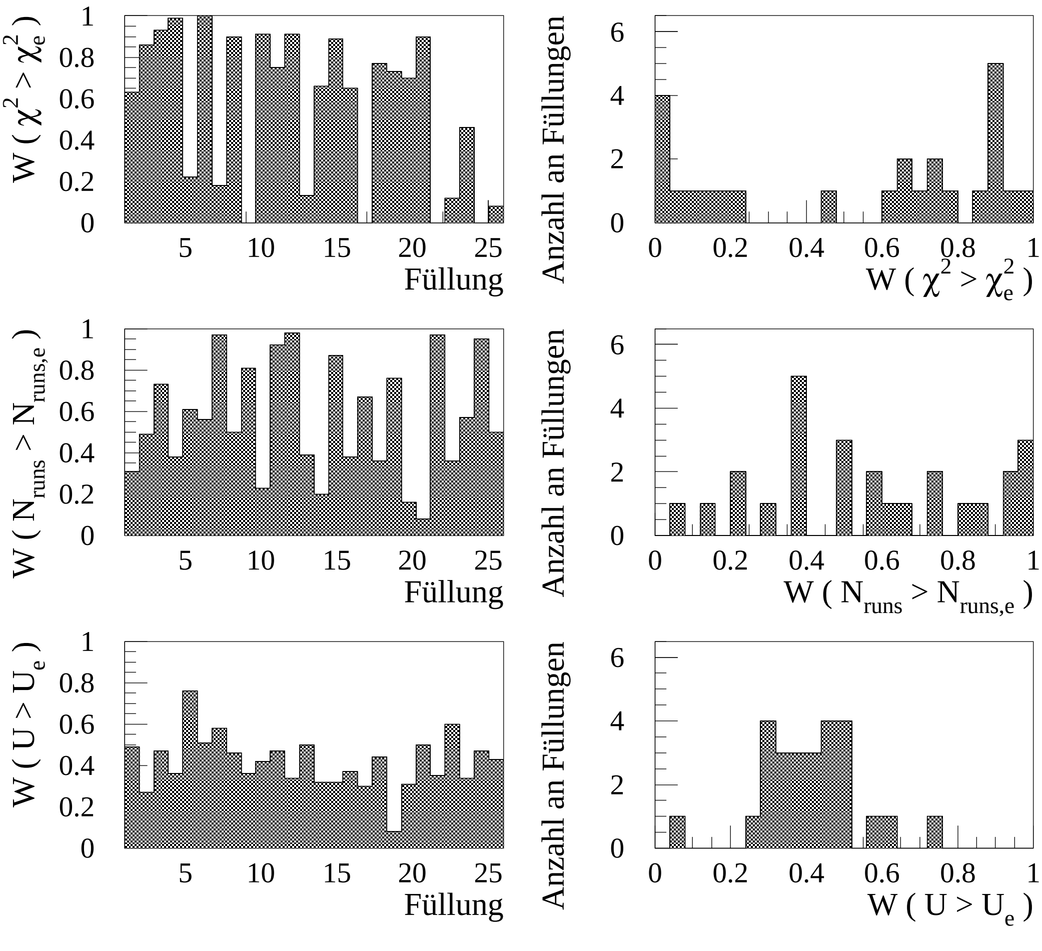

Abb. 5.11: Ergebnisse des χ^2-, des Run- und des U-Tests nach Anwendung auf die randomisierten BHABHA-Asymmetrie-Daten; für jede Füllung wurde der Mittelwert $A = A_{\text{Füllung}}$ betrachtet.

Mit diesen beiden Mittelwerten wurden die Abweichungen der Asymmetrien für die einzelnen Runs vom Mittelwert über je eine Füllung mit dem χ^2-, dem Run- und dem U-Test überprüft. Die jeweils gefundenen Wahrscheinlichkeiten $W_{Z>Z_e}$ sowie deren Verteilungen sind in Abbildung 5.11 zu sehen, wobei hier der Mittelwert $A = A_{\text{Füllung}}$ benützt wurde; die entsprechenden Resultate bei Verwendung des Mittelwerts $A = 0$ finden sich in Abbildung 5.12.

