Fakultät für Physik und Astronomie
Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Diplomarbeit
im Studiengang Physik

vorgelegt von
Philipp Geiger
aus Darmstadt
1995

Die Meßbarkeit der Pionwolke des Konstituentenquarks bei HERMES

Diese Diplomarbeit wurde von Philipp Geiger
am MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR KERNPHYSIK, Heidelberg
unter der Betreuung von
FRAU DR. ANTJE BRÜLL und
HERRN PROF. K. KÖNIGSMANN
durchgeführt.

SONJA. *. . .Er sagt, die Wälder verschönern die Erde, sie bringen den Menschen Verständnis für das Schöne bei . . .Die Wälder mildern das rauhe Klima. In Ländern mit mildem Klima verbraucht man weniger Kraft für den Kampf mit der Natur, und darum sind dort auch die Menschen weicher und nachgiebiger; da sind die Menschen schön, geschmeidig, sensibel, sie äußern sich elegant und bewegen sich graziös. Bei ihnen blühen die Wissenschaften und Künste, ihre Philosophie ist nicht finster, und ihr Verhältnis zur Frau ist voll eleganter Noblesse . . .*

MICHAÍL LWÓWITSCH ÁSTROW. *. . .all das, weil der Mensch vor lauter Faulheit nicht einsieht, daß er sich bücken muß . . .Man muß schon ein ganz unverständiger Barbar sein, wenn man diese Pracht im Ofen verheizt, wenn man vernichtet, was wir nie wieder hervorbringen können. Der Mensch ist mit Vernunft und Schöpferkraft begabt, um zu vermehren, was ihm geschenkt worden ist, aber bis heute hat er nichts geschaffen, nur zerstört. Wälder gibt es immer weniger, die Flüsse werden austrocknen, das Wild ist fortgezogen, das Klima verschlechtert sich, und mit jedem Tag wird die Erde ärmer und häßlicher.* (zu Wojnizkij.) *Du blickst mich ironisch an, und alles, was ich sage, kommt Dir unernst vor . . .und vielleicht ist es ja auch komisch, aber wenn ich an den Bauernwäldern vorbeifahre, die ich vor einem Kahlschlag gerettet habe, oder wenn ich hinhöre, wie der junge Wald rauscht, den ich mit meinen Händen gepflanzt habe, dann wird mir bewußt, daß das Klima auch ein wenig in meiner Hand steht und daß, wenn die Menschen nach tausend Jahren glücklich sein werden, auch ich daran ein wenig schuld bin. Wenn ich eine kleine Birke setze und dann zusehe, wie sie grünt und sich im Winde wiegt, dann erfüllt sich meine Seele mit Stolz. Und ich . . .* (er trinkt) *Aber . . .all das sind vermutlich doch nur merkwürdige Gedanken. Habe die Ehre!* (Er geht).

Onkel Wanja (Anton Tschechow, 1896).

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **5**

2 Die Strukturfunktion F_2 und ihre Parametrisierung **9**

2.1 Der elektromagnetische Wirkungsquerschnitt 9

2.2 Vom hadronischen Tensor zu den Strukturfunktionen 11

2.3 Die longitudinale Strukturfunktion 13

2.4 Die polarisierten Strukturfunktionen 13

2.5 Das Partonmodell 14

2.6 Quantenchromodynamik 16

2.7 Summenregeln 17

2.8 Parametrisierungen der Strukturfunktionen 21

2.8.1 Die Martin-Robert-Stirling-Parametrisierung 21

2.8.2 Die Partonverteilungen der CTEQ-Kollaboration 24

2.8.3 Die Glück-Reya-Vogt-Parametrisierung 24

2.8.4 Die *EHLQ*-Parametrisierung 25

2.8.5 Vergleich der Parametrisierungen 26

3 Das Pionwolkenmodell des Konstituentenquarks **28**

3.1 Das chirale Quarkmodell 29

3.2 Das Modell einer Pionwolke des Konstituentenquarks 30

3.2.1 Der ungeklärte Meßwert der Gottfried-Summenregel 30

3.2.2 Ein einfaches Modell 31

3.3 Vom hadronischen Tensor zum semi-inklusiven Wirkungsquerschnitt 35

3.3.1 Die Kinematik semi-inklusiver Streuprozesse 35

3.3.2 Der hadronische Tensor semi-inklusiver Streuprozesse 36

3.3.3 Die semi-inklusive Strukturfunktion und der Wirkungsquerschnitt 38

3.4 Numerische Ergebnisse des Pionwolkenmodells 39

3.4.1 Der kinematische Bereich des Modells 39

3.4.2 Die Beiträge von H_1 und H_2 zum semi-inklusiven Wirkungsquerschnitt . . . 40

3.4.3 Der Beitrag der longitudinalen Strukturfunktion H_L 42

4 Die Meßbarkeit der Pionwolke mit HERMES **43**
4.1 Das HERMES-Experiment 43
4.2 Das Simulationswerkzeug: der Lepto-Generator 46
4.2.1 Hadronisierung und das Lund - Modell 47
4.2.2 Hadronisierungsprozesse in Lepto 49
4.2.3 Vergleich von Lepto mit existierenden Daten 50
4.3 Eine Akzeptanzstudie des Spektrometers 51
4.3.1 Die kinematischen Schnitte von HERMES 51
4.3.2 Die Simulation der relativen Detektorakzeptanz mit LEPTO 54
4.3.3 Kinematik und Detektorakzeptanz in den Variablen $x_{Bj.}$, Q^2 und ν 56
4.4 Der hadronische Phasenraum am HERMES-Detektor 58
4.4.1 Multiplizitäten hadronischer Endzustände 58
4.4.2 Die Pionverteilung in den Variablen z, M_X^2 und t 60
4.4.3 Die Pion-Akzeptanz in Q^2 und x 64
4.5 Modell und Simulation im Vergleich 68
4.6 Simulation der zu erwartenden Meßergebnisse 70
4.7 Erweiterung des kinematisch zugänglichen Bereichs von HERMES 72
4.8 Vergleich der Simulation mit dem vollständigen HERMES-Monte-Carlo 73
4.9 Die Identifikation der Herkunft der Pionwolke 74
4.9.1 Existiert eine Signatur in $k_\perp^2$? 76
4.9.2 Der longitudinale Wirkungsquerschnitt 77

5 Eine *Collider*-Option für das Hermes-Spektrometer **79**
5.1 Physik kleiner x und Q^2 mit HERMES? 80
5.2 Der Detektor von HERMES im *Collider*-Betrieb 81
5.3 Simulation einer Messung von F_2 82

6 HSF - Der *Hermes Structure Function server* **87**

7 Zusammenfassung **91**

A Monte-Carlo Techniken: Zufallszahlen und Normierung **92**

B Streuereignisse und Hadronisierung in LEPTO **93**

C Datenstrukturen in HSF **95**

Verzeichnis der Abbildungen **97**

Verzeichnis der Tabellen **98**

Literaturverzeichnis **99**

1 Einleitung

Das Verständnis der Struktur der Nukleonen, die den überwiegenden Teil der Materie unserer Welt darstellen, ist das zentrale Ziel der tiefinelastischen Lepton- Nukleon-Streuung. Bei diesem Prozeß wechselwirkt das bis heute als punktförmig angesehene Lepton über den Austausch eines virtuellen Vektor-Eichbosons mit dem Nukleon bzw. dessen Konstituenten, den Quarks und Gluonen. Die nukleonische Struktur wird durch das Herausreißen des getroffenen Teilchens aufgelöst. Das Targetnukleon fragmentiert und hadronisiert anschließend in einen Endzustand X.

Die Information über die Nukleonstruktur läßt sich allein aus der räumlichen Verteilung der gestreuten Leptonen extrahieren. In diesen inklusiven Messungen ist der hadronische Endzustand daher nicht von Interesse. Zusätzliche Information bieten die semi-inklusiven Messungen, in denen mindestens ein weiteres Hadron des Endzustandes nachgewiesen wird. Bei der exklusiven Messung ist der Endzustand vollständig festgelegt.

Das Quark-Parton-Modell ermöglicht die Interpretation der aus inklusiven Streuprozessen gewonnenen Information mittels der Strukturfunktionen. Diese werden innerhalb des Modells als inkohärente Summe der Partonverteilungsfunktionen angesehen, mit denen man sich ein Bild von der inneren Struktur des Nukleons erstellt.

Das naive Quark-Parton-Modell macht unter anderem konkrete Aussagen über einige Summenregeln von Strukturfunktionen, die als quasistatische Eigenschaften des Nukleons angesehen werden können. Sie sind definiert als das Integral der Partonverteilungsfunktionen über das von den Partonen erreichbare Impulsintervall. Die Diskrepanzen zwischen dem Experiment und den Vorhersagen der Gottfried-Summenregel sind der Anlaß dafür, in dieser Arbeit ein Modell vorzustellen, welches sowohl den Defekt der Gottfried-Summe als auch die Verletzung der Ellis-Jaffe-Summenregeln zu erklären vermag. Bei diesem Modell wird eine Pionwolke des Konstituentenquarks einführt. Aussagen über die Meßbarkeit dieser Pionwolke zu machen, ist das Ziel der vorliegenden Arbeit.

Dazu führe ich die Strukturfunktion F_2 über die Herleitung des hadronischen Tensors ein (Abschnitt 2). Eine kurze Einführung in das Partonmodell und in die Methoden der Quantenchromodynamik hinsichtlich der Berechnung der Dynamik der Partonen des Nukleons bildet anschließend die Ausgangslage für die Darstellung der Summenregeln und einer Übersicht über die wichtigsten, aktuellen Parametrisierungen von Strukturfunktionen.

Das Modell der Pionwolke des Konstituentenquarks stelle ich in Abschnitt 3 vor. Die Meßbarkeit desselben in Bezug auf das Experiment HERMES am HERA-Speicherring des DESY, Hamburg, erarbeite ich in Abschnitt 4. Dabei stellt eine allgemeine Akzeptanzstudie des HERMES-Detektors die Grundlage für die Simulation der hadronischen Akzeptanz dar, anhand der dann die Meßbarkeit des Models untersucht wird. Die Simulation einer konkreten Messung des Modells bei HERMES wird gefolgt von einer Diskussion über die Separation der Pionwolke des Konstituentenquarks von der des Nukleons und über kinematische Signaturen des Modells.

In Abschnitt 5 wird die Möglichkeit untersucht, das Spektrometer von HERMES im *Collider*-Modus zu verwenden. Der Grund für diese Option, die erst nach dem Abschluß des momentan vorgesehenen Meßprogramms von HERMES realisiert werden könnte, liegt in der präzisen Messung der

unpolarisierten Strukturfunktion F_2 des Protons und Neutrons in dem interessanten Bereich kleiner Impulsbruchteile x und kleiner Impulsüberträge Q^2. Dadurch wird der Meßbereich der Experimente H1 und ZEUS am HERA ($Q^2 \geq 4.5\,\mathrm{GeV}^2$) erweitert und die Untersuchung aktueller Fragen zur Physik jenseits der Gültigkeit der perturbativen QCD ermöglicht. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Studie über den erreichbaren Meßbereich anhand einer simulierten Messung der Strukturfunktion F_2 mit dem HERMES-Detektor im *Collider*-Modus erarbeitet.

Schließlich möchte ich in Abschnitt 6 ein *Software*-Projekt vorstellen, bei dem ich die Erstellung und Implementierung eines flexiblen, erweiterbaren und Benutzer-freundlichen Programms zur Verwaltung und Berechnung einer Vielzahl existierender Strukturfunktionen in das bestehende HERMES-*Monte Carlo* Programm beschreibe. Die Nutzung und die Möglichkeiten des Programms werden vorgestellt.

1.1 Kinematik

Die tiefinelastische Streuung eines Elektrons am Nukleon unter Austausch eines virtuellen Photons, dem Vektorboson der elektromagnetischen Wechselwirkung, kann anhand der folgenden Abb. 1.1 veranschaulicht werden:

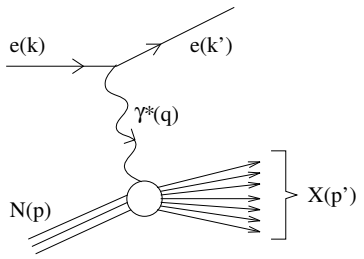

Abb. 1.1:
Piktogramm eines tiefinelastischen Streuereignisses. $e(k)$ bzw. $e(k')$ stellen das ein- bzw. auslaufende Elektron dar, $\gamma(q)$ das Photon und $N(p)$ das Nukleon.

Die Notation der kinematischen Variablen, die in der vorliegenden Arbeit verwendet werden, ist in untenstehender Liste aufgeführt[1]. Vierervektoren sind kursiv, die euklidischen Dreiervektoren fett gedruckt:

k		der Viererimpuls des einfliegenden Elektrons,
k'		der Viererimpuls des auslaufenden Elektrons,
θ		der Winkel zwischen einfliegendem und gestreutem Elektron
M_N		die Nukleonenmasse,
E	$= (pk)/M_N$	die Energie des eingehenden Elektrons,
E'	$= (pk')/M_N$	die Energie des gestreuten Elektrons,
p	$= (M, \mathbf{0})$	der Viererimpuls des Targetnukleons (in Ruhe),
p'	$= (E'_N, \mathbf{p'})$	der Viererimpuls der auslaufenden Hadronen **X**,
W^2	$= (p+q)^2$	das invariante Massenquadrat von **X**,
q	$= (\nu, \mathbf{q}) = (k - k')$	der Viererimpuls des virtuellen Photons und
$-Q^2$	$= q^2$	die virtuelle Masse des Photons

[1] In der vorliegenden Arbeit gilt die Konvention $\hbar = c = 1$.

Besonders geeignet zur Beschreibung der Streuung sind lorentzinvariante Variablen, wie sie z.B. die Skalarprodukte von Vierervektoren darstellen. Ein solches Skalarprodukt ist das negative Quadrat des Impulsübertrages q zwischen Elektron und Nukleon, Q^2, der von dem Photon getragen wird. Q^2 kann als die negative virtuelle Masse des Photons interpretiert werden, die bei inelastischen Streuvorgängen dem Photon anhaftet. Für elastische Streuprozesse ist $k^2 = k'^2$, d.h. $q^2 = 0$. Das Photon ist in diesem Falle reell und bewegt sich auf dem Lichtkegel. Eine andere Variable, die neben Q^2 zur Beschreibung der inelastischen Streuung verwendet wird, ist ν und entspricht der durch das Photon auf das Nukleon bzw. das Parton übertragenen Energie. Da man im Falle der tiefinelastischen Streuung die Masse des Elektrons, $m_e \approx 0.5\,\mathrm{MeV}$, gegenüber der Strahlenergie vernachlässigen kann, $E \geq 1\,\mathrm{GeV} \gg m_e$, schreibt man im Laborsystem für Q^2 und ν

$$\begin{aligned} Q^2 &:= -q^2 = -(k-k')^2 \\ &\simeq 2EE' - 2|k||k'|\cos\theta \\ &\simeq 4EE'\sin^2\frac{\theta}{2}\,, \qquad (1.1) \\ \nu &:= \left(\frac{p\cdot q}{M_N}\right) = E - E'\,. \qquad (1.2) \end{aligned}$$

Ein anderer Satz unabhängiger, lorentzinvarianter kinematischer Variablen sind die dimensionslosen Bjørkenschen Skalenvariablen x und y, definiert als

$$\begin{aligned} x &:= \frac{-q^2}{2p\cdot q} = \frac{Q^2}{2M\nu}\,, \qquad (1.3) \\ y &:= \frac{p\cdot q}{p\cdot k} = \frac{\nu}{E}\,, \qquad (1.4) \end{aligned}$$

wobei die jeweils zweite Umformung nur im Laborsystem gilt. x beschreibt die Inelastizität der Streuung: bei elastischer Streuung gilt $x = 1$, allgemein ist $0 < x \leq 1$. Im Partonbild der Wechselwirkung steht x für den auf den Gesamtimpuls des Nukleons bezogenen Impulsbruchteil, den das getroffene Parton nach dem Impulsübertrag trägt. y ist der relative Energieübertrag auf das Nukleon, der Wertebereich ist $0 < y < 1$.

2 Die Strukturfunktion F_2 und ihre Parametrisierung

2.1 Der elektromagnetische Wirkungsquerschnitt

Der Wirkungsquerschnitt elastischer Streuung ist durch den Mott-Wirkungsquerschnitt gegeben, $(d\sigma/d\Omega) \propto (Z^2E'/Q^4)\cos^2\frac{\theta}{2}$, der die Streuung eines Fermions an einer Punktladung der Ladung Z in den Raumwinkel Ω beschreibt. Ist die Ladungsverteilung des Streuzentrums $f(r)$ nicht punktförmig, so kann deren Struktur in Formfaktoren $F(Q^2)$ berücksichtigt werden, die die Fouriertransformierte von $f(r)$ darstellen und die Ladungsverteilung in der Messung zugänglich machen. Der Mott-Wirkungsquerschnitt $(d\sigma/d\Omega)_{Mott}$ geht dann über in $(d\sigma/d\Omega)_{Mott} \cdot F(Q^2)$.

Für die Beschreibung der Streuung an einem Atomkern berücksichtigt man noch die magnetischen Momente des Kerns sowie dessen Rückstoß und erhält die Rosenbluth-Formel [Pov93],

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right) = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{Mott} \cdot \frac{E'}{E}\left[\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1+\tau} + 2\tau G_M^2 \tan^2\theta/2\right], \tag{2.1}$$

wobei $\tau = Q^2/4M^2$ und G_E bzw. G_M die elektrischen respektive magnetischen Formfaktoren darstellen, die von Q^2 abhängen.

Tiefinelastisch wird eine Streuung dann genannt, wenn der auf das Target übertragene Impuls wesentlich größer als die Targetmasse ist, $Q^2 \gg M^2$. Was dies bedeutet, veranschaulicht folgende Betrachtung: Wenn die Wellenlänge des virtuellen Photons als Funktion von der Bjørkenschen Skalenvariablen x und von Q^2 geschrieben wird, so erhält man

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h\,c}{\sqrt{\nu^2 + Q^2}} \approx \frac{2M_N x}{Q^2}. \tag{2.2}$$

Diese Größe, die für feste x umgekehrt proportional zu Q^2 verläuft, steht für das Auflösungsvermögen des Photons bei der betrachteten Streuung - mit wachsendem Q^2 kann man demnach immer kleinere Längen auflösen.

Die Übergangswahrscheinlichkeit eines inelastischen Streuprozesses (Abb. 1.1) von einem Eingangszustand $|i\rangle$ in einen Endzustand $|f\rangle$, ist durch das Matrixelement T_{fi} gegeben:

$$\langle \mathbf{T}_{fi} \rangle = \left\langle e(k')X(p') \,\middle|\, \mathbf{T} \,\middle|\, e(k)N(p) \right\rangle . \tag{2.3}$$

T bezeichnet den Streuoperator. Beschreibt man das Fermion (Elektron) mit einem Diracfeld, so kann die Übergangsamplitude der Streuung des Elektrons am Nukleon in der Quantenfeldtheorie errechnet werden. Dazu berücksichtigt man das Photonfeldes $A^\mu(x)$, die virtuelle (innere) Photonenlinie $\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}$ und die beiden Vertices $ie\gamma_\mu$ ($e :=$ die Elementarladung bzw. Kopplungsstärke an das Photonfeld).

Die Kontraktion der Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren des Dirac- und des Photonfeldes führt- nach Ausführung des Impulsintegrales - zu der die Energie- und Impulserhaltung widerspiegelnden δ^4-Distribution.

Man kann zusätzlich den Streuoperator in die beiden Teile der Emmission des Photons durch das Elektron und der Streuung des Photons am Nukleon trennen, d.h. in den leptonischen und den hadronischen Streuoperator. Es ergibt sich dann folgender Ausdruck der Übergangsamplitude

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{T}_{fi} \rangle_{\mu\nu} &= e^2 (2\pi)^4 \, \delta^4(p+k-p'-k') \, \frac{i g_{\mu\nu}}{q^2} \times \\ &\quad \times [\bar{u}_{s'}(k') \gamma_\mu u_s(k)] \left\langle \, X(p') \, \middle| \, J_\nu^{Hadr} \, \middle| \, N(p) \, \right\rangle , \end{aligned} \tag{2.4}$$

wobei die $u_s(k)$ die Diracspinoren des Elektrons mit Impuls k und Spin s und die γ die Diracmatrizen bezeichnen.

In einem Streuexperiment wird der Wirkungsquerschnitt σ beobachtet. Er ist definiert als die zu erwartende Anzahl gestreuter Elektronen, d.h. als das Quadrat der Übergangsamplitude, pro Phasenraumpunkt, Zeit T und einströmendem Teilchenfluß φ,

$$\sigma = \frac{1}{\varphi \, T} \, \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 \, 2E'} \sum_{spin} \left| \left\langle \, \mathrm{T}_{fi} \, \right\rangle \right|^2 . \tag{2.5}$$

Ein Vergleich der Gl. 2.4 und 2.5 zeigt, daß die beiden Teile der Übergangsamplitude $\langle \mathbf{T}_{fi} \rangle$ im Wirkungsquerschnitt quadriert auftreten. Diese Teile lassen sich, wie im folgenden gesehen werden kann, in Tensorform schreiben. Man sieht die Situation piktogrammartig in Abb. 2.1 dargestellt. Der eine Teil, der die Abstrahlung des Photons vom Elektron aufgrund der Wechselwirkung beschreibt, entspricht dem leptonischen Tensor $L_{\mu\nu}$. Der hadronische Tensor beschreibt die Wechselwirkung des Photons mit dem Quark.

Diese Trennung faktorisiert den (differentiellen) Wirkungsquerschnitt in der Form

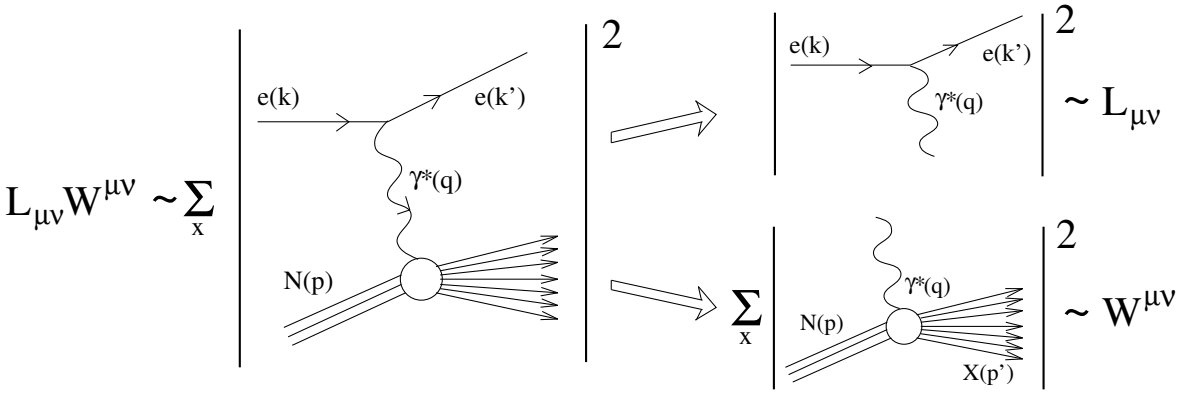

Abb. 2.1:
Schematische Darstellung der Faktorisierung des inelastischen Wirkungsquerschnitts in eine leptonische und eine hadronische Übergangsamplitude. Der hadronische Tensor ist als Summe über alle Prozesse der Form $\gamma^* q \to X$ zu verstehen.

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}E'\mathrm{d}\Omega} = \frac{2\alpha^2}{Q^4}\left(\frac{E'}{E}\right) L_{\mu\nu}\, W^{\mu\nu} \,. \tag{2.6}$$

Der leptonische Tensor ist aus der Spinmittelung und Kontraktion des Quadrats des Diracspinor-Terms in Gl. 2.4 vollständig berechenbar [Nac86]:

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= \frac{1}{2}\,\mathrm{Tr}\,\{\bar{u}_{s'}(k')\gamma_\mu u_s(k)\,\bar{u}_s(k)\gamma_\nu u_{s'}(k')\} \\ &= 2\left(k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu + \tfrac{1}{2}g_{\mu\nu}q^2\right) \,. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Der hadronische Tensor ist eine komplexere Größe, auf die im folgenden Abschnitt näher eingegangen wird. Er hat die Form:

$$W^{\mu\nu} = \sum_X \sum_{spins} \tfrac{(2\pi)^3}{2M}\,\delta^4\,(p' - p - q)\,\Big|\,\langle\, N(p)\mid J_\nu^{Hadr}\mid X(p')\,\rangle\,\Big|^2 \,. \tag{2.8}$$

2.2 Vom hadronischen Tensor zu den Strukturfunktionen

Der hadronische Tensor $W^{\mu\nu}$, Gl. 2.8, beschreibt den vollständigen Prozeß der Streuung des Photons an den Partonen des Nukleons. Er enthält die Strukturinformation über Ladungs- und Impulsverteilungen der Partonen, ähnlich den Formfaktoren bei der elastischen Streuung, die die Struktur der Kerne beschreiben. Einen gravierenden Unterschied zwischen dem hadronischen und dem leptonischen Tensor gibt es insofern, als ersterer nicht analytisch berechenbar ist - der hadronische Strom J_ν^{Hadr} ist keineswegs so elementar wie der elektromagnetische. Hier gehen sehr viele Diagramme ein, über die summiert werden muß.

Für den hadronischen Tensor kann man einen ganz allgemeinen Ansatz machen, der sich dann mittels Symmetriebetrachtungen und der Ausnutzung von Erhaltungssätzen stark vereinfachen läßt. Die einzelnen Schritte dahin sind die folgenden:

1. Der hadronische Tensor kann nur von Lorentzinvarianten abhängen. Interessiert man sich nicht für den Spin der Anfangsteilchen, so kommen als unabhängige Variablen nur der Impuls des Nukleons im Anfangszustand, p, und der des virtuellen Photons, q, in Frage. Aufgrund der zu erwartenden Struktur desselben wird dies ein Tensor zweiter Stufe in den Impulskomponenten sein, der im allgemeinsten Fall eine Summe über alle Zweierkombinationen aus der Menge p^μ, q^ν und der Metrik $g^{\mu\nu}$ sein wird.

2. Der Beitrag jedes dieser Terme proportional $(p^\mu p'^\nu)$, mit p, p' aus $\{p, q\}$, wird durch Parameter W_i quantifiziert. Da diese von den kinematischen Eingangsvariablen, z.B. (x, Q^2) abhängen, nennt man sie die Strukturfunktionen.

3. Aus den unter 1 angeführten Variablen und dem metrischen Tensor $g^{\mu\nu}$ kann man genau sechs voneinander unabhängige Tensoren konstruieren:
$p^\mu p^\nu$, $q^\mu q^\nu$, $(p^\mu q^\nu \pm q^\mu p^\nu)$, $g^{\mu\nu}$ sowie den total antisymmetrischen Tensor $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$.

4. Da die starke und elektromagnetische Wechselwirkung paritätserhaltend ist, für den Strom (im unpolarisierten Fall) also gerade Parität verlangt wird, entfällt der Term proportional dem total antisymmetrischen Tensor $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$.

5. Die Forderung nach Zeitumkehrinvarianz und Hermitizität ist gleichbedeutend mit derjenigen nach der Symmetrie des Tensors, sodaß im Zuge dessen der in den Indices μ und ν antisymmetrische Term wegfällt.

6. Die Erhaltung des elektromagnetischen Stroms, d.h. die Gültigkeit der Kontinuitätsgleichung $\partial_\mu J^{\mu\nu} = 0$, führt in der Impulsdarstellung auf die Bedingungen

$$q_\mu W^{\mu\nu} = 0 \qquad \text{und} \qquad q_\nu W^{\mu\nu} = 0,$$

die einzeln für die von den jeweils gleichen, unkontrahierten Größen abhängenden Terme von $W^{\mu\nu}$ gelten müssen. Damit verbleiben nur noch zwei unabhängige Terme dieser sechs Ausdrücke mit Tensorcharakter.

Der hadronische Tensor reduziert sich demnach im spingemittelten (d.h. unpolarisierten) Fall auf 2 reelle Terme, die mit $W_1(p,q)$ und $W_2(p,q)$ bezeichnen werden:

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu} &= \left[-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}\right] W_1(p,q) \\ &+ \left[p^\mu p^\nu + \frac{(pq)^2}{q^4} q^\mu q^\nu - \frac{(pq)}{q^2}\left(p^\mu q^\nu + p^\mu q^\nu\right)\right] W_2(p,q) \end{aligned}$$

Die Kontraktion mit dem leptonischen Tensor $L_{\mu\nu}$ schließlich liefert den Wirkungsquerschnitt $\mathrm{d}\sigma \sim L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}$ für unpolarisierte Lepton-Hadron Streuung. Da auch für den elektromagnetischen Strom die Kontinuitätsgleichung in der Form $\partial^\mu L_{\mu\nu}$ gelten muß, spielen Terme, die proportional zu unkontrahierten Größen sind, keine Rolle. Dies führt schließlich auf den zweifach differentiellen Wirkungsquerschnitt,

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}E'\mathrm{d}\Omega} = \frac{4\alpha E'^2}{Q^4}\left[2W_1(x,Q^2)\sin^2\frac{\theta}{2} + W_2(x,Q^2)\cos^2\frac{\theta}{2}\right], \tag{2.9}$$

wobei die Variablen (q,p) durch die meßbaren Größen (x,Q^2) ersetzt wurden. In der Praxis arbeitet man heute nicht mehr mit W_1 und W_2, sondern mit dimensionslosen Funktionen F_1 und F_2. Mit $F_1(x,Q^2) = MW_1(x,Q^2)$ sowie $F_2(x,Q^2) = \nu W_2(x,Q^2)$ ergibt sich die bekannte Form

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}x\mathrm{d}Q^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4}\left[y^2 x F_1(x,Q^2) + (1-y)F_2(x,Q^2)\right]. \tag{2.10}$$

Eine Interpretation der Strukturfunktionen wird im kommenden Abschnitt gegeben werden.

Bei der Entwicklung dieses Wirkungsquerschnitts über den hadronischen Tensor gingen wir von einer rein elektromagnetischen Wechselwirkung aus. Bei der Neutrino-Streuung wird über den schwachen Übergang des streuenden Neutrinos in das Lepton der jeweiligen Lepton-Familie ein $W^\pm$-Vektorboson zwischen Lepton und Quark statt des Photons übertragen. Dieses Lepton muß dann nachgewiesen werden. Bei der Neutrinostreuung muß man einen zusätzlichen schwachen Leptonstrom mit in die Berechnung der Übergangsamplitude einbeziehen, der die Form $J_\mu^{lepton} \propto (e/\sqrt{2}\sin\vartheta_W) u(x)\gamma_\mu(1-\gamma_5)\bar{\mu}_\mu(x)$ hat und den Weinbergwinkel ϑ_W enthält. Dies führte auf einen abweichenden Wirkungsquerschnitt mit einem dritten Term, der nach Umrechnung in die Flavour-sensitive Strukturfunktion $F_3(x,Q^2)$ übergeht:

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}x\mathrm{d}Q^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4}\left[y^2 x F_1(x,Q^2) + (1-y)F_2(x,Q^2) + \left(y - \frac{y^2}{2}\right) x F_3(x,Q^2)\right]. \tag{2.11}$$

Der Flavour des gestreuten Quarks ändert sich bei der Streuung, wobei nicht nur Übergänge in der gleichen Quarkfamilie, also eine Drehung im Isospin-SU(2)-Raum, sondern mit geringer Wahrscheinlichkeit auch Übergänge in Quarks anderer Familien induziert werden.

2.3 Die longitudinale Strukturfunktion

Innerhalb des naiven Partonmodells (Abschnitt 2.5), dem hier vorgegriffen werden soll, schreibt man die Strukturfunktionen (und damit die Wirkungsquerschnitte) als Summe der gewichteten Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Partonimpulse. Es ist nun möglich, zwischen den Beiträgen der Streuung an spinlosen Partonen und solchen der Streuung an Partonen halbzahligen Spins zu unterscheiden. Dabei betrachtet man die Größe

$$R(x) = \frac{F_2(x)}{2\,x\,F_1(x)} \left(1 + \frac{4M_N^2 x^2}{Q^2}\right) - 1\,, \tag{2.12}$$

die verschwindet, wenn alle Partonen Spin $\frac{1}{2}$ haben und eins wird für spinlose Partonen. Tatsächlich hat man für R ein mit Null verträgliches Verhältnis gemessen, was den vorwiegend fermionischen Charakter der Partonen bestätigt.

Transversal polarisierte Photonen wechselwirken nur mit Fermionen. Diese Photonen werden durch den Polarisationsvektor $\epsilon_\lambda^\mu = \epsilon_\pm^\mu = (1/\sqrt{2})(0; -1; \mp i; 0)$ charakterisiert, d.h. der Spin deutet in Richtung der Flugrichung und damit senkrecht zum E, B-Feld.

Bei *longitudinal* polarisierten Photonen ist $\epsilon_L^\mu = (1/\sqrt{Q^2})(\sqrt{Q^2+\nu}; 0; 0; \nu)$, der Polarisationsvektor steht senkrecht zur Flugrichtung. Diese Photonen wechselwirken mit Bosonen. Im naiven Partonmodell wird angenommen, daß alle Partonen einen unendlich großen und rein longitudinalen Impuls haben, der parallel zu dem des Nukleons ist (das sogenannte *Breit*-System). Darin führte die Absorption eines longitudinal polarisierten Photons (Abschnitt 2.3) durch ein Fermion zu einem Spinflip und damit zur Helizitätsumkehr. Die Helizität ist bei hohen Energien, bei den die Fermionen als masselos angenommen werden, aber eine Erhaltungsgröße. Diese Wechselwirkung ist somit verboten. (Tatsächlich ist diese Wechselwirkung nur unterdrückt, siehe Abschnitt 3.4.3).

Mit der oben eingeführten Größe R ist es nun möglich, eine longitudinale Strukturfunktion F_L einzuführen gemäß [EMC88]

$$F_L = F_2 \left(1 + \frac{4M_N^2 x^2}{Q^2}\right) - 2\,x\,F_1\,, \tag{2.13}$$

die die Verteilung von spinlosen Partonen im Nukleon beschreibt. Bei strenger Gültigkeit der sogenannten *Callan-Gross*-Beziehung, siehe Abschnitt 2.5, müßte F_L überall verschwinden.

2.4 Die polarisierten Strukturfunktionen

Die *spin*abhängigen Strukturfunktionen erhält man methodisch auf gleiche Art und Weise, wie die unpolarisierten. Bei der Aufstellung des hadronischen Tensors (Abschnitt 2.2) mittelt man allerdings nicht mehr über die Spins. In Punkt 1 der Aufzählung auf Seite 11 muß man auch noch die Spins s^μ

des Nukleons berücksichtigen. Dies führt auf zwei weitere Terme, deren Vorfaktoren die polarisierten Strukturfunktionen $g_1(x)$ und $g_2(x)$ der Streuung eines polarisierten Leptons an einem Target halbzahligen Spins sind. Nimmt man auch den leptonischen Spin s_l in die Aufstellung des leptonischen Tensors mit auf, so ergeben sich die zusätzlichen Tensorterme der folgenden Form [Man92]:

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu} - W^{\mu\nu}_{unpolaris.} &= i\left(\frac{q^\lambda s^\sigma}{p\cdot q}\right)\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}\ g_1(x,Q^2) + \\ &\quad + i\left(\frac{q^\lambda (p\cdot q s^\sigma - s\cdot q p^\sigma)^2}{(p\cdot q)}\right)\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}\, g_2(x,Q^2) \qquad (2.14) \\ L_{\mu\nu} - L^{unpolaris.}_{\mu\nu} &= -i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} q_\lambda s_{l,\sigma}\ . \qquad (2.15) \end{aligned}$$

Man erhält mit diesen Tensoren ganz analog, wie man zu Gl. 2.10 gelangte, eine Form für den Wirkungsquerschnitt der Streuung polarisierter Elektronen an polarisierten Nukleonen [Jaf90]. Dabei ist nur die Differenz zwischen den Wirkungsquerschnitten der Streuung rechtshändiger und linkshändiger Leptonen, $\Delta\sigma$, betrachtet worden, so daß sich der unpolarisierte Wirkungsquerschnitt heraushebt. φ entspricht hier dem azimuthalen Winkel zwischen der Streuebene des Leptons und der Ebene, die aus dem Lepton-Strahl und dessen Helizität gebildet wird. α ist der Winkel des Target-Spins relativ zum Lepton-Strahl:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}^3\sigma}{\mathrm{d}x dQ^2 \mathrm{d}\varphi} &= \frac{4\alpha^2 y}{Q^4}\Big\{ \cos\alpha\left[(1-y/2-y^2/4(\kappa-1))\ g_1(x,Q^2) - \frac{y}{2}(\kappa-1)\, g_2(x,Q^2)\right] \qquad (2.16) \\ &\quad \sin\alpha\cos\alpha\sqrt{(\kappa-1)(1-y-y^2/4(\kappa-1))}\left(\frac{y}{2}\, g1(x,Q^2) + g_2(x,Q^2)\right)\Big\}\ . \end{aligned}$$

$(\kappa-1)$ steht für $4x^2M^2/Q^2$ und ist sehr klein. Im Falle longitudinaler Targetpolarisation, $\alpha = 0$, ist der dominante Term deshalb der erste Term in der oberen Zeile und damit proportional zu $\cos\alpha g_1(x,Q^2)$. g_2 ist dann eine Korrektur $\propto 1/Q^2$. Bei transversaler Targetpolarisation ($\alpha = \pi/2$) verschwindet der erste Term identisch und g_2 kann durch Subtraktion von $y/2\, g_1(x,Q^2)$ extrahiert werden.

Einige Bemerkungen zur Interpretation der Strukturfunktionen im Partonbild und zu den Aussagen, die das Partonmodell zu machen imstande ist, folgen im kommenden Abschnitt.

2.5 Das Partonmodell

Eine Interpretation der Strukturfunktionen, wie sie im Abschnitt 2.2 aus dem hadronischen Tensor hergeleitet wurden, ist im Rahmen des naiven Partonmodells möglich. Im Falle tiefinelastischer Streuung ist $Q^2 \gg M^2$ und Q^2 damit auch wesentlich größer als interne Relativimpulse der Partonen untereinander. Im Bjørken-Limes betrachtet man den Limes des Impulsübertrages $Q^2 \to \infty$ bei konstantem x.

Ein wesentlicher Charakter der gemessenen Strukturfunktionen tiefinelastischer Lepton-Hadron-Streuung ist ihre approximative Unabhängigkeit vom Impulsübertrag Q^2 bei konstantem x, was bedeutet, daß die Strukturfunktion unabhängig von der Größe der durch das Photon aufgelösten Region im Nukleon ist, wie anhand Gl. 2.2 ersichtlich ist. Dies gibt einen deutlichen Hinweis darauf, daß man die Partonen als punktförmig annehmen kann, was innerhalb des naiven Partonmodells als

Ausgangspunkt dient. Die Unabhängigkeit von Q^2 bei großen Q^2 ist ein von Bjørken vorhergesagtes Verhalten, das unter dem Namen *Bjørken-Scaling* bekannt ist. Es wurde mittlerweile eingeschränkt durch störungstheoretische Korrekturen, die die Abhängigkeit der Strukturfunktionen von Q^2 ab einem Entwicklungspunkt $Q_0^2 \approx 4\,\mathrm{GeV}^2$ zu beschreiben in der Lage sind. Der theoretische Hinweis , daß es eine Q^2-Abhängigkeit gibt, ist durch experimentelle Ergebnisse bestätigt worden. Bei dem in dieser Weise verbesserten Parton-Modell spricht man heute auch vom *QCD-improved Quark-Parton-Model*.

So wie die Annahme der Punktförmigkeit eine gute Näherung im Bjørken-Limes darstellt, ist dort auch die Wechselwirkung der Partonen miteinander vernachlässigbar, da die Kopplungskonstante α_s der starken Wechselwirkung für $Q^2 \to \infty$ gegen Null geht. Dieses Verhalten bedeutet, daß sich der Wirkungsquerschnitt und damit die Strukturfunktionen als Summe unkorrelierter Partonimpulsdistributionen schreiben lassen. Man kann dies auch so interpretieren: da man im Bjørken-Limes noch die Länge $\lambda \sim 1/Q^2$ auflösen kann, wird für ein $Q^2 > Q_0^2$ der interpartonische Abstand groß gegenüber λ, quantenmechanische Interferenzterme werden vernachlässigbar und die Zeitskala der Wechselwirkung der Partonen untereinander groß gegen die Wechselwirkungszeit mit dem Photon.