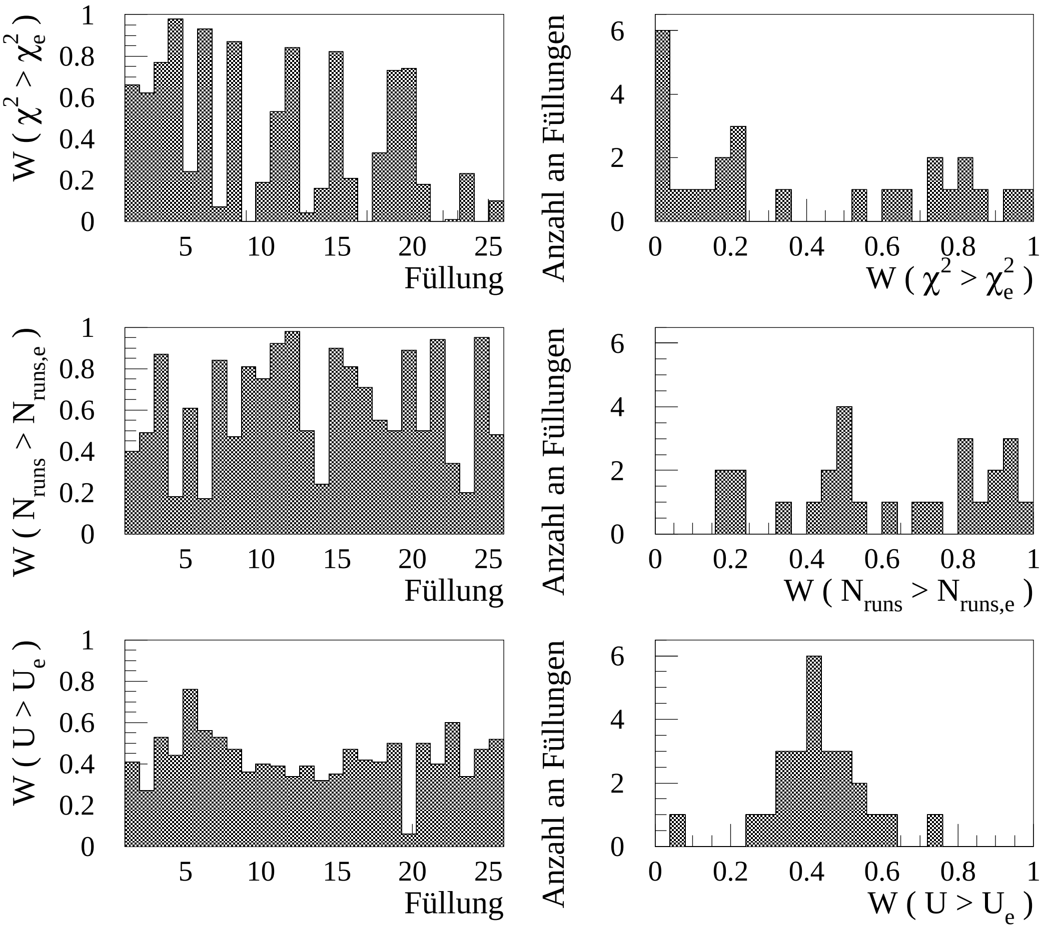

Abb. 5.12: Ergebnisse der statistischen Tests für die randomisierten Daten; betrachteter Mittelwert ist $A = 0$.

Die statistischen Tests liefern zum Teil recht unterschiedliche Ergebnisse für die beiden verwendeten Mittelwerte, besonders der χ^2- und der Run-Test. Dies ist darauf zurückzuführen, daß auch in den randomisierten Daten in Einzelfällen durchaus Asymmetriewerte auftreten, die deutlich von Null verschieden sind; die Einträge am Rand der Verteilung 5.10 liegen ja durchaus in der Größenordnung der tatsächlich im Experiment gefundenen Asymmetrien. Solche Werte können die Ergebnisse der Signifikanztests natürlich stark beeinflussen.

Vergleicht man die bei Verwendung von $A = A_{\text{Füllung}}$ erhaltenen Wahrscheinlichkeiten $W_{Z>Z_e}$ mit den entsprechenden Größen bei Verwendung der „richtigen" Spinzustände (Abbildungen 5.5, 5.8 und 5.9), so ist festzustellen, daß die grundsätzliche Struktur der Resultate im wesentlichen erhalten bleibt: $W_{Z>Z_e}$ ist beim χ^2- und beim Run-Test ungefähr über den ganzen Bereich zwischen Null und Eins verteilt, während beim U-Test auch hier bevorzugt Werte zwischen etwa 0.4 und 0.6 auftreten; weiterhin können einzelne besonders hohe oder niedrige Werte in den Experiment-Daten bei den jeweils gleichen Füllungen auch in den randomisierten Daten aufgefunden werden. Weist eine Asymmetriemessung generell gute statistische Eigenschaften auf, so ist dies auch bei Verwendung der zufällig gesetzten Spinzustände der Fall; umgekehrt verschwinden bei einer Füllung mit ungleichmäßiger Verteilung der Einzelwerte diese unstatistischen Fluktuationen auch bei Randomisierung der Spins nicht. Die Fluktuationen und die statistischen Eigenschaften der Messungen bleiben also von der Auswahl der Spinzustände größtenteils unbeeinflußt.

Die statistischen Tests, angewandt auf die Experiment-Daten und auf die randomisierten Daten, ergeben also ein weitgehend ähnliches Bild, nämlich das einer zwar nicht vollkommen makellosen, aber im Rahmen statistisch erlaubter Fluktuationen durchweg akzeptablen Qualität der bei HERMES genommenen BHABHA-Asymmetrie-Daten.

6 Zusammenfassung und Ausblick

In den Jahren 1996 und 1997 konnten im HERMES-Experiment eine Reihe von Daten zur polarisierten BHABHA-Streuung und Positron-Elektron-Paarvernichtung genommen werden. Hierzu wurden der longitudinal polarisierte Positronstrahl des HERA-Speicherrings mit einer Energie von 27.5 GeV und das interne HERMES-Gastarget, das polarisierte Elektronen zur Verfügung stellen kann, verwendet. Als Detektor der nach der Streuung vorliegenden Positron-Elektron- bzw. Photon-Photon-Paare dienten zwei symmetrisch zum Strahlrohr angebrachte Kalorimeter, die im normalen Betrieb des Experiments zur Luminositätsmessung zum Einsatz kommen.

Aus den Daten wurde die Spin-Asymmetrie des Wirkungsquerschnitts für polarisierte BHABHA-Streuung extrahiert. Davon ausgehend wurde, unter Verwendung der bekannten Strahlpolarisation, der Polarisationsgrad der Targetelektronen bestimmt. Damit konnte erstmals polarisierte Positron-Elektron-Streuung experimentell beobachtet werden. Die Variation verschiedener experimenteller Parameter wie Target-Temperatur oder Target-Haltefeld während einiger Messungen ermöglichte die Beobachtung der Abhängigkeit der Asymmetrie von verschiedenen äußeren Einflüssen. Darüber hinaus lieferte ein Vergleich der Polarisationsmessung mittels polarisierter BHABHA-Streuung mit denen des bei HERMES normalerweise verwendeten BREIT-RABI-Polarimeters das Produkt der Stichproben-Korrekturen für die Polarisation und den Dissoziationsgrad des Targetgases. Da diese Stichproben-Korrekturen experimentell nur schwer zugänglich, andrerseits aber für die Analyse der bei HERMES genommenen tiefinelastischen Streudaten von größter Wichtigkeit sind, kann die Messung polarisierter BHABHA-Streuung einen nicht unbedeutenden Beitrag zum Verständnis der physikalischen Vorgänge innerhalb der Targetzelle leisten.

Zum Studium der systematischen Qualität der BHABHA-Asymmetrie-Daten wurden die gemessenen Asymmetrien verschiedenen statistischen Tests unterzogen, die noch durch die Erzeugung und Untersuchung eines Datensatzes mit randomisierten Spin-Zuständen vervollständigt wurden. Die Ergebnisse zeigen eine im Rahmen statistischer Schwankungen absolut zufriedenstellende Datenqualität, was die Verwendung der Daten zur Polarisationsmessung und Targetkalibration rechtfertigt.

In der bevorstehenden Meßperiode liegen in zweifacher Hinsicht andere experimentelle Verhältnisse vor: Zum einen wird das HERMES-Target in den Jahren 1998 und 1999 mit polarisiertem Deuterium betrieben werden, welches sechs Hyperfeinstruktur-Niveaus statt der vier des Wasserstoffatoms aufweist; allerdings sollte es dennoch möglich sein, auch in einem Deuterium-Target Zustände mit nachweisbarer Elektronpolarisation zu präparieren. Die zweite, schwerwiegendere Änderung im Experiment besteht darin, daß der HERA-Speicherring ab 1998 wieder mit Elektronen statt mit Positronen gefüllt werden wird. Damit ist die Beobachtung von BHABHA-Streuung und Positron-Elektron-Paarvernichtung in der Folgezeit unmöglich. An deren Stelle tritt dann die elastische Elektron-Elektron-Streuung (MØLLER-Streuung), deren Wirkungsquerschnitt theoretisch ebenfalls sehr genau bekannt ist. Neben der Luminositätmessung, die mit Hilfe der MØLLER-Streuung natürlich ebenso möglich ist wie mit Hilfe der BHABHA-Streuung, kann die MØLLER-Streuung auch zur Asymmetrie- und damit zur Polarisationsmessung eingesetzt werden.

Anders als im Falle der Positron-Elektron-Streuung, wo sowohl Bhabha-Streuung als auch Paarvernichtung stattfinden können, ist für die Reaktion zweier Elektronen nur ein Prozeß möglich, eben die elastische Streuung. Damit entfällt auch der in der Positron-Elektron-Streuung auftretende Effekt der Asymmetrie-Abschwächung, der durch die entgegengesetzten Vorzeichen der Spin-Asymmetrien in der Bhabha-Streuung und der Paarvernichtung verursacht wurde, die ja im Detektor nicht unterschieden werden konnten. Bei Anwendung polarisierter Møller-Streuung ist somit eine deutlich höhere Analysierstärke zu erwarten als bei Anwendung der Positron-Elektron-Streuung, so daß die Polarisationsmessung mit Hilfe des Luminositätsmonitors auch in Zukunft eine bedeutsame Rolle am Hermes-Experiment spielen wird.

A Zur Organisation der Meßdaten im HERMES-Experiment

Die im HERMES-Experiment aufgenommenen Daten liegen zum Zeitpunkt der Datennahme zunächst als elektronische Rohsignale vor. Um aus diesen Signalen physikalisch relevante Größen zu gewinnen und diese in eine einheitliche, zur weiteren Analyse geeignete Form zu bringen, müssen die Daten in mehreren Einzelschritten verarbeitet und aufbereitet werden. Dies sei im folgenden knapp skizziert.