Wenn man Gl. 2.9 mit der Rosenbluth-Formel, Gl. 2.1, für elastische Elektron-Proton-Streuung vergleicht, so sind die Strukturfunktionen in einfacher Weise zu interpretieren. Für ein punktförmiges Fermion kann man über einen Koeffizientenvergleich zwischen beiden Streuformeln zeigen, daß gilt:

$$F_1^{pkt}(x, Q^2) = \frac{1}{2}\, x\, \delta(x - 1) \quad \text{und} \quad F_2^{pkt}(x, Q^2) = \delta(x - 1) \tag{2.17}$$

Im sogenannten *Breit-frame* betrachtet man das System im Bjørken-Limes und vernachlässigt zusätzlich den transversalen Impuls der Partonen untereinander gegenüber dem Nukleonimpuls. Dann folgt, daß der Partonimpuls p_i des i-ten Partons als der Bruchteil x des Nukleonimpulses geschrieben werden kann: $p_i = x\,P$. Dazu formt man die Strukturfunktion F_2^i, die die Streuung am i-ten Parton der Ladung e_i beschreibt, um:

$$F_2^i(x, Q^2) = e_i^2\, \delta(1 - x_i)\,. \tag{2.18}$$

F_2 ergibt, wieder eingesetzt in Gl. 2.10, genau den Rutherford-Wirkungsquerschnitt. Nun sind die Partonen zwar als punktförmig angenommen worden, die Streuung erfolgt aber am gesamten Nukleon. Man summiert also die $F_{1,2}^i$ über den Index i der Partonen, gewichtet mit der Impulsverteilung $f_i(x)$ jedes Partons. Für F_2 erhält man beispielsweise

$$F_2(x, Q^2) = \sum_i \int_0^1 \mathrm{d}x_i f_i(x_i) F_2^i(x_i, Q^2)\,. \tag{2.19}$$

Definiert man noch $q_f(x)$ bzw. $\bar{q}_f(x)$ als die Wahrscheinlichkeit, ein Quark (Antiquark) des Flavours f im Impulsinterval $[x, x + dx]$ anzutreffen, so erhält man unter der Annahme von *scaling* und unter Ausnutzung von Gl. 2.17 folgende, anschauliche Definiton der Strukturfunktionen [Clo80, Nac86]:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_f e_f^2 \left[q_f(x) + \bar{q}_f(x) \right], \tag{2.20}$$

$$F_2(x) = x \sum_f e_f^2 \left[q_f(x) + \bar{q}_f(x) \right], \tag{2.21}$$

$$F_3(x) = x \sum_f e_f^2 \left[q_f(x) - \bar{q}_f(x) \right]. \tag{2.22}$$

Mit den Verteilungen $q_f^{\uparrow}(x)$ und $q_f^{\downarrow}(x)$, die die Wahrscheinlichkeiten angeben, daß die Helizität des Quarks $q_f(x)$ parallel $(\uparrow)$ bzw. antiparallel $(\downarrow)$ zu der des Nukleons ist, läßt sich nun auch die polarisierte Strukturfunktion g_1 innerhalb des Partonmodells interpretieren. Es ist dann

$$g_1(x) = \frac{1}{2} \sum_f e_f^2 \left[q_f^{\uparrow}(x) - q_f^{\downarrow}(x) \right] . \tag{2.23}$$

Aus Gl. 2.20 und Gl. 2.21 folgt direkt die sogenante **Callan-Gross** - Beziehung:

$$F_2(x) = 2\,x\,F_1(x) . \tag{2.24}$$

Diese Beziehung ist ein sensitives Maß für die Gültigkeit des naiven Partonmodells, weil sie sich erst aus der Annahme der Punktförmigkeit und des Fermioncharakters der Partonen ergibt (über den Zusammenhang mit der longitudinalen Strukturfunktion siehe Abschnitt 2.3). Innerhalb des *QCD-improved quark-parton-model*, das die Abweichung vom Bjørken-Skalenverhalten durch die QCD-Korrekturen beschreibt, ist die Callan-Gross Relation allerdings nicht mehr gültig.

Aus Gl. 2.24 folgt die bekannte Formel des Wirkungsquerschnitts

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma^{em}}{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}Q^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} \left(1 + (1-y)^2 \right) F_2^{em}(x, Q^2) . \tag{2.25}$$

Bevor ich die Parametrisierungen von Strukturfunktionen darstelle, ist es nützlich, einen Einblick in die Konzepte der Quantenchromodynamik und in Summenregeln der Strukturfunktionen zu erhalten.

2.6 Quantenchromodynamik

Die QCD, die die Dynamik der Quarks und Gluonen beschreibt, ist eine nichtabelsche Eichtheorie, die die starke Wechselwirkung mit dem Austausch einer „Farbladung“ erklärt. Quarks, die man experimentell als massive Fermionen identifiziert hat und Gluonen, masselose Vektorbosonen mit Spin 1, die aus der Forderung nach *lokaler* Eichinvarianz des Fermionfeldes folgen, sind die Träger der Farbladung. Die Gluonenfelder entsprechen den Generatoren der Eichgruppe SU(3) und treten in $(3^2 - 1) = 8$ Farbzuständen auf. Im Gegensatz zu den Photonen tragen Gluonen eine (Farb-) Ladung und können deshalb mit sich selbst wechselwirken. In der Natur wurden bisher nur farbneutrale hadronische Systeme beobachtet, d.h. Farbsinguletts.

Wie in der QED, so sind auch in der QCD die Übergangswahrscheinlichkeiten in einer Reihe im Kopplungsparameter α_s entwickelbar. Diese Entwicklung entspricht einer Reihe in den Graphen n-ter Ordnung der Quark-Quark-, Quark-Gluon- und Gluon-Gluon-Wechselwirkung. Im Gegensatz zur QED ist α_s allerdings stark vom Impulsübertrag Q^2 abhängig: In erster Ordnung gilt $\alpha_s := \alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{33-2n_f} \left[ln(Q^2/\Lambda^2) \right]^{-1}$. n_f steht für die Anzahl von Quarkflavours mit $m_q \leq Q^2$. Demnach ist α_s klein für Impulsüberträge, die groß sind gegenüber einem experimentell zu bestimmenden Parameter Λ. Dieses Verhalten bezeichnet man mit *asymptotic freedom* - die Quarks sind im Limes großen Impulsübertrages quasi frei. Die Folge dieses Verhaltens ist, daß ein störungstheoretischer Ansatz nur für solche Q^2 Werte größer als einige GeV^2 sinnvoll ist. Unterhalb dieser Grenze tragen nicht nur Terme höherer Ordnung in immer stärkerem Maße bei, sondern es werden auch sogenannte *higher*

twist Effekte wichtig und führen dazu, daß der störungstheoretische Ansatz zu einer Beschreibung der Prozesse nicht mehr ausreicht. Anschaulich ist bei diesen Q^2 die Auflösung einzelner Partonen nicht mehr gegeben.

Ein Problem bei störungstheoretischen Rechnungen betrifft die Renormierbarkeit der Theorie, d.h. die Möglichkeit, divergierende Diagramme, die aus Loop-Graphen entstehen, in geeigneter Weise zu ersetzen bzw. durch *cutoff*-Parameter endlich zu machen [Brü93]. Die Renormierbarkeit der QCD wurde mittlerweile bewiesen. Die Form, in der man den *cutoff*-Parameter wählt, nennt man Renormierungsschema und die Renormierungsgruppengleichung bestätigt die Unabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte von der Wahl des Renormierungsschemas.

Ein anderes Problem ist mit der Behandlung der Koeffizienten der Entwicklung nach α_s verbunden. Die Einführung des obigen *cutoff*-Parameters μ hat nämlich auch Nachteile: es entstehen „infrarote" logarithmische Divergenzen durch Terme $\sim M^2/\mu^2$, die für sehr große μ^2 negativ divergieren, da man μ an der natürlichen Skala Q^2 orientiert. Das Faktorisierungstheorem besagt nun, daß der Wirkungsquerschnitt separiert werden kann in kurzreichweitige Beiträge (großes Q^2), die sich störungstheoretisch berechnen lassen und prozeßunabhängig sind, und langreichweitige (kleines Q^2, d.h. infraroter Bereich), die sich durch eine einmalige Messung bei $Q^2 = Q_0^2$ festlegen lassen und universell für alle Prozesse gelten. Man wählt nun ein spezielles Faktorisierungsschema, das wiederum von einem Parameter μ_F abhängt, wobei diese Abhängigkeit durch die bestimmte Wahl von $\mu_F^2 = Q^2$ in die Abhängigkeit der Strukturfunktionen von Q^2 übergeht.

2.7 Summenregeln

Die partonischen Verteilungsfunktionen sind nicht vollständig aus der QCD berechenbar. Nur innerhalb von Gitterrechnungen können sie nicht-störungstheoretisch ermittelt werden. Die Form der Q^2-Abhängigkeit der Partonverteilungen ist zwar im störungstheoretisch zugänglichen Bereich berechenbar, die Abhängigkeit in der Skalenvariablen x folgt aber phänomenologischen Ansätzen. Allerdings ist es auf indirektem Wege möglich, aus der QCD mit Hilfe der sogenannten Summenregeln Informationen über die x-Abhängigkeit der Verteilungsfunktionen zu gewinnen. Summenregeln sind Momente der Strukturfunktionen, d.h. gewichtete Integrale der Strukturfunktionen über x. Sie lassen sich experimentell überprüfen und geben teilweise eine exzellente Übereinstimmung mit den Vorhersagen. Theoretische Modelle versuchen die Abweichungen zwischen diesen im Quark-Parton-Modell erwarteten Werten der Summenregeln und gemessenen Daten zu erklären. In Abschnitt 3 wird eines dieser Modelle vorgestellt werden. Dies gab den Ausschlag, einen Überblick einiger dieser Summenregeln zu erstellen.

Ein Beispiel für die Information, die man aus Verteilungsfunktionen erhalten kann, liefert das Integral über die Strukturfunktion F_2, die nach Gl. 2.21 die mit dem Partonimpuls gewichtete Summe über alle Quarkverteilungen $q_f(x)$ bzw. $\bar{q}_f$ darstellt. Hieraus erhält man eine Abschätzung über den Bruchteil des von den Quarks getragenen Impuls am Gesamtimpuls des Nukleons. Man extrahierte aus Meßdaten, daß der von den Quarks getragene Impuls nur ca. 50% des gesamten Nukleonimpulses ausmacht. Dieser Wert ist abhängig von Q^2. Aufgrund des fehlenden Impulsanteils postulierte man die Existenz der ungeladenen Gluonen.

Über die Ladung der Quarks macht die QCD keine Aussage. Dies bleibt demnach eine experimentell zu extrahierende Größe. Nur über die *mittlere* Partonladung im Nukleon ist unter Annahme einer vollständiger Isospin-Symmetrie zwischen Proton und Nukleon, also $u^p(x) \equiv d^n(x)$ und

$u^n(x) \equiv d^p(x)$, sowie einer Flavoursymmetrie des Quarksees, eine Aussage zu treffen. Die mittlere Partonladung ist

$F_2^{eN}(x) = \frac{1}{2}(F_2^{ep}(x) + F_2^{en}(x)) = \frac{5}{18}x(u^p(x) + d^p(x))$.

Das Verhältnis von Elektron-Nukleon- und Neutrino-Nukleon-Streuung ergibt im naiven Quark-Parton-Modell den Wert $5/18$, da die schwache Kopplungskonstante für alle Flavours gleich ist. Im Experiment wird dieser Wert präzise reproduziert.

Die folgende Zusammenstellung gibt eine Übersicht über die wichtigsten Summenregeln. Eine Übersicht findet sich beispielsweise in [EMC88, Man92]

Die Gross-Llewellyn-Smith-Summenregel: [EMC88]*Die Anzahl von Valenzquarks* im Nukleon kann man mittels des Integrals über F_3 abschätzen, da sich über Gl. 2.22 bei der Differenz der Quark- und Antiquarkverteilungen die Seequarks herausheben. Man nennt dies die Gross-Llewellyn-Smith-Summenregel. Sie schreibt sich als

$$S_{GLS} = \int_0^1 F_3(x)\mathrm{d}x = 3\,(1 - \frac{\alpha_s}{\pi} + \ldots)\,. \tag{2.26}$$

Messungen ergaben sehr gute Übereinstimmung mit dem aus dem *QCD-improved* Quark-Partonmodell erwarteten Wert.

Die Adler-Summenregel: *Die Differenz zwischen u- und d- Quarks* schätzt die Adler-Summenregel ab, da sich bei der Differenzbildung zwischen den Strukturfunktionen $F_2^{\nu p}$ und $F_2^{\nu n}$ der Neutrinostreuung alle Quarks und Antiquarks, ausgenommen der Valenzquarks u und d, gegenseitig aufheben:

$$S_A = \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x}(F_2^{\nu} - F_2^{\bar{\nu}}) = \int_0^1 \mathrm{d}x(u_V - d_V) = 1\,. \tag{2.27}$$

Die Adler-Summenregel ist die einzige exakte Summenregel, d.h., sie wird nicht durch Faktoren der Form $(1 - \alpha_s/\pi - \ldots)$ korrigiert. Auch sie stimmt sehr gut mit dem Experiment überein. Sie konnte allerdings bisher nur mit einer Genauigkeit von ca. 20% gemessen werden.

Die Gottfried-Summenregel: *Die Ladung der Partonen* quantifiziert man mittels des Integrals

$$S_G = \int_0^1 \frac{dx}{x}\Big(F_2^{ep}(x) - F_2^{en}(x)\Big) = (e_u^2 - e_d^2) = \frac{1}{3}\,, \tag{2.28}$$

der Gottfried-Summenregel. In Gl. 2.28 wurde eine Symmetrie der Flavours u und d des Quarksees angenommen. Im Experiment wurde aber bisher der Wert 0.235 ± 0.026 gemessen [NMC94], was signifikant unter dem aus dem *QCD-improved*-Quark-Partonmodell zu erwartenden Wert liegt. Eine Erklärung hierzu versucht das in dieser Arbeit betrachtete Pionwolkenmodell für den nicht-störungstheoretischen Q^2-Bereich zu geben, welches eine Flavour-*Asymmetrie* des Quarksees vorhersagt [EHQ92].

Es existieren aber noch andere Modelle. So wird eine Beschreibung einer Pionwolke des *Nukleons* innerhalb des Konvolutions-Modells vorgeschlagen [Szc93]. Als Approximation werden mesonische Freiheitsgrade des nukleonischen System eingeführt, die gemäß der *Sullivan*-Prozesse die Streuung des Photons an der Meson-Wolke des Nukleons bzw. die Abstrahlung dieser Wolke durch den Rückschlag des getroffenen Baryons beschreiben. Die

daraufhin modifizierten Quarkverteilungsfunktionen erklären einen Teil der Differenz zwischen der naiven Vorhersage und dem demgegenüber reduzierten Meßwert.

Einen anderen Weg gehen [Bal94]. Hier wird die Flavourasymmetrie des Quarksees nichtstörungstheoretisch durch anomale Brechung der axialen U(1)-Symmetrie erzeugt. Die Symmetriebrechung ruft eine starke Q^2-Abhängigkeit der *nonsinglet*-Nukleon-Strukturfunktion bei kleinen $Q^2 \approx 1\ \mathrm{GeV}^2$ hervor, wie sie aus störungstheoretischen Berechnungen nicht hervorgeht. Dieses Modell kann den Meßwert der Gottfried-Summenregel reproduzieren.

Die Bjørken-Summenregel: Die Bjørken-Summenregel stellt einen Zusammenhang zwischen dem Integral der Differenz der polarisierten Strukturfunktionen $g_1(x)$ von Neutron und Proton und dem Übergangs-Matrixelement $\langle n|p\rangle$ des Betazerfalls her. Dazu führt man die Schreibweise

$$\Delta q_f(x) := q_f^{\uparrow}(x) - q_f^{\downarrow}(x) \quad \text{und} \tag{2.29}$$

$$\Delta q_f := \int_0^1 \left(q_f^{\uparrow}(x) - q_f^{\downarrow}(x)\right) \mathrm{d}x = \int_0^1 \Delta q_f(x) \mathrm{d}x \tag{2.30}$$

ein, die sich im weiteren als praktisch erweist und mit der man das 1. Moment der Strukturfunktion g_1 folgendermaßen schreiben kann:

$$\Gamma_1 := \int_0^1 g_1(x) \mathrm{d}x = \frac{1}{2} \sum_f e_f^2 \Delta q_f \ . \tag{2.31}$$

Die Bjørken-Summenregel ist dann die Differenz der ersten Momente von g_1^p und g_1^n,

$$\Gamma_1^p - \Gamma_1^n = \frac{1}{6} \left(\frac{g_A}{g_V}\right)_{n \to p} \cdot \left(1 - \frac{\alpha_s}{\pi} + \ldots\right) \ . \tag{2.32}$$

Im naiven Partonmodell heben sich die Seequarks in der Summenregel durch die Integration über x und die Annahme der Isospin- sowie Seequarkflavour-Symmetrie heraus. Man kann dann zeigen, daß der Ausdruck, der aus der Anwendung des Isospin- und des Spinoperators auf die Partonen des Protons folgt, der linken Seite von Gl. 2.32 entspricht. Die Anwendung dieser Operatoren steht dabei für den Übergang eines Neutrons in ein Proton unter Spinumkehr und ist dadurch dem Verhältnis der Kopplungskonstanten der schwachen Ströme gleich. Das Besondere an der Bjørken-Summenregel ist, daß sie modellunabhängig aus der QCD berechenbar ist und die Interpretation des schwachen Stroms als Vektor-Axialvektor-Strom mit der Behandlung von Quarks als Konstituenten des Nukleons verbindet.

Die präzisesten Meßwerte der Strukturfunktionen $g_1^{p,n}$ entstammen Messungen der Experimente SMC (CERN) und E142 und E143 am SLAC. Die Bjørken-Summenregel ist z.Zt. bis auf 10% experimentell verifiziert worden.

Die Ellis-Jaffe-Summenregeln: Die Ellis-Jaffe-Summenregeln setzen das erste Moment der Strukturfunktionen g_1^p des Protons bzw. g_1^n des Neutrons zu den Matrixelementen des schwachen Axialstroms in Beziehung. Das Besondere an dieser Summenregel ist das Fehlen von *twist-2*-Beiträgen, die die Korrelation der Quarks und der Gluonen berücksichtigen. Auf der rechten Seite tritt dann nur der axiale Quark-Strom-Operator auftritt, unabhängig von der Ordnung der Störungstheorie und auf der linken die Konstante des schwachen axialen Neutronzerfalls. Man kann dazu schreiben [Man92]

$$\Gamma_1 = \left\langle p,s \,\middle|\, \left\{ \frac{4}{9} \bar{u} \gamma^\mu \gamma_5 u + \frac{1}{9} \bar{d} \gamma^\mu \gamma_5 d + \frac{1}{9} \bar{s} \gamma^\mu \gamma_5 u \right\} \,\middle|\, p,s \right\rangle \left(1 - \frac{\alpha_s}{\pi} + \ldots\right) \ , \tag{2.33}$$

wobei sich die rechte Seite, wie angedeutet, umformen läßt in

$$\langle \text{proton}|\,\bar{u}\gamma^{\mu}\gamma_5 u - \bar{d}\gamma^{\mu}\gamma_5 d|\text{proton}\rangle \;=\; \langle \text{proton}|\,\bar{u}\gamma^{\mu}\gamma_5 d|\text{neutron}\rangle \;=\; 2g_A s^{\mu}\;. \qquad (2.34)$$

Hier steht s^{μ} für den Nukleonspin. Bei der experimentellen Überprüfung konnten die Vorhersagen der Ellis-Jaffe-Summenregeln nicht bestätigt werden, siehe [Wit94]. Diese Abweichung von den Vorhersagen des Partonmodells bezeichnet man auch als die *Spinkrise des Nukleons*.

Die Burckhardt-Cottingham-Summenregel: Das Partonmodell sagt voraus, daß das Integral über die Strukturfunktion g_2 verschwindet:

$$\int_0^1 g_2(x, Q^2)\mathrm{d}x \;=\; 0 \qquad (2.35)$$

Bis jetzt ist $g_2(x)$ allerdings noch nicht mit ausreichender Präzision gemessen worden, um eine Bewertung der Burckhardt-Cottingham-Summenregel zu ermöglichen. Im Sommer 1995 wird HERMES die Strukturfunktion g_2 messen.

2.8 Parametrisierungen der Strukturfunktionen

Von verschiedenen Forschungsgruppen werden Parametrisierungen der Strukturfunktionen bzw. Partondistributionen aus aktuellen Meßdaten von Streuexperimenten erstellt, um die Daten auf Konsistenz zu überprüfen sowie Wissenschaftlern die Möglichkeit zu geben, auf einfache Weise die von vielen Experimenten gemessenen Verteilungen über einen großen kinematischen Bereich hin zu verwenden. Die Parametrisierung der Meßdaten von Streuexperimenten orientiert sich dabei an den theoretischen Ansätzen der QCD. Die Vorgehensweise ist im allgemeinen so, daß ein Satz von Funktionen gemäß einem existierenden Modell erstellt wird, die den Verlauf der Verteilungen in x bzw. Q^2 nachbilden sollen. Hiernach folgt die Anpassung der Parameter derselben anhand existierender Daten.

Es bestehen natürlich Unterschiede je nach dem Ansatz, der angewendet wird. Trotzdem kann man die wesentlichen Schritte der Vorgehensweise aufzeigen: Zuerst macht man einen phänomenologischen Ansatz für die Entwicklung in x. Hier sind vor allem zwei Rahmenbedingungen zu beachten, nämlich das Verschwinden der Verteilungsfunktion für $x \to 0$, welches zu Termen der Form x^{α} führt und das Verschwinden für $x \to 1$, welches Terme der Form $(1-x)^{\beta}$ bedingt.

Die Q^2-Entwicklung der Strukturfunktionen für $Q^2 \geq 4\,\mathrm{GeV}^2$ ist durch sogenannte *splitting functions* gegeben, die sich vollständig aus kurzreichweitigen störungstheoretischen Beiträgen bestimmen lassen. Die Berechnung der Q^2-Abhängigkeit erfolgt mit einem System gekoppelter Integro-Differentialgleichungen, den *GLAP* (Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi) -Gleichungen. Hierbei wird die Gluonabstrahlung von Partonen berücksichtigt, sodaß bei der Berechnung der Q^2-Verteilung bei bestimmtem x_0 immer auch über das Intervall $[x_0, 1]$ integriert werden muß, da die betrachteten Partonen durch die Abstrahlung an Impuls verlieren. Die *GLAP*-Gleichungen sind numerisch lösbar für nichtsinguläre Ausgangsbedingungen der Gluonverteilung im Limes $x \to 0$ und summieren allgemein die Terme in $\ln(Q^2)$ und $\ln(1/x)$. Sie werden in allen existierenden Parametrisierungen verwendet, von denen in Abschnitt 2.8.1- 2.8.4 die wichtigsten vorgestellt werden.

Bei der Anpassung in x anhand aktueller experimenteller Daten sind zusätzliche Randbedingungen zu erfüllen, wie z.B. die Impulssummenregel $\int_0^1 \sum_i q_i(x)dx \stackrel{!}{=} 1$, mit $i = (q, \bar{q}, G)$, oder die positive Definitheit jeder einzelnen Partonverteilung in deren Definitionsbereich. Problematisch ist der unvollständige Meßbereich in x, vor allem im Bereich kleiner x, sodaß man entweder eine Extrapolation in ungemessene Bereiche vornehmen muß oder explizit den Definitionsbereich nur auf den von den Daten überdeckten Bereich einschränkt.

Aufgrund der Beschäftigung mit Strukturfunktionen, deren Einbindung in das HERMES-Monte Carlo sowie die Erstellung einer Datenbank für verschiedene Parametrisierungen (Abschnitt 6) sollen wichtigsten Merkmale der aktuellen Parametrisierungen im folgenden vorgestellt werden.

2.8.1 Die Martin-Robert-Stirling-Parametrisierung

A. D. Martin, R. G. Roberts und W. J. Stirling (MRS) stehen in der Tradition, die weltweit verfügbaren experimentellen Daten zu parametrisieren und auf Konsistenz hin zu untersuchen. Der Ansatz der Parametrisierung folgt hierbei der oben beschriebenen Methode, d.h. MRS entwickeln mit einer gegebenen x-Verteilung in nächstführender Ordnung von $Q^2 = Q_0^2$ ausgehend den Q^2-Verlauf der Verteilungen mittels der *GLAP*-Gleichungen im $\overline{\mathrm{MS}}$-Faktorisierungs-Schema.

Der Verlauf in x hat sich seit den ersten F_2-Daten von HERA unerwartet geändert, da hier erstmals kinematische Bereiche mit $10^{-4} \leq x \leq 10^{-3}$ erschlossen wurden, die zeigten, daß F_2 für $x \to 0$

stark ansteigt. Das aktuelle MRS(A)-Parameterset, welches daraus resultiert, löst das Set MRS(D) ab und hat die Form [MRS94]:

$$
\begin{aligned}
x q_{v,i}(x,Q^2) &= A_i x^{\eta_{1,i}}(1-x)^{\eta_{2,i}}(1+\epsilon_i\sqrt{x}+\gamma_i x)\,, \quad i=u,d && (2.36)\\
x S(x,Q^2) &= A_S x^{-\lambda}(1-x)^{\eta_S}(1+\epsilon_S\sqrt{x}+\gamma_S x), \quad S=2(\bar{u}+\bar{d}+\bar{s}+\bar{c}) && (2.37)\\
x G(x,Q^2) &= A_G x^{\eta_{1,G}}(1-x)^{\eta_{2,G}}(1+\gamma_G x)\,. && (2.38)
\end{aligned}
$$

Hier bezeichnet $q_{v,i}$, S und G die Valenzquark-, Seequark- und Gluonverteilungsfunktion. Die η, γ und ϵ stehen für die Parameter der Verteilung und sind reelle Zahlen. Die A_q, $(q \in \{u,d,S,G\})$ sind die jeweiligen Vorfaktoren. Alle numerischen Werte zu Gl. 2.36 sind in [MRS94] gegeben. Für die Valenzverteilung gilt $q_{v,i} \equiv (q_i - \bar{q}_i)$, mit $i = u,d$. Der *strange sea* ist symmetrisch in s und $\bar{s}$, für den u- und d-Quarksee, $\bar{u}$, $\bar{d}$, ließ man eine See-*Flavour*-Asymmetrie zu, wie sie aus der Verletzung der Gottfried-Summenregel folgt (Abschnitt 2.7). Der Quarksee ist damit wie folgt parametrisiert:

$$
\begin{aligned}
2\,\bar{u} &= 0.4\,(1-\delta)S - \Delta\\
2\bar{d} &= 0.4\,(1-\delta)S + \Delta\\
x\Delta &\equiv x\,(\bar{d}-\bar{u}) = A_\Delta x^{\eta_\Delta}\,(1-x)^{\eta_S}\\
2\,\bar{s} &= 0.2\,(1-\delta)S\\
2\,\bar{c} &= \delta S \qquad (2.39)
\end{aligned}
$$

Hier sind δ, Δ, η_Δ und η_S die relle Parameter. MRS gleichen Gluon- und Seequark-Verteilung für $x \to 0$ einander an, da sie postulieren, daß die Verteilung der Seequarks aus der der Gluonen über $g \to q\bar{q}$ generiert wird. Die *charm*-Verteilung wird ausgehend von $c(x,Q^2) = 0$ für $Q^2 < m_c$ generiert.

Die Parameter der in dieser Weise definierten Verteilungen wurden mit den Daten von 13 Experimenten gefittet, wobei aus den Daten spezifische Unterprozesse der Streuexperimente zur Bestimmung einzelner Terme der Verteilungen Gl. 2.36 und Gl. 2.39 extrahiert wurden [MRS94]. Der Verlauf des Parametersets MRS(D), der ähnlich zu diesem Set MRS(A) ist, ist in Abb. 2.2 und Abb. 2.3 abgebildet.

Einige der Punkte, die zum MRS(A)-Set führten, seien hier stichpunkthaft aufgeführt. Es sind dabei nur die Forschungsgruppe, das Jahr der Veröffentlichung und die Forschungseinrichtung angegeben, für weitere Literaturhinweise siehe [MRS94]:

- Die Kern-Meßdaten der Verteilungen stammen von den Kollaborationen
  - NMC (CERN, 1992 [NMC92]), ($F_2^{\mu p}$, $F_2^{\mu n}$, F_2^n/F_2^p),
  - BCDMS (CERN, 1989 [BCD89]), ($F_2^{\mu p}$, $F_2^{\mu n}$),
  - CCFR (FNAL, 1993 [CCF93]), ($F_2^{\nu N}$, $xF_3^{\nu N}$),

Diese Experimente messen tiefinelastische Streuprozesse. Folgende, weitere Experimente trugen mit der Messung spezifischer Prozesse zu dem Verständnis der Partonverteilungen bei:

- H1 und ZEUS (HERA, 1993 [H1 93, ZEU93]) erschlossen den Bereich sehr kleiner x, $x \leq 10^{-3}$, in tiefinelastischen Streuprozessen und haben $F_2^{ep}(x,Q^2)$ gemessen. Das Verhalten der See- und Gluonverteilungen in diesem Meßbereich legt einen Verlauf $xG, xS \sim h(Q^2)\,x^{-\lambda}$ nahe. λ hat dabei einen Wert von 0.3, wie er auch in der sogenannten BFKL-Dynamik durch Abstrahlung weicher Gluonen vorhergesagt wird [MRS94].

- NA51 (CERN, 1995 [NA 51]) haben die Drell-Yan-Asymmetrie in pp und pn-Kollisionen gemessen. Der Prozeß der Quark-Annihilation führte zu Daten über die Asymmetrie des leichten Quarksees $\bar{u}$, $\bar{d}$ bei einem mittleren x von $x = 0.18$.
- CDF (FNAL, 1994 [CDF94]) haben die Rapiditäts-Asymmetrie von $W^{\pm}$ vermessen. Dies ist für die Determinierung der $W^{\pm}$-Masse entscheidend sowie für die Differenz der u und d-Verteilungen bei mittleren x.
- Aus NMC-Daten wurde die Valenzquarkverteilung für kleine x mittels des Verhältnisses $F_2^{\mu n}/F_2^{\mu p}$ in tiefinelastischer μN-Streuung gewonnen.
- Die Flavour-Asymmetrie der Seequarks folgt den neuesten Meßwerten der Gottfried-Summenregel aus den NMC-Daten. Diese Asymmetrie ist nicht konstant über x (Gl. 2.39), $\Delta(x)$ weist auf auf eine Flavour-Non-Singlett-Komponente des Sees hin [MRS92].
- Der *strange* See der Quarks ist um den Faktor $\frac{1}{2}$ gegenüber dem von u und d unterdrückt, was man aus Muonpaar-erzeugenden, tiefinelastischen Neutrino-Nukleon Streuprozessen der CCFR-Daten ableitete.
- Aus E605-Daten (SLAC, 1989[E6 89]) determinierte man durch Quark-Antiquark-Annihilation den Verlauf der Seequarkverteilung bei großen x.
- Das WA70-Experiment (CERN, 1988 [WA 88]) ermöglichte mit Daten der Photo-Hadroproduktion in pp-Kollisionen die Bestimmung der Gluonverteilung bei mittleren x.

In [MRS94] wird, auf der beschriebenen Parametrisierung MRS(A) basierend, eine Erweiterung der Verteilungen zu kleinen Q^2 hin vorgenommen. Für das MRS(A)-Set, bei dem mit der Untergrenze $Q^2 \geq 4\,\mathrm{GeV}^2$ der Definitionsbereich eingeschränkt war, konnte die Störungstheorie der QCD noch angewendet werden. Der in [MRS94] erschlossene Bereich $0.1 \leq Q^2 < 10^3\,\mathrm{GeV}^2$ erstreckt sich dagegen in kinematische Regionen, in denen *higher twist*-Effekte dominieren und die Theorie und damit die Interpretation der Meßdaten eine große Streuung aufweisen.

MRS entwickeln deswegen die *GLAP*-Gleichungen nächstführender Ordnung, vom MRS(A)-Set bei $Q^2 = 4\,\mathrm{GeV}^2$ ausgehend, abwärts zu $Q^2 = 0.1\,\mathrm{GeV}^2$ und superponieren darauf den Verlauf der unbekannten Effekte mit theoretisch motivierten Funktionen. Deren Beitrag wird dann im Vergleich mit experimentellen Daten angepaßt. Bei diesen Funktionen berücksichtigt man sowohl Targetmassen-Effekte, indem x mit der Targetmassen-Variable ξ substituiert wird, $\xi = 2x/(1+r)$ und $r = 1 + \frac{4M^2x^2}{Q^2}$, wie auch *higher-twist*-Effekte. Dazu führen MRS einen Formfaktor ein, der die Form $\rho(x, Q^2) \propto Q^2/(Q^2 + m^2)$ aufweist und für $Q^2 \geq 4\,\mathrm{GeV}^2$ gegen eins geht:

$$q_i(x, Q^2) = \rho(x, Q^2)\, q_i^{MRS(A)}(\xi, Q^2)\,. \tag{2.40}$$

Das Problem negativer Definitheit der (unmodifizierten) MRS(A)-Verteilungen für $Q^2 \leq 0.6\,\mathrm{GeV}^2$ umgehen MRS, indem sie diese für kleinere Werte von Q^2 einfrieren. Allerdings werden dadurch bei kleinen Q^2 Erhaltungsgrößen wie der Impuls und die Valenzquarkanzahl verletzt. Der Verlauf der Parametrisierung MRS *low-*Q^2 ist in Abb. 2.2 und Abb. 2.3 abgebildet.

Daß ein *low-*Q^2-Partonmodell ein Widerspruch in sich sei, fügen MRV in [MRS94] selber hinzu - Partonen sind hier nicht mehr definierbar, störungstheoretische Ansätze nicht mehr einsetzbar, die Verteilungsfunktionen wahrscheinlich sogar prozeßabhängig. Allerdings haben solche Verteilungen praktischen Wert, da sie den gesamten kinematisch meßbaren Bereich erfassen.

2.8.2 Die Partonverteilungen der CTEQ-Kollaboration

Die CTEQ-Kollaboration erstellt auf globalen Meßdaten basierende Partonverteilungen ähnlich denen von Martin, Robert und Stirling, die einem phänomenologischen Ansatz folgen. So werden die Verteilungen überarbeitet, wenn experimentell ein größerer Meßbereich oder höhere Präzision zugänglich wird. Mit dem aktuellen Satz von Partonverteilungen liegt nun das neueste Ergebnis der Kollaboration vor [CTE94]. Die aktuelle Verteilung ist aufgrund der neuen HERA-Daten sowie der Messung des Drell-Yan-Prozesses (NA51, CERN, 1994) und der Asymmetrie der $W^{\pm}$-Produktion (CDF, FNAL, 1994) erstellt worden. Der Verlauf der aktuellen Parametrisierung von CTEQ, das Set 2pM, ist in Abb. 2.2 und Abb. 2.3 abgebildet. Ich werde hier nicht näher auf die CTEQ-Distribution eingehen. Der Grund liegt in der sehr nahen Verwandtschaft zu der MRS(A)-Partonverteilung. So sind die Normierungsfaktoren für die einzelnen Experimente, auf denen auch MRS(A) beruht, sehr ähnlich und der sich ergebende Satz von Parametrisierungen hat die gleiche Struktur. Dementsprechend ähnlich ist dann auch das Ergebnis. Dies zeigt andererseits die Konsistenz der verschiedenen Beschreibungen der dynamischen Verteilung der Konstituenten im Nukleon aufgrund aktueller Experimente und theoretischer Modelle.

2.8.3 Die Glück-Reya-Vogt-Parametrisierung

Die Partonverteilungsparametrisierung von Glück, Reya und Vogt (GRV) bauen auf einem Modell von Valenzquark- und Gluonverteilungen bei $Q_0^2 = \mu^2 = 0.2\,\mathrm{GeV}^2$ auf, die durch Gluonabstrahlung bis in den störungstheoretisch zugänglichen Bereich von $Q^2 \approx 4\,\mathrm{GeV}^2$ entwickelt werden [GRV90]. Dadurch unterscheiden sie sich von dem phänomenologischen Ansatz anderer Kollaborationen (MRS, CTEQ). GRV benutzen dann für die Entwicklung zu höheren Q^2 die Standard-*GLAP*-Gleichungen mit *leading twist* in nächstführender Ordnung (HO). Die Parametrisierungen sind einfache, 6-parametrige und im Bereich $10^{-4} \leq x < 1$ und $0.2 \leq Q^2 \leq 10^6\,\mathrm{GeV}^2$ definierte, dort positiv definite Verteilungen.

GRV gehen davon aus, daß mit gemessenem $u_v(x,\mu^2)$ und $d_v(x,\mu^2)$ sowie den Randbedingungen $G(x,\mu^2) = G_0$ und $\bar{q}(x,\mu^2) = \bar{q}_0$ die Antiquark- und Gluonverteilungen für alle $Q^2 \geq \mu^2$ vollständig bestimmt sind. Weitere Randbedingungen der Verteilungen von GRV sind das Verschwinden der Valenzquarkverteilungen für $x \to 0$ und die Baryonenzahlerhaltung $\int u_v(x)dx = 2 \cdot \int d_v(x)dx = 2$.

Ein wesentlicher Punkt im Ansatz von GRV ist nun, daß bei kleinen Q^2 Valenzquarks und sogenannte „Konstituentengluonen“ angenommen werden, deren Dynamik bei $Q^2 = \mu^2$ mit der der Valenzquarks korreliert ist[2] und dort die Form

$$G(x,\mu^2) = C\,[u_v(x,\mu^2) + d_v(x,\mu^2)] \qquad \text{und} \quad \bar{q}(x,\mu^2) = 0 \tag{2.41}$$

hat. Daraufhin werden die Partonverteilungen für größere Q^2 durch Abstrahlung generiert. Hierdurch unterscheidet sich dieser von den phänomenologischen Ansätzen, wie sie von der CTEQ-Kollaboration oder von MRS ausgearbeitet wurden. Aus Energie- und Impulserhaltung und Gl. 2.41 folgt nach GRV $\sum_i \int x\, q_i(\mu^2)dx = 1$ mit $i = (u,d,G)$. Darauf ist nur noch C zu bestimmen, was mit experimentellen Daten $C \stackrel{\sim}{=} \frac{2}{3}$ und $\bar{q}(x,Q^2) = 0$ ergab. Es folgt $\int xG(\mu^2)dx = 2$; dies entspricht der Anzahl der bei $Q^2 = \mu^2$ vorhandenen Konstituentengluonen und ermöglicht konsistenterweise ein Farbsingulett im Nukleon.

[2] Die Randbedingungen der früheren Parametrisierungen waren $G_0 = 0$ und $\bar{q}_0 = 0$ und konnten neuere Daten bei kleinen x, vor allem von EMC (1990), nicht mehr adäquat reproduzieren.

Die tatsächliche Form der Parametrisierung von GRV basiert letztlich auf der Anwendung einer Strahlungsgenerierung der Terme führender logarithmischer Ordnung. Die HO-Parametrisierung der Q^2-Abhängigkeit basiert auf dem Faktorisierungsschema von Altarelli und Martinelli .

Sei $\quad s \equiv \ln \frac{\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln(\mu^2/\Lambda^2)}$ mit $\mu^2 = 0.2$ GeV^2 und $\Lambda = 0.25$ GeV.

Für $\mu^2 \leq Q^2 \leq 10^6$ GeV^2 und $10^{-4} \leq x < 1$ werden dann die Ansätze für die Valenzquarkverteilung q_v, mit $v = u, d$, die Verteilung der Seequarks q_s mit $(s \in \{u_s, d_s, \bar{u}, \bar{d}, s, \bar{s}\})$, diejenige der schweren Quarks q_h mit $(h \in \{c, b\})$ und die Gluondistribution G aufgestellt als [GRV90]

$$
\begin{aligned}
x q_v(x, Q^2) &= A_1 x^{A_2}(1 + A_3 x + A_4 x^2 + A_5 x^3)\,(1-x)^{A_6} \\
x q_s(x, Q^2) &= s^{\alpha_1}/\ln(1/x)^{A_2}(1 + A_3 x)\,(1-x)^{A_4}\, e^{-A_5 + \sqrt{A_6 s^{\beta_1} \ln(1/x)}} \\
x q_h(x, Q^2) &= (s - s_h)\,(1-x)^{A_1} e^{-A_2 + \sqrt{A_3 s^{1/2} \ln(1/x)}}, \qquad \text{mit } s \geq s_h \\
x G(x, Q^2) &= \left[x^{A_1}(A_2 + A_3 x + A_4 x^2)\ln(1/x)^{\beta_1} + s^{\alpha_1} e^{-A_5 + \sqrt{A_6 s^{\beta_1} \ln(1/x)}} \right] (1-x)^{A_6} \\
\text{mit} \qquad A_i &= \alpha_i + \beta_i\, s\,, \qquad i = 1 \ldots 6
\end{aligned}
\tag{2.42}
$$

Den Verlauf dieser GRV (HO) Parametrisierung findet man in Abb. 2.2 und Abb. 2.3 abgebildet.