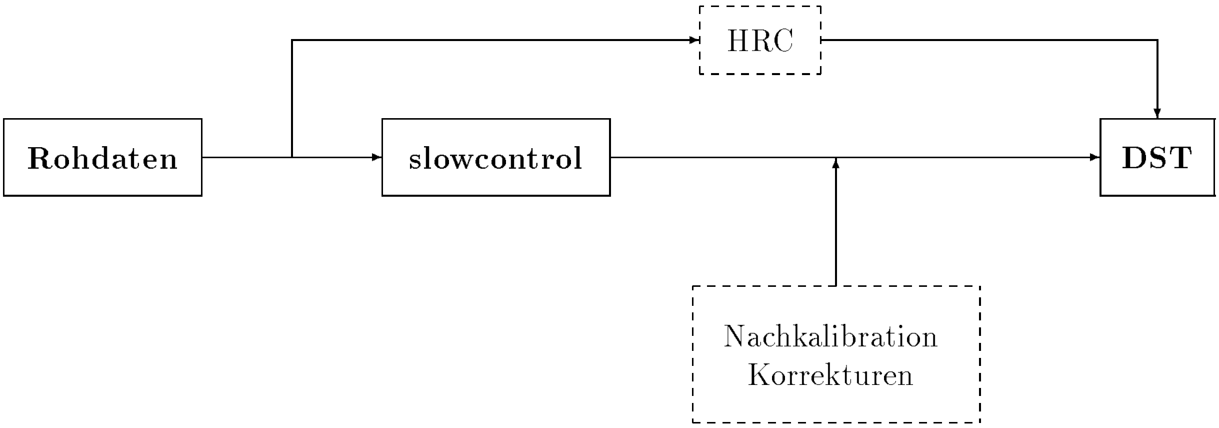

Abb. A.1: Schema des Datenflusses bei HERMES.

In Abbildung A.1 sind die wichtigsten Schritte der Datenverarbeitung umrissen. Die Rohdaten, die von der Meßelektronik in Form digitaler Signale ausgegeben werden, müssen zunächst von einem Entschlüsselungsprogramm durch Kalibration in die entsprechenden physikalischen Größen wie Zeit oder Energie umgewandelt werden; weiterhin werden hier den ausgelesenen Kanälen die Nummern der entsprechenden Drähte in den Driftkammern zugeordnet.

Alle sich nur langsam ändernden, d. h. über einen Burst wenigstens annähernd konstanten Größen fließen dann in die sogenannte *slowcontrol* und werden dort in jeweils einer Datei pro HERA-Füllung abgelegt. Zu diesen Daten gehören u. a. alle für die Bestimmung der BHABHA-Asymmetrien nötigen Daten wie Lumi-Rate, Strahlstrom oder Targetzustand. Die Daten dagegen, die ein einzelnes Streuereignis charakterisieren, wie z. B. Drahtnummern oder im Kalorimeter deponierte Energie, werden an das HERMES-Rekonstruktionsprogramm (HRC) übergeben. Dieses benützt einen Algorithmus, der die eingelesenen Daten mit einer Muster-Datenbank aller möglichen Teilchenspuren im Detektor vergleicht, um so die Spur des Teilchens zu rekonstruieren ([Wan 96]). Die so gewonnenen Informationen über die Kinematik des einzelnen Streuprozesses sind von größter Bedeutung, da die Spin-Asymmetrien A_1 und A_2 in der tiefinelastischen Streuung in Abhängigkeit von den kinematischen Variablen Q^2 und x bestimmt werden. Ferner gehen in die Berechnung der Spinstrukturfunktionen g_1 und g_2 aus den Asymmetrien auch verschiedene kinematische Faktoren ein.

Die slowcontrol-Daten werden dann in einzelne Runs unterteilt und gemeinsam mit den von HRC rekonstruierten Daten in *data summary tapes* (DSTs) abgespeichert, wobei für jeden Run eine eigene Datei angelegt wird. Bevor sie auf die DSTs geschrieben werden, können die slowcontrol-Daten nochmals überarbeitet werden; hier werden noch nachträglich bestimmte Kalibrationskonstanten oder Korrekturfaktoren hinzugefügt. Die DSTs liegen in Form von ADAMO-Tabellen ([PTG 93]) vor und sind der Ausgangspunkt für alle weitergehenden Analysen.

Zur Analyse der BHABHA-Asymmetrien wird keine kinematische Information über die einzelnen Streuereignisse benötigt; alle relevanten Daten sind bereits in der slowcontrol vorhanden. Dies ermöglicht eine schnelle Grob-Analyse der Asymmetrien bereits kurze Zeit nach der Messung. Für eine tiefergehende Analyse aber ist die Verwendung der DST-Daten vorzuziehen, da diese nach Korrekturen und Nachkalibrationen insgesamt eine höhere und zuverlässigere Datenqualität aufweisen. In dieser Arbeit wurden durchgehend die DST-Daten verwendet; zur Auslese der DSTs diente ein einfaches C-Programm, das auf dem HERMES-Analyse-Werkzeug HANNA ([Fun 97]) basiert.