Die positive Definitheit der Parametrisierung über den gesamten Q^2-Bereich, vor allem bei kleinen $Q^2 \geq 0.5\,\text{GeV}^2$, führen GRV darauf zurück, daß im Gegensatz zu der MRS *low-Q^2* Parametrisierung GRV den erwähnten Ansatz der Gluonabstrahlung gewählt haben. Bei MRS *low-Q^2* werden die kleinen Q^2-Bereiche mit den GLAP-Gleichungen errechnet und die Verteilungen ab $Q^2 = 0.6\,\text{GeV}^2$ eingefroren. Für künftige Daten in kleinere Bereiche ist die Anpassung der GRV-Verteilung nur mit den neuen Randwerten zu wiederholen. Desweiteren verlaufen die GRV-Funktionen bis hinunter zu $Q^2 \geq \mu^2 = 0.2\,\text{GeV}^2$ in wohldefinierter Weise, wobei bei diesen kleinen Werten trotz der Übereinstimmung mit EMC-Daten Probleme der adäquaten Beschreibung vermutet werden, wie sie von *higher twists*-Effekten u.s.w. herrühren und als solche nicht beschrieben wurden. Es sollte auch gesagt werden, daß die GRV-Parametrisierungen, die *vor* den HERA-Daten erstellt wurden, diese sehr gut wiedergegeben.

2.8.4 Die *EHLQ*-Parametrisierung

E. Eichten, I. Hinchliffe, K. Lane und C. Quigg (EHLQ) haben 1984 in einer Studie über zukünftige *supercollider* im TeV-Bereich Parton-Parametrisierungen erstellt, die den Q^2-Bereich $5 \leq Q^2 \leq 10^8\,\text{GeV}^2$ abdecken [EHL84]. Der Ansatz ist auch hier, getrennte Verteilungen für Valenzquarks, Seequarks und Gluonen zu konstruieren und von einem experimentell vermessenen Referenzpunkt bei $Q_0^2 = 5\,\text{GeV}^2$ aus die Q^2-Entwicklung nach den *GLAP*-Gleichungen zu berechnen. Diese Verteilung wurde in den letzten Jahren viel benutzt und ist z.B. auch die voreingestellte Partonverteilung im LEPTO-Monte-Carlo (Abschnitt 4.2). Allerdings sind hier nicht nur die HERA-Daten noch nicht berücksichtigt, sondern auch der leichte Quark-See ist noch als flavoursymmetrisch angenommen worden. Zudem war die Präzision damaliger Experimente ungleich kleiner als die heute erreichbare. Hier soll deshalb nicht näher auf diese Parametrisierung eingegangen werden.

1992 schlug die NMC-Kollaboration aufgrund der signifikant verletzten Gottfried-Summenregel den Ansatz vor, innerhalb des Quark-Parton-Modells eine Flavour-Asymmetrie des leichten Quarksees

anzunehmen, auf die diese Abweichung der Summenregel zurückgeführt werden kann. Darauf entwickelten Eichten, Hinchliffe und Quigg [EHQ92] ein Modell, das diese Asymmetrie durch eine Fluktuation eines Valenzquarks in ein Pion plus Quark zu erklären versucht. Hieraus folgt ein leichter $d\bar{d}$-Seeüberhang im Proton, der auch die Meßwerte anderer quasistatischer Größen erklären könnte. In Abschnitt 3 wird dieses Modell ausführlich geschildert werden.

Die Grundstruktur der in [EHQ92] erstellten Verteilungsform basiert auf der älteren Partonverteilung [EHL84], bei der jetzt eine Seequark-Flavourasymmetrie berücksichtigt wurde. Die Differenz zwischen $\bar{u}$ und $\bar{d}$ wurde dabei so gewählt, daß die Gottfried-Summenregel erfüllt ist. Die aktuelle MRS(A)-Verteilung folgt in der Form dieser Parametrisierung.

2.8.5 Vergleich der Parametrisierungen

Ein Vergleich der Parametrisierungen von der Strukturfunktion F_2^p des Protons, die in den vorgehenden Abschnitten besprochen wurden, ist in den Abb. 2.2 und 2.3 dargestellt. Die Funktionsroutinen der Parametrisierungen MRS D-, CTEQ 2pM und GRV HO wurden dabei der PDFLIB[3] [PDF41] entnommen, die von MRS *low-*Q^2 wurde von den Autoren erhalten.

In Abb. 2.2 sind die Parametrisierungen als Funktion von x bei $Q^2 = 5\,\mathrm{GeV}^2$ abgebildet. Drei Merkmale der Verteilungen sind auffällig. Der Abfall für $x \to 1$ entspricht der verschwindenden Wahrscheinlichkeit, einzelne Partonen zu finden, deren Impuls dem des gesamten Protons entspricht. Der Anstieg für $x \approx 0.2$ ist dem Maximum der Valenzquark-Verteilung bei diesem x-Wert zuzuschreiben. Die Verteilung des Valenzquark-Impulses fällt für $x \leq 0.1$ wieder ab, dagegen steigt die Verteilung der Gluonen und besonders die des Quarksees für $x \to 0$ wieder an. In einem Zwischenbereich bildet sich deshalb ein Plateau aus. Deutlich ist zu sehen, daß die Differenzen der Verteilungen für $x \to 0$ am größten sind. Die Verteilung von MRS (92) nimmt dabei eine größere Verteilung des Quarksees bei kleinen x an als die CTEQ-Kollaboration, wie anhand der einzelnen Partonverteilungen in [PDF41] zu sehen ist.

In Abb. 2.3 ist der Verlauf der Funktionen über Q^2 für vier verschiedene Werte von x abgebildet. D Man beachte, daß der Gültigkeitsbereich in Q^2 teilweise bei $5\,\mathrm{GeV}^2$ (MRS D-) bzw. bei $4\,\mathrm{GeV}^2$ (CTEQ 2pM) endet - zu kleineren Q^2 ist der Funktionswert dann eingefroren.

[3] Die PDFLIB (*Parton Distribution Function Library*) ist eine Programmbibliothek, die alle aktuellen Parametrisierungsroutinen enthält. Sie ist am CERN erhältlich.

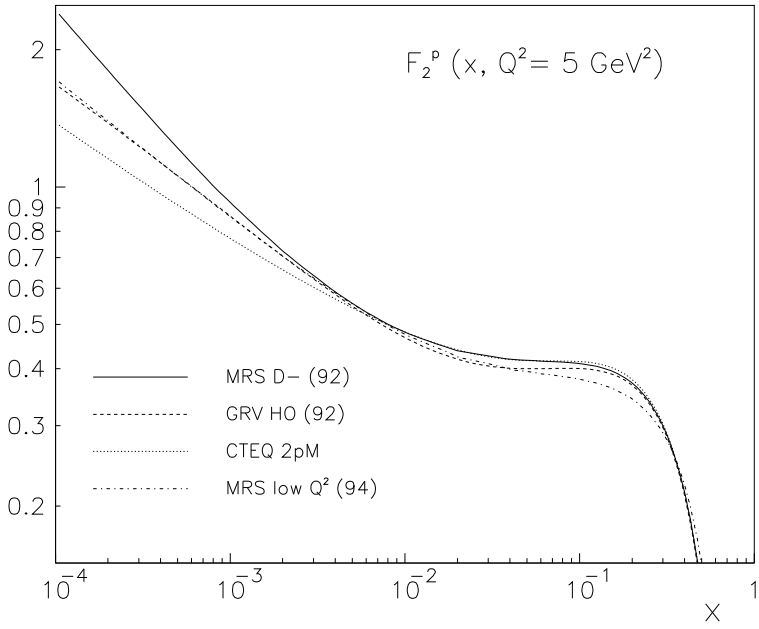

Abb. 2.2: Aktuelle Parametrisierungen der Strukturfunktion F_2 als Funktion von x und bei $Q^2 = 5$ GeV^2.

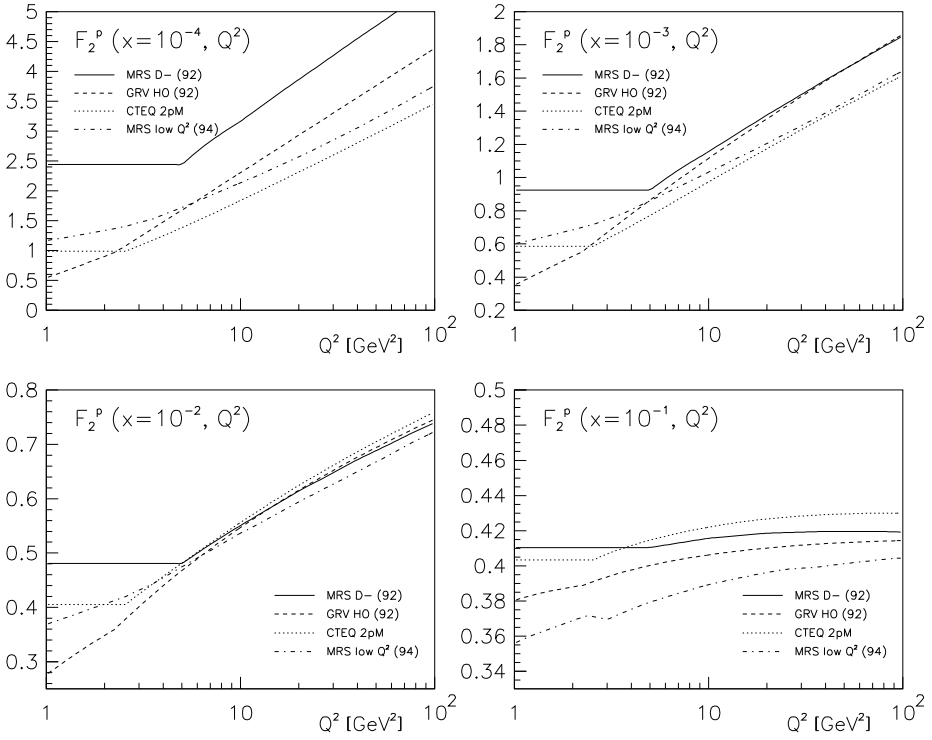

Abb. 2.3: Der Verlauf der F_2-Parametrisierungen über Q^2.

3 Das Pionwolkenmodell des Konstituentenquarks

Im Bild der Konstituentenquarks können die statischen Eigenschaften der Mesonen und Baryonen aus dem Quark-Partonmodell heraus erklärt werden. Wie in Abschnitt 2.5 darlegt wurde, betrifft dies Größen wie die Partonladung, die Anzahl der Valenzquarks u.s.w.

Wie anhand der Verletzung der Vorhersagen quasistatischer Größen wie der Gottfried-Summenregel (Gl. 2.28) oder des ersten Moments der integrierten Spinstrukturfunktion Γ_1, der Ellis-Jaffe-Summenregel (Gl. 2.33), gesehen werden kann, sind grundlegende dynamische Eigenschaften der Quark-Gluon-Systeme noch unverstanden. Der Ansatz, eine Pionwolke des Konstituentenquarks anzunehmen, ist hierbei ein weitführendes Modell, das Verletzungen der gemessenen Summenregeln vom vorausgesagten Wert zu erklären vermag.

Die Tradition ist dabei schon eine ältere: Yukawa schlug bereits früh vor, die starke Wechselwirkung durch Pionaustausch zu erklären. Zurückgeführt wurde dies darauf, daß die Reichweite der Kernkraft eine Größenordnung von 10^{-15} m hat und mit der Übertragung eines Pions beschrieben werden kann, da die Reichweite einer solchen Austauschkraft durch $r = \hbar/m_\pi c$ gegeben ist.

Wo die Wirkungsquerschnitte bei großen Q^2 mit den Methoden der störungstheoretischen QCD berechenbar sind und wo das *QCD-improved* Quark-Parton-Modell eine gute und anschauliche Näherung darstellt, ist im Bereich kleiner Q^2, $1 \leq Q^2 \leq 5\,\mathrm{GeV}^2$ durch die dort große Kopplungskonstante α_s der störungstheoretische Ansatz der QCD nicht mehr gültig. Hier dominieren *higher-twist* -Beiträge. Das Partonmodell läßt für diese Q^2 keine Interpretation im Sinne auflösbarer Partonen mehr zu und legt damit die Vorstellung von Konstituentenquarks nahe.

Es lag nun nach der Messung der Verletzung der Gottfried-Summenregel durch [NMC94] nahe, eine Flavour-Asymmetrie des leichten Quarksees (u, d) des Nukleons anzunehmen. Diese wäre mit der Existenz einer Pionwolke des Konstituentenquarks zu erklären, wenn man eine Fluktuation des Quarks in ein Quark plus Pion annimmt. Dieser Prozeß stünde dabei in Konkurrenz zu der Gluonabstrahlung bei kleinen Q^2. In diesem kinematischen Bereich wird der Gesamtimpuls aufgeteilt in gluonische und gebundene, pionische Anteile. Die *GLAP*-Gleichungen werden entsprechend modifiziert. Bei größeren Q^2 gehen die Gleichungen in die „normalen“ *Glap*-Gleichungen über, die Pionabstrahlung verschwindet. Der Erfolg des Modells ist die Erklärung der Verletzung der Summenregeln von Gottfried und Ellis-Jaffe. Dies ist im folgenden näher ausgeführt. Pionbeimischungen im Konstituentenquark-Zustand wären darüberhinaus experimentellen Messungen zugänglich.

Der Verlauf dieses Abschnitts ist entsprechend gegliedert. Nach einer Einführung in die theoretische Motivation basierend auf dem chiralen Quark-Modell in Abschnitt 3.1 stelle ich in Abschnitt 3.2 experimentelle Hinweise und ein einfaches Modell einer Pionwolke des Konstituentenquarks vor. Nach der Entwicklung des phänomenologischen Rahmens folgt in Abschnitt 3.3 dann die Berechnung des semi-inklusiven Wirkungsquerschnitts. Die numerischen Ergebnisse sind in Abschnitt 3.4 dargestellt. Die Meßbarkeit des Modells an dem aktuellen Experiment HERMES am HERA wird im Abschnitt 4.3 untersucht.

3.1 Das chirale Quarkmodell

Die Quarks werden in der QCD in erster Näherung als masselose Fermionen beschrieben. Dies führt dazu, daß die Helizität der Quarks (d.h. die Projektion des Spins auf die Impulsrichtung) eine Erhaltungsgröße ist - die Chiralität. Die chirale Symmetrie der masselosen QCD-Lagrangedichte $\mathcal{L}_{QCD}$ besteht darin, daß $\mathcal{L}_{QCD}$ ein direktes Produkt zweier Untergruppen ist ($SU(2)_L \otimes SU(2)_R$). Die Fermionfelder $\psi = (\psi_L, \psi_R)$ können eindeutig in rechtshändige und linkshändige Anteile mittels des Projektionsoperators $\mathcal{P}_{L/R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)$ zerlegt werden. Die Symmetrie von $\mathcal{L}_{QCD}$ zeigt sich in der Invarianz gegenüber Drehungen im chiralen Raum mit dem unitären Drehoperator $U = \exp(i\gamma_5 \tau \cdot (\theta/2))$, wobei $\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ die Paulischen Matrizen, θ den Vektor beliebiger Drehwinkel darstellt und $U \in SU(2)_{L/R}$.

Die Invarianz der Lagrangedichte unter Rotationen im Isospinraum (d.h. Drehungen zwischen den Nukleonzuständen p und n bzw. zwischen den Flavours u und d) führt zu einer Konservierung des Vektorstroms (Noether-Theorem), also einer Unabhängigkeit der Quark-Quark-Wechselwirkung von der Ladung.

Anstatt mit den Stromquarks arbeitet man häufig mit Konstituentenquarks, die die Quantenzahlen tragen. Sie können verstanden werden als Valenzquarks, denen man die Seequarks noch aufgeschlagen hat; ihnen haftet dementsprechend eine wesentlich höhere Masse an, die in der Größenordnung von 300 MeV liegt. Die Konstituentenquarks führte man der Einfachheit halber ein, sie stellen aber relativ komplexe Größen dar.

Die Quark*massen* werden im Rahmen des chiralen Quarkmodells über den Mechanismus der spontanen Symmetriebrechung erzeugt, siehe hierzu z.B. [Bha88]. Man fügt hier zusätzliche Felder hinzu, so daß die Masse aus den Wechselwirkungstermen der Fermionen mit diesen Feldern resultiert. In der Folge entsteht das masselose Goldstone-Boson der spontanen Symmetriebrechung.

Diesem Mechanismus der Massengenerierung entgegenkommend und aus der Forderung nach Invarianz des Fermionfeldes ψ unter chiraler Symmetrie im Isospinraum folgt die Einführung eines pseudoskalaren Isovektorfeldes π sowie eines skalaren σ-Feldes. Die Wechselwirkung dieser Felder mit dem Fermionfeld wird auf seinen kompensatorischen Effekt hin konstruiert.

Die Transformation der Felder σ und π mit dem unitären Operator U entspricht einer Drehung derselben in der chiralen (σ, π)-Ebene unter festen Radius $R^2 = (\sigma^2 + \pi^2)$. Die Menge der chiralen Transformationen dieser Felder bildet demnach einen Kreis in dieser Ebene. Folglich wird ein Term potentieller Energie, der hier eingeführt werden soll, proportional dem Quadrat dieses Radius' sein. Die so konstruierte Lagrangedichte weist eine vollständige chirale Symmetrie auf und hat die Form [Bha88]

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= i\bar{\psi}\gamma^\mu \overleftrightarrow{\partial}_\mu \psi + \tfrac{1}{2}(\partial_\mu \sigma)^2 + \tfrac{1}{2}(\partial_\mu \pi)^2 \\ &\quad + g\,\bar{\psi}\,(\sigma + i\tau \cdot \pi\gamma_5)\,\psi \\ &\quad - C^2\,(\sigma^2 + \pi^2 - A)^2\,. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Die Terme in der ersten Zeile beschreiben die Dynamik der Teilchenfelder, wohingegen die der zweiten die ψ - (σ, π)-Wechselwirkung darstellen. In der dritten schließlich ist der Potentialterm aufgeführt, wobei diesem ein weiterer Term A hinzugefügt wurde, der im Falle $A > 0$ dem *Nambu-Goldstone-mode* entspricht und zur spontanen Brechung der Symmetrie führt. Dieser Potentialterm bildet eine *mexican hut*-Form in der chiralen Ebene aus. Der Grundzustand (das Minimum des Potentials)

befindet sich auf dem Kreis $A = \sigma^2 + \pi^2$, ist also unendlichfach entartet. Diese Symmetrie muß aber gebrochen werden - es existiert nur *ein* Grundzustand. Man wählt deshalb für das pseudoskalare Feld $\langle\pi\rangle \equiv \langle 0|\pi|0\rangle = 0$, also $\langle\sigma\rangle = -\sqrt{A}$. Um im Grundzustand verschwindende Felder zu haben, definiert man $\sigma' = \sigma + \sqrt{A}$. Schreibt man die Lagrangedichte in Gl. 3.1 mit dieser Ersetzung neu, beläßt die einzelnen Terme aber in der jeweiligen Zeile, erhält man

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= i\bar{\psi}\gamma^\mu \overleftrightarrow{\partial}_\mu \psi + \tfrac{1}{2}(\partial_\mu\sigma')^2 + \tfrac{1}{2}(\partial_\mu\pi)^2 \\ &\quad + g\sqrt{A}\,\bar{\psi}\psi + g\,\bar{\psi}\,(\sigma' + i\tau\cdot\pi\gamma_5)\,\psi \\ &\quad + 4\sigma'\sqrt{A}C^2(\sigma^2+\pi^2) - 4C^2A\sigma'^2 - C^2(\sigma^2+\pi^2)^2\,. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Aus dem Wechselwirkungsterm in Gl. 3.1 hat sich durch die Symmetriebrechung der Massenterm des Fermionfeldes $M_\psi = g\sqrt{A}$ gebildet und aus A im Potentialterm die Masse des σ-Feldes, $M_\sigma = \sqrt{8C^2A}$. Das Pion bleibt masselos, es ist das angekündigte Goldstone-Boson der Symmetriebrechung. Es erhält erst dann eine Masse, wenn man eine weitere Brechung der *chiralen* Symmetrie mit einem zusätzlichen Term $c\sigma$ in $\mathcal{L}$ durchführt.

Das chirale Quark-Meson-Modell zeigt, wie ein Mesonfeld zur Massenerzeugung der Fermionen führen könnte. Man kann daraus aber auch schließen, daß das Konstituentenquark als ein System aus nackten Quarks q_0 und einer pionischen Wolke begriffen werden kann, die diesem beigemischt ist. Hierbei wird das von einem Quark emittierte Pion vom *gleichen* Quark wieder absorbiert. Im folgenden Abschnitt soll versucht werden, diese Annahme phänomenologisch zu erfassen und experimentelle Hinweise zu geben.

3.2 Das Modell einer Pionwolke des Konstituentenquarks

Innerhalb des chiralen Quarkmodells bestehen theoretische Annahmen dafür, das Konstituentenquark als ein System nackter Quarks q_0 mit einer pionischen „Wolke“ zu verstehen. Bevor ich ein Modell vorstelle, welches Aussagen im Hinblick auf eine Meßbarkeit dieses Ansatzes erlaubt, werde ich *experimentelle* Hinweise für seine Legitimierung geben.

3.2.1 Der ungeklärte Meßwert der Gottfried-Summenregel und die Legitimation des Modells

Die Gottfried-Summenregel wurde schon in Gl. 2.28 innerhalb des Partonmodells beschrieben. Unter der Annahme einer Flavour-**Symmetrie** des Quarksees, $u_s(x) = \bar{u}_s(x) = d_s(x) = \bar{d}_s(x)$ und der Isospin-Invarianz zwischen Neutron und Proton, $u^p(x) \equiv d^n(x)$ bzw. $d^p(x) \equiv u^n(x)$ folgte

$$S_G = \int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x}\,(F_2^{ep}(x) - F_2^{en}(x)) = (e_u^2 - e_d^2) = \frac{1}{3}\,. \tag{3.3}$$

Experimente liefern dagegen einen signifikant abweichenden Wert, nämlich [NMC94]

$$S_G^{exp.} = 0.235 \pm 0.026\,, \tag{3.4}$$

was eine Verletzung der vom naiven Parton-Modell gelieferten Vorhersage bedeutet. Zwei Möglichkeiten existieren, dies zu erklären [EHQ92]: entweder ist der Fehler mit der Extrapolation der Strukturfunktionen in den experimentell nicht zugänglichen Bereich verbunden, da die NMC-Messung nur das Intervall $x \in [0.004, 0.8]$ abdeckt, oder aber die Annahmen, die oben bezüglich der See-Flavoursymmetrie getroffen wurden, müssen verworfen werden. Die Gottfriedsumme, ohne obige Symmetrie-Annahmen, schreibt sich dann

$$\begin{aligned} S_G &= \int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x} \left(F_2^{ep}(x) - F_2^{en}(x)\right) \\ &= \frac{1}{3}\int_0^1 \left(u_v(x) - d_v(x)\right)\,\mathrm{d}x + \frac{2}{3}\int_0^1 \left(\bar{u}(x) - \bar{d}(x)\right)\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\int_0^1 \left(\bar{u}(x) - \bar{d}(x)\right)\,\mathrm{d}x \end{aligned} \tag{3.5}$$

Erlaubt man eine See-Flavour-**Asymmetrie**, so ergibt sich die Möglichkeit, eine Pionwolke im Konstituentenquark einzuführen und die Verletzung der Gottfried-Summe zu erklären [EHQ92]. Das Quark-Partonmodell beschreibt das Nukleon als ein aus drei Valenzquarks bestehendes System, die von einem See aus $q\bar{q}$-Paaren umgeben sind, der hinsichtlich der Quantenzahlen (Ladung, Baryonenzahl etc.) neutral ist. Eine Asymmetrie der $u_s(\bar{u}_s)$ und $d_s(\bar{d}_s)$ Quarks würde dann aus der Beimischung von Pionen zum einzelnen Quark im Sinne einer Fluktuation folgen, wie sie das chirale Quark-Modell mit der Kopplung zwischen Quarks und Pionen beschreibt. Wenn die Valenzquarks gleichermaßen einen pionischen Anteil hätten, so wäre im Falle des Protons, welches die Konfiguration $|uud\rangle$ besitzt, ein Überhang der pionischen Komponente des u-Quarks gegeben. Im folgenden Abschnitt 3.2.2 wird ausgeführt werden, daß diese Flavour-Asymmetrie zu einem $d_s\bar{d}_s$-Überschuß führt, der die Differenz von S_G^{exp} zu S_G zu erklären vermag.

Es existieren hinsichtlich der Erklärung der Verletzung der Gottfried-Summenregel noch andere Modelle, die im Bereich kleiner Q^2 mit quantitativen Voraussagen gewisser dynamischer Vorstellungen die gemessenen Verteilungen zu erklären suchen. Diese waren bereits bei der Darstellung der Gottfried-Summenregel angeführt worden (Abschnitt 2.7).

3.2.2 Ein einfaches Modell

Im folgenden wird ein einfaches Modell vorgestellt, das die Flavourasymmetrie des Quarksees mit der Fluktuation der Valenzquarks in Pionen erklären kann.

Betrachtet man einmal nur den Übergang eines u-Quarks unter Abstrahlung eines $\pi^+ \equiv u\bar{d}$ in ein d-Quark, so läßt sich ein die Wahrscheinlichkeit dieses Prozesses beschreibender Parameter a definieren,

$$a = |\,\langle\, d\,\pi^+ \mid u \,\rangle\,|^2\,. \tag{3.6}$$

Der Parameter a wird als klein genug angenommen, um noch als Störung behandelt zu werden. Die den Prozeß illustrierenden Diagramme sind in Abb. 3.1 dargestellt. Wie in [EHQ92] anhand eines „Spielzeugmodells“ ausgeführt ist, ergeben sich sich die reellen Quarkzustände $|u\rangle$ und $|d\rangle$ als Funktionen des Parameters a und der Quarks $|u\rangle$ und $|d\rangle$ zu

$$\begin{aligned} \mid u \,\rangle &= \sqrt{a}\mid \pi^+ d\,\rangle + \sqrt{a/2}\mid \pi^0 u\,\rangle + \sqrt{(1-(3/2)\,a)}\mid u\,\rangle \\ \mid d \,\rangle &= \sqrt{a}\mid \pi^- u\,\rangle + \sqrt{a/2}\mid \pi^0 d\,\rangle + \sqrt{(1-(3/2)\,a)}\mid d\,\rangle\,. \end{aligned} \tag{3.7}$$

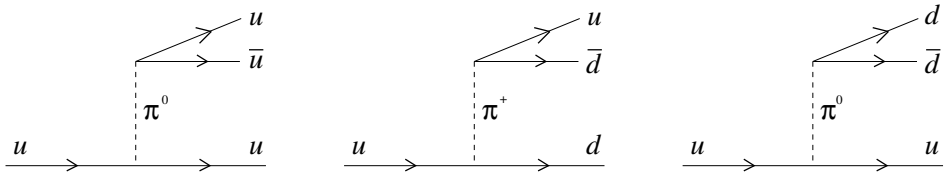

Abb. 3.1: Abstrahlung eines Pions von einem u-Quark aus

Im Falle des Protons, welches die Konfiguration $|uud\rangle$ besitzt, ist nach dem Modell eine Flavourasymmetrie der leichten Seequarkflavours die Folge nichtverschwindender Wahrscheinlichkeit einer pionischen Fluktuation von Valenzquarks, also positivem a. Es ergibt sich nämlich für den Flavourgehalt des Protons

$$|p\rangle \;=\; |uud\rangle \;=\; \sqrt{2+\frac{7a}{4}}\;|\;u\rangle + \sqrt{1+\frac{11a}{4}}\;|\;d\rangle + \sqrt{\frac{7a}{4}}\;|\;\bar{u}\rangle + \sqrt{\frac{11a}{4}}\;|\;\bar{d}\rangle\;. \tag{3.8}$$

Betrachtet man nur den Anteil der Seequarks u und d des Protons, so beläuft sich dieser nach dem Modell (das Neutron ist isospinsymmetrisch dazu verteilt) auf

$$\sum_{\substack{i=u,d\\ proton}} (q_{i,s}+\bar{q}_{i,s}) \;=\; \sum_{\substack{i=u,d\\ proton}} 2\,\bar{q}_{i,s} \;=\; \sqrt{7a}\;|\;\bar{u}\;\rangle + \sqrt{11a}\;|\;\bar{d}\;\rangle\;. \tag{3.9}$$

Hier ist der Überhang des d-Sees deutlich. Aus einem Parameter a mit $a \neq 0$ folgt damit eine Asymmetrie in den Flavours des leichten Quarksees. Die Gottfried-Summe schreibt sich damit als Funktion des Parameters a als [EHQ92]

$$S_G \;=\; \frac{1}{3} + \Delta S_G \;=\; \frac{1}{3} - \frac{2a}{3}\,, \tag{3.10}$$

was mit dem oben angeführten Meßwert eine direkte Festlegung von a ergibt.

Um den entwickelten Ansatz auch hinsichtlich anderer Größen, die auf eine Seequark-Flavourasymmetrie sensitiv sind, zu überprüfen, sollen hier weitere Argumente für die Einführung eines Asymmetrie-Parameters angegeben werden. Dazu existieren drei weitere Meßgrößen, die a festlegen und sich demnach zur vergleichenden Überprüfung eignen:

Die Kopplungskonstante des axialen Stromes g_A des Betazerfalls des Neutrons mit Spinflip kann als Funktion der über x integrierten Spindifferenzen Δq geschrieben werden, wobei Δq definiert ist als

$$\Delta q := \int_0^1 (q^{\uparrow}(x) - q^{\downarrow}(x))\;. \tag{3.11}$$

Man kann dann zeigen, daß $g_A = \Delta u - \Delta d = \frac{5}{3}$ ist, wobei der angegebene Wert von $(5/3)$ der Vorhersage des naiven Partonmodells entspricht. Es wurde dabei die vektorielle Kopplungskonstante gleich 1 gesetzt (Für eine Herleitung siehe z.B. die Entwicklung der Bjørken-Summenregel in [Wit94]).

Läßt man eine Seequark-Asymmetrie zu, erhält man statt des Wertes $5/3$ eine Abhängigkeit der Konstante g_A von a, da jetzt $\Delta u = 4/3 - (7/3)a$ ist und $\Delta d = -1/3 - (2/3)a$. Es ergibt sich

$$g_A = \Delta u - \Delta d = \frac{5}{3}(1-a)\,, \tag{3.12}$$

sodaß aufgrund der hohen Präzision, mit der g_A bekannt ist, sehr genaue Aussagen über den Wert von a gemacht werden können.

Wenn hier die Diskrepanz zwischen der aus dem naiven Partonmodell hergeleiteten und der mit hoher Präzision gemessenen Kopplungskonstante g_A genutzt wurde, um den Parameter a zu bestimmen, so geschieht dies mit dem Hinweis, daß Rechnungen, die relativistisches Verhalten berücksichtigen, den experimentellen Wert von g_A auch ohne die Einführung eines Parameters a reproduzieren können. [Nac86].

Weitere Größen sind die Ellis-Jaffe-Summenregel, die die Momente der polarisierten Strukturfunktionen Γ_1^p und Γ_1^n mit den Konstanten des schwachen Zerfalls verbindet. Ihre Definition ist bereits in Abschnitt 2.7 gegeben worden. Unter Berücksichtigung der Asymmetrie des leichten Quarksees erhält man aber, wie schon oben dargestellt, eine Abhängigkeit der integrierten Spinverteilungen Δq_f und damit der Momente Γ_1^p und Γ_1^n von a,

$$\begin{aligned} \Gamma_1^p &= \frac{5}{18}(1-2a) \\ \Gamma_1^n &= -\frac{5}{18}a \ . \end{aligned} \tag{3.13}$$

Die Bjorken-Summenregel, d.h. die Differenz $\Gamma_1^{p-n} = \Gamma_1^p - \Gamma_1^n$, folgt direkt aus Gl. 3.13,

$$\Gamma_1^{p-n} = \frac{5}{18}(1-a) \ . \tag{3.14}$$

Mit der Annahme einer Flavourasymmetrie des Quarksees wird auch die Flavoursingulett-Axialkopplungskonstante g_A^0 vom Parameter a abhängen. g_A^0 ist ein Maß für den Anteil der Protonhelizität, der von den Partonen getragen wird und innerhalb des naiven Partonmodells gleich 1 ist. Er schreibt sich hier als

$$g_A^0 = \Delta u + \Delta d + \Delta s = 1 - 3a \ . \tag{3.15}$$

Wenn man nun die experimentellen Ergebnisse der hier vorgestellten Größen heranzieht, um aus ihnen den die Pionwolke des Konstituentenquarks beschreibenden Parameter a gemäß der Gl. 3.10 bis 3.15 zu extrahieren, ergibt sich das folgende, in Abb. 3.2 dargestellte Bild.

Die sich jeweils für a ergebenden Werte sind nach ihrem Fehler gewichtet. Mit der größten Präzision ist g_A bekannt, welches dadurch auch den größten Einfluß auf a hat. Nicht unerwähnt bleiben sollten hier die Korrekturen bleiben, die an der Gottfried-Summenregel und den Ellis-Jaffe-Summenregeln angebracht wurden:

Die Gottfried-Summenregel ist aufgrund von *shadowing*-Effekten korrigiert worden, wobei die aus der Literatur dazu vorgeschlagenen Werte nicht konsistent sind, wie dies in [Bau94] angeführt wird. Der schließlich verwendete Korrekturwert ist mit $\delta S_G = -0.081$ relativ groß, entspricht er doch ca. 30% des Wertes der Gottfried-Summenregel. Man beachte, daß die Korrektur den aus der Gottfried-Summe resultierenden Wert für a in Richtung des von g_A dominierten Wertes korrigiert.

Die Meßwerte der Ellis-Jaffe-Summenregeln stammen von den hier angeführten Experimenten E142 (SLAC) und SMC (CERN) aus den bei jeweils verschiedenen Q^2 gemessenen Momenten Γ_1^n und Γ_1^p. Aufgrund der Abhängigkeit der Momente von Q^2 wurde deshalb an den ersten Momenten Γ_1^n eine Korrektur angebracht, um eine Konsistenz in Q^2 zwischen den Experimenten herzustellen. Dazu reskalierte man die Messung von E142. Die Umrechnung der Spinstrukturmomente in jeweils gleiche Q^2-Werte folgte mittels der gut bekannten Q^2-Abhängigkeit der Strukturfunktion F_2.

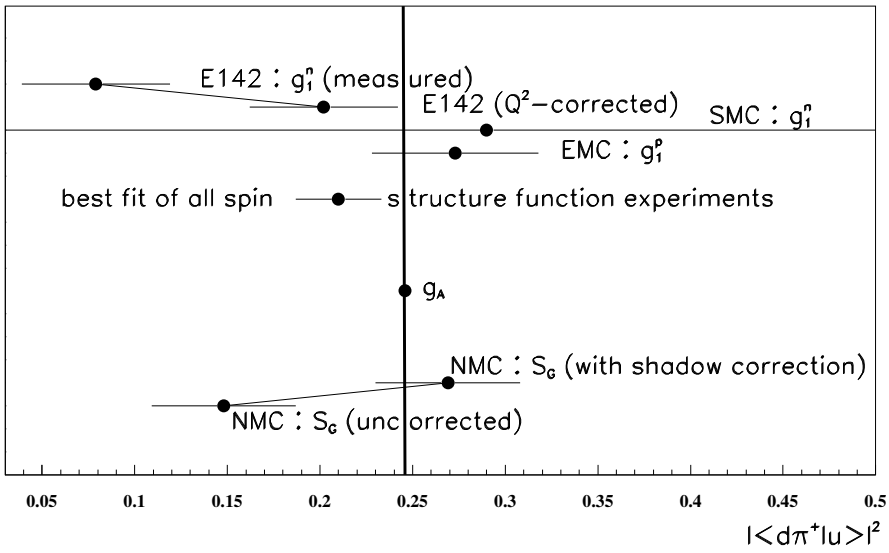

Abb. 3.2:
Die Resultate der Bestimmung des Parameters a, nach [Bau94]. Mit der vertikalen Linie wird der unter Berücksichtigung der Fehler gewichtete Wert von a indiziert.

Bei der *theoretischen* Vorhersage der Bjørken-Summenregel wurden perturbative QCD-Korrekturen der Form $(1 - \alpha_s/\pi)$ sowie Massenkorrekturen und *higher-twist* -Korrekturen berücksichtigt. Die Gesamtkorrekturen erreichen eine Größe von ca. 10% vom naiven Wert $\frac{1}{6}g_A$ [Bau94].

Man erhält schließlich aus diesem Bild folgenden Wert für den Parameter a:

$$a = 0.246 \pm 0.002\,. \tag{3.16}$$

Anhand des kleinen Fehlers erkennt man die Konsistenz, die aus dem Ansatz der Pionwolke folgt. Die Korrekturen haben sich hierbei allerdings als wichtig erwiesen. Eine störungstheoretische Berechnung von a reproduziert den hier aus Meßwerten entnommenen Wert von a unter der Anwendung eines Regularisierungs- bzw. *cutoff*-Parameters, der die Phasenraumgröße des Pions parametrisiert, von $\Lambda = 3.37$ GeV, siehe dazu auch Abschnitt 3.4. In [Bau94] und [Bau95] wird die Größe von a, die einer Wahrscheinlichkeit, ein Pion im u-Quark zu finden, von ca. 25% entspricht und als relativ groß erscheint, mit dem nichtrelativistischen Ansatz der Störungsrechnung begründet.

A. Brüll [Brü93] berechnet den Parameter a in [Brü95] ohne den Rückgriff auf die den Parameter a hauptsächlich determinierende schwache Kopplungskonstante. Berücksichtigt man ausschließlich den aktuellen Meßwert der Gottfried-Summe, so ergibt sich ein Wert von $a = 0,18 \pm 0,06$. Bei ausschließlicher Beachtung der Werte von Γ_1^p und Γ_1^n erhält a einen Wert von $a = 0.10 \pm 0.03$. Diese Werte erscheinen auch angesichts der in Abschnitt 4.6 angestellten Simulation plausibel. Im Gegensatz zu dem in [Bau94] berechneten Regularisierungsparameter Λ liegt der hier benutzte Wert für Λ im Falle eines $a \approx 0.15$ bei $\Lambda \approx 1.8$ GeV. Damit liegt er in der Größenordnung, die durch die Skala der chiralen Symmetriebrechung gegeben ist.

Im nächsten Abschnitt wird nun das Werkzeug vorgestellt, mittels dessen in Abschnitt 4.5 die quantitative Voraussage mit dem gängigen, in Abschnitt 4.2 beschriebenen Monte Carlo-Programm LEPTO verglichen und auf ihre Meßbarkeit am Detektor des Experiments HERMES überprüft werden wird.

3.3 Vom hadronischen Tensor zum semi-inklusiven Wirkungsquerschnitt

Die semi-inklusive Pion-Elektroproduktion am Nukleon ermöglicht uns eine direkte Ausmessung des Phasenraumes der Pionwolke. Dies erfolgt über die Berechnung des differentiellen semi-inklusiven Wirkungsquerschnitts, dessen Entwicklung ich hier, [Bau94] folgend, zusammenfassen möchte.

Die Streuung des Elektrons am Proton mit mindestens einem Pion im Endzustand wird auf der *Nukleonebene* beschrieben durch $e + p \rightarrow e + \pi + X$; im *Partonmodell* dagegen streut das Elektron über den Austausch des virtuellen Photons γ^* am Quark, $\gamma^* q \rightarrow q' \pi X$. Diese Situation ist in Abb. 3.3 veranschaulicht.

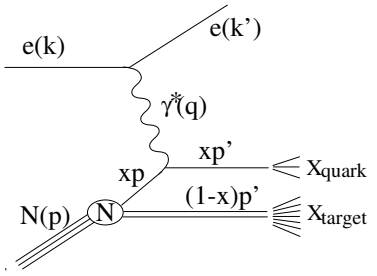

Abb. 3.3:
Piktogramm eines tiefinelastischen Streuereignisses im Partonbild

3.3.1 Die Kinematik semi-inklusiver Streuprozesse

Anknüpfend an Abschnitt 1 stelle ich kurz die neu einzuführenden Variablen semi-inklusiver Streuprozesse vor. Wenn in der tiefinelastischen, inklusiven Streuung bei Nichtbeachtung des Azimuths des ausfliegenden Elektrons *zwei* Ausgangsgrößen zur Determinierung des gesamten Prozesses benötigt werden (z.B. das Paar (x, Q^2)), so will jetzt auch das Pion vollständig bestimmt sein, man benötigt also drei weitere Variablen. Der Sachverhalt ist in Abb. 3.4 abgebildet. Die z-Achse sei nun in Richtung des virtuellen Photons q gezogen. Das Elektron mit den Impulsen e, e' streut unter einem Winkel von Θ_e und die Ebene des auslaufenden Pions k, deren Schnittgerade mit der Elektron-Streuebene die z-Achse darstellt, ist um den Winkel von φ_π mit der Ebene des ein- und ausfliegenden Elektrons verdreht. Die z-Achse und das Pion bilden einen Winkel der Größe Θ_π. Zusätzlich definiert man den longitudinalen Pion-Impuls $k_\parallel$, der parallel zum Photon-Impuls ist, und den transversalen Pion-Impuls $k_\perp$. $k_\parallel$ und $k_\perp$ hängen mit dem Pionimpuls k zusammen wie

$$k = k_\perp + k_\parallel \cdot \frac{q}{|q|} \,. \tag{3.17}$$

Eine wesentliche Größe ist z, die Pionenergie relativ zur Photonenergie ν, also

$$z = \frac{E_\pi}{\nu} \,. \tag{3.18}$$

E_π stellt die Energie des Pions dar. Im hochenergetischen Limes kann man z statt $k_\parallel$ verwenden, sodaß als semi-inklusives Variablenset oft $(x, Q^2, z, |\mathbf{k}_\perp|, \varphi_\pi)$ gewählt wird.