B Erzeugung randomisierter Spin-Bits für die BHABHA-Asymmetrie-Daten

Etliche Informationen über den momentanen Zustand des Wasserstoff-Targets lassen sich auf einfache Ja-Nein-Alternativen zurückführen. Dies erlaubt eine sehr effiziente Speicherung solcher Informationen in einer einzigen Variable, in der die Informationen bestimmten Bits zugeordnet sind; diese Bits sind entweder gesetzt oder nicht gesetzt. In den DST-Daten existiert zu diesem Zweck die Bitmuster-Variable `bPolState`, die insgesamt 32 Bits zur Speicherung von Informationen zur Verfügung stellt. Zur Analyse der BHABHA-Asymmetrien sind hiervon die Bits 1 bis 4 von Bedeutung, da diese die Information über den momentanen Spinzustand tragen. Von diesen vier Bits ist immer genau eines gesetzt, was im einzelnen folgendes bedeutet ([Bau 97a]):

- Bit 1: Spinzustand unbestimmt; dieses Bit ist immer dann gesetzt, wenn das Target gerade in einen anderen Zustand geschaltet wird, was etwa eine Sekunde dauert.
- Bit 2: Zustand mit negativer Elektron- und positiver Kernpolarisation; aus der Atomstrahlquelle wird der Hyperfeinstrukturzustand $|4\rangle$ injiziert (vgl. Abschnitt 2.2).
- Bit 3: Zustand mit positiver Elektron- und negativer Kernpolarisation; injiziert wird Zustand $|2\rangle$.
- Bit 4: Zustand mit positiver Elektronpolarisation und unpolarisiertem Kern; injiziert werden die Zustände $|1\rangle$ und $|2\rangle$. Dieses Bit wird nur im AHX-Modus verwendet.

Bei Messungen, während derer das Target im EHX-Modus betrieben wird, sind abwechselnd Bit 2 und Bit 3 gesetzt, bei Messungen im AHX-Modus dagegen Bit 2, Bit 3 und

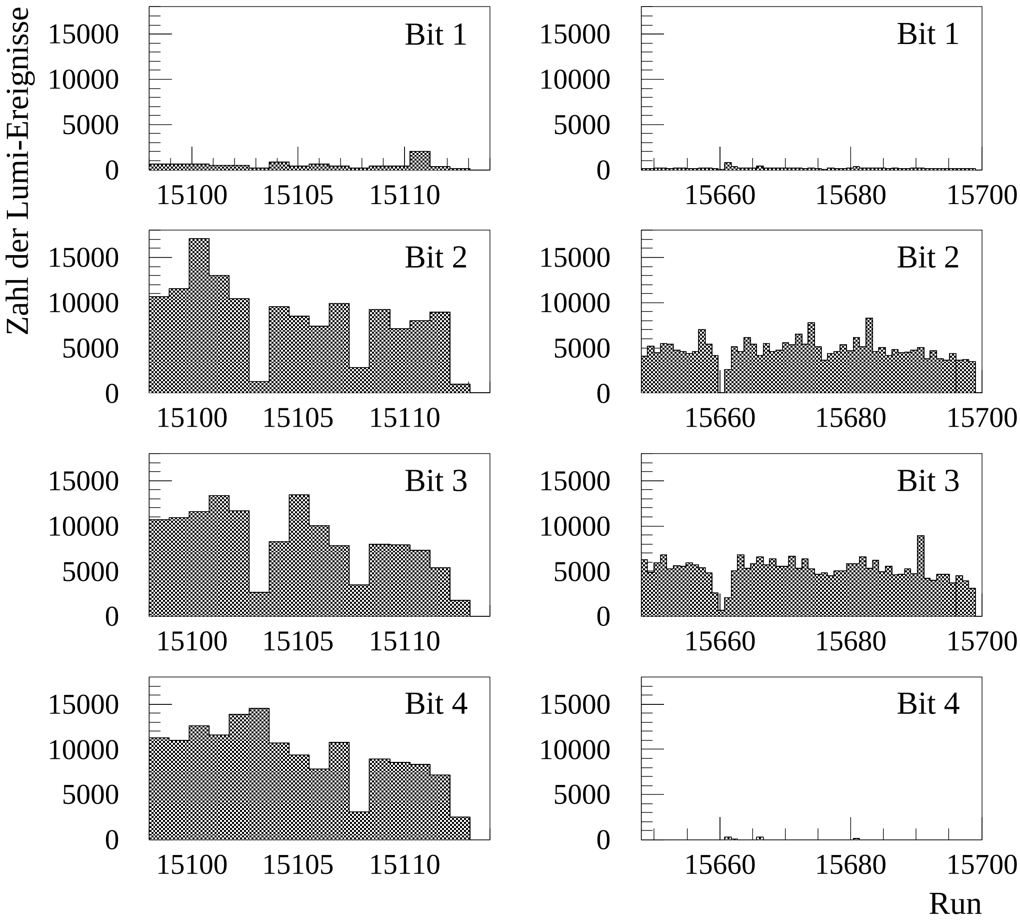

Abb. B.1: Verteilung der Targetzustand-Bits am Beispiel der Füllungen 8/97 (AHX-Modus, links) und 13/97 (EHX-Modus, rechts).

Bit 4. Abbildung B.1 illustriert das Auftreten der einzelnen Bits als Funktion der Zeit; im linken Teil der Abbildung ist eine Füllung im AHX-Modus (Füllung 9/97) gezeigt, im rechten Teil Füllung 13/97 als Beispiel für eine Füllung im EHX-Modus. Man erkennt eine relativ gleichmäßige Verteilung der jeweils physikalisch relevanten Bits, die auch dadurch gewährleistet ist, daß beim Umschalten des Targets der jeweils folgende Zustand zufällig ausgewählt wird.

Zur Erzeugung der randomisierten Spin-Bits, die zu systematischen Studien hilfreich sind (vgl. Abschnitt 5.4), wurde bei der Auslese der DSTs eine zusätzliche ganzzahlige Variable `randombit` eingeführt, in der jeweils Bit 2 oder Bit 3 bei EHX-Füllungen bzw. Bit 2, Bit 3 oder Bit 4 bei AHX-Füllungen zufällig gesetzt wurden; `randombit` kann folglich die Werte 4, 8 oder 16 annehmen. Unter Verwendung der Funktion `rand()` aus der Standardbibliothek für C-Programmierung ([Ker 90]), die eine ganzzahlige Pseudozufallszahl ausgibt, kann das randomisierte Spin-Bit einfach durch

```
#define INT_RAND rand()%MODE + 2
randombit = (1 << INT_RAND);
```

gesetzt werden, wobei für den EHX-Modus `MODE` = 2 und für den AHX-Modus `MODE` = 3 sein muß.

Die Verteilungen der randomisierten Spin-Bits sind in Abbildung B.2 beispielhaft für dieselben Füllungen wie oben dargestellt. Die Histogramm-Einträge sind gleichmäßig auf die jeweils relevanten Spin-Bits verteilt. Der verwendete Zufallszahlen-Generator hat offensichtlich hinreichend gute statistische Eigenschaften, um eine aussagekräftige Asymmetrieberechnung auf der Grundlage der so erzeugten Bits zu ermöglichen.

Die verwendeten Spin-Bits wurden jeweils für einen Burst gesetzt. Versuchsweise wurde auch eine Randomisierung nur für jeden Run durchgeführt; die statistische Verteilung dieser Bits ist jedoch zu schlecht, um eine Verwendung dieser Bits sinnvoll erscheinen zu lassen. Die Benutzung randomisierter Spin-Bits für systematische Studien macht nur bei hoher Statistik der Daten Sinn; für eine gleichmäßige Verteilung der pro Run neu erzeugten Bits ist die Anzahl der Runs in einer Füllung im allgemeinen zu gering.