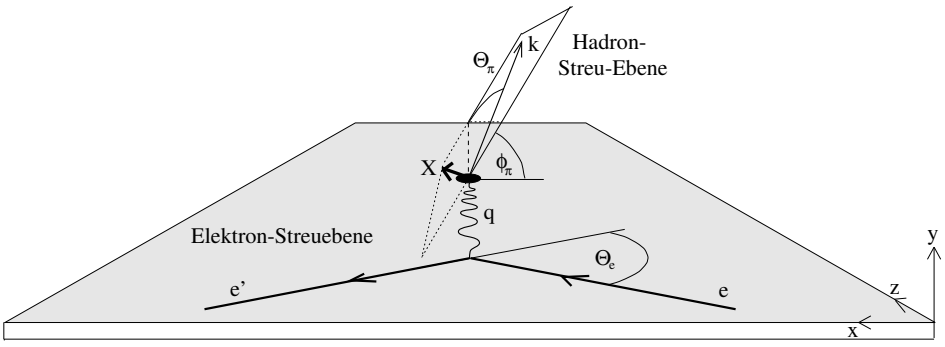

Abb. 3.4: Kinematik des Prozesses $eN \rightarrow e'\pi X$ im Ruhesystem des Nukleons

3.3.2 Der hadronische Tensor semi-inklusiver Streuprozesse

In der Art und Weise, wie ich in Abschnitt 2.1, Abb. 2.1, den (inklusiven) hadronischen Tensor schematisierte, kann nun auch der hadronische Tensor der Reaktion $\gamma^* u \rightarrow \pi^+ d$ im Partonbild entsprechend Abb. 3.5 illustriert werden. In Abschnitt 2.2 konstruierte man den Tensor aus von einem

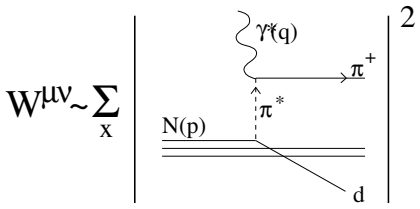

Abb. 3.5:
Der hadronische Tensor des Streuprozesses $\gamma^* u \rightarrow \pi^+ d$

ganz allgemeinen Ansatz heraus. Dazu erinnere man sich des leptonischen Tensors (Gl. 2.7) und des Zusammenhangs des Wirkungsquerschnitts von den Tensoren (Gl. 2.6), die im semileptonischen Fall die Form haben [Bau95]:

$$\frac{\mathrm{d}^5\sigma}{\mathrm{d}^3k\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y} = \frac{1}{2E_\pi}\frac{2\pi\alpha^2 M_N y}{Q^4}\, L_{\mu\nu}\, W^{\mu\nu}\,, \tag{3.19}$$

mit

$$W^{\mu\nu} = \frac{1}{4M_N}\frac{1}{(2\pi)^4}\sum_X \sum_{spins} \int \frac{d^3P'}{(2\pi)^3 2E_{P'}}(2\pi)^4\delta^4\left(P'+q-k-P'\right)\times$$
$$\times \left\langle\, X(p')\pi(k) \,\middle|\, J^\nu_{em} \,\middle|\, N(p)\,\right\rangle \left\langle\, N(p) \,\middle|\, J^\nu_{em} \,\middle|\, X(p')\pi(k)\,\right\rangle \tag{3.20}$$

und
$$L_{\mu\nu} = 2e_\mu e'_\nu + 2e_\nu e'_\mu - Q^2 g_{\mu\nu}\,. \tag{3.21}$$

$W^{\mu\nu}$ wird mit *vier* Strukturfunktionen $W_i(x, Q^2, z, k_\perp^2)$ parametrisiert, wobei wiederum, Abschnitt 2.2 folgend, die Annahmen der Paritätserhaltung, der Symmetrie aufgrund von Zeitumkehr und Erhaltung der Ströme sowie die Spinmittelung zu einer starken Vereinfachung führen:

$$W^{\mu\nu} = \left(\frac{q^\mu q^\nu}{q^2} - g^{\mu\nu}\right) W_1 + \left(\frac{T^\mu T^\nu}{M_N^2}\right) W_2 + \left(\frac{k_\perp^\mu T^\nu + T^\mu k_\perp^\nu}{m_\pi M_N}\right) W_3 + \left(\frac{q^\mu q^\nu}{m_\pi^2}\right) W_4\,. \tag{3.22}$$

Hier wurden die Abkürzung $T^\mu = \left(P^\mu - \frac{P\cdot q}{q^2}\, q^\mu\right)$ verwendet.

Die Bestimmung der W_i erfolgt nun auf partonischer Ebene, wo man einzelne Diagramme berechnet, die dann summiert werden. Man führt hierbei einen partonischen Tensor $\hat{W}^{\mu\nu}$ ein, der die Reaktion $\gamma^* u \rightarrow \pi^+ d$ beschreibt. Die Quarks werden als auf der Massenschale sitzend angenommen und es gibt keinen unbestimmten Endzustand X, über den summiert werden muß. Der Fluß ist gegenüber dem hadronischen Tensor um den Faktor $\frac{1}{x}$ vermindert. Das Matrixelement $M^{\mu\nu}$ der Diagramme des genannten Prozesses hängt mit dem Tensor $\hat{W}^{\mu\nu}$ folgendermaßen zusammen:

$$\hat{W}^{\mu\nu} = \frac{1}{x\, M_N 2(2\pi)^3}\, M^{\mu\nu}\, \delta^4(p+q-k-p') \tag{3.23}$$

$$\text{mit} \quad M^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\Big\langle\, q(p')\pi(k) \;\Big|\; J^{\mu}_{em} \;\Big|\; q(p) \,\Big\rangle \Big\langle\, q(p) \;\Big|\; J^{\nu}_{em} \;\Big|\; q(p')\pi(k) \,\Big\rangle\,. \tag{3.24}$$

Über die Spins ist gemittelt und die Quarkimpulse sind p bzw. p'. Die zu dem Prozess beitragenden Diagramme erster Ordnung stellt Abb. 3.6 dar. Im s-Kanal, der als „Schüttelkanal“ bezeichnet wird, führt der Angriff des Photons zur zeitverzögerten Emmission eines Pions. Im u-Kanal, dem „Angstgraphen“, emittiert das u-Quark das Pion vor dem Ankoppeln des Photons und im t-Kanal wird ein *off-mass-shell* Pion durch Interaktion mit dem virtuellen Photon auf die Massenschale gehoben. Dieser letzte Kanal ist der eigentliche Pionwolkenkanal. Die drei Diagramme der Kanäle s, t und u

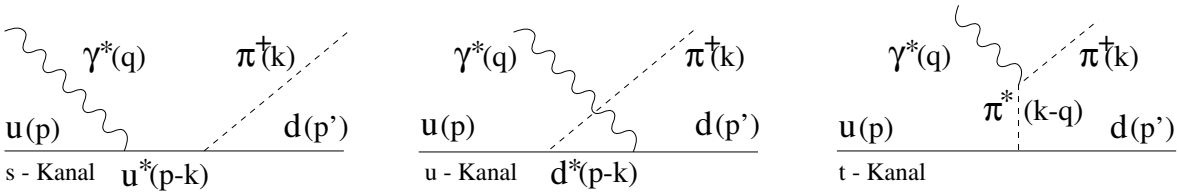

Abb. 3.6: Die zu dem Prozeß $\gamma^* u \rightarrow \pi^+ d$ beitragenden Diagramme in erster Ordnung

in Abb. 3.6, nach den Feynmanregeln ausgewertet und summiert, führen auf das Matrixelement $M^{\mu\nu}$. Daraus berechnet sich der partonische Tensor $\hat{W}^{\mu\nu}$ gemäß Gl.3.23, der in der gleichen Art und Weise wie der hadronischen Tensor $W^{\mu\nu}$ durch Strukturfunktionen $\hat{W}_i$, $i = 1 \ldots 4$ parametrisiert werden kann.

Der Zusammenhang zwischen den partonischen und den hadronischen Strukturfunktionen entspricht nun dem Übergang des Prozesses auf partonischer Ebene, $\gamma^* u \rightarrow \pi^+ d$ in den auf nukleonischer Ebene, $ep \rightarrow e'\pi^+ X$:

$$W^{\mu\nu} = \sum_{\text{Flavour } i} \int_0^1 q_i(x)\, \hat{W}^{\mu\nu}\, \mathrm{d}x\,. \tag{3.25}$$

Die Quarkverteilungen $q_i(x)$ müssen hierbei insofern beachtet werden, als sie der Wahrscheinlichkeit entsprechen, ein Quark des Flavours i im Impulsinterval $[x, x+dx]$ zu finden. Hiernach wird über alle x integriert. Für den betrachteten Prozess gilt dann, die Zerlegung von $W^{\mu\nu}$ in vier Strukturfunktionen W_i beachtend,

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu}_{p\rightarrow\pi^+X} &= \sum_{i=1}^{4} W_i T_i^{\mu\nu} \\ &= \int_0^1 \mathrm{d}x \sum_{i=1}^{4} \left[q_u(x)\hat{W}_i^u + q_{\bar{d}}(x)\hat{W}_i^{\bar{d}} \right]\,. \end{aligned} \tag{3.26}$$

Die $T^{\mu\nu}$ entsprechen den Vorfaktoren der Strukturfunktionen W_i, Gl. 3.22.

3.3.3 Die semi-inklusive Strukturfunktion und der Wirkungsquerschnitt

Mit dem im vorherigen Abschnitt hergeleiteten hadronischen Tensor ist es jetzt einfach, den Wirkungsquerschnitt für die betrachtete Reaktion $ep \rightarrow e'\pi^+X$ abzuleiten. Dazu wird, von Gl. 3.19 ausgehend, der leptonische und der hadronische Tensor kontrahiert und der sich ergebende Ausdruck in dimensionslosen Strukturfunktionen $H_1 \ldots H_4$ geschrieben. Man erhält [Bau94]:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^5\sigma}{\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}\mathbf{k}_\perp^2 d\varphi_\pi} &= \frac{4\pi\alpha^2 M_N E}{Q^4}\Big\{x\,y^2 H_1 + (1-y)H_2 + \\ &\quad + \frac{|\mathbf{k}_\perp|}{\sqrt{Q^2}}(2-y)\sqrt{1-y}\cos\varphi_\pi\, H_3 + \frac{\mathbf{k}_\perp^2}{Q^2}(1-y)\cos 2\varphi_\pi\, H_4\Big\} \qquad (3.27)\end{aligned}$$

mit den folgenden Definitionen der Strukturfunktionen $H_1 \ldots H_4$, die von x, Q^2, z, und $\mathbf{k}_\perp$ abhängen:

$$\begin{aligned}2zH_1 &= M_N\left(W_1 + \frac{\mathbf{k}_\perp^2}{2m_\pi^2}W_4\right)\\ 2zH_2 &= \nu\left(W_2 + \frac{\mathbf{k}_\perp^2}{2m_\pi^2}\frac{Q^2}{q^2}W_4\right) \qquad (3.28)\end{aligned}$$

und $2zH_3 \propto Q^2W_3$ sowie $2zH_4 \propto xQ^2W_4$.

Die expliziten Ausdrücke der $H_1 \ldots H_4$ sind in [Bau94] abgedruckt.

Um eine Untersuchung der Multiparameter-Gleichung 3.27 sowie einen Vergleich mit Meßdaten zu ermöglichen, ist eine Reduktion der Freiheitsgrade der Gleichung erforderlich. Dazu integriert man Gl. 3.27 über φ_π von 0 bis 2π (was einen einfachen Faktor ergibt) sowie über $\mathbf{k}_\perp^2$ von 0 bis $\mathbf{k}_\perp^2|_{max}$. Dies führt, wie man in Gl. 3.27 erkennt, zum Verschwinden der Funktionen H_3 und H_4. Der Maximalwert des transversalen Impulses $\mathbf{k}_\perp^2|_{max}$ ergibt sich aus der Betrachtung des Bruchteils des Quarkimpulses am Nukleonimpuls, x, der unter der Bedingung, daß das u-Quark *nach* der Pionabstrahlung wieder auf der Massenschale zu liegen zu kommen hat, eingeschränkt ist. (Siehe (50) in [Bau95]). Daraus folgt mit $x \leq 1$ über die Beziehung

$$0 \leq \mathbf{k}_\perp^2 \leq \left\{z(1-z)\Big(\frac{1}{x}-1\Big)Q^2 - (1-z)m_\pi^2\right\} := \mathbf{k}_\perp^2|_{max} \qquad (3.29)$$

nicht nur die obere Schranke für $\mathbf{k}_\perp^2$, sondern über die Energieerhaltung auch eine untere Schranke für x, da der transversale Impuls nicht größer sein kann als der Gesamtimpuls. Im Bereich kleiner x ($x \leq 0.15$) ist $\mathbf{k}_\perp^2$ aber fast nicht eingeschränkt.

Der dreifach differentielle, semi-inklusiven Wirkungsquerschnitt ergibt sich dann nach der Integration zu

$$\frac{\mathrm{d}^3\sigma}{\mathrm{d}x\mathrm{d}Q^2\mathrm{d}z} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4}\Big\{x y^2 H_1 + (1-y)H_2\Big\}. \qquad (3.30)$$

Bei der Reduktion der Variablen geht Information verloren, ist es doch nicht mehr möglich, eine Signatur in den Variablen φ_π oder $\mathbf{k}_\perp$ zu suchen bzw. mit dem Experiment zu vergleichen. In Abschnitt 4.9.1 soll deshalb die in Gl. 3.27 enthaltene, noch nicht ausintegrierte Abhängigkeit in der Variablen $\mathbf{k}_\perp$ des Modells mit einer Monte Carlo-Simulation verglichen werden.

3.4 Numerische Ergebnisse des Pionwolkenmodells

In diesem Abschnitt sollen nun die numerischen Beiträge der oben entwickelten semi-inklusiven Strukturfunktionen zum Wirkungsquerschnitt besprochen werden. Ich gehe zuerst auf die Auswahl des Phasenraumpunktes in der x-Q^2-Ebene ein, für die das Modell die größte Signifikanz besitzt, um hiernach die Verteilungen in diesem Bereich zu untersuchen.

3.4.1 Der kinematische Bereich des Modells

Die Korrektur der inklusiven Strukturfunktion F_2 durch die semi-inklusiven Strukturfunktionen des Modells erreicht ihr Maximum für große $z \approx 1$ des Pions bei $Q^2 = 1\,\mathrm{GeV}^2$ und $x = 0.15$. Der Wirkungsquerschnitt steigt aufgrund des $1/x$-Terms in Gl. 3.30 zusätzlich mit kleinen x an. Dazu ist folgendes zu bemerken:

Der Wirkungsquerschnitt des Modells nimmt mit $Q^2 \geq 1\,\mathrm{GeV}^2$ ab. Dieses Verhalten vor allem des t-Kanals, der die Streuung an der Pionwolke quantifiziert, ist auf den in [Bau94] eingeführten elektromagnetischen Pionformfaktor zurückzuführen. Dieser unterdrückt den dem Pion zur Verfügung stehenden Phasenraum in Form einer Korrektur der Kopplungskonstante $g_{\pi qq}$ am Pion-Quark-Quark-Vertex in Abhängigkeit von der *off-mass-shellness* des Pions. Er besitzt die Form

$$g_{\pi qq} \longrightarrow g(p^2) = g_{\pi qq}\,\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + p^2} \tag{3.31}$$

mit einem Parameter Λ^2, der in [Bau94] den Wert $\Lambda^2 = 3.37\,\mathrm{GeV}^2$ hat. Dieser Wert folgt aus der Anpassung der störungstheoretischen Berechnung von a an den Meßwert der Gottfried-Summenregel. Bei der Messung der Pionwolke ist zusätzlich zu beachten, daß das virtuelle Photon das Pion des Konstituentenquarks gerade *nicht* auflösen soll, da das Pion sonst innerhalb des $q\bar{q}$-Sees nicht mehr zu identifizieren wäre. Dies setzt gleichermaßen eine obere Grenze an Q^2, sodaß ein $Q^2 = 1\,\mathrm{GeV}^2$ hier optimal erscheint.

Um den optimalen Meßbereich in x zu verstehen, betrachte man Abb. 3.7. Bemerkenswert ist der Anstieg des Wirkungsquerschnitts mit fallendem x. Dies spiegelt den Verlauf der Quarkverteilungsfunktionen im Nukleon wider, d.h. die Tatsache, daß die Partonen ohnehin nur kleine Impulsbruchteile des Nukleonimpulses tragen. Der Anstieg für kleine z entspricht der Bremsstrahlungsspitze, er wächst stark an für kleine x. Der Anstieg bei $z \to 1$ stammt gleichermaßen vom s- und t-Kanal in der Strukturfunktion H_2. Diese dominiert den Wirkungsquerschnitt, wie weiter unten gesehen werden kann. Hierbei ist zu bemerken, daß der weitere Anstieg in Abb. 3.7 zu kleineren x hin vom Term $\propto 1/x$ in Gl. 3.30 herrührt. Die Auflösung der Beiträge der verschiedenen Kanäle als Funktion von x ist in [Bau94] abgebildet. Dort wird gezeigt, daß sowohl für den s- wie auch für den t-Kanal ein Maximum bei $x \approx 0.15$ erreicht wird. Dies entspricht der elastischen Streuung an einem Pion, für das gilt:

$$x = \frac{m_\pi}{M_N} \approx 0.15\,. \tag{3.32}$$

Aufgrund des größeren Wirkungsquerschnitts ist als Kompromiß ein etwas kleineres x gewählt worden.

Für die folgenden Betrachtungen wurde deshalb der Wert von x auf $x = 0.1$ und der von Q^2 auf $Q^2 = 1\,\mathrm{GeV}^2$ fixiert.

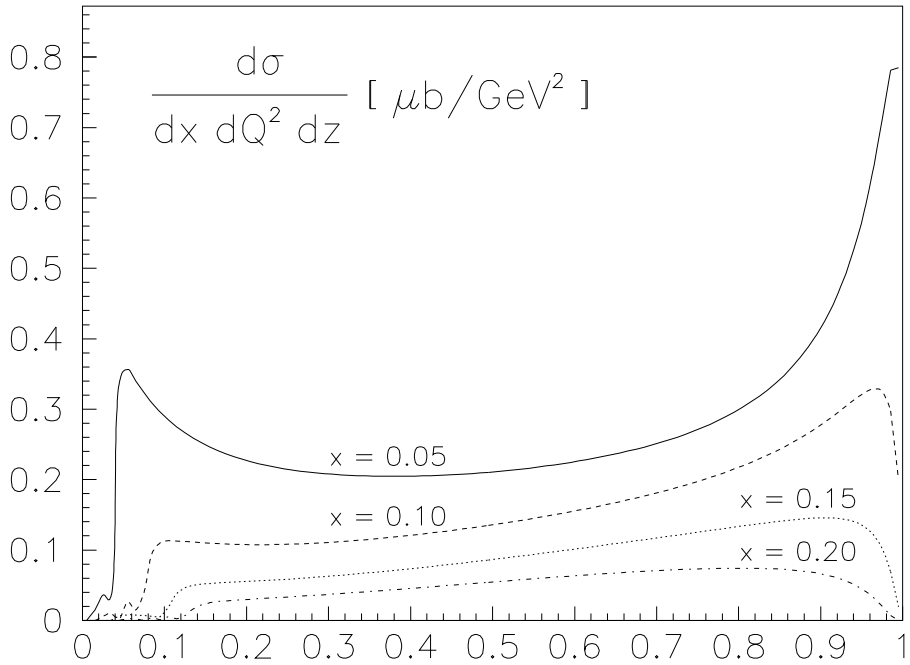

Abb. 3.7:
Der Verlauf in des Wirkungsquerschnitts gemäß dem Modell für verschiedene x und $Q^2 = 1\,\text{GeV}^2$.

3.4.2 Die Beiträge von H_1 und H_2 zum semi-inklusiven Wirkungsquerschnitt

In den Abbildungen 3.8 und 3.9 sind die Beiträge der Strukturfunktionen H_1 und H_2 zum semi-inklusiven Pion-Produktionsquerschnitt (Gl. 3.30) abgebildet. Folgende Punkte sind hierbei zu bemerken:

- Der Beitrag von H_1 zum Wirkungsquerschnitt ist gegenüber dem von H_2 um fast zwei Größenordnungen unterdrückt. Da außerdem H_1 und H_2 über eine Callan-Gross Beziehung miteinander verbunden sind, kann man sich in der Diskussion auf H_2 beschränken..

- Der u-Kanal entspricht der Pion-Bremstrahlung. Er fällt deshalb von kleinen z für $z \to 1$ ab. Dieser Abfall stammt von der endlichen Pionenergie, die damit eine untere energetische Schwelle setzt.

- Der t- und s-Kanal in Abb. 3.9 sind quantitativ ähnlich stark ausgeprägt.

- Der s-Kanal ist anders verteilt als der t-Kanal, mißt er doch den Impulsanteil des Quarks, bevor dieses ein Pion emittiert.

- Der t-Kanal hat seinen Anstieg bei $z \to 1$. Dort erwartet man auch intuitiv den Beitrag der Pionwolke, da das Photon das Pion aus dem Nukleon herausschlägt.

Die Pionwolke wird dementsprechend eine Signatur für große $z \geq 0.9$ zeigen. In diesem Bereich sollte daher eine Messung des semi-inklusiven Pion-Produktionsquerschnitts durchgeführt werden.

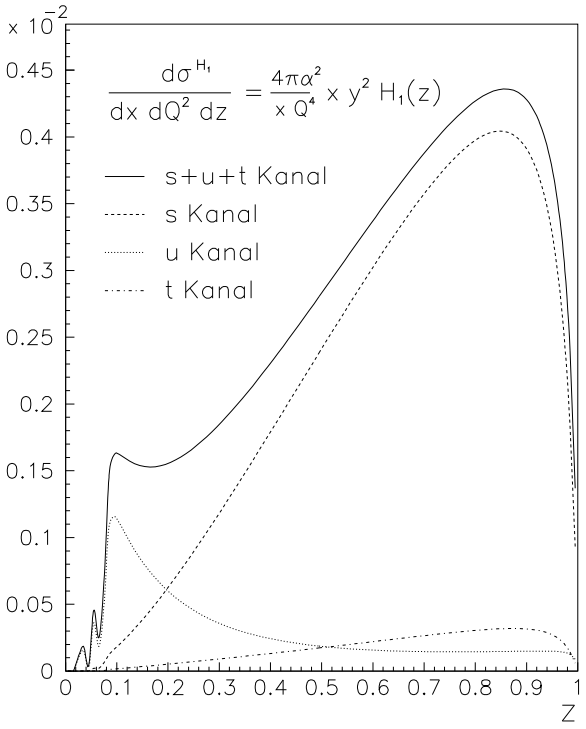

Abb. 3.8:

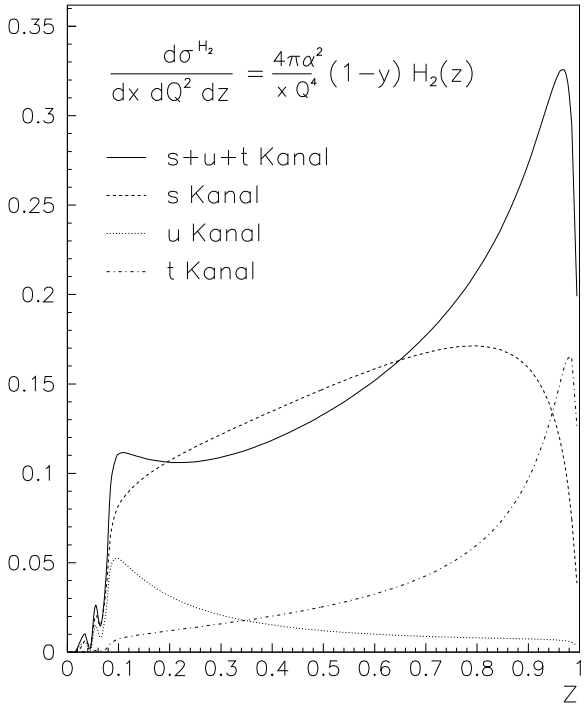

Abb. 3.9:

Abb. 3.8:
In dieser Abbildung ist der Beitrag der semi-inklusiven Strukturfunktion $H_1(x, Q^2)$ zum Wirkungsquerschnitt aufgetragen. Die Kinematik ist fixiert auf $x = 0.1$ und $Q^2 = 1$ GeV^2. Man beachte die Unterdrückung gegenüber H_2 mit einem Faktor von fast 100.

Abb. 3.9:
Wie in Abb. 3.8, der Beitrag kommt hier von der (dominanten) Strukturfunktion $H_2(x, Q^2)$.

Abb. 3.10:
Wie in Abb. 3.8, der Beitrag kommt hier aber nur von der longitudinalen Strukturfunktion $H_L(x, Q^2)$. Die Definition für H_l ist $H_L = -H_1 + H_2/2x$. Die korrespondierende Strukturfunktion H_T ist identisch mit H_1.

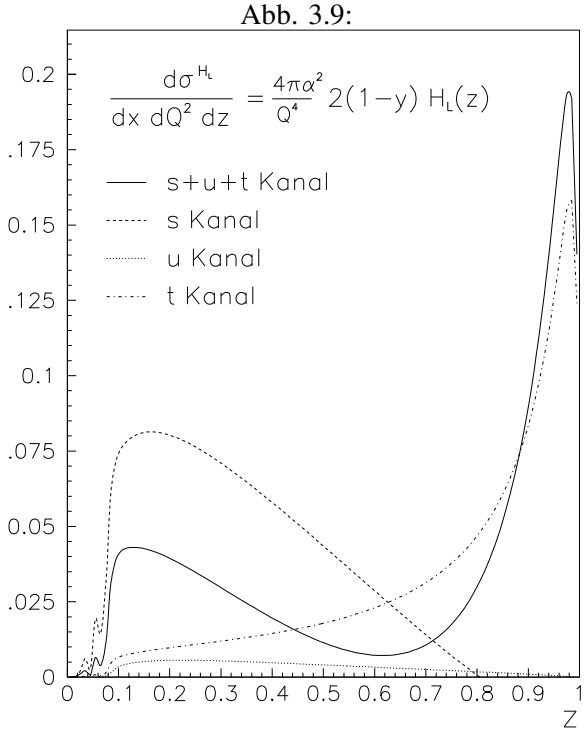

Abb. 3.10:

3.4.3 Der Beitrag der longitudinalen Strukturfunktion H_L zum Wirkungsquerschnitt

In Abschnitt 2.3 wurde die longitudinale Strukturfunktion F_L eingeführt und R, das Verhältnis der spinlosen Partonen im Nukleon zu den Partonen mit halbzahligem Spin, definiert. Wie ausgeführt wurde, ist der experimentelle Wert von R mit Null verträglich. Jüngere Messungen größerer Präzision zeigen indes, daß Abweichungen von R von Null auf einen bosonischen Anteil der Partonen hinweisen. Dies ist die Motivation dafür, den longitudinalen Wirkungsquerschnitt auf bosonische Anteile der Partonen, die direkt Hinweise auf die pionische Wolke geben, zu untersuchen.

Tatsächlich ist aber auch die Wechselwirkung longitudinaler Photonen an Fermionen nur unterdrückt, da an transversale Impulsbruchteile der Fermionen gekoppelt werden kann. Außerdem führt die endliche Masse der Quarks dazu, daß die Heliziät keine „gute“ Quantenzahl mehr darstellt und nicht mehr streng erhalten ist.

Die longitudinale Strukturfunktion ergibt sich in Folge einer Umdefinition aus H_1 und H_2:

$$\begin{aligned} H_T &= H_1 \\ H_L &= -H_1 + \frac{H_2}{2\,x}\,. \end{aligned} \tag{3.33}$$

Eingesetzt in Gl. 3.30 erhält man:

$$\frac{\mathrm{d}^3\sigma}{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}Q^2\mathrm{d}z} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4}\Big\{2(1-y)\,H_L + \Big(1+(1-y)^2\Big)\,H_T\Big\}\,. \tag{3.34}$$

Im Gegensatz zu den Beiträgen der Strukturfunktionen H_1 und H_2 zum semi-inklusiven Wirkungsquerschnitt, wo H_2 stark dominiert, tragen H_L und H_T gleichermaßen zu Gl. 3.34 bei. Trotzdem ist nur der longitudinalen Beitrag in Abb. 3.10 abgebildet, da nur hier der t-Kanal in dieser Deutlichkeit dominiert. In H_T ist der t-Kanal zugunsten des dominierenden s-Kanals stark unterdrückt.

Daß nicht nur die bosonische Pionwolke zu H_L beiträgt, sieht man ebenfalls in Abb. 3.10. Transversale Impulsanteile der Quarks ergeben sich z.B. aus der Kopplung des Photons an Quarks zeitlich nach einem Quark-Gluon-Vertex. Letzterer gibt dem Quark einen transversalen Impulsbruchteil mit, der dann mit dem Photon „gemessen“ wird, wie am Beitrag des s-Kanals in Abb. 3.10 zu sehen ist.

Man kann nun zusammenfassend festhalten, daß das Vorherrschen des t-Kanals bei $z \geq 0.8$ im longitudinalen Wirkungsquerschnitt eine eindeutige Signatur auf die Existenz einer Pionwolke ist. Die Messung ist aber insofern schwierig, als sie bei zwei verschiedenen Elektronenstrahl-Energien durchgeführt werden muß, um die longitudinale von der transversalen Strukturfunktion zu separieren, die in vergleichbarer Weise zum Wirkungsquerschnitt beitragen.

4 Die Meßbarkeit der Pionwolke mit HERMES

4.1 Das HERMES-Experiment

Das Hermes - Experiment am DESY wurde geplant, um präzisen Aufschluß über die Spinstruktur des Nukleons zu erhalten. Dabei werden die polarisierten Strukturfunktionen $g_1(x, Q^2)$ und $g_2(x, Q^2)$ im Mittelpunkt des Interesses stehen, sowie ihr integraler Wert, die Summenregeln. Im Detail sieht **das Meßprogramm des HERMES-Experiments** folgendermaßen aus [Her93]:

- $g_1^n(x, Q^2)$, $g_1^p(x, Q^2)$ Messung, Ellis-Jaffe- bzw. Bjørken-Summenregel
- $g_2^n(x, Q^2)$, $g_2^p(x, Q^2)$ Burckhardt-Cottingham-Summenregel
- Spin-1 Strukturfunktionen des Nukleons:
  - b_1 (Quadrupolmomentverteilung im Deuterium),
  - Δ (Quantifizierung der Helizitätsflipamplitude)
- Semi-Inklusive Messungen:
  - π^+/π^--Asymmetrie. Diese erlaubt die getrennte Bestimmung der Polarisierung des d- und des u-Valenzquarks.
  - π^+/π^- und K^+/K^--Asymmetrien. Diese Information lassen auf die Größe der Seequarkpolarisationen schließen.
  - Messung der unpolarisierten Seequarkverteilung (bzw. -Asymmetrie) $\bar{d} - \bar{u}$.
  - $h_1(x)$ (Quarkverteilungsfunktion ungerader Chiralität).

Den numerischen Wert der Summenregeln kann man direkt mit den Vorhersagen des *QCD-improved*-Quark-Parton-Modells vergleichen, siehe Abschnitt 2.7. Aufgrund von Abweichungen zwischen gemessenen und vorhergesagten Werten sowie Inkonsistenzen der Experimente untereinander haben die Summenregeln Bedeutung erlangt. Die Präzision ist bei diesen Messungen entscheidend, wird das Ergebnis doch mit denen anderer Experimente in ein Gesamtbild gefügt. Die neuen, präzisen Messungen sollen bestehende theoretische Modelle bewerten. Das HERMES-Experiment wird voraussichtlich im Frühjahr 1995 fertiggestellt sein, die ersten Daten werden im Frühsommer 1995 erwartet.

Die Spinstruktur der Konstituenten des Nukleons, also der Quarks, Gluonen sowie der Quark-Antiquark-Paare, ist nur über die tiefinelastische Streuung zugänglich, die hier ein Elektron am Nukleon erfährt. Die Streuung erfolgt am Parton, dessen Spinverteilungsfunktionen in Abhängigkeit vom Impuls gemessen werden, wobei sowohl das (Strahl-) Elektron wie auch das (Target-) Nukleon polarisiert sein müssen, damit der Spin-Eingangszustand definiert ist.

Besondere Fehlerquellen bei der Messung polarisierter Elektronen-Nukleon-Streuung sind endliche Polarisationseffizienzen sowie die Größe des kinematischen Meßbereichs. Dieser Meßbereich ist bei Summenregeln von Bedeutung, da Extrapolationsfehler zu minimieren sind und deshalb der Meßbereich zu maximieren ist. Es wurde bei der Entwicklung des Detektors deswegen neben der zu erreichenden Präzision auch auf die Abdeckung eines großen kinematischen Bereichs geachtet. Hier aber wirken Vorgaben wie die maximale räumliche Ausdehnung des Experiments und die Abschirmung des Elektronen- und Protonenstrahls beschränkend (Abschnitt 4.3).

Bei HERMES wird als Target ein strahlrohrinternes Gastarget verwendet, bei dem Wasserstoff, Deuterium oder ^{3}Helium aus einer Gasquelle einströmend in eine Targetzelle injiziert werden. Über ein Polarimeter wird die Polarisation gemessen. Dieses Gastarget bietet im Gegensatz zu Festkörpertargets, wie es z.B. ein Kohlenstofftarget darstellt, den Vorteil, daß die Atome dissoziiert, d.h. atomar, vorliegen. Dadurch ist eine höhere Polarisationsrate erreichbar. Es werden außerdem sehr hohe Teilchendichten von $1 - 10 \cdot 10^{14}$ Atomen cm^{-2} erreicht [Her93]

Die Targetzelle ist offen zum Strahlrohr, da man vermeiden möchte, zusätzliches Material in den Strahl zu bringen. Dies ist möglich, weil man eine sogenannte Speicherzelle verwendet. Bei dieser Speicherzelle handelt es sich um eine langgezogene, einem dünnen T-Rohr ähnelnde Aluminiumröhre, die durch ihren geringen Durchmesser lokal die Gasdichte erhöht und so wie ein Strömungswiderstand wirkt. Die hohe Dichte sichert eine hohe Ereignisrate von Streuprozessen, die für eine gute Statistik der Messung nötig ist. Die Absaugung der von der Zelle weg den Strahl entlang diffundierenden Gasatome geschieht mittels Vakuumpumpen.

Die Methode der Polarisierung ist von der Atomsorte abhängig: Wasserstoff und Deuterium werden mittels einer Atomstrahlquelle polarisiert, bei der durch Induzierung verschiedener Übergänge in den Hyperfeinniveaus der Atome eine effektive Polarisation des Kerns erzeugt wird. ^{3}Helium-Atome hingegen werden durch optisches Pumpen polarisiert: die Photonpolarisation zirkular-polarisierten Laserlichtes wird von der Atomhülle auf den Kern übertragen. Der erwartete Polarisationsgrad wird für H und D mit 90% angegeben, wobei sich dies bei Deuterium auf Vektor- wie Tensorpolarisation bezieht. Bei ^{3}Helium rechnet man ca. 50% [Her93]. Zur Aufrechterhaltung der Polarisation in der Speicherzelle muß die Quantisierungsachse, die die Spinachse und die Spinquantenzahlen festlegt, innerhalb der Targetzelle festgelegt sein. Dies wird mit transversalen, möglichst homogenen, äußeren Führungsfeldern bewerkstelligt [Wit94]. Zusätzlich wird die innere Wand der Speicherzelle geeignet beschichtet, um den Depolarisationsgrad durch Atom - Wand Stöße zu minimieren. Die äußeren Führungsmagneten erlauben außerdem die Umkehr der Targetpolarisation sowie die Ausrichtung der Spins in longitudinaler sowie transversaler Richtung.

Die Polarisation der Strahlelektronen beruht auf dem selbstpolarisierenden Sokolov-Ternov Effekt. Diese wird mit sogenannten Spinrotatoren in longitudinale Elektronenspin-Ausrichtung umgewandelt. Die Energie der Elektronen beträgt 27.5 GeV, wobei evtl. zusätzlich eine Strahlzeitperiode bei einer Strahlenergie von 15 GeV durchgeführt wird, um Strukturfunktionen wie z.B. $F_L(x, Q^2)$ aus den Strahlenergie-abhängigen Wirkungsquerschnitten extrahieren zu können.

Die Luminosität von Hermes wird zwischen 1.8 und $50 \cdot 10^{31}$ Nukleonen cm^{-2}s^{-1} betragen. Dies beruht auf einem mittleren Strahlstrom von 30 mA, der sich aus einer Frequenz von 10 MHz à $3.8 \cdot 10^{10}$ ($= 100$ bunches) Elektronen im Ringdurchmesser von 6.336 km ergibt. Der Protonenstrahl des HERA wird von HERMES nicht genutzt, er verläuft in einem Abstand von 70 cm neben dem Elektronenstrahl durch das Spektrometer.

Die Elektronenidentifizierung wird bei HERMES vor allem mittels eines Bleiglas-Kalorimeters in Kombination mit einem TRD (*transition radiation detector*) realisiert. Das Prinzip des TRD beruht auf

der Strahlung beim Übergang geladener, ultrarelativistischer Teilchen zwischen Materialien verschiedener Dielektrizität. Die untere energetische Schwelle der Pion-Elektron-Separation beträgt 4.5 GeV, die Effizienz der Pion-Unterdrückung ist mit 99.9% angegeben [Her93]. Das HERMES-Spektrometer erlaubt außerdem, über die reine Elektronenidentifizierung hinausgehend, eine zumindest teilweise Identifizierung des hadronischen Endzustands innerhalb gewisser kinematischer Grenzen. Möglich macht dies der *single radiator threshold Čerenkov counter*, der mittels des Gases CF_4 ($n = 1.00048$) Čerenkov-Licht erzeugt, das kegelförmig abgestrahlt wird. Der Kegelradius wird durch Projektion des Lichtes über einen Spiegel auf eine Photomultiplier-bestückte Detektorwand bestimmt. Die erlaubt die Unterscheidung schwerer geladener Teilchen von leichten. Der Čerenkov-Detektor wird in der Separation von Pionen und Protonen bzw. Kaonen eingesetzt. Bei dem hier benutzten Gas muß die Energie von Pionen zwischen 4.5 und 16 GeV liegen, um im Čerenkov-Detektor eine Unterscheidung zu ermöglichen. Dieses Energiefenster ist aber genau der Bereich, in dem der größte Teil der führenden Pionen erwartet wird, siehe dazu Abschnitt 4.2.1.

In einer Ausbauphase von HERMES wird ein sogenannter RICH-Detektor (*Ring Imaging Čerenkov detector*) den *single threshold Čerenkov* ablösen und im Laufe des Jahres 1996/97 in das Spektrometer eingebaut werden. Seine Vorteile werden vor allem in der Kaon-Identifikation sowie in einer höheren Auflösung liegen. Dies ist besonders für die geplante Erweiterung des Meßprogramms hinsichtlich semi-inklusiver Prozesse von Bedeutung.

Im folgenden Abschnitt wird nun das in dieser Arbeit verwendete Monte-Carlo-Programm erläutert, um dann auf die Meßbarkeit des in Abschnitt 3 vorgestellten Modells einer Pionwolke des Konstituentenquarks einzugehen. Dabei wird zuerst die allgemeine Akzeptanz (Abschnitt 4.3) und darauf die Akzeptanz im hadronischen Endzustand (Abschnitt 4.4) untersucht, um dann in Abschnitt 4.5 zu einem direkten Vergleich des Monte-Carlos mit dem Modell zu gelangen. Die Ergebnisse werden in Abschnitt 4.6 in einer abschließenden Studie zur erreichbaren statistischen Genauigkeit zusammengestellt.

4.2 Das Simulationswerkzeug: der Lepto-Generator

Bei *LEPTO* handelt es sich um ein Monte Carlo-Programm, das die Streuung eines Leptons (Elektron, Muon, Neutrino) an einem Nukleon simuliert. Ein Monte Carlo Programm basiert auf Zufallsentscheidungen, die sich für große Ereigniszahlen den zugrundeliegenden, bekannten Verteilungen annähern. Dabei wird sowohl der Wirkungsquerschnitt für die Lepton-Nukleon-Streuung als auch die Hadronisierung der getroffenen Partonen nachgebildet. Geschrieben wurde LEPTO für CERN-Experimente in den 80er Jahren (EMC,WA21, WA25), wobei die in dieser Arbeit benutzte Version [Lep92] für die am Elektron-Proton-*Collider* HERA am DESY durchgeführten Experimente überarbeitet wurde.

Den Ablauf des Programms kann man, ausgehend von Vierervektoren gegebener Anfangsteilchen, in folgende Einzelschritte unterteilen:

1. Würfle einen kinematischen Ausgangspunkt in der (x, Q^2)-Ebene.

2. Ermittele gemäß der im Appendix A beschriebenen inversen Transformationsmethode, ob das Ereignis an (x, Q^2) errechnet oder aber verworfen wird. Die zugrundeliegende Verteilung ist der Wirkungsquerschnitt und wird anhand von Programm-internen Strukturfunktions-Parametrisierungen errechnet. Für die Simulationen, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden, kam die Parametrisierung von Glück, Reya und Vogt in nächstführender Ordnung (Abschnitt 2.8.3) zum Einsatz.