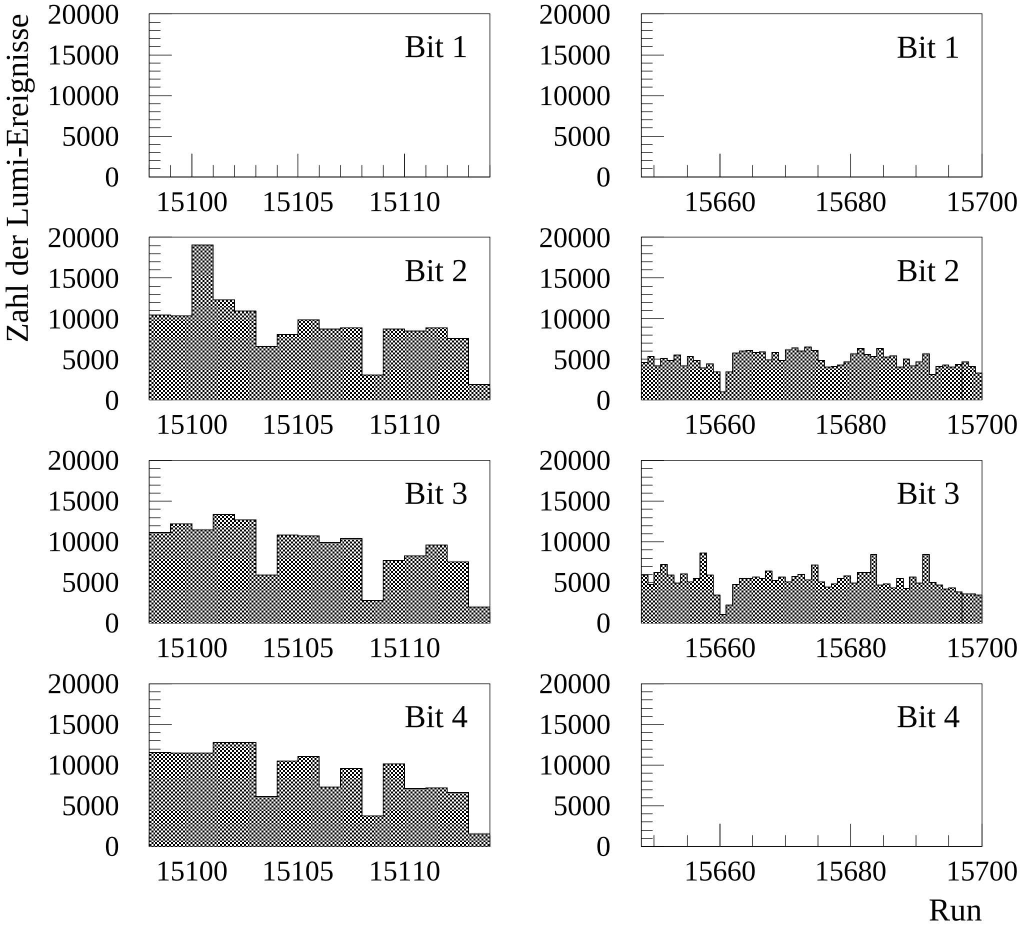

Abb. B.2: Verteilung der randomisierten Targetzustand-Bits, wiederum am Beispiel der Füllungen 8/97 und 13/97.

Literaturverzeichnis

[Abr 72] M. Abramowitz, I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications Inc. New York 1972.

[Ack 97] K. Ackerstaff et al. (HERMES Collaboration), Phys. Lett. **B404** (1997) 310.

[Afa 96] A. Afanasev et al., *Atomic Electron Motion for Møller Polarimetry in a Double-Arm-Mode*. CEBAF-PR-96-003 (1996).

[Ban 97] H. R. Band et al., Nucl. Instr. Meth. **A400** (1997) 24.

[Bau 97a] Ch. Baumgarten, *Definition of Target Status Bit Pattern*, `http://www-hermes.desy.de/target/minu/HDT/HDTman/bits.def`

[Bau 97b] Ch. Baumgarten, private Mitteilung (1997).

[Bea 95] K. B. Beard et al., Nucl. Instr. Meth. **A361** (1995) 46.

[Ben 94] Th. Benisch, Diplomarbeit, Universität Erlangen-Nürnberg (1994).

[Ben 98] Th. Benisch, Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg (1998).

[Bra 95] B. Braun, Dissertation, Universität München (1995).

[Bra 97] B. Braun, *The HERMES Polarimeter*, Proceedings of the "Workshop on polarized targets and sources", Urbana-Champaign, USA, August 1997, eds. R. J. Holt, M. A. Miller, American Institute of Physics (1998) 156.

[Bur 70] R. S. Burington, D. C. May, *Handbook of Probability and Statistics with Tables*, 2nd ed., McGraw-Hill 1967.

[CERN] CERN Program Library, **C 300**, **G 100**, `http://wwwcn.cern.ch/asdoc/cernlib.html`

[Coo 75] P. S. Cooper et al., Phys. Rev. Lett. **34** (1975) 1589.

[Der 86] M. Derrick et al., Phys. Rev. **D34** (1986) 3286.

[Dür 94] M. Düren, K. Zapfe, *Experimental Techniques and Physics in a Polarized Storage Ring*, DESY 94-238 (1994).

[Dür 95] M. Düren, Habilitation, Universität Erlangen-Nürnberg, DESY-HERMES 95-002 (1995).

[Fer 97] M. Ferstl, Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg (1997).

[Fis 58] R. A. Fisher, *Statistical Methods for Research Workers*, 13th ed. - rev., Oliver and Boyd 1958.

[Fun 97] M. A. Funk, *Hanna: A C-based HERMES Analysis Tool*, `http://www-hermes.desy.de/hanna/`

[Gra 87] U. Graf, H.-J. Henning, P.-Th. Wilrich, *Formeln und Tabellen der angewandten mathematischen Statistik*, Springer-Verlag 1987.

[Gro 98] C. Großhauser, Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg (1998).

[Kak 93] M. Kaku, *Quantum Field Theory*, Oxford University Press, New York 1993.

[Ken 63] M. G. Kendall, A. Stuart, *The Advanced Theory of Statistics*, Charles Griffin & Company Limited, London 1963.

[Ker 90] B. W. Kernighan, D. M. Ritchie, *Programmieren in C*, 2. Ausgabe, Carl-Hanser-Verlag München Wien 1990.

[Kes 85] J. Kessler, *Polarized Electrons*, Springer-Verlag Berlin 1985.

[Kol 97] H. Kolster, *Beam-induced Resonant Depolarization Effects in a Polarized Atomic Hydrogen Gas Target at HERA*, Proceedings of the "Workshop on polarized targets and sources", Urbana-Champaign, USA, August 1997, eds. R. J. Holt, M. A. Miller, American Institute of Physics (1998) 162.

[Kol 98] H. Kolster, Dissertation, Universität München (1998).

[Lev 94] L. G. Levchuk, Nucl. Instr. Meth. **A345** (1994) 496.