3. Erzeuge den Streuprozeß des Quark-Partonmodells $\gamma^* q \rightarrow q'$ führender Ordnung und generiere die Vierervektoren der gestreuten Teilchen. Optional können die Prozesse $\gamma^* g \rightarrow q\bar{q}$ (Boson-Gluon-Fusion) und $\gamma^* g \rightarrow qg$ (Gluon-Strahlung) als Prozesse erster Ordnung zusätzlich zu der führenden q-Streuung berücksichtigt werden. Die Wahrscheinlichkeiten dieser Prozesse werden durch die relevanten Matrixelemente bestimmt, die innerhalb der QCD störungstheoretisch berechnet werden können.

4. Evoluiere das bis hier erzeugte System mittels des Parton-Schauer-Modells weiter. Das Parton-Schauer-Modell ist ein phänomenologisches Modell, welches approximativ Prozesse aller Ordnungen in α_s zu beschreibt.

5. Ermittle, basierend auf dem *Lund string hadronization model*, Abschnitt 4.2.1, die Fragmentation der Strings zwischen den bis zu diesem Punkt erzeugten bzw. entwickelten Partonen, und erzeuge beobachtbare Teilchen auf der Massenschale. Dieser Teil des Programms wird mit dem Programm JETSET [Sjö92] ausgeführt.

6. Simuliere im Falle instabiler Teilchen deren Zerfall und ermittle die Zerfallsprodukte. Die Stabilität mißt sich hier am Zeitrahmen einiger 10^{-8} s, der Zeit, die Teilchen auf dem Weg durch ein Spektrometer im allgemeinen zurücklegen.

Der kinematische Bereich, in welchem LEPTO Ereignisse erzeugt, kann mit an das Programm übergebenen kinematischen Schnitten eingeschränkt werden.

Da das Fragmentationsmodell für spätere Erläuterungen vor allem semi-inklusiv gemessener bzw. simulierter Streuvorgänge wichtig ist, soll es hier kurz etwas genauer betrachtet werden.

4.2.1 Hadronisierung und das Lund - Modell

Die Frage, was man aus semi-inklusiven Messungen lernen kann und ob sie einen tieferen Einblick in die Vorgänge bei der Streuung an nukleonischen Systemen ermöglichen, wie bereits in der Einleitung angedeutet wurde, kann man nur beantworten, wenn man versucht, die Hadronisierungsprozesse der tiefinelastischen Streuung zu verstehen. Die Frage ist im weiteren Verlauf dieser Arbeit von Bedeutung, da durch den Nachweis gewisser Pionen (der energiereichsten eines Ereignisses) auf die Pionwolke des Konstituentenquarks zurückgeschlossen werden soll. Warum welche Teilchen mit gewissen Energien im Hadronisierungsvorgang entstehen, wird von verschiedenen Modellen versucht zu beschreiben. Das verbreiteste ist das Lund-String-Modell, das im folgenden kurz erläutert werden soll.

Das heutige Verständnis der Hadronisierung hochenergetischer Quarksysteme stützt sich im Falle des Lund-String-Modells[4] auf ein semiempirisches Instrument zur Veranschaulichung der Vorgänge.

Das *quark confinement*, d.h. die Untrennbarkeit gebundener Farbsinglet-Quarksysteme (Mesonen, Baryonen), hängt eng mit der Energiedichte des QCD-Vakuums zusammen. Wenn sich, als Vergleich, in der QED beim Auseinanderziehen zweier Ladungen die Feldlinien in den Raum ausbreiten, die Feldliniendichte und damit die Coulombkraft mit dem Abstand wie $1/r^2$ abnehmen, so führen die Gluonpaare, die das QCD-Vakuum durchsetzen, beim Auseinanderdriften z.B. eines $q\bar{q}$-Paares auf den Abstand r zum Zusammenpressen des farbelektrischen Feldes zwischen den Quarks, das sich infolgedessen auf eine Röhre des Durchmessers $\sim r_0$ konzentrieren wird, mit $r \gg r_0$. Dies ist der Grund der Namensgebung („*string theorie*“) des Modells. Mit wachsendem Abstand r bleibt der Röhrendurchmesser r_0 und mit ihm die Feldliniendichte konstant, d.h. das Potential steigt linear mit dem Abstand an.

Im Gegensatz zum einfachen Stringmodell ist in der Natur ein endlos ansteigendes Stringpotential nicht vorstellbar. Einen Ausweg ermöglicht das **Schwinger-Phänomen**: Steigt die Feldenergie in einem elektrischen Kondensator über eine gewisse Schwelle, können virtuelle, *off-mass-shell* Elektron-Positron-Paare aus dem Vakuum auf die Massenschale gehoben werden. In der QCD führt dieses Schwinger-Phänomen dazu, daß mit zunehmendem r bei einer gewissen Schwelle ein $q\bar{q}$-Paar in der Stringmitte erzeugt wird, die sich mit jeweils entgegengesetzter Farbladung zu den ursprünglichen Quarks ausrichten. Das neue Quarkpaar $q_1\bar{q}_1$ schirmt die ursprünglichen Quarks $q_0\bar{q}_0$ voneinander ab, der String bricht ab und teilt sich auf in zwei Einzelstrings ($q_0\bar{q}_1$, $q_1\bar{q}_0$).

Betrachtet man die Fragmentation eines Quarkpaares $q_0\bar{q}_0$ in dessen Schwerpunktsystem, so werden die Quarks nach einer Streuung voneinander wegfliegen: die Stringlänge L zwischen ihnen vergrößert sich. Mit der Stringenergie $E = \kappa L$ (κ: String-Energiedichte) ist für den Fall, daß der Impuls zu einer maximalen Länge L_0 des Strings führt, mit der hadronischen Masse M_h der beiden Quarks bei $\kappa L_0 < M_h$ eine oszillatorische Bewegung von $q_0\bar{q}_0$ gegeben (Abb. 4.1). Für sehr große Energien bricht der String an der Stelle (t_1, x_1) und ein Quarkpaar $q_1\bar{q}_1$ entsteht, welches mit den ursprünglichen Quarks $q_0\bar{q}_0$ zu $q_1\bar{q}_0$ und $q_0\bar{q}_1$ hadronisiert. Man spricht hier von Hadronen 2. Ranges, im Gegensatz zu $q_0\bar{q}_0$, dem Hadron 1. Ranges.

Das Lund-Modell macht nun konkrete Aussagen über die raumzeitliche Ordnung der entstehenden Hadronen. Der Impuls von $q_1\bar{q}_0$ z.B. ist dann $\kappa(t_1 - t_0)$ und der Energie $\kappa(x_1 - x_0)$. Mit der Forderung gegebener $q_1\bar{q}_1$-Masse legen Impuls und Energie den Produktionspunkt von $q_1\bar{q}_1$ auf die Hyperbel

[4] Zum meinem Verständnis dieses Modells hat Boris Kopeliovich in freundlichster Art beigetragen.

$(x_1 - x_0)^2 - (t_1 - t_0)^2 = M^2/\kappa^2$. Die Rapidität η,

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right) , \tag{4.1}$$

die ein additives Verhalten bei Lorentz-Transformationen besitzt, kann als ein Maß für den in z-Richtung davongetragenen Impuls, aus dem Schwerpunktsystem heraus betrachtet, verstanden werden. Anhand der Hyperbel der Produktionspunkte kann man zeigen, daß die einzelnen Hadronen im Rapiditätsraum, also auf dem Intervall $\eta \in [-\infty, \infty]$, streng geordnet sind: Da die Feldlänge L_i mit dem Teilchenrang i geometrisch abnimmt, steigt die Rapidität linear an. Das zuletzt gebildete Hadron hat also den größten, das zuerst gebildete den kleinsten Impuls. Das Teilchen mit der größten Rapidität, welches zuletzt gebildet worden ist, hat aber die Form $q_i \bar{q_0}$, wobei i hier den höchsten Rang beschreibt und q_0 das gestreute Quarks darstellt. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 4.1 dargestellt, man umschreibt ihn mit dem *leading particle effect*. In Abb. 4.1 sieht man direkt, daß das ursprüngliche Quark im äußersten, d.h. schnellsten, Quark-Antiquark-Paar enthalten ist. Über das energiereichste Hadron kann man demnach Aufschluß über die Verteilung des vom Photon weggestreuten Quarks erhalten.

Im folgenden soll noch eine kurze Bemerkung zu der Realisierung des Modells in der Simulation gemacht werden.

Wie in Abb. 4.1 zu sehen ist, wird bei jeder neuen Stringfragmentierung ein neuer „Ast“ mit einem $q\bar{q}$-Paar erzeugt. Mit fortschreitender Fragmentierung entsteht demnach eine „Kaskade“von Ästen. Das Modell eignet sich insofern gut zur Modellierung, als man jeden einzelnen Ast der Kaskade wie den Anfangsast behandeln kann. Die Energie des jeweiligen Hadrons ergibt sich dabei in einfacher Weise aus der Reihe der vorhergehenden Hadronen. Wenn das Hadron des i-ten „Astes“den Energiebruchteil z_i' der Energie W_{i-1} des $(i-1)$-ten Astes der Kaskade besitzt, ist die Hadronenergie $(1 - z_i')W_{i-1}$. Aus $z_i' W_{i-1} = z_i W$ erhält man

$$z_i = \left[\prod_{k=1}^{i-1} (1 - z_k) \right] z_i' , \tag{4.2}$$

wobei die z_i' bei jedem Schritt gemäß einer Skalierungsfunktion $f_{q\bar{q}}(z')$ gewählt werden, die die Wahrscheinlichkeit der Erzeugung eines Quarkpaares mit der Energie z' widerspiegelt. Diese Funktionen $f(z)$ werden durch die verschiedenen Modelle spezifiziert. Es existieren unter anderem ein einfaches oder symmetrisches Lund- bzw. Feynmanmodell (siehe z.B. [And83]).

Phänomenologisch löst man das Problem der Fragmentation so, daß man isolierte Quarkpaare eines Ranges betrachtet und die Produktion gewisser Hadronen aus diesem Ast durch Fragmentationsfunktionen, deren Skalenfunktionen $f(z)$ auf experimentellen Daten beruhen, parametrisiert. Die Fragmentationsfunktionen $D^h_{q'}(z)$, die die Wahrscheinlichkeit angeben, mit der ein Hadron h aus dem System $q'q$ erzeugt wird, sind störungstheoretisch in der QCD berechenbar, die Skalenfunktionen werden ganz analog den *splitting functions* in den *GLAP*-Gleichungen (Abschnitt 2.8) berechnet und den Daten angepaßt [Pav89]. Man erhält die speziellen Fragmentationsfunktionen dann über

$$D^h_q(z) = f^h_q(z) + \int_z^1 \frac{\mathrm{d}z'}{z'} \sum_{q'} f^{q_i \bar{q}_{i'}}(1 - z') D^h_{q'}(z/z') , \tag{4.3}$$

was ein System von Integro-Differentialgleichungen darstellt, in dem $f^h_q(z)$ die Wahrscheinlichkeit angibt, das getroffene Quark im Hadron zu finden.

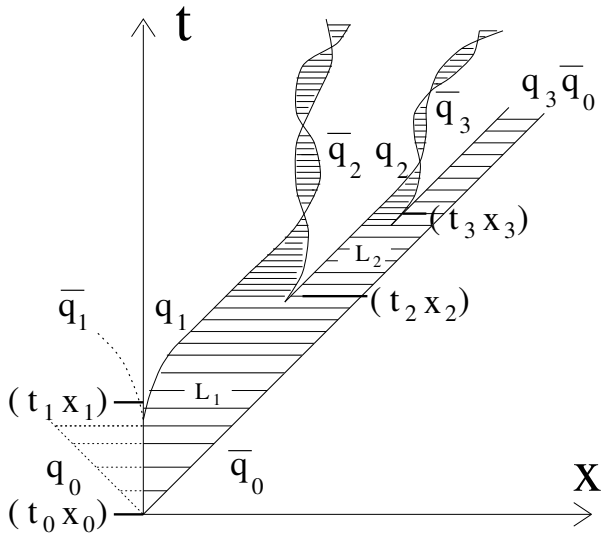

Abb. 4.1: Hadronisierungsprozesse im Lund-string-model.

4.2.2 Hadronisierungsprozesse in Lepto

Auf dem Weg zum Verständnis der Hadronisierung in LEPTO werden in den folgenden Punkten die darin implementierten Prozesse vorgestellt, die im Hinblick auf den interessierenden kinematischen Bereich (das Pionmodell, Abschnitt 3) von Interesse sind. Dabei ist es interessant, Prozesse im Bereich großer $z_\pi = E_\pi/\nu$ und kleiner x und Q^2 dahingehend unterscheiden zu können, ob ein (virtuelles) Diquark abgestrahlt wurde oder aber die Fragmentation sich zwischen gestreutem Quark und verbleibendem Diquark ausbildet. Außerdem können daran die in Abschnitt 4.2.1 erläuterten Methoden veranschaulicht werden.

Ausgehend vom virtuellen Photon macht man drei Unterscheidungen, wie dessen Energie absorbiert werden und das obig erläuterte Lund-Modell die Hadronisierung daraufhin fortführen könnte:

- Das virtuelle Photon streut an einem Valenzquark des Protons.
  Der *spectator* ist ein Diquarksystem der verbleibenden Quarks. Ein *colour string* zwischen dem getroffenen und dem Diquark hadronisiert (Abschnitt 4.2.1). Auch das Diquark hadronisiert, seine beiden Quarks fragmentieren unabhängig voneinander weiter, können aber auch direkt zusammen mit einem Stringfragment zur Bildung eines Baryons führen. Mögliche Ereignisse dieser Art sind in Appendix B, #1 und #2, aufgelistet.

- Das getroffene Quark ist ein Seequark.
  Die *spectators* sind dann ein System dreier Valenzquarks plus dem zum getroffenen Seequark korrespondierenden Antiquark. Man hat demnach ein vier-Quarksystem $q_V\, q_V\, q_V\, \bar{q}_S$. Ist das See-Antiquark vom Flavour $\bar{u}$ oder $\bar{d}$, so kann es mit einem der Valenzquarks annihilieren, sonst bildet es mit einem Valenzquark ein Meson.

- Das getroffene Seequark ist ein See-Antiquark.
  In diesem Fall verbleibt ein Tetra-Quarksystem, von dem drei Quarks ein Baryon bilden. Das vierte Quark, welches mit dem gestreuten See-Antiquark einen String bildet, hadronisiert weiter. Ein Beispiel ist in Appendix B, #3 und #4, gegeben.

Ich werde auf diese Betrachtung im Verlauf der Diskussion der verschiedenen Prozesse, die in Lepto in einem gewissen, stark beschränkten kinematischen Bereich beschrieben werden, zurückkommen. Man sollte jedoch schon hier festhalten, daß zwei Prozesse, nämlich die Streuung an einem Valenzquark oder (Anti)Seequark, praktisch gleichermaßen und unabhängig vom kinematischen Bereich auftreten.

4.2.3 Vergleich von Lepto mit existierenden Daten

Die experimentellen Meßwerte eines im Jahre 1976 am Cornell-Beschleuniger durchgeführten Experiments [Beb77] sollen hier dazu verwendet werden, einen Vergleich des Simulationsprogamms LEPTO mit experimentellen Daten zu ermöglichen. Dieses Experiment wurde aus dem Grund ausgewählt, weil dort die semi-inklusive Pionproduktion gemessen wurde, die in dieser Arbeit im Vordergrund steht und bezüglich der das theoretische Modell der Pionwolke mit dem Monte Carlo verglichen wird.

Im Cornell-Experiment ist der Phasenraum auf $1 \leq Q^2 \leq 1.4\,\mathrm{GeV}^2$ und $2.1 \leq W \leq 2.4\,\mathrm{GeV}$ eingeschränkt. Es wurde ein Wasserstofftarget verwendet, auf das Elektronen mit einer Energie von $12\,\mathrm{GeV}$ geschossen wurden. Die Winkelakzeptanz ist sehr klein gewesen, was zu der starken Einschränkung $\mathbf{k}_\perp^2 \leq 0.02\,\mathrm{GeV}^2$ führte.

Da einzelne Experimente immer aus komplexen Anordungen diverser Detektoren und Magnete bestehen, deren geometrische und kinematische Akzeptanz durchaus keine einfachen Verteilungen darstellen, ist die Akzeptanz mittels weniger Angaben aus der jeweiligen Publikation hinsichtlich des Aufbaus in einem Programm nur unvollständig nachzubilden.

In dieser Studie des Vergleichs von LEPTO mit dem Experiment wurden nur die wichtigsten Angaben, wie sie aus [Beb77] hervorgehen, im Monte Carlo berücksichtigt. Dies betraf die oben angeführten Schnitte in Q^2 und W sowie die Elektronenenergie. Als besonders einschränkend erwies sich der Schnitt in $\mathbf{k}_\perp^2$, der in dieser Simulation ebenfalls nachgebildet wurde. Der Schnitt einer unteren Grenze Pion-Energie wurde allerdings nicht übernommen, der im genannten Experiment durch den Čerenkov-Detektor gegeben war, da er in [Beb77] nicht ausreichend präzisiert wurde. Es zeigte sich, daß eine untere Beschränkung der Energie der nachgewiesenen Pionen sich signifikant auf den Verlauf der Verteilung über den gesamten z-Bereich auswirkt.

Der Vergleich der Daten des Experiments mit dem Monte Carlo ist in Abb. 4.2 dargestellt. Auffällig ist die große Diskrepanz der Daten für kleine z mit $z \leq 0.2$. Dies ist auf die untere Beschränkung der Pionenergie zurückzuführen, die in der Monte Carlo-Studie in Abb 4.2 nicht berücksichtigt wurde. Damit sind niederenergetische Pionen stärker verteilt. Abgesehen davon wird der $1/z$-Abfall in der Verteilung aufgrund der abnehmenden Bremsstrahlung sowie der Wiederanstieg für $z \to 1$ gut wiedergegeben. Das Experiment am Cornell-Beschleuniger konnte demnach mit dem Monte Carlo LEPTO gut nachgebildet werden.

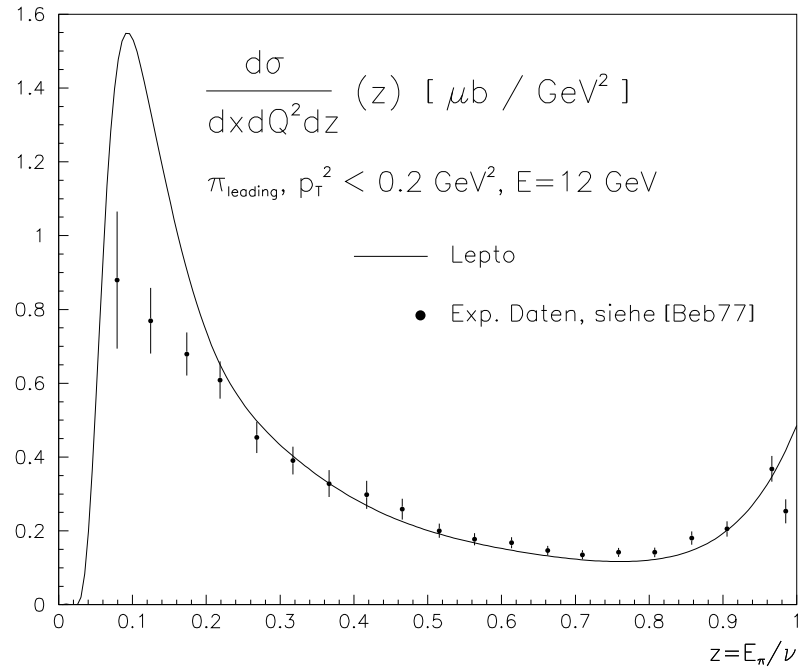

Abb. 4.2:
Vergleich des Monte Carlo Programms LEPTO mit existierenden Daten des Experiments [Beb77]. Die Elektronenenergie betrug $12\,$GeV. Die kinematischen Einschränkungen sind $1 \leq Q^2 \leq 1.4\,\text{GeV}^2$, $2.1 \leq W \leq 2.4\,$GeV und $k_\perp^2 \leq 0.02\,\text{GeV}^2$.

4.3 Eine Akzeptanzstudie des Spektrometers

Im folgenden stelle ich eine Studie über den bei HERMES zugänglichen kinematischen Bereich vor. Dies erfolgt im Hinblick auf die Überprüfung des im Abschnitt 3 vorgestellten Modells einer Pionwolke des Konstituentenquarks. Als eine Vorstufe wird hier der kinematische Bereich der nachweisbaren Elektronen betrachtet. In Abschnitt 4.4 wird dann die Akzeptanz der hadronischen Pion-Endzustände untersucht. Diese Reihenfolge beruht darauf, daß ein Nachweis der Pionen nur dann erfolgt, wenn das gestreute Elektron gemessen werden konnte.

Die geometrische Akzeptanz des Spektrometers ist mit Hinblick auf das HERMES-Meßprogramm optimiert (Abschnitt 4.1). Es gibt allerdings Einschränkungen im kinematisch zugänglichen Bereich, die sich aus der räumlichen Anordnung der Detektoren, deren Nachweisprinzip und weiteren Faktoren wie beispielsweise der Strahlenergie ergeben. Bei HERMES muß neben einer maximalen Gasdichte des Targets im Elektronen-Strahl zusätzlich berücksichtigt werden, daß der Strahl des HERA-Colliders aus Stabilitätsgründen vor dem transversalen Magnetfeld des Spektrometers abgeschirmt werden muß.

Im folgenden sollen die Konsequenzen, die sich daraus für den Meßbereich auf ergeben, untersucht werden.

4.3.1 Die kinematischen Schnitte von HERMES

Bei HERMES wirken sich hauptsächlich zwei Einschränkungen auf den kinematisch zugänglichen Bereich aus:

Das Außenmaß des sensitiven Bereichs des Spektrometers führt dazu, daß nur Teilchen, deren vertikaler Winkel (bezogen auf die Achse des Elektronen-Strahls) kleiner als 140 mrad ist und deren horizontaler Winkel höchstens 170 mrad beträgt, nachgewiesen werden können.

Die Septumplatte ist eine horizontal im Magneten eingebaute Eisenplatte und schirmt den Strahl vor dem Magnetfeld ab. Dies führt dazu, daß Teilchen, deren vertikaler Winkel weniger als 40 mrad beträgt, in der Platte absorbiert werden.

Eine Komplikation in der Beschreibung dieser Beschränkungen ergibt sich nun insofern, als kinematische Größen von *polaren* Winkeln abhängen, zur Beschreibung der Schnitte bei dem Detektor sich aber *kartesische* Winkel als geignet erweisen.

Die *kartesischen* Winkel sind die Winkel der Projektionen auf die vertikale yz-Ebene, θ_k (k :=*kartesisch*) bzw. auf die horizontale xz-Ebene, φ_k, und ergeben sich gemäß den Ausdrücken $\theta_k = \arcsin \frac{y}{\sqrt{y^2+z^2}}$ und $\varphi_k = \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2+z^2}}$. Aufgrund der Detektorsymmetrie sei im folgenden $\theta_k := |\,\theta_k\,|$ und $\varphi_k := |\,\varphi_k\,|$. Der *polare* Winkel θ ist der Winkel, den ein Vektor (beispielsweise ein Impulsvektor eines Teilchens) mit der z-Achse einschließt.

In Abb. 4.3 ist ein schematisches Bild des Detektors mit eingezeichneter Notation der Achsen und Winkel dargestellt. Der Strahl verläuft entlang der z-Achse. Die geometrischen Einschränkungen sind eingezeichnet. In der Seitenansicht (a.) ist der vertikale Winkel θ_k mit seinen Beschränkungen durch Septumplatte und Magnet eingezeichnet. In der Draufsicht (b.) ist der horizontale Winkel φ_k abgebildet. Er wird nur durch die Außenabmessung des Detektors eingeschränkt. Dieser Schnitt verläuft oberhalb der Septumplatte, d.h. mit einem fixierten Wert von y mit $y > y_S$, der halben Dicke der Septumplatte.

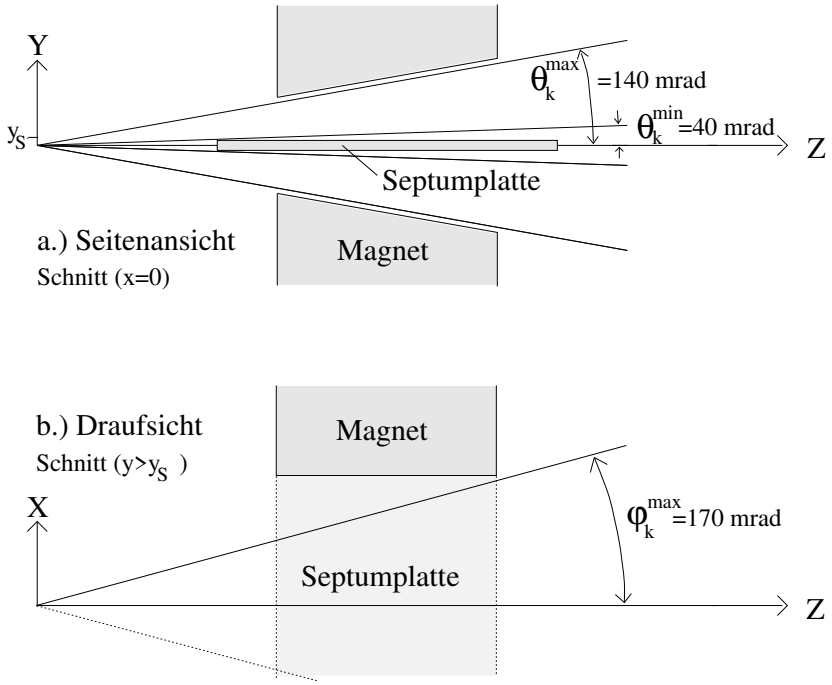

Abb. 4.3:
Schematisches Bild des HERMES-Detektors mit eingezeichneter Winkelnotation. a.):Seitenansicht, (b.): Draufsicht.

Kinematische Größen wie der Impulsübertrag Q^2 sind von θ abhängig. So ist die Gerade konstanter Polarwinkel θ^{min} und θ^{max} in der ν-Q^2-Ebene durch $Q^2(\nu,\theta) = 4E\,(E-\nu)\sin^2\frac{\theta}{2}$ gegeben. Diese

Geraden sehen wir in Abb. 4.4 in der ν-Q^2-Ebene eingezeichnet. Die Abbildung der Einschränkungen in den kartesischen Winkeln auf das polare θ führt dazu, daß in der Ebene Bereiche kinematisch zugänglich sind, die polare Winkel $\theta \geq 140$ mrad haben und andererseits der Schnitt $\theta_k > 40$ mrad auch in Bereichen mit einem polarem Winkel, der größer als 40 mrad ist, wirksam werden kann. Dieser Punkt wird im folgenden Abschnitt anhand der Akzeptanzverteilung nochmals aufgegriffen.

Zusätzlich zu den geometrischen Schnitten gibt es andere kinematische Einschränkungen des Phasenraum, die aus der Kinematik der Teilchen folgen oder theoretischen Vorgaben entsprechen. In Abb. 4.4 ist die ν-Q^2-Ebene mit den diese durchziehenden Geraden der kinematischen und energetischen Schnitte dargestellt. Die folgende Liste gibt einen Überblick:

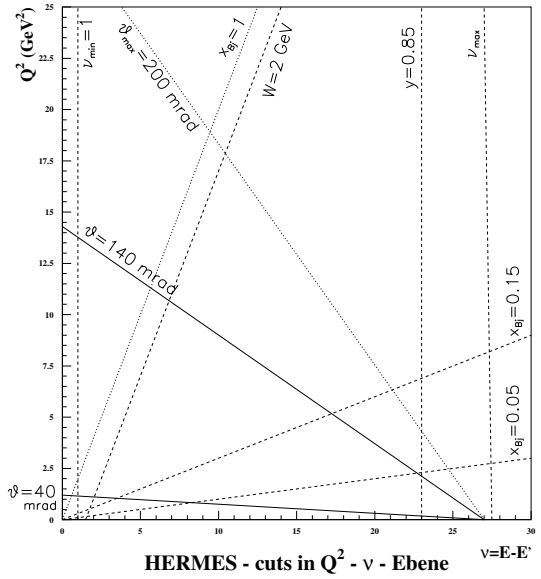

Abb. 4.4:
Akzeptanz des HERMES - Spektrometers, schematisch, nach [Her93].

$x_{Bj.}$ $x_Bj. \leq 1$
Aus der Impulserhaltung folgt die Bedingung $x \leq 1$. Dadurch ist die ν - Q^2 - Ebene durch eine Gerade mit $Q^2(\nu)|_{x=1} = 2M\nu$ eingeschränkt.

Q^2 $Q^2 \geq 1\,\mathrm{GeV}^2$
Um eine Interpretation der Streuergebnisse im Rahmen des Quark-Parton-Modells zu ermöglichen, wird ein minimales Q^2 von $1\,\mathrm{GeV}^2$ verlangt. Bei der Simulation ist diese Grenze gleichfalls durch den begrenzten Wertebereich der Strukturfunktion gegeben.

W^2 $W^2 \geq 4\,\mathrm{GeV}^2$
Das hadronische Massenquadrat W^2 errechnet sich zu $W^2 = (p+q)^2 = M^2 + 2M\nu - Q^2$; die Streuprozesse werden, wie in Abb. 4.4 eingezeichnet, auf $W^2_{min} = 4\,\mathrm{GeV}^2$ eingeschränkt, um Nukleonresonanzen unterhalb der invarianten Hadronmasse von $W = 2\,\mathrm{GeV}$ zu vermeiden. Die Gerade konstanten W^2 hat die Steigung $2M$, die durch den Punkt $(1/(2M), 0)$ verläuft.

y $y \leq 0.85$
Mit dem Schnitt $y_{max} = E/\nu \leq 0.85$ umgeht man starke Strahlungskorrekturen und Bereiche sehr hohen hadronischen Untergrundes.

E' $E' \geq 4.5$ GeV
Die Triggerschwelle ist $E'_{min} = 4.5$ GeV, da erst ab diesem Wert eine zuverlässige Elektron - Pion - Diskriminierung besteht.

θ_k, φ_k $\varphi_k \leq 170$ mrad
$40 \leq \theta_k \leq 140$ mrad
Diese bereits oben besprochenen Winkeleinschränkungen werden in Abb. 4.4 nicht vollständig wiedergegeben, da dort die Abhängigkeit von ν und Q^2 von konstantem *polaren* Winkel θ dargestellt ist. Im folgenden Abschnitt werden die Zusammenhänge nochmals aufgegriffen.

Im folgenden soll eine Simulation die Auswirkungen dieser Schnitte in θ_k, φ_k und E' auf die Verteilung tiefinelastischer Streuereignisse in der $\nu - Q^2$-Ebene untersuchen.

4.3.2 Die Simulation der relativen Detektorakzeptanz mit LEPTO

Die Resultate einer Simulation tiefinelastischer Streuung am Proton mit dem in Abschnitt 4.2 beschriebenen Simulationsprogramm LEPTO unter Beachtung der Schnitte, wie sie oben aufgelistet sind, ist in Abb. 4.5 bis 4.6 dargestellt. Das Ziel dieser Simulation war die Untersuchung der Einflüsse der kinematischen Beschränkungen in der Energie und der geometrischen Akzeptanz, wie sie am HERMES-Detektor vorhanden sind. Die Problematik liegt hier vor allem in der Proportionalität des Wirkungsquerschnitts von $1/Q^4$ und der Abnahme der Streuintensität mit zunehmendem ν. Dadurch werden die gemessenen Intensitäten stark sensitiv auf die angelegten Schnitte in Bereichen kleiner Q^2 und ν. Die Simulation der Streu*intensitäten* des Streuprozesses $ep \rightarrow e'X$ wird in Abschnitt 4.3.3 vorgestellt, hier sollen die *relativen* Intensitäten, d.h. die Akzeptanz des Experiments, untersucht werden.

Die Akzeptanz ist das Verhältnis der in einem Phasenraumintervall von HERMES nachgewiesenen Ereignissen zu der Anzahl der in diesem Intervall insgesamt generierten Ereignisse. Die Darstellung erfolgt in diesem Abschnitt prozentual und jeweils auf ein ν-Q^2-Intervall bezogen. Es sind zuzätzlich die Schnitte aus Abb. 4.4 in den Abbildungen eingetragen. Bei der Generation der Ereignisse wurden bereits die Einschränkungen in $W^2 = 4$ (siehe Abschnitt 4.3.1) sowie die untere Grenze in Q^2 von 0.5 GeV^2, die aus dem begrenzten Wertebereich der Strukturfunktionsparametrisierung von Glück, Reya und Vogt [GRV90] herrührt, berücksichtigt. Ein Ereignis wird akzeptiert, wenn das gestreute Elektron detektiert werden konnte, d.h., wenn es entweder in Bereiche innerhalb der gegebenen Geometrie gestreut wird, oder aber seine Energie im zulässigen Intervall liegt. Eine Intervall - Breite entspricht 1 GeV in ν und 1 GeV^2 in Q^2.

In Abb. 4.5 ist die totale Detektorakzeptanz in der ν-Q^2 - Ebene unter Berücksichtigung aller Schnitte simuliert. Die Normierung folgt obiger Erläuterung: sie ist prozentual pro Intervall auf die totale generierte Intensität bezogen. Die Akzeptanz liegt innerhalb der durch die Geraden der Schnitte umrahmten Fläche zwischen 25% (bei $\nu = 3$ GeV und $Q^2 = 1.5$ GeV^2) und ca. 80% (bei mittleren ν und $Q^2 \approx 7$ GeV^2).

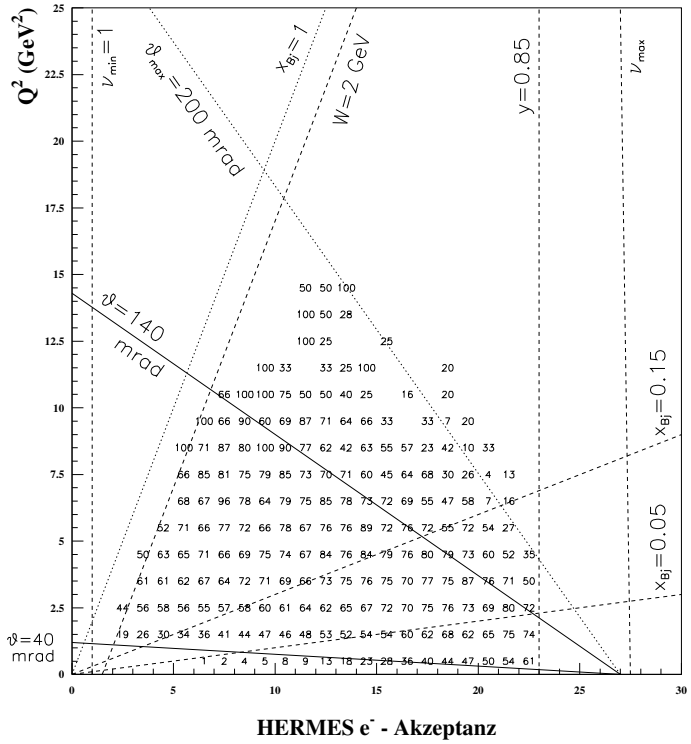

Abb. 4.5:
Totale Akzeptanz gestreuter Elektronen in der ν-Q^2-Ebene des HERMES-Spektrometers in Prozent der totalen Streurate im jeweiligen Intervall. θ ist ein sphärischer Winkel.

Folgendes ist der Abbildung 4.5 hinzuzufügen:

Der sensitive Bereich von HERMES liegt *primär* innerhalb der Geraden von $W = 2$ GeV und $y = 0.85$ sowie den Geraden konstanter polarer Winkel $\theta = 40$ mrad und $\theta = 140$ mrad. Dieser Winkelbereich hat die Form eines Kegels mit der z-Achse als der Mittelachse, der in den rechteckigen Detektor hinein ausgerichtet ist und seine Spitze im Target (z=0) hat.

Die Ecken des Detektors wurden im vorigen Punkt noch nicht berücksichtigt. Sie stellen eine zusätzliche sensitive Fläche im Winkelbereich $140 \leq \theta \leq 200$ mrad dar. In Abb. 4.5 ist direkt zu sehen, daß in diesem Bereich noch eine Akzeptanz besteht.

Die Septumplatte kann über den ganzen polaren Winkelbereich von $0 \leq \theta \leq 140$ mrad die Akzeptanz durch Absorption des gestreuten Elektrons reduzieren. Diese Elektronen haben einen kartesischen Winkel θ_k, der kleiner als 40 mrad ist. Der Polarwinkel θ kann aber in diesem Fall auch größer als 40 mrad sein, wenn das Elektron horizontal gestreut wurde. Der Septumplatte führt demnach dazu, daß auch im primären Nachweisbereich (erster Punkt dieser Aufzählung) die Akzeptanz geringer als 100% ist.
Die Auswirkung der Septumplatte auf die Akzeptanz sind in Abb. 4.6 dargestellt. In der Abbildung wurden nur diejenigen Ereignisse eingetragen, bei denen die Elektronen in der Septumplatte absorbiert wurden. Innerhalb des primären sensitiven Bereichs addieren sich die

Prozentzahlen der Akzeptanz in Abb. 4.5 mit den Zahlen der verworfenen Ereignisse in Abb. 4.6 genau zu 100%.

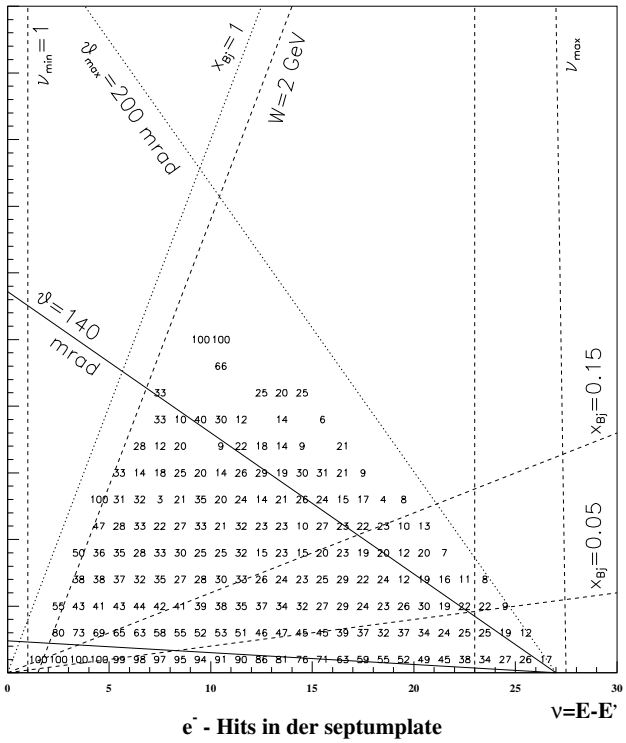

Abb. 4.6:
Verworfene Ereignisse durch Absorption des Elektrons in der Septumplatte, normiert wie in Abb. 4.5

4.3.3 Kinematik und Detektorakzeptanz in den Variablen x_{Bj}, Q^2 und ν

Die physikalischen Größen, die einen Streuvorgang charakterisieren und für die man sich im Experiment interessiert, sollen hier in Bezug auf die im vorigen Abschnitt besprochenen kinematischen Schnitte des HERMES-Experiments untersucht werden. Das Problem bei dieser Vorgehensweise ist die klare Darstellungsweise vieler kinematischer Freiheitsgrade. Das Ziel ist es, die Abhängigkeiten zu veranschaulichen und die Wirkung der Schnitte zu untersuchen. Im Gegensatz zum vorigen Abschnitt, wo die Akzeptanz betrachtet wurde, werden hier die absoluten Wirkungsquerschnitte diskutiert. Dabei betrachten wir die Streuintensitäten jeweils in Abhängigkeit von einer Variablen, wobei über die anderen Variablen integriert wurde. Die Anzahl generierter Ereignisse für die Abbildungen dieses Abschnitts betrug 10^6, die Elektronenenergie $E = 27.5\,\text{GeV}$. Alle Verteilungen der folgenden Abbildungen sind auf die Anzahl der generierten Ereignisse normiert.