[Lor 97] W. Lorenzon, *Beam Polarimetry at HERA*, Proceedings of the "Workshop on polarized targets and sources", Urbana-Champaign, USA, August 1997, eds. R. J. Holt, M. A. Miller, American Institute of Physics (1998) 181.

[Lyo 86] L. Lyons, *Statistics for Nuclear and Particle Physicists*, Cambridge University Press 1986.

[Man 64] J. Mandel, *The Statistical Analysis of Experimental Data*, Interscience Publishers, New York 1964.

[Man 93] F. Mandl, G. Shaw, *Quantenfeldtheorie*, AULA-Verlag Wiesbaden 1993.

[Neu 97] F. Neunreither, Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg (1997).

[Ols 68] H. Olsen, Springer Tracts in Modern Physics **44** (1968) 83.

[PTG 93] Programming Techniques Group, *ADAMO – Entity-Relationship Programming System*, Version 3.3, ECP Division CERN, Genf 1993.

[Ric 67] A. D. Rickmers, H. N. Todd, *Statistics: An Introduction*, McGraw-Hill 1967.

[Sch 96] M. Schulz, *Methoden der Angewandten Physik*, Vorlesungsmanuskript, Universität Erlangen-Nürnberg, Wintersemester 1995/96.

[Swa 95] M. Swartz et al., Nucl. Instr. Meth. **A363** (1995) 526.

[Ste 97] J. Stewart, *The HERMES Polarized Hydrogen Internal Gas Target*, Proceedings of the "Workshop on polarized targets and sources", Urbana-Champaign, USA, August 1997, eds. R. J. Holt, M. A. Miller, American Institute of Physics (1998) 69.

[Wan 96] W. Wander, Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg (1996).

Danksagung

Am Ende dieser Arbeit bleibt mir die angenehme Aufgabe, all denen zu danken, die direkt oder indirekt zu deren Gelingen beigetragen haben, und mich zugleich bei allen zu entschuldigen, die ich hier vergessen habe.

Zuerst gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. Klaus Rith für die Vergabe des Themas und für die Möglichkeit weitgehend unabhängigen und selbständigen Arbeitens. Die Mitarbeit am HERMES-Experiment lieferte manch interessante Einsicht in die moderne Physik. Den durch die Arbeit bedingten Aufenthalten am Deutschen Elektronensynchrotron DESY in Hamburg verdanke ich über das Physikalische hinaus nicht zuletzt einige hochinteressante Abende im Thalia-Theater ....

Besonders bedanken möchte ich mich bei meinem Betreuer Thomas Benisch, der durch seine mit größter Sorgfalt und Kompetenz durchgeführten Vorarbeiten den Grundstein für meine Studien gelegt hat.

Allen weiteren Mitgliedern der Gruppe Rith danke ich für die Schaffung jener angenehmen Arbeitsatmosphäre, in der konstruktives und produktives Arbeiten erst möglich ist. Es sind dies vor allem meine Zimmergenossen Manfred Ferstl und Andreas Gute, sowie Stefan Bernreuther und natürlich Peter Budz (Ski Heil!). Unbedingt erwähnen muß ich außerdem Michael Düren, Klaus Fiedler, Carsten Großhauser, Peter Hanich, Norbert Koch, Wolfgang Nagengast, Alexander Naß, Frank Schmidt, Michael Schmitt und Jürgen Wilbert. Auch die „Alten Hasen“ seien nicht vergessen, als da sind Wolfgang Kilian, Wolfgang Lachnit, Frank Neunreither und Jörn Stenger.

Besondere Hervorhebung verdienen nochmals Manfred Ferstl und Andreas Gute für ihre stets hilfsbereite und geduldige Unterstützung bei allen Rechnerproblemen.

Herrn Prof. Dr. Erhard Steffens danke ich für seine stetige Bereitschaft zu hilfreichen und anregenden Diskussionen.

Außerhalb der Erlanger Gruppe danke ich allen DESY-Kollegen für die gute Zusammenarbeit. Hier ist an erster Stelle die Lumi-Gruppe vom LEBEDEV Physical Institute Moskau zu nennen, i. e. Eugeni Devitsin, Valentin Kozlov, Adel Terkulov und vor allem Sergei Potashov; die Diskussionen mit letzterem haben einen nicht zu unterschätzenden Beitrag zur Analyse der BHABHA-Asymmetrien geleistet. Christian Baumgarten und Bernd Braun verdanke ich einige nützliche Hinweise und Anregungen.

Gedankt sei ferner nochmals Thomas Benisch, Bernd Braun und Andreas Gute, die durch akribisches Korrekturlesen der Arbeit dazu beigetragen haben, die Zahl der Feler zu minimieren (hoffentlich ...).

Schließlich gebührt ein herzliches Dankeschön Frau Helga Löhner, die mit großer Selbstverständlichkeit bei allen Fragen bürokratischer Natur behilflich war.

Hiermit erkläre ich, daß ich diese Arbeit selbständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Erlangen, den 31. Mai 1998

Christoph Weiskopf