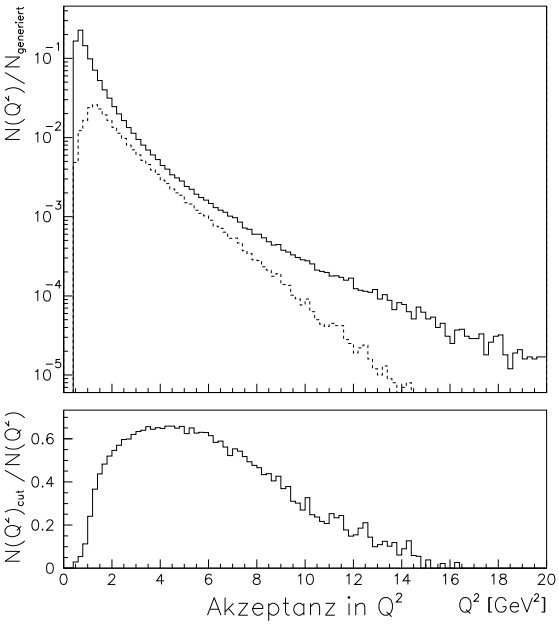

Abb. 4.7:

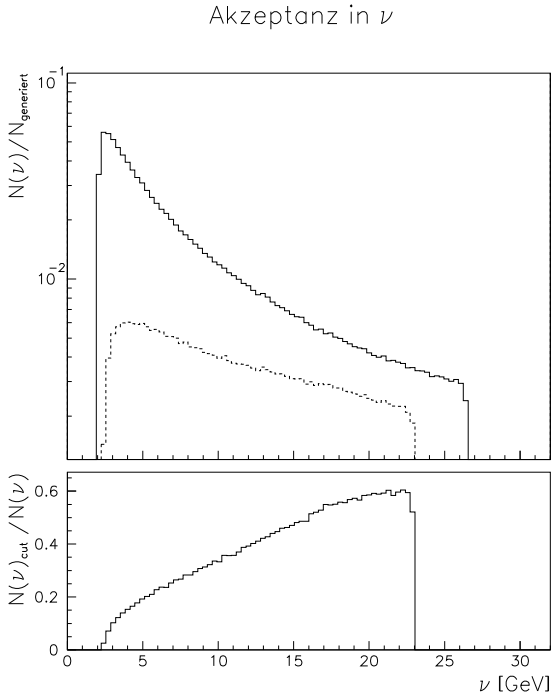

Abb. 4.8:

Abb. 4.7: Akzeptanz in Q^2. Die durchgezogene Linie des oberen Histogramms steht für die gesamte Streuintensität, die gestrichelte für die Intensität nach Anlegen der Schnitte in θ_k, φ_k bzw. in E'. Die Einträge sind auf die Gesamtanzahl generierter Ereignisse normiert, das Integral über die Intervalle der Gesamt-Streurate ist demnach eins. Man beachte die logarithmische Auftragung (obere Abb.). Die untere Abbildung veranschaulicht die Akzeptanz pro Intervall, die Darstellung ist linear.

Abb. 4.8: Akzeptanz in ν. Die Darstellung und die Normierung entsprechen denen von Abb. 4.7.

Abb. 4.9: Akzeptanz in x. Die Darstellung und die Normierung entsprechen denen von Abb. 4.7.

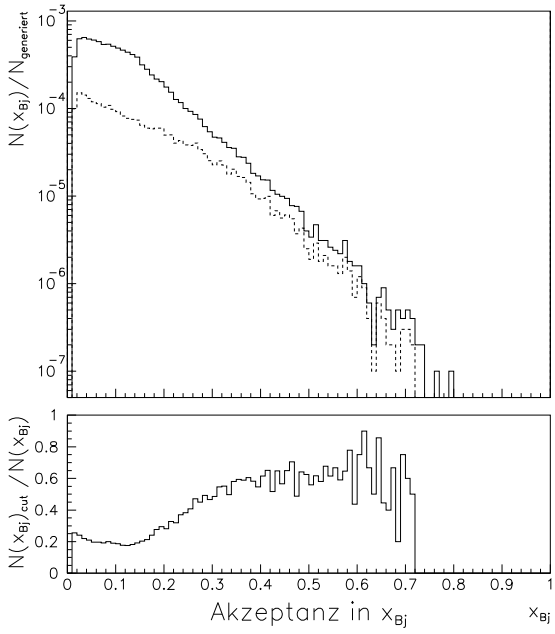

Abb. 4.9:

Q^2 **Abb. 4.7**: Die $\frac{1}{Q^4}$ - Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts ist erkennbar. Die verminderte Akzeptanz im kleinen Q^2-Bereich liegt an der Septumplatte, im Bereich großer Q^2 an den Außenabmessungen des Detektors.

ν **Abb. 4.8**: Der elektromagnetischen Wirkungsquerschnitts der tiefinelastischen Streuung, integriert über x und Q^2, verläuft umgekehrt proportional zur übertragenen Energie: dazu schreiben wir

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma^{em}}{\mathrm{d}\nu\mathrm{d}Q^2} = \frac{x}{\nu}\frac{\mathrm{d}^2\sigma^{em}}{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}Q^2}\,. \tag{4.4}$$

Die Detektorabmessungen beschränken vor allem Bereiche kleiner ν; anhand Abb. 4.5 sieht man, daß dies aus der Beschränkung kleiner θ folgt.

x_{Bj} **Abb. 4.9**: Der x - Verlauf des Wirkungsquerschnitts $d\sigma \propto \frac{1}{x}$ ist aus der Abbildung ersichtlich. Der Einbruch, den die Akzeptanz im Bereich kleiner x aufweist, ist aus dem vorigen Abschnitt verständlich: über den Zusammenhang $Q^2(\nu, x = const.) = E(E-\nu)\sin^2(\theta/2)$ beschränkt die Septumplatte, d.h. der Schnitt bei kleinen θ_k, den nachweisbaren x-Bereich. Den leichten Anstieg der Akzeptanz für $x \leq 0.1$ kann man auf den Anstieg der Akzeptanz bei großen ν zurückführen.

Allgemein bleibt zu betonen, daß die Verteilung sehr stark in kleinen Q^2 (bzw. x) und ν gehäuft ist - ein Rückblick auf Abschnitt 4.3.2 bestätigt damit die Brisanz der Einschränkung des kinematischen Bereichs bei kleinen Winkeln. Eine Abschätzung zeigte, daß 91% aller Ereignisse in den Bereich $Q^2 \leq 3$ GeV^2 fallen - dabei ist hier noch ein zusätzliche Untergrenze bei $Q^2 = 0.5$ GeV^2 angelegt, die aus der unteren Grenze des Definitionsbereichs der in der Simulation verwendeten Strukturfunktions-Parametrisierungen von GRV stammt. Direkt an der Variable θ_k gemessen, liegen ca. 50% der Elektronen unterhalb 40 mrad und werden damit verworfenen.

4.4 Der hadronische Phasenraum am HERMES-Detektor

Das Verständnis der Akzeptanz für Pionen des HERMES-Detektors ist unerläßlich für die Bewertung der Meßbarkeit des Modells der Pionwolke des Konstituentenquarks. Da die inklusive Akzeptanz eine Voraussetzung der semi-inklusiven Messung darstellt (das Elektron muß nachgewiesen werden), wurde im vorigen Abschnitt die inklusive Akzeptanz studiert. In diesem Abschnitt soll die Akzeptanz im hadronischen Phasenraum bei HERMES untersucht werden.

Was ist hier interessant? Ich gehe vor im Hinblick auf das in Abschnitt 3 erläuterte Pionwolkenmodell. Die Hadronisierung und die Verteilung der Fragmente im Phasenraum stehen hier im Vordergrund. Zuerst betrachte ich die Multiplizitäten und die totale Akzeptanz spezieller Hadron-Endzustände, um danach die konkreten Verteilungen in den kinematischen Variablen z_π, M_X^2 und $\mid t \mid$ zu besprechen.

4.4.1 Multiplizitäten hadronischer Endzustände

Die Multiplizitäten der dominierenden hadronischen Endzustände, das sind Pionen, Protonen und Neutronen, sind in Tab. 4.1 aufgelistet. Die Gesamt-Multiplizitäten beziehen sich dabei auf den Phasenraum, in dem LEPTO bei den Untergrenzen $Q^2 \geq 0.5$ GeV und $W^2 \geq 4$ Ereignisse generiert hat. Die Elektronenergie betrug 27.5 GeV. Die eingeschränkten Multiplizitäten berücksichtigen die kinematischen Schnitte von HERMES, wie sie in den vorstehenden Abschnitten eingeführt wurden. Da die Detektion des jeweiligen Hadrons auch die Detektion des Elektrons verlangen, besteht eine Korrelation zwischen der Elektron-Akzeptanz und den hadronischen Multiplizitäten.

	Protonen	Neutronen	π^+	π^-	*leading* π^+	*leading* π^-
Ereignisse $N_{Hadron} \geq 1$, gesamt	59.30%	41.94%	87.21%	69.86%	58.50%	31.03%
Ereignisse $N_{Hadr.} \geq 1$, HERMES	8.99%	6.55%	25.57%	18.61%	53.48%	35.62%
Multiplizität mittlere, gesamt	0.603	0.423	1.310	0.964	0.585	0.310
Multiplizität mittlere, HERMES	0.090	0.066	0.282	0.201	0.535	0.356
Multiplizität $N_{Hadr.} \geq 1$, gesamt	1.016	1.007	1.502	1.381	1.000	1.000
Multiplizität $N_{Hadr.} \geq 1$, HERMES	1.015	1.006	1.103	1.082	1.000	1.000
Akzeptanz von HERMES	3.64% ±0.80	3.68% ±0.96	5.17% ±0.47	5.02% ±0.56	9.14% ±0.56	11.47% ±7.09

Tab. 4.1:
Multiplizitäten stabiler hadronischer Endzustände unter Berücksichtigung der Akzeptanz des HERMES-Detektors. Die Werte sind Mittelwerte und beruhen auf Simulationen mit 10^6 generierten Ereignissen bei einer Elektronen-Strahlenergie von 27 GeV.

In Tab. 4.1 ist an erster Stelle die Rate der Ereignisse angegeben, in denen das jeweilige Hadron mindestens einmal erzeugt wurde.

Desweiteren sind zwei verschiedene Multiplizitätsraten aufgelistet. Die erste, die *mittlere* Multiziplität, gibt die Multiplizität des jeweiligen Hadrons über alle Ereignisse wieder.

Die zweite angegebene Multiplizität gibt den Erwartungswert der Multiplizität für genau diejenigen Ereignisse an, in denen das Hadron mindestens einmal auftritt und ist definitionsgemäß ≥ 1. Sie ist ein Maß dafür, ob Hadronen immer einzeln auftreten oder mit größerer Multiplizität pro Ereignis.

Auffällig in Tab. 4.1 ist, daß Protonen und Neutronen fast immer einzeln auftreten. Sie stammen aus Prozessen wie $ep \rightarrow e'\Delta^+ \rightarrow e'p^+\pi^0$ und $ep \rightarrow n+\pi^+$ (jeweils modulo $n\gamma$). Wie aus der Darstellung des Lund-Modells (Abschnitt 4.2.1) hervorgeht, ist die Hadronisierung in Baryonen komplexer und die Rate wesentlich kleiner als die Bildung von Mesonen. Der Überhang der Protonenmultiplizität im Vergleich zu der der Neutronen begründet sich im Protonen-Eingangskanal des hier betrachteten Streuprozesses. Die Akzeptanz ist mit 3.6% vergleichbar klein.

Die neutralen π^0 betrachtet man hier nicht näher: sie stammen vor allem aus dem Zerfall komplexer und angeregter, instabiler Hadronen und zerstrahlen schnell in zwei Photonen. Ihre Multipliziät ist relativ hoch: das Maximum der Verteilung liegt bei 3, es wurden aber bei der Simulation noch Ereignisse mit einer π^0-Multiplizität von 20 gefunden. Der Grund, weshalb man sich hier auf geladene Pionen beschränkt, liegt darin, daß nur diese im Detektor mit großer Effizienz identifiziert werden können.

Man kann aus den Zählraten in Tab. 4.1, Zeile 1, die Dominanz geladener Pionen im hadronischen Endkanal erkennen. Dies ist aufgrund ihrer geringen Ruhemasse zu erklären - Pionen sind die leichtesten Hadronen. Die kleine Masse der Pionen führt zu einem größeren Phasenraum und damit zu einer höheren Bildungswahrscheinlichkeit als für Baryonen und alle anderen Mesonen. Die

Mehrzahl der Pionen in Tab. 4.1 sind positive Pionen, was auf den positiven Eingangskanal, das Proton, mit dem Überhang an u-Quarks zurückzuführen ist. Bein 10^6 generierten Ereignissen erreicht die Multiplizität der Pionen 7 (für π^+ und π^-), im Falle der nachweisbaren Pionen (HERMES) $4\,(\,\pi^+)$ bzw. $5\,(\,\pi^-)$. Die Akzeptanz für Pionen ist mit über 5% höher als diejenige für Protonen und Neutronen. Dies kann auf die größere Energie der führenden Pionen zurückgeführt werden, die nun näher betrachtet werden sollen.

Die führenden Teilchen sind bereits in Abschnitt 4.2.1 besprochen worden. Sie enthalten das getroffene Quark und sind durch ihre größere Energie leicht zu identifizieren. In der Praxis definiert man das *leading particle* aber als das energiereichste Hadron eines Ereignisses. Ob es sich dabei um das oben definierte Pion handelt (welches das getroffene Quark enthält), ist dabei nicht unterscheidbar. Hieraus erwächst eine gewisse Problematik, die mit der Identifizierung des führenden Teilchens zusammenhängt und das reelle Experiment vom Simulationsprogramm unterscheidet: Es stellt sich die Frage, in wievielen der Fälle das führende Pion auch das getroffene Quark enthält.

Im *Simulationsprogramm* ist das führende Pion eines Ereignisses eindeutig herauszufiltern. Wenn sich bei der Simulation das führende Pion eines Ereignisses als nicht detektierbar herausstellt, so existiert in diesem Ereignis kein führendes Pion und die mittlere Multiplizität der führenden Pionen ist folglich kleiner als eins. Die führenden Pionen der Simulation enthalten immer das getroffene Quark.

Im *Experiment* hingegen ist natürlich unbekannt, ob das energiereichste Pion, das in einem Ereignis nachgewiesen wurde, auch das führende ist. Da in einem Prozentsatz von 5.6% der Ereignisse überhaupt kein geladenes Pion nachgewiesen wird, die Akzeptanz für führende Pion aber nur ca. 10% beträgt, enthält in nur ca. 10% der Fälle das energiereichste Pion auch das getroffene Quark.

Da führende Hadronen im allgemeinen einen größeren Longitudinalimpuls haben, folgt daraus, daß die führenden Pionen zu einem kleineren Teil am Detektor seitlich vorbeigestreut werden, als dies bei den weichen Pionen der Fall ist, so daß die Akzeptanz der führenden Pionen höher als die *gesamte* Pionakzeptanz ist. Da aber die Analyse der Daten hinsichtlich eines Vergleichs zwischen Experiment und Modell sehr sensitiv auf die z-Verteilung der führenden Pionen reagiert, ist es wesentlich, bei der Interpretation der Daten nicht nur die Akzeptanz mit ihren Einschnitten in den Phasenraum genau zu kennen, sondern möglichst genau zu wissen, ob es sich bei dem Pion, das man als das hochenergetischste eines Ereignisses herausgefiltert hat, um das Pionen handelt, welches das getroffene Quark enthält. In den Simulationen wurde, dem Experiment entsprechend, immer das energiereichste Pion eines Ereignisses als führend angesehen.

Der energetische Unterschied zwischen den aus weichen Fragmentationsprozessen stammenden Pionen und den schnellsten, führenden Pionen beträgt ca. eine Größenordnung. Haben erstere Energien von einigen 100 keV, so erreichen letztere bei den Strahlenergien von HERMES oft Energien von $3 - 10$ MeV und mehr. Um den Anteil der Pionen, die das getroffene Quark enthalten, zu vergrößern, kann bei der Auswertung experimenteller Meßdaten eine relative energetische Schranke auf das schnellste Pions hinsichtlich seiner Identifizierung als führendes Teilchen angelegt werden. Wie man unten sehen wird, wäre eine Schranke von $z_\pi \geq 0.5$ hier bereits sehr effizient.

4.4.2 Die Pionverteilung in den Variablen z, M_X^2 und t

Die Variablen, die im Hinblick auf einen einzelnen hadronischen Endkanal, hier den Pionkanal, interessant sind, sollen hier näher betrachtet werden. Die Abbildungen 4.10 bis 4.13, die die Verteilungen

in den Variablen z, M_X^2 und $|t|$ darstellen, sind dabei wie im vorigen Abschnitt auf die Gesamtanzahl der generierten Ereignisse normiert. Alle vier Abbildungen werden in logarithmischer Darstellung (obere Teilbilder) und linearer Darstellung (untere Teilbilder von Abb. 4.10 und 4.11) gezeigt.

Die relative Pion-Energie $z_\pi = E_\pi \,/\, \nu$

Die Energieverteilung der Pionen ist aus der z-Verteilung im oberen Teilbild von Abb. 4.10 zu entnehmen. Sie hat aufgrund der weichen Fragmentation einen deutlichen Schwerpunkt bei kleinen z und fällt zu größeren z ab wie $1/z$. Dies resultiert aus der geringeren Wahrscheinlichkeit, ein Pion mit größerer Energie zu emittieren, als eines mit kleiner Energie. Die endliche Pionenmasse führt zu einer unteren Energieschwelle, da dem virtuellen Pion mindestens ein $z_{min} = m_\pi/\nu$ zur Verfügung gestellt werden muß.

Die absoluten Zählraten sind für mittlere bis große z stark unterdrückt: Bei $z = 0.5$ ist die Verteilung beispielsweise um einen Faktor 10 (π^+) bzw. 17 (π^-) abgeschwächt gegenüber dem Maximum bei $z = 0.05$.

In Tab. 4.1 war zu sehen, daß positive Pionen gegenüber negativen überwiegen. In Abb. 4.10 ist erkennbar, daß die π^+ zusätzlich einen gegenüber den π^- verschobenen Energieschwerpunkt haben: Der Überhang der π^+ gegenüber den π^- nimmt mit steigendem z zu. Dies bedeutet, daß der Überhang vor allem von hochenergetischen π^+ stammt. Dies liegt an dem positiven Eingangskanals (Proton) und der Vernachlässigung neutraler Pionen, so daß der Ausgangskanal der positiven Pionen gegenüber dem der negativen energetisch bevorteilt ist.

Betrachtet man die Verteilung führender positiver Pionen, wie sie in Abb. 4.11 dargestellt ist, so sieht man, daß ab $z = 0.5$ die Beiträge der z-Verteilung fast ausschließlich von führenden Pionen gebildet werden. Deutlicher erkennt man dies im unteren Teilbild von Abb. 4.11, in der das Verhältnis der führenden Pionen zu allen Pionen aufgetragen ist.

Die Akzeptanz der Pionen im HERMES-Detektor ist im unteren Teilbild von Abb. 4.10 dargestellt. Es mag erstaunen, daß die absolute $z(\pi^+)$-Verteilung aus dem oberen Teilbild, die bei $z \geq 0.9$ einen starken Anstieg aufweist, eine relativ schwache Akzeptanz besitzt, wie man im unteren Teilbild erkennen kann. Dagegen hat die im oberen Teilbild abfallende π^--Verteilung einen starken Akzeptanzanstieg für große z. Wie weiter unten gesehen werden kann, sind dies verschiedene Streuprozesse, die eine unterschiedliche Kinematik besitzen. Man sollte hier allerdings beachten, daß die logarithmische Darstellung des oberen Teilbildes die Größe des π^+-Anstiegs stark betont, obwohl es sich um kleine Zählraten handelt. Auch sind in diesem Bereich die absoluten Zählraten unterdrückt: der Anteil der Ereignisse von Pionen mit einem z oberhalb 0.9 beträgt gerade 2.38% (π^+) bzw. 2.7% (π^-) der Gesamtheit der Ereignisse, bei denen positive bzw. negative führende Pionen auftreten. Im Fall von HERMES erreicht dieses Verhältnis sogar nur 1.1% (π^+) bzw. 0.74% (π^-). Allgemein werden die wenigen π, die ein großes z besitzen, zum großen Teil in der Septumplatte absorbiert.

Um die Frage, *weshalb* es diesen Anstieg der π^+ gibt und warum die Akzeptanz der π^- ein Mehrfaches der π^+ Akzeptanz beträgt, zu beantworten, möchte ich diejenigen Prozesse, bei denen ein Pion ein hohes z $(0.8 \leq z < 1)$ erhält, in schematischer Weise in Tab. 4.2 katalogisieren. Es handelt sich um vier verschiedene Prozesse, die diesen kinematischen Bereich vollständig unter sich aufteilen.

Alle Prozesse, in denen führende, geladene Pionen im angegebenen z-Bereich, $0.8 \leq z < 1$, beteiligt sind und die ein Neutron oder Proton im Endzustand aufweisen, werden durch die Summe der in Tab. 4.2 aufgeführten Prozesse abgedeckt, wobei über verschiedene Zwischenprodukte einzelner Prozesse summiert wurde. Man sieht zunächst, daß der Prozeß $e\,p \;\rightarrow\; e'\,n\;\pi^+\,(+n\pi^0)$ vorherrscht.

Prozeß	Anteil	E_{p^+}, E_n [GeV]	E_π[GeV]	z-Verlauf
$e\,p \rightarrow e'\,p^+\,\pi^+ \quad (+\pi^- n\pi^0)$	1%	$1 \leq E \leq 2$	$3 \leq E \leq 7$	exp. abfallend
$e\,p \rightarrow e'\,n\,\pi^+ \quad (+n\pi^0)$	4.6%	$1 \leq E \leq 2$	$2 \leq E \leq 4$	peak bei $z \approx 0.97$
$e\,p \rightarrow e'\,p^+\,\pi^- \quad (+\pi^+ n\pi^0)$	1%	$1 \leq E \leq 2$	$1 \leq E \leq 3$	exp. abfallend
$e\,p \rightarrow e'\,n\,\pi^- \quad (+2\pi^+ n\pi^0)$	0.1%	$1 \leq E \leq 2$	$1 \leq E \leq 2$	$0.8 \leq z \leq 0.83$

Tab. 4.2:
Untersuchung der Streuprozesse, die führende, geladene Pionen im Bereich $0.8 \leq z_\pi < 1$ enthalten.

Extrahiert man dessen z_{π^+}-Verteilung, ist sein Zusammenhang mit dem Anstieg der z-Verteilung für $z \geq 0.9$ augenscheinlich. Die Frage, warum dieser Prozeß eine schlechtere Akzeptanz hat als der vorherrschende des π^--Kanals, $e\,p \rightarrow e'\,p^+\,\pi^- \ (+\pi^+ n\pi^0)$, läßt sich dadurch erklären, daß das π^+ des zweiten Prozesses in Tab. 4.2 eine relativ hohe Energie besitzt, also zu einem Großteil in der Septumplatte absorbiert werden wird. Der dritte Prozeß mit dem führenden π^- dagegen weist mehr Hadron-Freiheitsgrade im Endzustand auf, was zu einer geringeren Energie des π^- führt und anhand der Werte der Tabelle bestätigt wird. So streut das π^- mit größerer Wahrscheinlichkeit in detektierbare Bereiche.

Das Quadrat der Restmasse $M_X^2 = (p + q - k_\pi)^2$

M_X^2 ist das invariante Massenquadrat des hadronischen Endzustandes abzüglich des abgestrahlten Pions. Diese (*missing mass*) ist ein Maß für die Restenergie des Systems, der „Restmasse“, wenn das Pion nachgewiesen wurde. Ihre Verteilung ist in Abb. 4.12 dargestellt. Im Falle großer relativer Energien z des Pions ist die Restenergie des Systems gering, was man anhand des Vergleichs der M_X^2-Verteilung aller Pionen (durchgezogene Linie) mit der stärker abfallenden Verteilung der führenden Pionen (gestrichelte Linie) erkennen kann. Der zusätzliche Anstieg der Verteilung der führenden π^+ bei kleinen $M_X^2 \leq 5\,\mathrm{GeV}^2$ entspricht dem bei hohen z dominierenden, quasi-elastischen Prozeß $ep \rightarrow e'n\pi^+$. Mit diesem Kanals mißt man die Pionwolke des *Nukleons*.

Um diesen Prozeß zu unterdrücken und die Beiträge der Pionwolke zu identifizieren, wäre also ein Schnitt in der Verteilung für kleine M_X^2 von der Größe $M_X^2 \geq 2\,\mathrm{GeV}^2$ wünschenswert. Da dies alle Ereignisse bei hohen z verwirft, ist diese Einschränkung bei HERMES nicht möglich. In Abschnitt 4.9 wird auf Unterscheidungsmöglichkeiten näher eingegangen werden.

Der Impulstransfer $|t_\pi| = |(q - k_\pi)^2| = |m_\pi^2 - Q^2 - 2qk_\pi|$

Diese Variable ist ein Maß für den Viererimpulsübertrag q des virtuellen Photons auf das Target-Nukleon ohne Berücksichtigung des abgestrahlten, virtuellen Pions.

Entsprechend dem negativen Wertebereich von $q^2 = -Q^2$ beim virtuellen Photon, ist der Wertebereich des Viererimpulsquadrats t ebenfalls negativ. Es ist üblich, den Absolutbetrag von t abzubilden.

In verschiedenen Experimenten [Bre79, Beb77, Güt84] wurde der longitudinale Wirkungsquerschnitt extrahiert und über $|t|$ aufgetragen. Ein starker Anstieg für $|t| \rightarrow 0$ weist dort auf einen Pionpol bei kleinen $|t|$ hin. Dies wurde in der Weise interpretiert, daß dieser Anstieg von der quasielastischen Streuung an der Pionwolke des *Nukleons* stammen würde.

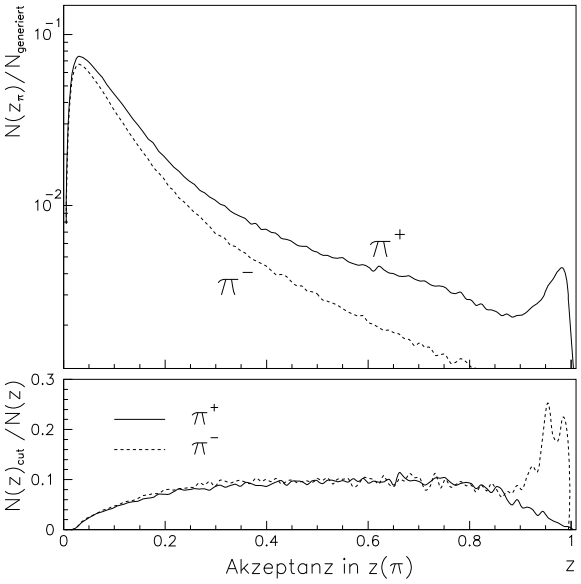

Abb. 4.10:
Die pionischen Endzustände und ihre z-Verteilung bei HERMES. Das obere Bild ist auf die Gesamtzahl aller erzeugten Ereignisse normiert, das untere Bild stellt die Akzeptanz dar.

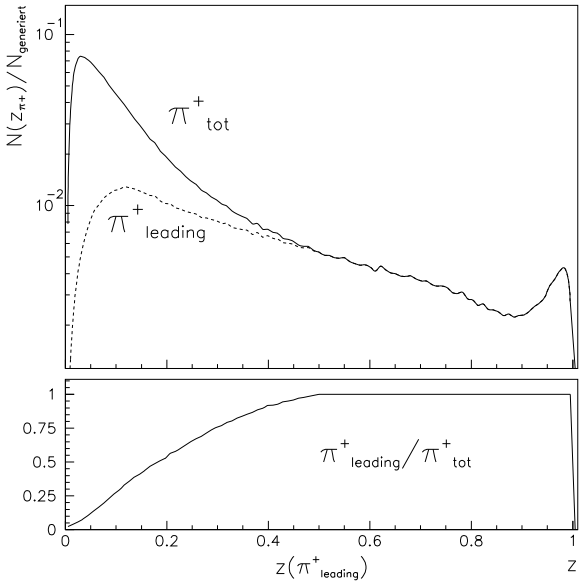

Abb. 4.11:
Die führenden pionischen Endzustände bei HERMES. Im unteren Bild ist das Verhältnis aller erzeugten zu den führenden (positiven) Pionen dargestellt.

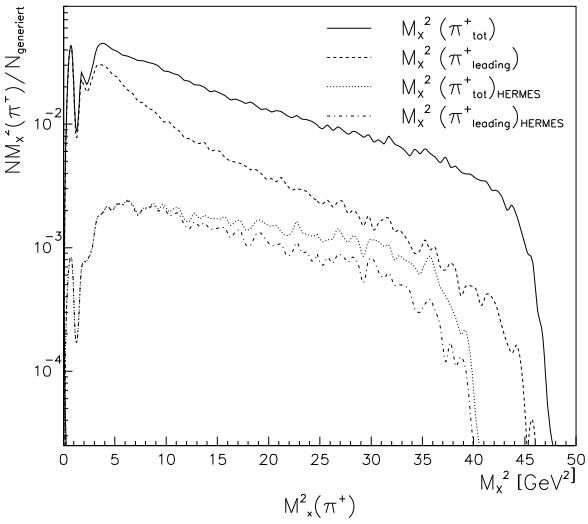

Abb. 4.12:
Verlauf der M_X^2-Verteilung bei HERMES.

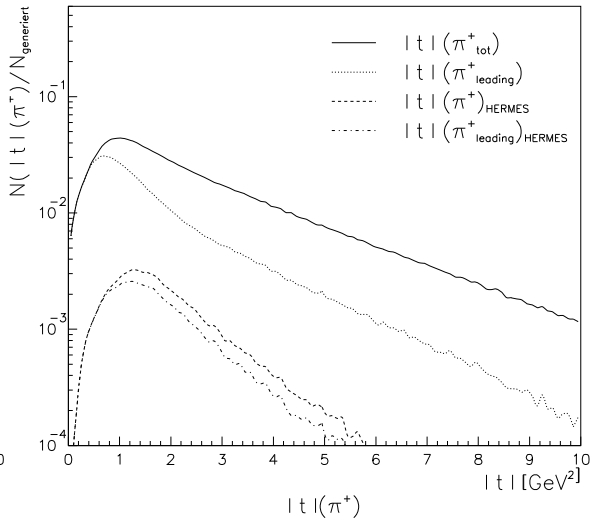

Abb. 4.13:
Verlauf der $|t_\pi|$-Verteilung bei HERMES.

Im Falle kleiner $|t|$ ist der Impulsübertrag auf das Nukleon klein und der Übertrag auf das Pion groß. Dies ist also ein Bereich, wo die Streuung am Pion dominiert und $z \to 1$ geht. Die Autoren von [Güt84] gehen davon aus, daß die von ihnen gemessene Gleichheit der Produktionswirkungsquerschnitte der π^+ und π^- für kleine $|t|$ ein starkes Indiz für die Existenz partonischer Pionen im Nukleons ist, da

dieser Wirkungsquerschnitt proportional zu dem Ladungsquadrat der gestreuten Partonen sei. Der Abfall bei großen $|t|$ entspricht dann der Streuung an Valenzquarks.

Es sei an dieser Stelle festgehalten, daß die z-Verteilung des Wirkungsquerschnitts bei HERMES als am aussichtsreichsten erscheint, eine Signatur in der semi-inklusiven Pion-Elektroproduktion tiefinelastischer Streuexperimente aufzuzeigen und hängt mit der großen Akzeptanz speziell führender Pionen im Vergleich zu weichen Pionen zusammen. Interessant erscheint, daß die Akzeptanz der führenden Pionen ähnlich derjenigen aller Pionen ist, obwohl die Absolutverteilung der führenden Pionen stark zu kleinen $|t|$ hin konzentriert ist. Dies bedeutet, daß in der Meßanordnung von HERMES die Verteilung der Pionen in $|t|$ keinen Aufschluß über die Frage nach führenden Pionen gewährt.

4.4.3 Die Pion-Akzeptanz in Q^2 und x

Die Untersuchung der Pion-Produktionsintensitäten in Abhängigkeit von der relativen Pionenenergie z, dem Restmassenquadrat M_X^2 und des Impulsübertrages $|t|$ führte im vorigen Abschnitt zu dem Schluß, daß mit der Darstellung in der Variablen z die beste Signatur im Pionkanal in der Messung gefunden werden könnte. Der Grund liegt vor allem in der möglichen Trennung weicher und führender Pionen. In dieser Untersuchung werden aber nur die über die zugängliche x-Q^2-Ebene integrierten Verteilungen betrachtet. Im folgenden soll die Akzeptanz in Abhängigkeit von x und Q^2 untersucht werden.

Um eine Signatur für die Pionwolke des Konstituentenquarks zu erhalten, muß die Messung bei großen z-Werten durchgeführt werden. Desweiteren muß Q^2 klein genug sein ($Q^2 \approx 1\,\mathrm{GeV}^2$), um das Pion gerade *nicht* aufzulösen, d.h. es nicht in seine Bestandteile $q\bar{q}$ zu zerlegen. Andernfalls könnte man es nicht mehr von den Seequarks unterscheiden. Außerdem wird ein x-Wert von $x \approx 0.15$ verlangt. Dies folgt aus dem bei $x = \frac{m_\pi}{M_N} \approx 0.15$ erwarteten Maximum des Streuquerschnitts am im Nukleon freien Pion. Dem gegenüber steht die im letzten Abschnitt untersuchte Simulation der Akzeptanz von HERMES, die zeigte, daß führende Pionen im Vergleich zu den weichen Pionen eine größere Akzeptanz haben. Allerdings wurde dort auch gezeigt, daß die uns hier interessierenden positiven Pionen im Bereich $z \geq 0.85$ einen signifikanten Abfall der Akzeptanz aufweisen.

Es geht hier also darum, ein kinematisches Fenster zu finden, in dem zum einen die obigen kinematischen Vorgaben in ausreichender Weise erfüllt sind und zum anderen die Akzeptanz groß genug ist, um eine ausreichende Statistik zu erreichen. Daher wurde die x- und Q^2-Abhängigkeit der z-Verteilung der führenden Pionen genauer untersucht.

1. **Die x-Abhängigkeit**
   der z-Verteilung des Wirkungsquerschnitt positiver Pionen und ihre Akzeptanz im HERMES-Detektor für $Q^2 = 1\,\mathrm{GeV}^2$ zeigen Abb. 4.14 bis Abb. 4.17. Verschiedene Merkmale sind auffällig:

   (a) Der Wirkungsquerschnitt der Pionproduktion nimmt mit zunehmendem x stark ab. Dieser Abfall um einen Faktor 50 ist wesentlich größer als der Abfall des inklusiven Wirkungsquerschnitts für dieses x-Intervall (siehe Abb. 4.9).

   (b) Deutlich zu erkennen ist der für $x \geq 0.10$ sichtbare Wiederanstieg der Verteilung für große z. Dieser Anstieg ist derselbe wie in Abb. 4.10, hier aber für verschiedene x-Bereiche dargestellt. Betrachtet man den absoluten Wert der Höhe des Maximums bei $z \to 1$ für

diese vier Verteilungen, so erkennt man, daß das Maximum des Anstiegs bei $x \approx 0.15$ lokalisiert ist, also genau bei dem Wert, dem die Streuung an einem freien, partonischen Pion entsprechen würde.

(c) Ein weiteres Merkmal betrifft den Verlauf der Akzeptanz der Pionen als Funktion von x. Diese fällt mit steigendem x stark ab, was sich in erster Linie auf die Akzeptanz der Elektronen in ν zurückführen läßt: für $Q^2 = 1\,\text{GeV}^2$ beträgt der Energietransfer ν bei $x = 0.05$ etwa 10 GeV, während bei $x = 0.15$ ν auf ≈ 3.3 GeV abgefallen ist. Abb. 4.8 zeigt, daß in diesem Bereich die Akzeptanz um einen Faktor 4 abfällt. Dies ist wieder auf die Septumplatte zurückzuführen, die bei derart kleinen Q^2 kleine ν zunehmend einschränkt. Für $x \geq 0.15$ ist die Akzeptanz vernachlässigbar klein.

(d) Eine signifikante x-Abhängigkeit zeigt auch der relative Anteil der führenden Pionen gegenüber allen Pionen bei kleinen z: liegen bei $x = 0.05$ nur ca. ein Viertel der führenden Pionen zwischen $z = 0.01$ und $z = 0.3$, so steigt dieser Anteil bei $x = 0.2$ auf 95% an (Abb. 4.17). Dies liegt wiederum an den unterschiedlichen Werten des Energieübertrags ν: Bei $x = 0.05$ ist $\nu \approx 10$ GeV und der zur Verfügung stehende Phasenraum sehr groß. Es können daher viele weiche Pionen erzeugt werden, was zu einer hohen pionischen Multiplizität und damit zu einem Überhang der weichen über die führenden Pionen führt. Der Energieunterschied zwischen weichen und führenden Pionen von mehr als einer Größenordnung hat dann zur Folge, daß Pionen mit einer Energie von $E_\pi \geq 3$ GeV, d.h. einem z von $z \geq 0.3$, fast immer führend im jeweiligen Ereignis sind. Umgekehrt ist für $x = 0.2$ ($\nu \approx 3.3$ GeV) der Phasenraum für die Hadronproduktion sehr klein. Es wird also eine wesentlich kleinere Pionmultiplizität erwartet, weiche Pionen treten so gut wie nicht mehr auf.

2. **Die Q^2-Abhängigkeit**
der z-Verteilung im Wirkungsquerschnitt positiver Pionen und ihre Akzeptanz für $x = 0.1$ geben Abb. 4.18 bis Abb. 4.21 wieder. Man erkennt darin folgendes:

(a) Die über z gemittelte Verteilung der Pionproduktion sinkt mit zunehmendem Q^2 ab, allerdings langsamer als mit x und wesentlich langsamer als der inklusive Wirkungsquerschnitt (Abb. 4.7).

(b) Der Pion-Produktionsquerschnitt verschwindet in dem untersuchten kinematischen Bereich von kleinem $x = 0.1$ und $Q^2 \in [1, 3]\,\text{GeV}^2$ bei großen z. Dies liegt daran, daß der Energietransfer mit $\nu \geq 5$ GeV zu groß ist, um zu exklusiven Prozessen wie $ep \rightarrow e'n\pi^+$ zu führen, die *ein* führendes Pion mit fast der gesamten Energie, d.h. $z \approx 1$, hervorbringen. Stattdessen verteilt sich die Energie auf mehrere Endteilchen, große z werden nicht mehr erreicht.

(c) Der Anteil führender Pionen sinkt mit zunehmendem Q^2. Dies ist eine Folge des mit Q^2 ansteigendem ν bei konstantem x, dem damit größer werdenden Phasenraum der hadronischen Endzustände und dem resultierenden Anstieg des Anteils weicher Pionen.

(d) Die Akzeptanz steigt insgesamt mit größer werdendem Q^2 an. Dies ist aus Abb. 4.7 ersichtlich. Der Anstieg resultiert aus der Streuung zu größeren Winkeln θ hin, d.h. weg von dem kinematischen Absorptionsbereich der Septumplatte bei sehr kleinen Winkeln bzw. $Q^2 \approx 1\,\text{GeV}^2$.

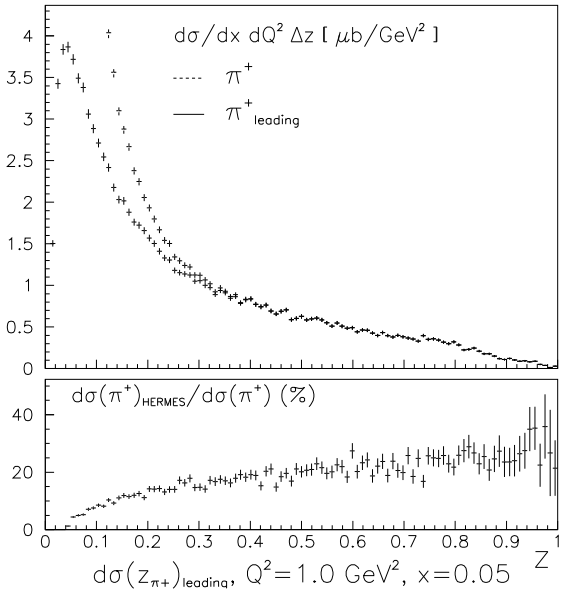

Abb. 4.14:

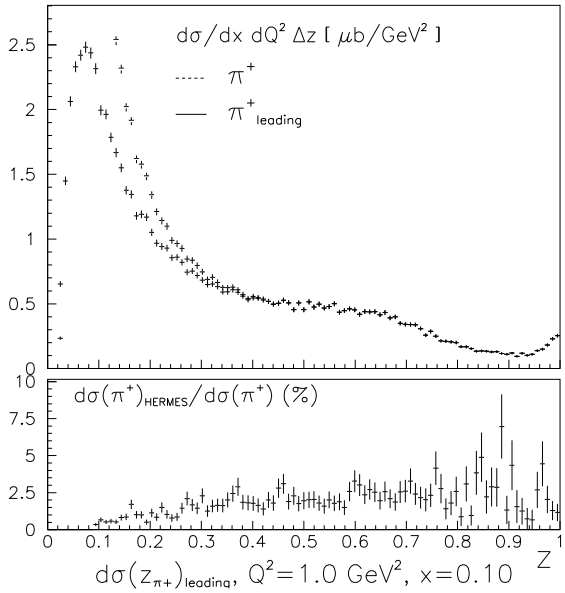

Abb. 4.15:

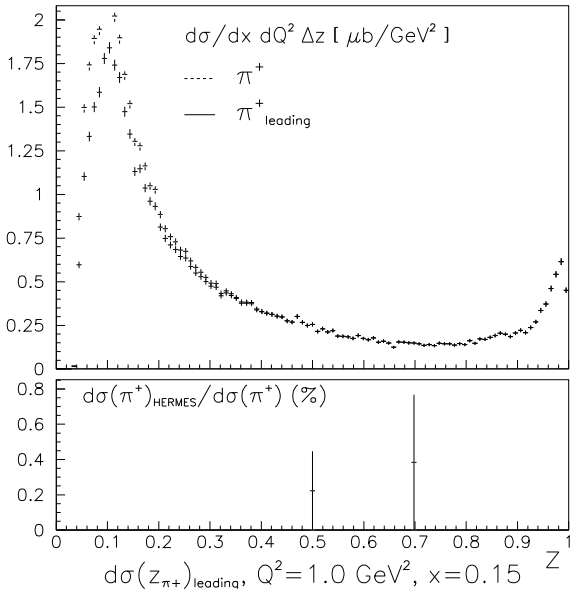

Abb. 4.16:

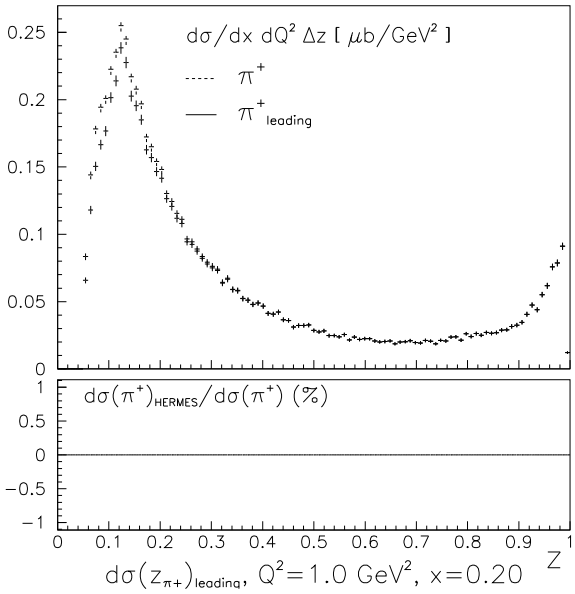

Abb. 4.17:

Abb. 4.14 - 4.17:
Der Pion-Produktionsquerschnitt für verschiedene Werte von x und bei $Q^2 = 1\,\mathrm{GeV}^2$. als Funktion von z in $\mu\mathrm{b}/\mathrm{GeV}^2$ Die durchgezogene Verteilung entspricht der Verteilung der führenden Pionen, die gestrichelte der aller Pionen.

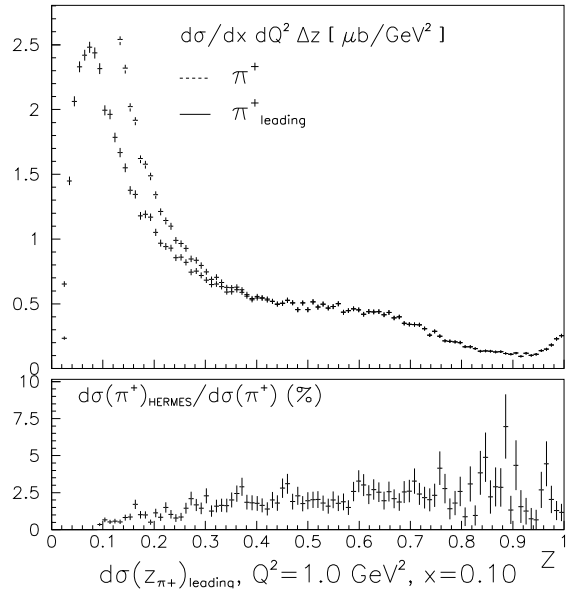

Abb. 4.18:

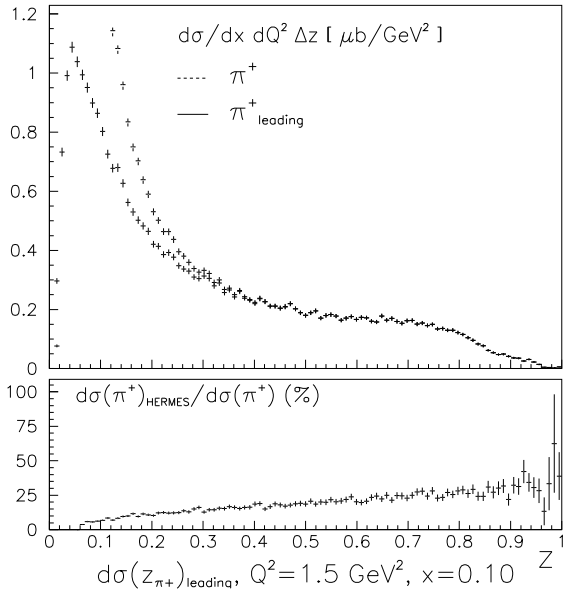

Abb. 4.19:

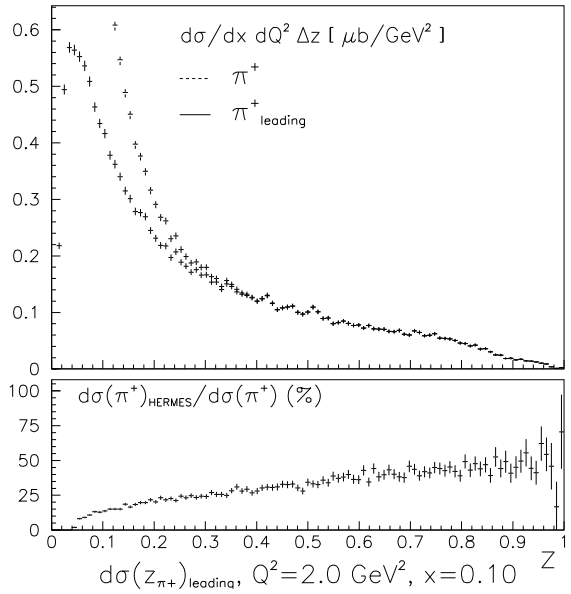

Abb. 4.20:

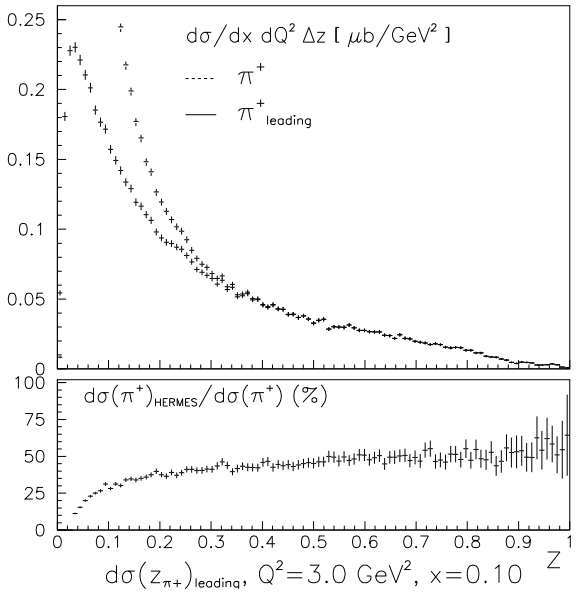

Abb. 4.21:

Abb. 4.18 - 4.21:
Der Pion-Produktionsquerschnitt für verschiedene Werte von Q^2 und bei $x = 0.1$ als Funktion von z in $\mu\mathrm{b}/\mathrm{GeV}^2$. Die durchgezogene Verteilung entspricht der Verteilung der führenden Pionen, die gestrichelte der aller Pionen.

Ich vergleiche im folgenden Abschnitt das Modell direkt mit dem Monte Carlo. Dann wird deutlich werden, in welchem Phasenraumabschnitt welche Effekte des hier vorgestellten Pionwolkenmodells dominieren oder sich mit im Monte Carlo implementierten Prozessen überdecken. Erst dann sind Bewertungen über eine Meßbarkeit bzw. über einen optionalen Meßbereich möglich.

4.5 Modell und Simulation im Vergleich

Ich stelle im folgenden die in Abschnitt 3.4 bereits vorgestellten Resultate des semi-inklusiven Pion-Produktionsquerschnitts des Pionwolken-Modells dem Monte Carlo gegenüber. Anschließend folgt in Abschnitt 4.6 die Ausarbeitung eines konkreten Meßprogramms für eine Messung bei HERMES.

In den Abbildungen 4.22 bis 4.25 ist der semi-inklusive Wirkungsquerschnitt des Modells wie auch des Monte Carlos für verschiedene x-Werte über z aufgetragen. Bei der folgenden Diskussion beachte man zusätzlich die Verteilung der Akzeptanz der Pionen bei HERMES mit gleicher Auftragung im Phasenraum, Abb. 4.14 bis 4.17.

- Der Wirkungsquerschnitt sowohl des Modells wie auch der Simulation (LEPTO) steigt mit abfallendem x.

- Der Wirkungsquerschnitt des Modells im Bereich großer z dominiert für $x \leq 0.1$ (Abb. 4.22 und Abb. 4.23). Ein Vergleich mit Abb. 3.9 bestätigt, daß der Anstieg vom t-Kanal und damit von der Streuung an der Pionwolke herrührt. Bei diesen kleinen x, also unterhalb des Anstiegs bei $x \approx 0,15$, ist der in dem Monte Carlo implementierte Wirkungsquerschnitt klein gegenüber dem Wirkungsquerschnitt des Pionwolkenmodells.

- Bei größeren x wird der Wirkungsquerschnitt vom Anstieg der π^+-Produktion durch den quasielastischen Kanal $ep \rightarrow e'n\pi^+$ bei $x \approx 0.15$ dominiert (Abb. 4.24 und Abb. 4.25), vergleiche Punkt 1b auf Seite 64.

- Der große Anstieg des Querschnitts des Modells bei großen $x \geq 0.15$ im Bereich mittlerer z stammt aus dem harten Fragmentationsprozeß, wie er durch den s-Kanal beschrieben wird. Dort strahlt das Quark ein hartes Gluon ab, nachdem das Photon an das Quark gekoppelt hat [Bra94].

- Betrachtet man die Akzeptanz für die vier verschiedenen x-Werte, Abb. 4.14 bis 4.17 (vergl. Punkt 1c im vorigen Abschnitt), so kommt die Akzeptanz einer Meßbarkeit des Modells insofern entgegen, als für kleine x im Bereich für $z \rightarrow 1$ von der Simulation nicht nur ein kleiner Querschnitt vorausgesagt wird, sondern der HERMES-Detektor dort auch eine große Akzeptanz besitzt und so den Anstieg des Modells messen können sollte.

- Demgegenüber unterdrückt die im Bereich größerer x ($x \geq 0.15$) verschwindende Akzeptanz den gemäß LEPTO in diesem x Bereich dominierenden Prozeß $ep \rightarrow e'n\pi^+$, wie auch die in dem Modell beschriebene harte Fragmentation.

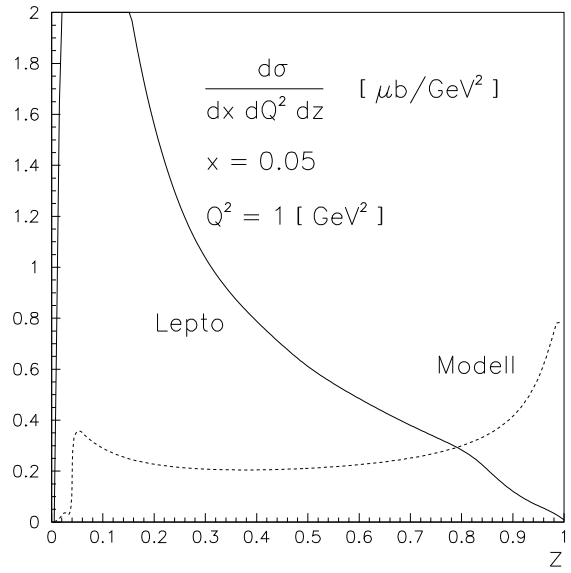

Abb. 4.22:

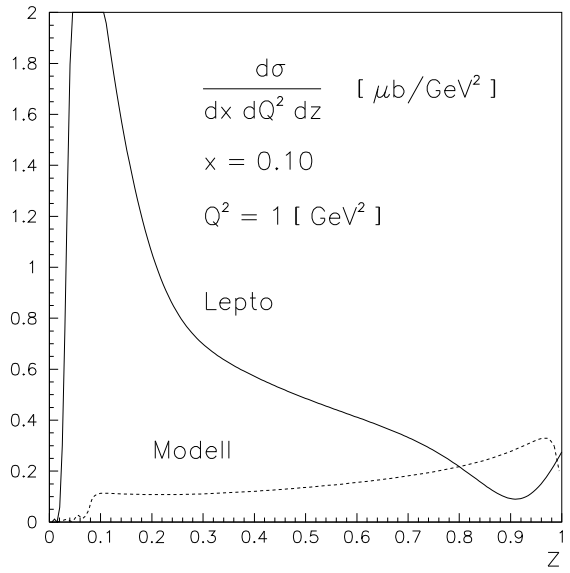

Abb. 4.23:

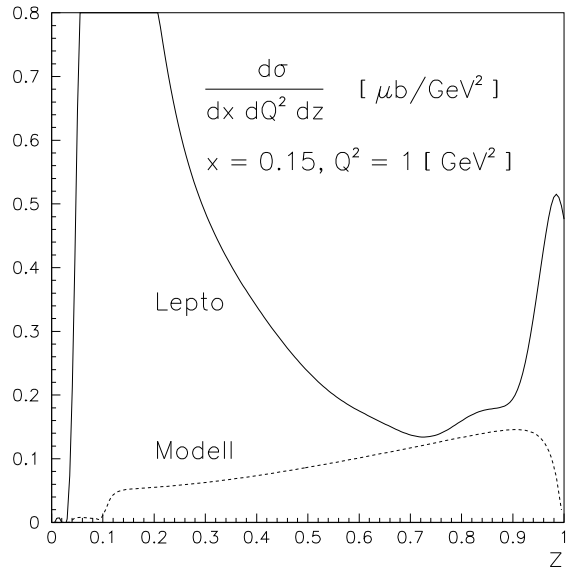

Abb. 4.24:

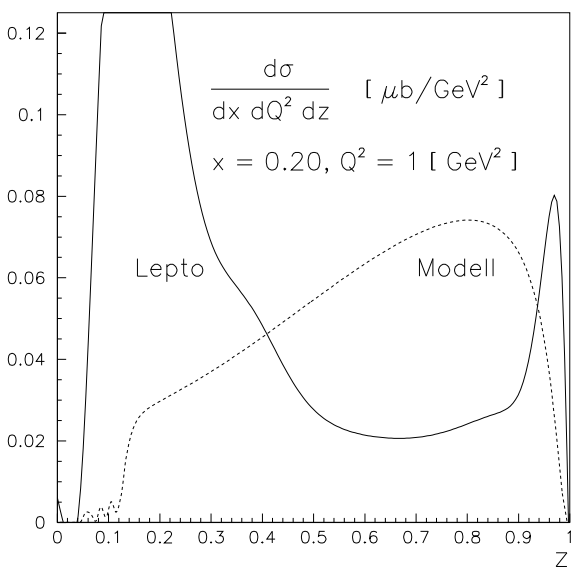

Abb. 4.25:

Abb. 4.22 - 4.25:
Der Pion-Produktionsquerschnitt von LEPTO im Vergleich mit dem Pionwolken-Modell für verschiedene Werte von x und bei $Q^2 = 1\,\mathrm{GeV}^2$ als Funktion von z in $\mu\mathrm{b}/\mathrm{GeV}^2$.

Man sieht aus der obigen Liste, daß die Vorgabe, das Modell bei einem relativ großen $x \approx 0.15$ messen zu wollen, zu kleineren x hin korrigiert werden muß. Eine Integration im Interval $x \in [0.05, 0.15]$ ist trotz der dadurch verlorengehenden, zusätzlichen Information hinsichtlich der Statistik von Nutzen. Da in x keine ausgeprägte Signatur der Pionwolke erwartet wird und (gemäß LEPTO) keine

Überdeckung des Bereichs großer z durch große Signale aus kleineren x-Bereichen zu erwarten ist (Abb. 4.14 bis Abb. 4.17), wäre die vorgeschlagene Integration empfehlenswert und unproblematisch.

4.6 Simulation der zu erwartenden Meßergebnisse

Die Abschätzung der effektiv am Detektor von HERMES erreichbaren Pionproduktionsraten hat die im Proposal des Experiments projektierte Luminosität zur Grundlage. Die Luminosität entspricht dem Faktor von Strahlfluß und Targetdichte und hat die Dimension $1/(\text{Fläche} \cdot \text{Zeit})$. Das Produkt des Wirkungsquerschnitts mal der Luminosität entspricht der Anzahl zu erwartender Ereignisse pro Zeiteinheit. Integriert über die angestrebte Meßzeit und mit einem Faktor $\mathcal{F}$ versehen, der zeitliche Strahlunterbrechungen, die endliche Effizienz der Detektoren sowie die endliche Rekonstruktionseffizienz berücksichtigt, erhalten wir die in der Zeit $\mathcal{T}$ meßbare Ereigniszahl $\mathcal{N}$ als Funktion von z mit

$$\mathcal{N}(z) = \mathcal{F} \int_0^{\mathcal{T}} \mathcal{L} dt \iint \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}x \mathrm{d}Q^2 \mathrm{d}z}(x, Q^2, z)\, \mathrm{d}x \mathrm{d}Q^2 \Delta z \; . \tag{4.5}$$

Die kinematischen Integrationsvariablen entsprechen der Größe des simulierten Phasenraums in x und Q^2. Δz ist die Intervallbreite in z.

Der hier simulierte Phasenraum hat die aus der Diskussion in Abschnitt 4.5 gefolgerte Größe. Man hat dort im Hinblick auf den angestellten Vergleich zwischen dem Modell und der Simulation geschlossen, daß eine optimale Messung den Pionproduktionsquerschnitt über das x-Intervall $[0.05, 0.5]$ und das Q^2-Intervall $[1; 2]$ GeV^2 integrieren müßte. Die dort angesprochenen Identifikationsprobleme bezüglich der *Art* der Pionwolke (nukleonisch oder vom Konstituentenquark herrührend) sollen hier vorerst unberücksichtigt bleiben, da eine Messung im projektierten Phasenraumbereich Evidenz über eine Pionwolke geben sollte, gleich welcher Herkunft sie ist. Die genaue Art der Pionwolke ist dann mit einer zusätzlichen Analyse, die weitere kinematische Einschränkungen vor allem in M_X^2 und in z vorgibt, zu untersuchen. Dadurch wird die Ereigniszahl weiter reduziert.

Die Luminosität für eine unpolarisierte Messung mit dem Wasserstofftarget bei HERMES ist mit $1.8 \cdot 10^{32}$ Nukleonen/cm^{-2}s^{-1} angegeben [Her93]. Dies entspricht dem Zehnfachen der Luminosität bei polarisiertem Target. Integriert über eine Meßzeit von 2 Monaten ergibt sich bei einer Gesamteffizienz von 35% eine Zeitspanne von 500 Stunden. Dies entspricht einer integrierten Luminosität von $\int \mathcal{L}\, \mathrm{d}t = 3.2 \cdot 10^{38}\, \mathrm{cm}^{-2}$. Umgerechnet in die zum Wirkungsquerschnitt korrespondierende Einheit *barn*, mit $1\,\mu\mathrm{b} = 10^{-30}\,\mathrm{cm}^{-2}$, ist dann $\int \mathcal{L}\, \mathrm{d}t = 3.2 \cdot 10^{8}\, \mu\mathrm{b}^{-1}$.

Der Wirkungsquerschnitt ergibt sich für das angegebene Intervall in x und Q^2 aus LEPTO zu 36.3 nb. Die Akzeptanz für positive Pionen im gesamten Phasenraum wurde in Abschnitt 4.4.1 mit 5.2% bestimmt. In dem hier simulierten x-Q^2-Intervall liegt sie bei 7.8%. Unter Berücksichtigung der π^+-Multiplizität von 1.4 in diesem Phasenraumintervall führt dies zu einem realistischen Wirkungsquerschnitt von 3.96 nb.

Man erhält für die über den ganzen z-Bereich integrierte Ereigniszahl einer 2-monatigen Messung

$$\mathcal{N} = \int_0^{500h} \mathcal{L} \mathrm{d}t \int_{0.05}^{0.15} \mathrm{d}x \int_1^2 \mathrm{d}Q^2 \int_0^1 \mathrm{d}z \, \frac{d\sigma}{\mathrm{d}x \mathrm{d}Q^2 \mathrm{d}z}(x, Q^2, z) \; = \; 1.27 \cdot 10^6 \; . \tag{4.6}$$

Eine Integration des vom *Modell* gelieferten Wirkungsquerschnitts über z und über das obige x-Q^2-Intervall ergibt 1.47 nb, also ca. 37% des vom Monte Carlo berechneten Wert. In der Realität ist auch

dieser Wirkungsquerschnitt aufgrund einer eingeschränkten Akzeptanz nach unten zu korrigieren. Da die Pionen des Modells nicht von weicher Fragmentation herrühren, ist die mittlere Akzeptanz höher als die des Monte Carlos.

Das Resultat der Simulation, die die obige Ereigniszahl zugrundelegt, ist in Abb. 4.26 dargestellt. Die Fehlerbalken repräsentieren dabei nur die statistischen Fehler. Deutlich hebt sich in der Abbildung der Anstieg des t-Kanals des Modells vom Monte Carlo ab. Allerdings ist in dieser Abbildung auch das Problem der Identifikation der „Herkunft“ der Pionwolke klar zu erkennen: die Einschränkung auf $z \leq 0.8$ führt zu einem optimistischen, d.h. dort die Beiträge der nukleonischen Pionwolke vernachlässigbaren, Signal-zu-Untergrund Verhältnis von 1:1 bei $z \approx 0.8$ und 1:3 bei $z \approx 0.5$.

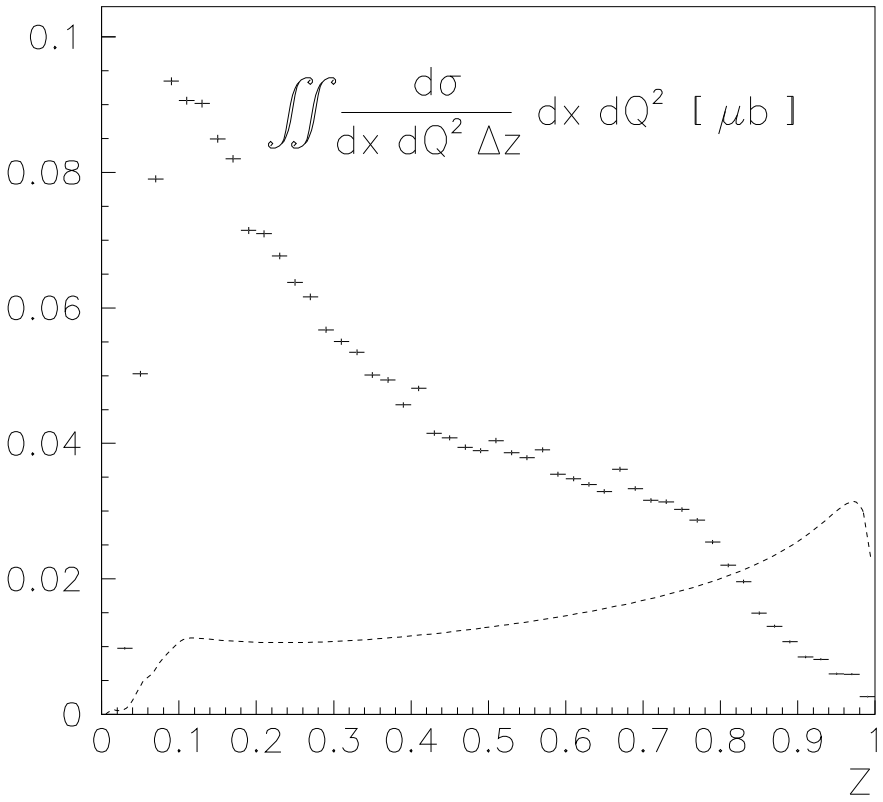

Abb. 4.26:
Simulation der zu erwartenden Ereignisrate über $z = E_{\pi^+}/\nu$ mit einer angenommenen Luminosität von $\int \mathcal{L} dt = 3.2 \cdot 10^8 \mu b^{-1}$. Dies entspricht einer Periode der Datennahme von 3 Monaten. Der kinematische Bereich umfaßt $0.05 \leq x \leq 0.15$ und $1 \leq Q^2 \leq 2$ GeV^2

Man sieht damit, daß die in Abschnitt 3 angestellte Approximation für die Wahrscheinlichkeit, daß im Konstituentenquark ein π^+ enthalten sei, prinzipiell durch das vom Modell und dem Monte Carlo gebildeten Verhältnis wiedergegeben wird. Die Wahrscheinlichkeit dürfte allerdings mit ca. $5 - 10\%$ geringer als die dort berechneten 26% sein und damit die in Abschnitt 3.2.2 angestellten Abschätzung, die *ohne* die Kopplungskonstante g_A rechnet, unterstützen.

4.7 Erweiterung des kinematisch zugänglichen Bereichs von HERMES

Eine wesentliche Minderung der statistischen Genauigkeit in dem uns interessierenden Bereich bei $x \approx 0.1$ und $Q^2 \approx 1\,\mathrm{GeV}^2$ ist auf die Einschränkung der Akzeptanz durch die Septumplatte zurückzuführen, wie in Abschnitt 4.4 gesehen werden konnte. Ohne die Septumplatte zu entfernen, die für die Abschirmung des Strahls vom Magnetfeld des HERMES-Experiments notwendig ist, läßt sich der erreichbare Winkelbereich durch zwei Möglichkeiten erweitern:

- Der Verzicht auf die Proportionalkammern im Inneren des Magneten würde auch den Wegfall der äußeren Rahmen dieser Kammern bedeuten. Diese Rahmen reduzieren den Meßbereich zu kleineren Winkeln hin. Ohne die Kammern, also nur mit der Beschränkung durch die Septumplatte, wäre ein θ_k^{min} von $\theta_k^{min} = 32$ mrad zu erreichen (im Gegensatz zu der momentanen Einschränkung von $\theta_k^{min} = 40$ mrad).
  Die Funktion der Magnetkammern ist die zusätzliche Information, die für die Spuren-Rekonstruktion zur Verfügung steht [Her93]. Allerdings tragen die Magnetkammern nicht in dem geplanten Ausmaß zu der zu der Rekonstruktionseffizienz bei [Wan94]. Somit erscheint der zeitlich begrenzte Ausbau der Magnetkammern für die Dauer der Messung der unpolarisierten, semi-inklusiven Pion-Produktionsquerschnitte als sinnvoll.

- Ein anderer Ansatz, um den Meßbereich zu kleineren Winkeln hin zu erweitern, bezieht sich auf eine Verlegung des Gastargets auf einen ca. 1 m größeren Abstand vom Detektor. Die Durchführung dieser Option bezieht sich natürlich auf einen Zeitpunkt *nach* dem Abschluß des Meßprogramms der polarisierten Strukturfunktionen, wie er in Abschnitt 4.1 dargestellt ist. Dies würde zu eine untere Winkelbegrenzung von $\theta_k^{min} = 26$ mrad führen erlauben.

Eine Simulation der zu erreichenden Statistik im Vergleich mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Pionwolkenmodell ist in Abb. 4.27 für einen Wert von $\theta_k^{min} = 30$ mrad dargestellt.

Diese Verteilung gibt die Situation im Vergleich zu Abb. 4.26 allerdings nicht richtig wieder. Bei der hier vorgenommenen Targetverschiebung verbessert sich die Akzeptanz vor allem für große z, wohingegen das Modell keine Abhängigkeit von der Akzeptanz zeigt. Nach der Simulation steigt z.B. die Akzeptanz positiver Pionen im Intervall $0.05 \leq x \leq 0.15$ und $1 \leq Q^2 \leq 2\,\mathrm{GeV}^2$ unter Berücksichtigung der Geometrie des verschobenen Targets auf 11.9%. So ist das Modell leicht reskaliert worden, um die Auswirkungen zu verdeutlichen, da sonst genau der entgegengesetzte Effekt eingetreten wäre, d.h. der Wirkungsquerschnitt des Modells gemäß dem des Monte Carlos stärker unterdrückt worden wäre. So ist die Signifikanz des Anstiegs des Modells bei $z \rightarrow 1$ gegenüber dem Monte Carlo deutlicher als ohne Targetverschiebung.

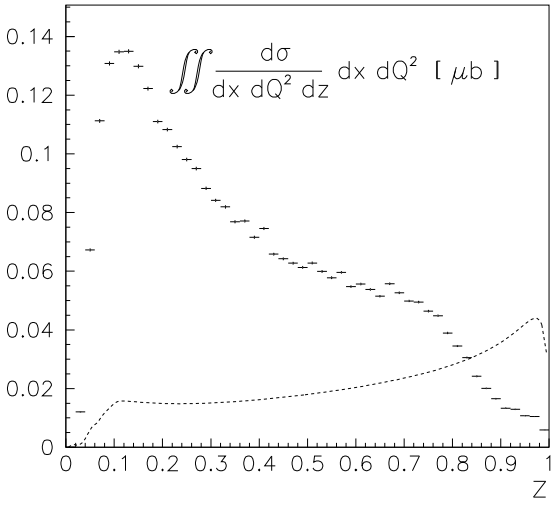

Abb. 4.27:
Studie der zu erreichenden Statistik unter Berücksichtigung eines vergrößerten Winkelbereichs, siehe Text, und einer Luminosität von $3.2 \cdot 10^8 \mu b^{-1}$.

4.8 Vergleich der Simulation mit dem vollständigen HERMES-Monte-Carlo

Im folgenden soll die Studie der Pionproduktion bei HERMES mit dem Monte Carlo des HERMES-Experiments durchgeführt werden, um einen Vergleich zu den Simulationen zu gewinnen, die in den vorigen Abschnitten durchgeführt wurden. Das Monte Carlo des HERMES Experiment basiert ebenfalls auf dem Generator LEPTO, allerdings baut darauf die Simulation des gesamten Detektors auf. Dies wird mit dem Programm GEANT durchgeführt, welches am CERN entwickelt wurde und die vom Generator erzeugten Teilchen sukzessive durch die Materie des Spektrometers entwickelt, wobei verschiedene Streumechanismen implementiert sind. Ein Bild des HERMES-Detektors mit eingetragenen Spuren sieht man in Abb. 4.29. Die in den Detektor-Volumina eingetragenen Kreuze um die Spur der beiden Teilchen gibt die Quantität der dort im Detektor deponierten Energie wieder.

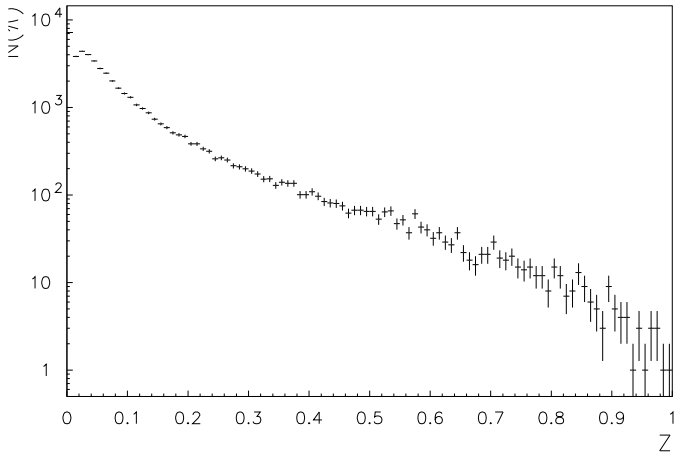

Abb. 4.28: Die z-Verteilung der Pionen gemäß dem Monte Carlo HMC (siehe Text).

Die z-Verteilung der Pionen zeigt Abb. 4.28. Die Verteilung erfolgte über den Phasenraum, der HERMES zugänglich ist, die Anzahl generierter Ereignisse betrug $3 \cdot 10^4$. Die Generation erfolgte mit dem Monte Carlo HMC Version 7.6 (April 1995) in Verbindung mit dem *Hermes Event Processor* (HEP). Das HEP-Programm ist zur Bearbeitung und Auswertung der vom HMC erzeugten Ereignis-Dateien konstruiert worden.

Die Verteilung, wie sie Abb. 4.28 darstellt, gibt die Merkmale der Pionverteilung prinzipiell richtig wieder. Da alle Pionen in der Verteilung berücksichtigt wurde, ist der Anstieg für $z \rightarrow 0$ stärker ausgeprägt als vergleichbare Verteilungen führender Pionen. Trotzdem bleibt festzuhalten, daß der Anstieg für $z \rightarrow 0$ zu stark ausgeprägt erscheint.

In dem Fall der Selektion von Pionen, die für die Extraktion der Pion-Energie notwendig war, konnte allerdings eine fehlerhafte Bearbeitung der Dateien durch das HEP festgestellt werden, so daß die Verteilung in Abb. 4.28 nicht unbedingt die vom Monte Carlo generierte Verteilung wiedergibt. Es ist deshalb notwendig, die Analyse nach einer Überprüfung des Programms zu wiederholen.

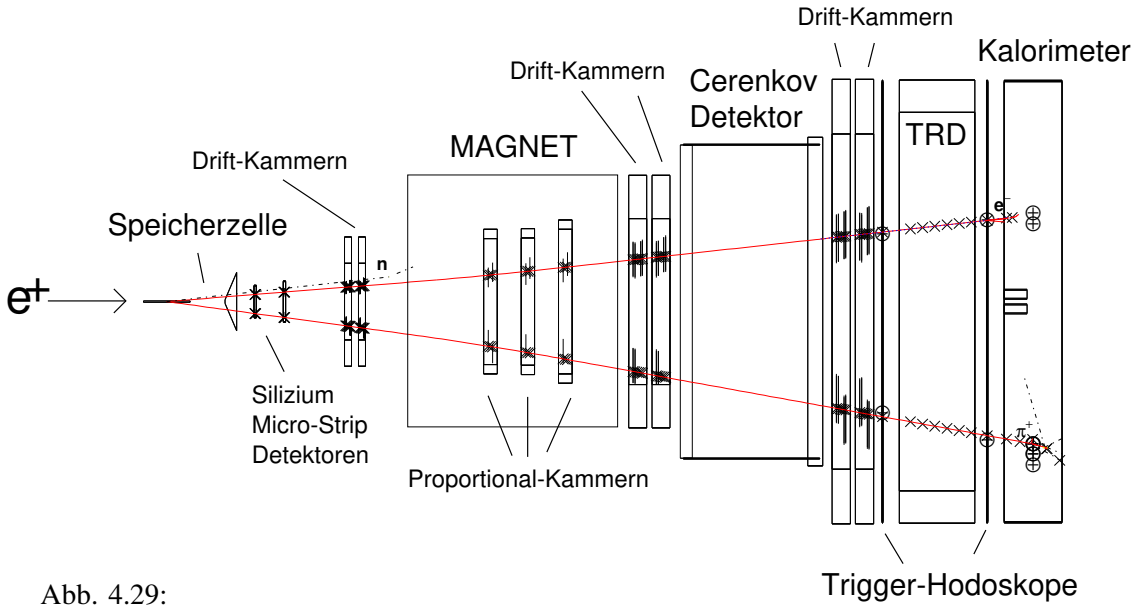

Abb. 4.29:
Ein Ereignis $ep \longrightarrow en\pi^+$, wie es vom Hermes Monte Carlo (HMC) generiert wurde. Die obere, bis zum Kalorimeter durchgezogene Spur ist die des Positrons, die darunter die des p^+. Die Energieschwelle, ab der Teilchen im Detektor simuliert wurden, betrug 1 GeV.

4.9 Die Identifikation der Herkunft der Pionwolke

Im Vergleich des Modells mit dem Monte Carlo LEPTO, d.h. mit der durch das Monte Carlo beschriebenen Physik, stellt sich die Frage, in wieweit eine Trennung der Streuung des Photons an der Pionwolke des *Konstituentenquarks* zu der Streuung an der Pionwolke des *Nukleons* in einer Messung möglich ist. Beide Streuprozesse werden durch LEPTO *nicht* beschrieben, werden aber in vergleichbaren, hohen z-Bereichen erwartet. Eine Signatur, wie sie oben beschrieben wurde, sollte sich also nicht nur von dem Monte Carlo, sondern auch von dem Prozeß der Streuung an der nukleonischen Pionwolke separieren lassen.

Eine Streuung an der Pionwolke des *Nukleons* läßt sich durch kleine Restmassenquadrate M_X^2 charakterisieren (Abschnitt 4.4.2). Bei kleinen M_X^2 fragmentiert das ausgehende Nukleon nicht. Der Überhang in der Verteilung positiver Pionen für kleine $M_X^2 \leq 4\,\mathrm{GeV}^2$ (Abb. 4.12) ist ein Hinweis auf die exklusive Reaktion $ep \rightarrow e'n\pi^+$, bei der die elastische Streuung an einem Pion des Nukleons vorliegt.

Die Verteilung ist damit eine Signatur für die Streuung an der nukleonischen Pionwolke. Da ein kleines M_X^2 für den Fall pionischer Endzustände aber gleichbedeutend mit großen z ist, müßte die Forderung, im Bereich $z \rightarrow 1$ messen zu wollen, fallen gelassen werden, um die Streuung an der nukleonischen Pionwolke auszuschließen. Man müßte $z \leq 0.8$ verlangen und damit gleichzeitig eine Überlagerung durch den in Abb. 4.23 sichtbaren Anstieg des Monte Carlos für $z \leq 0.8$ erhalten. Wie anhand der in Abschnitt 4.6 vorgestellten Studie über eine konkrete Messung bei HERMES gesehen werden kann, ist diese Einschränkung wegen der geforderten Abhebung des Modells vom Monte Carlo nicht möglich. Auch die Kombination enger Beschränkungen in M_X^2 und z würde die Statistik für $z \geq 0.8$ zu stark limitieren. Die Forderung nach einer Trennung der beiden Pionwolken führt bei HERMES zu einer Einschränkung des Phasenraums, die eine Messung nicht mehr möglich erscheinen läßt.

Daher wird es für eine Bewertung der Meßergebnisse hinsichtlich einer möglichen Existenz der Pionwolke des Konstituentenquarks darauf ankommen, wie gut die vom Monte Carlo beschriebenen Prozesse im Bereich $z \approx 0.8$ verstanden sind. Dies sollte vor einer angestrebten Messung man im Rahmen einer erweiterten Studie in detaillierter Form überprüft werden.

Die Messung des longitudinalen Wirkungsquerschnitts (Abschnitt 4.9.2) verschafft keinen Ausweg aus der Problematik der Identifikation des Prozesses, da bei beiden Pionwolken die Streuung an skalaren Teilchen vorliegt. Eine mögliche Lösung wäre eine wesentlich höhere Strahlenergie als die bei HERMES verfügbare, da dann der Schnitt $M_X^2 \geq 4\,\mathrm{GeV}$ hochenergetische Pionen mit $z \geq 0.9$ erlauben würde.

Für HERMES, dem eine Energie von 27.5 GeV vorgegeben ist, müßte eine alternative Untersuchungsmethode gefunden werden, um Aussagen über die Herkunft der Pionwolke zu machen. Dabei könnte beispielsweise eine Betrachtung des s-Kanals weiterführen, da dieser, wie in Abb. 4.25 zu sehen ist, für $x \approx 0.2$ bei mittleren z sehr signifikant erscheint. Wegen der dort verschwindenden Akzeptanz (Abb. 4.17) ist allerdings auch diese Messung nicht möglich.

Bei *großen* M_X^2 ist das Nukleon hochangeregt und fragmentiert. Es gibt zwei verschiedene Topologien der Verteilung der Endzustände im Energie- bzw. Rapiditätsraum. Wird ein Quark aus dem Nukleon herausgeschlagen, so wird dieses fragmentieren und einen Jet einer bestimmten Rapidität bilden. (Einen *Jet* nennt man dabei die in Experimenten beobachtete Gruppe von hochenergetischen Teilchen, die in ein begrenztes Raumwinkelintervall gestreut werden und aus einzelnen Teilchen, begleitet von hadronisierten Gluonen und Fragmenten, bestehen). Es entsteht allerdings eine Kaskade von weiteren Fragmenten zwischen Quark und Targetrest, die im Rapiditätsraum zwischen dem getroffenen Quark (höchste Rapidität) und dem Targetrest (niedrigste Rapidität) gleichverteilt sind (Abschnitt 4.2.1). Streut das Photon hingegen an der Pionwolke des Konstituentenquarks, so wird das Pion einen Jet mit hoher Rapidität bilden. Auch der Nukleonrest fragmentiert. Es ist aber kein String, der sukzessive in einer Kaskade fragmentiert, ausgebildet worden, so daß eine große Differenz zwischen den Rapiditäten der Jets von Pion und Nukleon besteht. Diese *large rapidity gap*-Ereignisse sind eine Möglichkeit der Unterscheidung der Herkunft der führenden Pionen eines Ereignisses. Der in Abschnitt 5 untersuchte Ausbau des HERMES-Detektors für Messungen im *Collider*-Betrieb würde geeignet sein, diese Rapiditätsverteilung der Jets zu vermessen.

In den folgenden Abschnitten wird untersucht, ob eine Signatur der Pionwolke in anderen Variablen als z eine zusätzliche Hilfe bei der Identifikation ermöglichen könnte.

4.9.1 Existiert eine Signatur in $k_\perp^2$?

Die Abhängigkeit des Modells von den kinematischen Variablen $\mathbf{k}_\perp^2$ und φ_π sind unter dem Hinweis auf eine nötige Reduktion der Freiheitsgrade auf dem Wege der Konstruktion des hadronischen Tensors (Abschnitt 3.3.2) ausintegriert worden, um einen Vergleich mit dem Monte Carlo zu ermöglichen. Die Überlegung, daß es eine deutliche Signatur der Pionwolke in der Variablen $\mathbf{k}_\perp^2$, dem transversalen Impuls des führenden Pions im Endzustand, geben könnte, führte dazu, diesen Verlauf mit den Vorhersagen des Monte Carlo-Programms zu vergleichen. Es lagen keine $\mathbf{k}_\perp^2$ Verteilungen der z.B. in [] gemessenen nukleonischen Pionwolke vor. Deshalb ist hier keine Aussage über eine Trennung der Pionwolken in einer Messung der Verteilung des transversalen Pionimpulses möglich.

Der transversale Impuls ist definiert als der Impulsanteil des führenden Pions, der senkrecht zur Richtung des *virtuellen Photons* steht. Er berechnet sich damit auch folgendermaßen:

$$k_\perp^2 = k_\pi^2 - \frac{q \cdot k_\pi}{\sqrt{q^2}} \ , \tag{4.7}$$

wobei der zweite Term der rechten Seite in Gl.4.7 den Absolutbetrag des zum Photonimpuls parallelen Impulsanteils quantifiziert.

Den Vergleich zwischen Modell und Simulation und die zugehörige Akzeptanzstudie sieht man in Abb. 4.30 bis Abb. 4.32 dargestellt. Es wurde hier der Integrationsbereich über $z = [0, 1]$ in drei äquidistante Intervalle zerlegt, um hinsichtlich etwaiger Unterschiede der $k_\perp^2$-Verteilungen in verschiedenen z-Bereichen einen möglichen Anhaltspunkt für eine Signatur der Pionwolke zu erhalten.

Folgendes läßt sich zu den Verteilungen über $k_\perp^2$ sagen:

- Allgemein nehmen beide Verteilungen mit zunehmenden transversalen Impulsbruchteil exponentiell ab.
- Die $k_\perp^2$-Verteilung, wie sie das Monte Carlo wiedergibt, ist über den gesamten $k_\perp^2$-Bereich und für alle z-Intervalle dominant über die Verteilung des Modells.
- Die nach dem Modell und dem Monte Carlo vorhergesagte $k_\perp^2$-Abhängigkeit hat für verschiedene z-Bereiche ungefähr gleichbleibende Steigung. Eine Ausnahme bildet das Intervall bei großen z ($z \geq \frac{2}{3}$), wo für das Modell der Pionwolke ein Anstieg für kleine $k_\perp^2$ zu erkennen ist. Im Bereich kleiner und mittlerer z sagt das Modell keine z-Abhängigkeit der $k_\perp^2$-Verteilung der führenden Pionen voraus.

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß zwar eine (wenn auch geringe) Signatur in der $k_\perp^2$-Verteilung der Pionen im Bereich großer z existiert, diese aber durch eine sehr geringe Akzeptanz in diesem Phasenraumbereich kompensiert wird. Eine Analyse der HERMES-Daten wird demnach nicht die nötige Signifikanz erbringen.

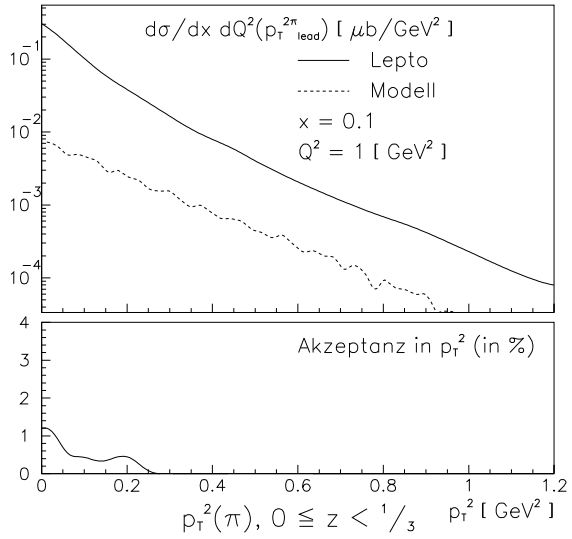

Abb. 4.30:

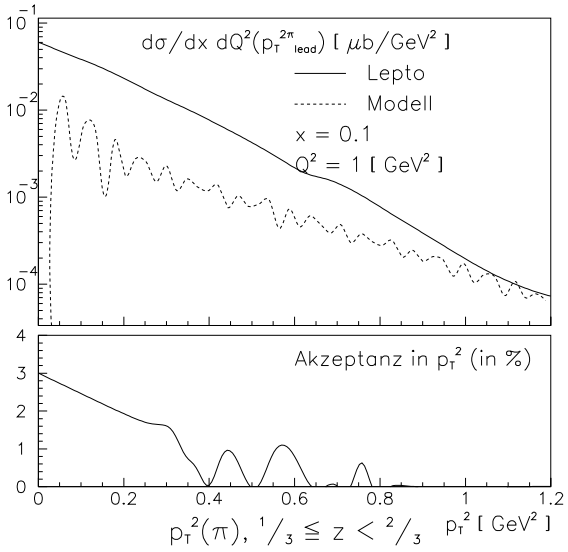

Abb. 4.31:

Abb. 4.30:
In der oberen Abbildung ist der Wirkungsquerschnitt der π^+-Pionproduktion über $k_\perp^2(\pi)$ aufgetragen. Die durchgezogene Linie entspricht dem Verlauf der Monte Carlo-Simulation, die gestrichelte den Modellrechnungen. Es wurde über das z-Interval $z \in [0, \frac{1}{3}]$ integriert. Die Kinematik ist fixiert auf $x = 0.1$ und $Q^2 = 1$ GeV^2. Im unteren Bild ist die zugehörige Akzeptanz von HERMES in diesem z-Bereich über $k_\perp^2(\pi)$ abgebildet.

Abb. 4.31:
Wie in Abb. 4.30, das z-Intervall ist hier $z \in [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$.

Abb. 4.32:
Wie in Abb. 4.30, das z-Intervall ist hier $z \in [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$.

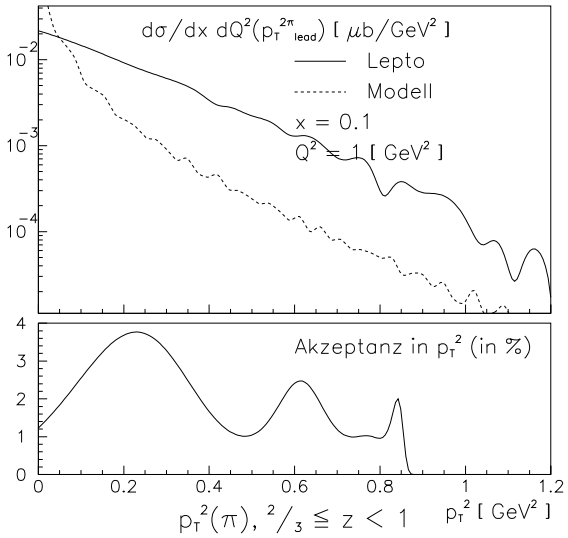

Abb. 4.32:

4.9.2 Der longitudinale Wirkungsquerschnitt

Da das Pionwolkenmodell in der Strukturfunktion H_L einen deutlichen Beitrag für große z liefert, wurde in Abschnitt 3.4.3 der longitudinale Wirkungsquerschnitt eingeführt. Es wurde aber auch die Schwierigkeit angesprochen, diese Strukturfunktion zu extrahieren, da zu diesem Zweck das Experiment bei zwei verschiedenen Strahlenergien durchgeführt werden muß. Bei HERMES besteht tatsächlich eventuell die Möglichkeit, zusätzlich zu den geplanten 27 GeV für eine gewisse Zeit eine niedrigere Strahlenergie von 15 GeV zur Verfügung gestellt zu bekommen. Dies ist eine interessante Möglichkeit, das hier vorgestellte Modell zu messen und sollte im Hinblick auf den deutlichen Hinweis

der longitudinalen Strukturfunktion auf Beiträge der Pionwolke unbedingt verfolgt werden.

Eine Trennung der Pionwolke des Konstituentenquarks von der des Nukleons könnte durch eine Signatur in der Abhängigkeit des longitudinalen Wirkungsquerschnitts von z ermöglicht werden. Güttner et al. sehen in [Güt84] Hinweise auf eine solche Signatur, die sie der Pionwolke des Nukleons zuschreiben. Dabei wurde ein Anstieg des longitudinalen Wirkungsquerschnitts des quasielastischen Streuprozesses $ep \rightarrow e'n\pi^+$ für kleine $|t|$, d.h. kleinen Impulstransfer auf das Targetnukeleon (ohne Pion), beobachtet, wohingegen der transversale Wirkungsquerschnitt konstant über $|t|$ verlief. Kleine $|t|$ entsprechen großen z des Pions. Der Anstieg auch des longitudinalen Querschnitts der *nukleonischen* Pionwolke für $z \rightarrow 1$ zeigt, daß über z keine Unterscheidungsmerkmale der Pionwolken im longitudinalen Streuquerschnitt gegeben sind.

Da das Monte Carlo Programm LEPTO keine Korrelation der longitudinalen Wechselwirkung von Photon und Quark mit der Pionproduktion beinhaltet [Ing95], ist eine Abschätzung der zu erwartenden Wirkungsquerschnitte bzw. der Signifikanz der Modellvorhersagen über den longitudinalen Wirkungsquerschnitt nicht möglich. Es kann aber davon ausgegangen werden, daß dies die erfolgversprechendste Meßmethode darstellt, um Hinweise auf eine Pionwolke bei der Elektro-Pionproduktion in tiefinelastischen Streuexperimenten zu erhalten.

5 Eine *Collider*-Option für das Hermes-Spektrometer

Eine aktuelle Frage in der tiefinelastischen Streuung betrifft die Gültigkeit der QCD in Bereichen kleiner Q^2, wo störungstheoretische Rechnungen nicht mehr gültig sind. Hier dominieren nicht-störungstheoretische Beiträge, wie aus der Verletzung der Gottfried-Summenregel und der Ellis-Jaffe-Summenregeln hervorgeht. Verschiedene theoretischen Bemühungen, diese Effekte mit Modellen zu beschreiben, haben dazu geführt, daß Kollaborationen bestehender Streuexperimente neue Messungen in diesem Bereich planen. Die Modelle sollen anhand des Verlaufs der gemessenen Strukturfunktionen überprüft werden.

Die momentan am Elektron-Proton-*Collider* HERA installierten Experimente zur Messung der unpolarisierten Struktur des Protons, H1 und ZEUS, decken einen Phasenraum in x und Q^2 ab, wie er in Abb. 5.1 durch die eingezeichneten Geraden dargestellt ist [Val93]. So liegt die untere Grenze in Q^2 im Experiment H1 gegenwärtig bei 4.5 GeV^2 [Räd94], wobei die Auflösung zu kleinen Q^2 stark abnimmt. Aus diesem Grund wird bei H1 auch die Energieverteilung des hadronischen Endzustandes mitrekonstruiert, um zusätzliche Informationen zu gewinnen. Dadurch verbessert sich die Situation aber nicht signifikant.

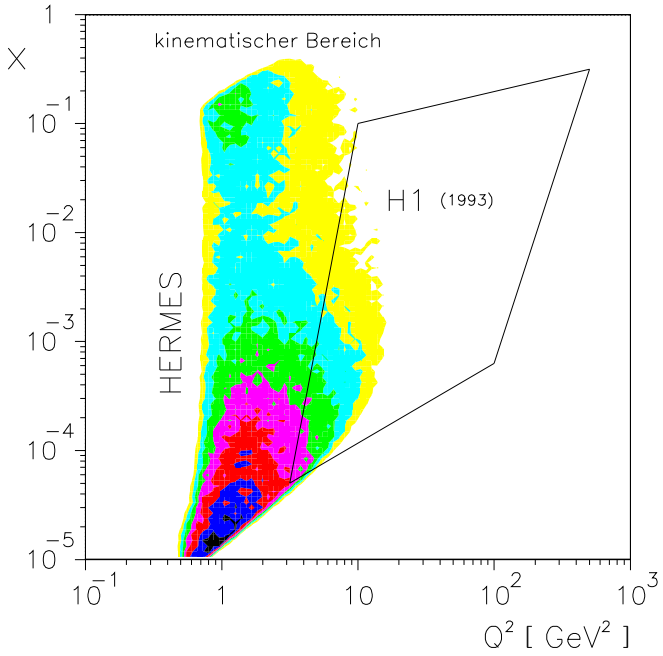

Abb. 5.1:
Akzeptanz von H1 (eingezeichnete Linien) bzw. von HERMES im Collider-Modus (graue Flächen) im x-Q^2-Phasenraum. Bei der Simulation des Phasenraums von HERMES wurde eine Akzeptanz in kleinen θ bis hinunter zu 30 mrad angenommen. Die zugrundeliegende Strukturfunktion ist die F_2-Parametrisierung von GRV [GRV90]. Der Anstieg der Verteilung bei $x \approx 0.3$ entspricht der Streuung an den Konstituenten.

Die hat dazu geführt, daß zukünftige Optionen für das ebenfalls am HERA-Beschleuniger installierte Experiment HERMES (Abschnitt 4.1) vorgeschlagen wurden [Pov95], die eine Messung der

unpolarisierten Strukturfunktion F_2 am HERMES-Detektor vorsehen. Der Grund liegt darin, daß bei HERMES ein Nachweis gestreuter Elektronen, d.h. eine Messung des unpolarisierten, inklusiven Wirkungsquerschnitts, bis zu kleinen $Q^2 \approx 0.6\,\mathrm{GeV}^2$ möglich wäre (Abb. 5.1).

In folgenden Abschnitt werde ich kurz auf die physikalischen Fragen eingehen, die in diesem Phasenraumbereich am HERMES-Detektor im *Collider*-Bertrieb von Interesse sind, um dann auf die Anforderungen an die Detektoren einzugehen. Abschließend stelle ich eine Studie über den erreichbaren Phasenraumbereich anhand einer Simulation einer Messung der Strukturfunktion F_2 vor.

5.1 Physik kleiner x und Q^2 mit HERMES?

Der derzeit interessante Meßbereich in der Skalenvariablen x liegt bei sehr kleinen $x \approx 10^{-4}$, da hier ein Übergang von den *GLAP*-Gleichungen zu den durch die Gluonen dominierten Lipatov-Gleichungen erwartet wird [Brü95]. Zusätzlich erwartet man hier neue Effekte, die zu einer Abnahme des Wirkungsquerschnitts führen würden. Dieser x-Bereich wurde in HERA-Messungen erstmals erschlossen. Um in derart kleine x-Regionen vorzustoßen, wie sie von H1 und ZEUS abgedeckt werden, ist gemäß $x = Q^2/2M_N\nu$ ein sehr großer Energietransfer ν notwendig. Die Schwerpunktsenergie bei einem *Collider* ist bekanntlich $s = 4E_eE_p$, wo E_p die Energie des einfliegenden Protons beschreibt. Bei HERA ist $s = 87\,600\,\mathrm{GeV}^2$. Die Skalenvariable x läßt sich im *Collider*-Betrieb als

$$x = \frac{Q^2}{s\,y}\,, \tag{5.1}$$

schreiben, wobei $y = \nu/E$ aus elektronischem sowie auch aus dem hadronischem Endzustand ermittelt werden kann. Sehr kleine x sind demnach über große $\nu = Q^2/2M_Nx$ erreichbar. Da zusätzlich zu dem Messbereich sehr kleiner x auch eine gute Auflösung bis zu kleinen Q^2 interessant erscheint, wurde vorgeschlagen, das zur Zeit im *fixed target*-Modus operierende HERMES-Experiment im *Collider*-Modus zu betreiben. Um die Anforderungen abzuschätzen, soll hier ein kurzer Ausblick auf die interessierenden physikalischen Fragestellungen abgegeben werden.

Messungen während der ersten zwei Jahre bei H1 und ZEUS haben gezeigt, daß unerwartet viele Ereignisse mit einer sehr kleinen longitudinalen Energieverteilung auftraten. Diese Topologien wiesen auf diffraktive (Beugungs-)Streuereignisse hin und zeigten, daß sich der HERA-Beschleuniger sehr gut für die Untersuchung der hadronischen Struktur und deren Interaktion eignet. Die Interaktion in den diffraktiven Prozessen wird über Gluonabstrahlung bzw. den Pomeronaustausch beschrieben. Ein virtuelles Photon kann in niedrigster Ordnung für eine kurze Zeit t_c in einen $q\bar{q}$-Zustand fluktuieren, während der es mit der hadronischen Komponente über Gluon- bzw. Pomeronaustausch stark wechselwirken kann. Für ein Photon mit $q^2 = (\nu, \mathbf{q})^2 = -Q^2$ ist $t_c \approx 1/xM_N$ [Pov95]. Dies könnte dazu führen, daß aufgrund der mit kleinen x anwachsenden Größe t_c und der damit ansteigenden Wechselwirkungslänge eine Gluon-Rekombination einsetzt, die den Anstieg von F_2 zu kleinen x hin begrenzt.

Interessante Fragen der Physik kleiner x und Q^2 bei HERA umfassen unter anderem die folgenden Punkte [Pov95, Nem94]:

1. Detektion der Hadronisation des virtuellen Photons in ein Vektormeson bei festem Q^2 erlaubt Rückschlüsse auf die Gluonverteilungsfunktion und damit auf den Verlauf der Strukturfunktion bei sehr kleinen x. Semi-inklusive Messungen können die Genauigkeit erhöhen.

2. Die hadronische Fluktuation des Photons wechselwirkt, vom Ruhesystem des Proton aus gesehen, mittels eines Pomerons. Bei sehr kleinen x ist die Pomeron-Struktur mit der Gluonverteilung korreliert. Der transverse Energiefluß ist stärker zu großen Rapiditäten hin verteilt. Es ist für das Verstehen der Physik sehr kleiner x wichtig, diesen Fluß zu vermessen.

3. Die Studie von Jets im Rapiditätsbereich zwischen der Photon-Hadronisation und dem Proton-Rest geben Aufschluß über die innere Struktur des Pomerons. Hierzu gehören Jets diffraktiver Streuprozesse sowie weicher und harter Fragmentation.

4. Die x-Verteilung der Baryonenzahl im Proton kann bei HERA über 10 Größenordnungen in der Rapidität η untersucht werden.

Im folgenden wird die zur Untersuchung der Punkte in obiger Liste notwendige Detektorkonfiguration vorgestellt und die Möglichkeit erwogen werden, den Detektor des bestehenden Experiments HERMES hierfür einzusetzen.

5.2 Der Detektor von HERMES im *Collider*-Betrieb

Die physikalischen Anforderungen an den Detektor sind im die folgenden:

- Gute Akzeptanz und Orts- sowie Energie-Auflösungsvermögen in der Elektronendetektion im Bereich kleiner Q^2, d.h. für $1 \leq Q^2 \leq 20$ GeV^2.
- Ein Akzeptanzbereich bis hinab zu großen negativen Rapiditäten $\eta \geq -7$.
- Hadron-Identifikation auf der Elektron-Seite zur Ermöglichung semi-inklusiver Analysen.
- Ausreichende Akzeptanz für große Pseudorapiditäten $y = -\ln \tan(\theta/2)$.

Der Ansatz ist, das bestehende HERMES-Spektrometer für die Detektion der gestreuten Elektronen zu nutzen und für den Nachweis des hadronischen Rests **X** auf der gegenüberliegenden Seite ein Hadronkalorimeter hinzuzufügen. Ein schematisches Bild ist in Abb. 5.2 dargestellt. Aus den physikalischen Anforderungen ergeben sich folgende Konsequenzen an die Geometrie und an die Detektorkonfiguration:

- Das **Hadronkalorimeter** sollte aus folgenden Komponenten zusammengesetzt sein:
  - Ein **elektromagnetisches Kalorimeter** wird um den Wechselwirkungsbereich aufgebaut. Es mißt die Impulsverteilung transversaler geladener Teilchen.
  - Ein ***barrel*-Kalorimeter** (Länge: ca. 6 m) soll Hadronen im Bereich mittlerer Rapiditäten, $-2 \leq \eta \leq 2.4$ bzw. Jets nachweisen mit einer Auflösung von $\Delta\eta = 0.2$.
  - Ein ***end-cap*-Kalorimeter** am Abschluß des *barrel*-Kalorimeters überdeckt den Bereich $2.4 \leq \eta \leq 5$. Durch die Konstruktionsweise als Drahtkammer mit Absorberschichten werden die Hadronen ortsaufgelöst detektiert.

  - Ein ***forward*-Kalorimeter** ist am Ende des Hadron-Kalorimeters geplant. Dieses Kalorimeter soll die Akzeptanz auf der hadronischen Seite abschließen und Rapiditäten bis zu $\eta = 7$ abdecken. Es ist gut geeignet für die Detektion der Targetfragmentation. Es wird beweglich aufgebaut und kann in den Strahl bis auf einen Abstand von 14 mm hineingeschoben werden. Die Auflösung des Ortes und damit der Pseudorapidität wird durch Silizium-Microstrip-Detektoren erreicht, die direkt vor dem Kalorimeter aufgesetzt sind und eine gute Unterdrückung des Bremsstrahlungshintergrundes gewährleisten.
  - Ein **Spaghetti-Kalorimeter** in großer Entfernung (ca. 90 m Elektronenstrahl-abwärts) ist zum Nachweis von Neutronen eingeplant.

- Die ***bestehende*** **Konfiguration** wurde in Abschnitt 4.1 besprochen. Das aktuelle HERMES-Spektrometer, d.h. der die Elektronen detektierende Detektorteil, analysiert die Elektronenenergie, im Gegensatz zu H1 und ZEUS, mittels eines Magneten.

5.3 Simulation einer Messung von F_2

Im folgenden stelle ich eine Studie vor, die die Messung der Strukturfunktion F_2 für HERMES im *Collider*-Betrieb simuliert. Dabei wurde von der in Abschnitt 4.3.1 vorgestellten Geometrie ausgegangen, die auch hier der Akzeptanz in der Elektronendetektion zugrundeliegt. Der einzige Unterschied betrifft den Abstand zwischen dem Magneten und dem Wechselwirkungspunkt, der in der vorliegenden Studie so gelegt wurde, daß die Grenze von θ auf $\theta^{min} = 30$ mrad herabgesetzt wurde. Die Energie des Elektrons wurde mit 30 GeV, die des Protons mit 820 GeV angenommen, was den momentanen Betriebsdaten von HERA entspricht.

In den Abbildungen 5.4 und 5.3 wird das Ergebnis der Simulation vorgestellt. Als Strukturfunktion, die den Abbildungen zugrundeliegt, ist die aktuelle Parametrisierung von Martin, Stirling und Roberts [MRS94] ausgewählt worden. Die vertikalen Fehlerbalken wurden mit Hilfe des Monte Carlos LEPTO hinzugefügt. Sie basieren auf der Simulation der momentanen Akzeptanz von HERMES, mit Ausnahme des herabgesetzten unteren Winkelschnitts. Dazu wurde der Wirkungsquerschnitt mit LEPTO in den jeweiligen Phasenraumintervallen ermittelt. Die Strukturfunktion F_2 ist dann in jedem x-Q^2-Intervall mit dem relativen Fehler $\Delta F_2 \,/\, F_2$ multipliziert worden, um den absoluten Fehler in $(x\,, Q^2)$ zu erhalten. Die Größe $\Delta F_2 \,/\, F_2$ ist hier direkt proportional zu $\Delta\sigma \,/\, \sigma$ angenommen worden, dem relativen Meßfehler im Wirkungsquerschnitt, der ebenfalls von x und Q^2 abhängig ist. In den Proportionalitätsfaktor $\mathcal{E} = 1.3$ wurden die Meßfehler in x, y und Q^2 sowie Detektor- und Rekonstruktionseffizienzen absorbiert, so daß $[\Delta F_2 \,/\, F_2](x, Q^2) = \mathcal{E}\,[\Delta\sigma \,/\, \sigma](x, Q^2)$ ist. Der relative Fehler folgt der Gleichung

$$\frac{\Delta F_2}{F_2}\,(x, Q^2) \;=\; \frac{\mathcal{E}}{\sigma_{tot}}\,\frac{\sqrt{\mathcal{N}_{gen}}}{\sqrt{\mathcal{N}(x, Q^2)}}\,. \tag{5.2}$$

Hier steht σ_{tot} für den über die ganze, kinematisch erreichbare x-Q^2-Fläche integrierten Wirkungsquerschnitt, $\mathcal{N}_{gen}$ für die Gesamtzahl der in dieser Fläche generierten Ereignisse und $\mathcal{N}(x, Q^2)$ für die Anzahl der gemäß des Wirkungsquerschnitts bzw. der Strukturfunktion in dem jeweiligen x-Q^2-Intervall generierten Ereignisse.

Für die Abb. 5.3 wurde in den Teilbildern jeweils über ein Q^2-Intervall der Größe $\Delta Q^2 = 2\,\mathrm{GeV}^2$ integriert und der Verlauf der Strukturfunktion über x abgebildet. Für die Abb. 5.4 wurde über ein x-Intervall der in den Teilbildern angegebenen Größe integriert und der Verlauf der Strukturfunktion über Q^2 dargestellt.

Das Ergebnis zeigt, daß für kleine $Q^2 \in [1, 3]\,\mathrm{GeV}^2$ und sehr kleiner x die Akzeptanz sehr gut ist und zu großer Statistik bzw. kleinen Fehlerbalken führt. Die Studie hat zeigen können, daß die bestehende HERMES-Konfiguration sehr gut geeignet wäre, im *Collider*-Betrieb Strukturfragen der Materie bei sehr kleinen x aufklären zu helfen.

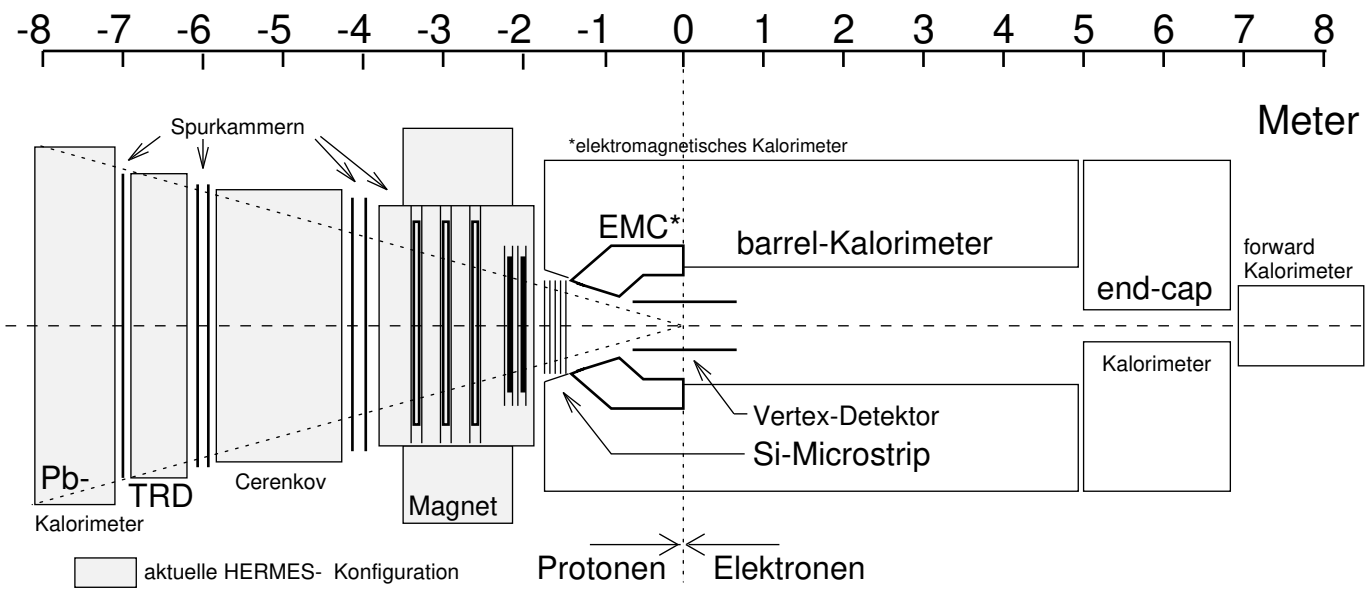

Abb. 5.2:
Schematische Darstellung des Detektoraufbaus für einen Betrieb von HERMES im Collider-Modus. Die schattierten Flächen entsprechen dem aktuellen (1995) Aufbau, die weißen Elemente stehen für die neu aufzubauenden Detektoren.

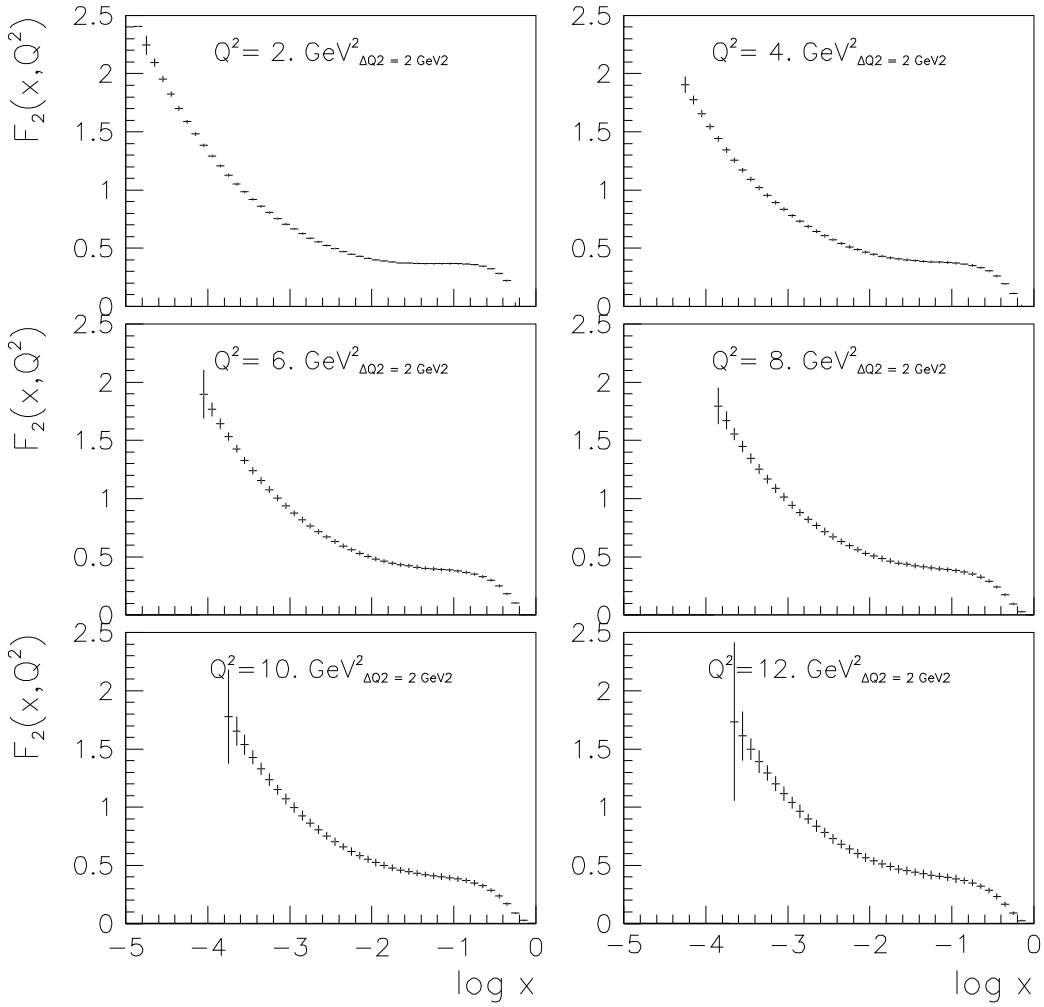

Abb. 5.3:
Simulation der Messung der Strukturfunktion F_2 für verschiedene Q^2 in Abhängigkeit von $\log(x)$ mit HERMES im Collider-Betrieb.

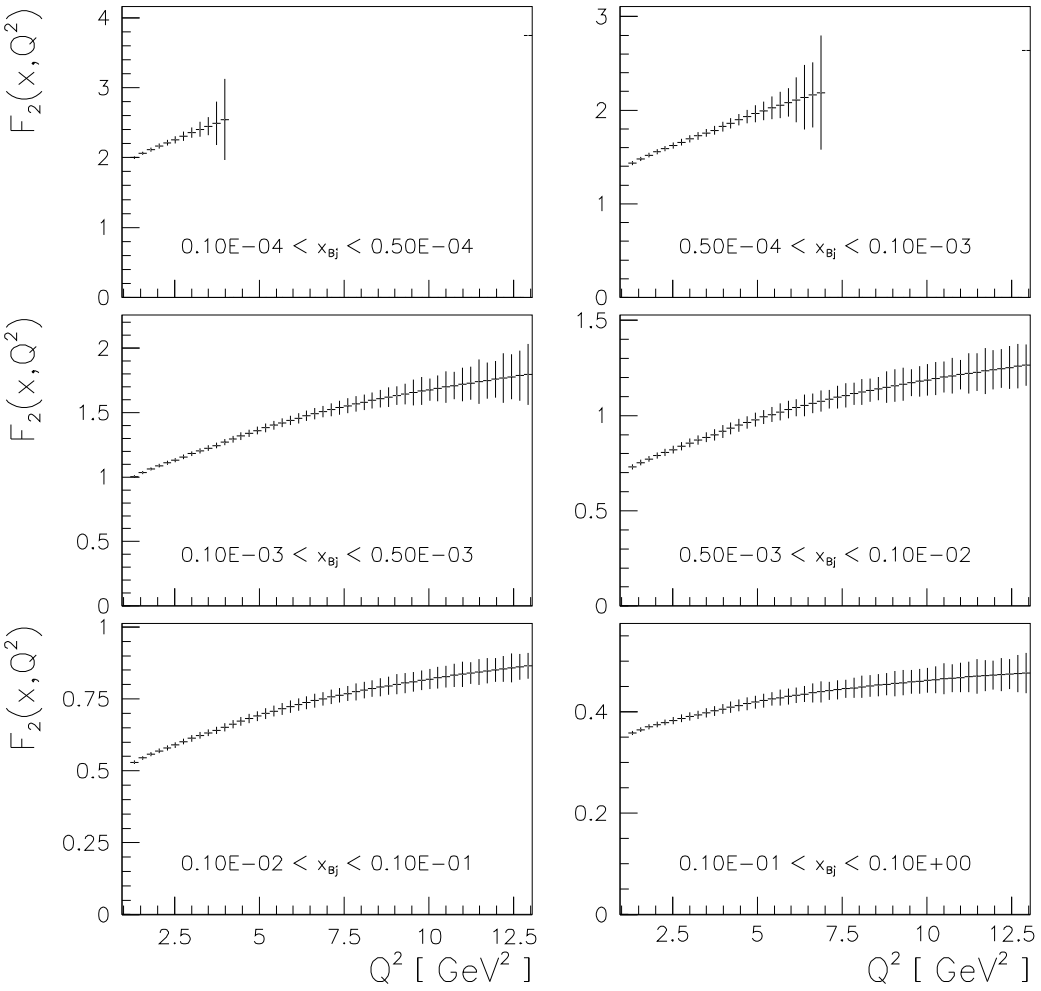

Abb. 5.4:
Simulation der Messung der Strukturfunktion F_2 für verschiedene Q^2 in Abhängigkeit von $\log(x)$ mit HERMES im Collider-Betrieb.

6 HSF - Der *Hermes Structure Function server*

Die Notwendigkeit, im bestehenden *Hermes Monte Carlo* (HMC) verschiedene Strukturfunktionsparametrisierungen zur Verfügung zu stellen, die wahlweise der Analyse (z.B. des Hintergrundes) zugrunde gelegt oder mit den Daten verglichen werden können, warf den Vorschlag auf, eine Strukturfunktionsdatenbank zu erstellen. Diese sollte entweder im HMC integriert sein oder als externes Programm über eine Schnittstelle mit dem Monte Carlo kommunizieren.

Strukturfunktionen, wie sie in der Hochenergiephysik verwendet werden, stellen die Realisierung z.B. der in Abschnitt 2.8 vorgestellten Parametrisierungen in Programmform dar. Sie liegen in Form von Programmroutinen vor, die in FORTRAN geschrieben wurden und von den Autoren zur Verfügung gestellt werden. Zusätzlich sind mittlerweile auch die Strukturfunktionsdaten, wie sie an den einzelnen Experimenten gemessen wurden, in Form von Datenpunkten auf dem INTERNET[5] erhältlich. So sind auf der www-Adresse[6] *http://durpdg.dur.ac.uk/HEPDATA* die Reaktionsmeßdaten für Wirkungsquerschnitte vieler Streuprozesse abrufbar. Auch die Strukturfunktionsdaten, wie sie von verschiedenen Kollaborationen gemessen wurden, sind dort erhältlich.

Es gibt vor allem zwei Rahmenbedingungen, in die der Strukturfunktions-Server (HSF) eingebunden ist. Die zu vermeidende Verlangsamung des HMC ist wesentlich, da das Monte Carlo für jedes Ereignis den Wirkungsquerschnitt und damit die Strukturfunktion neu errechnet. Für bereits im HMC implementierte Routinen ist dies unproblematisch, das Interpretieren externer Programmroutinenen mittels eines *Interpreters*, wie ihn z.B. COMIS[7] darstellt, ist aber sehr Rechenzeit-intensiv. Ein anderer Punkt ist die Forderung nach „Benutzerfreundlichkeit“ und Flexibilität. So soll es problemlos und schnell möglich sein, neue Strukturfunktionen dem Monte Carlo zugänglich zu machen oder neue Datensätze einzufügen. PAW[8] visualisiert werden können.

Im Rahmen meiner Beschäftigung mit Strukturfunktionen sowie dem *Hermes Monte Carlo* (HMC) erschien daher folgendes Konzept eines zentralen, ausbaufähigen und flexiblen Strukturfunktionsservers für die HMC-Umgebung sinnvoll und machbar:

1. Ein Strukturfunktions-Server (HSF) sollte folgenden **Anforderungen** genügen:

   - HSF stellt eine zentrale Verwaltung dar: *Alle* sinnvollen bzw. brauchbaren Funktionen und Daten sind hier archiviert und abrufbar.
   - Verschiedene Strukturfunktionen in der Form von Parametrisierungen werden zur Laufzeit dem Monte Carlo bereitgehalten.
   - Verschiedene Parametersätze für ein- und dieselbe Funktionsroutine sollen zugänglich sein.

[5] INTERNET ist das wissenschaftliche, internationale Rechnernetz, welches mittlerweile sehr viele Universitäten, Forschungseinrichtungen, aber auch kommerzielle Adressen miteinander verbindet

[6] www ist eine Abk. für *World Wide Web*, einem lokalen, auf dem INTERNET basierenden Informations-Server

[7] COMIS ist eine Abk. für *Compilation and Interpretation System*, ein am CERN entwickeltes Programm

[8] PAW ist die Abk. für *Physics Analysis Workstation*, einem am CERN entwickelten Programm zur Datenanalyse und -Visualisierung.

- Der Server sollte auch von anderen Programmen zugänglich sein, z.B. von PAW.
- HSF muß leicht erweiterbar sein, d.h. Funktionen bzw. Datensätze sollten eingelesen werden können.
- Es sollten auch Datensätze bearbeitet werden, d.h. Daten interpoliert werden und für PAW-User abrufbar sein.
- Im Zuge einer größeren Flexibilität sind im Monte Carlo nur noch z.B. eine einzige Strukturfunktion fest implementiert. Andere stellt HSF zur Verfügung. Es bedarf also verschiedener Routinen, die das Hinzufügen und Auswählen der verschiedenen Funktionen bzw. Daten erlauben, deren Format, Namen etc. sie kennen, die die Werte direkt ausgeben (PAW) und im Monte Carlo dem Benutzer mitteilen, was verfügbar ist und wie es aufgerufen wird.
- Die Realisierung sollte bekannte Konzepte und Umgebungen der aktuellen Analyse-Programme verwenden bzw. miteinbeziehen, um die Benutzungshomogenität der Programme zu gewährleisten.

2. Folgende **Probleme** gilt es zu bewältigen:

   - Das HSF sollte trotzdem schnell genug sein, um im Monte Carlo keine untragbaren Verzögerungen entstehen zu lassen.
   - Die mittels COMIS in der Initialisierungsphase compilierten Funktionen erscheinen als zu langsam in der Ausführung.

3. Die **Realisierung** ist die folgende:

   - Den Mittelpunkt stellt ein ausführbares Programm dar, welches die Schnittstelle bildet zwischen dem Monte Carlo und PAW auf der einen, den Daten bzw. Funktionen und ihren Verknüpfungen auf der anderen Seite.
   - Das Programm beruht auf dem vom CERN stammenden ADAMO, einem Entwicklungswerkzeug, daß die Umgebung und die Programmroutinen einer relationalen Datenbank zur Verfügung stellt.
   - Desweiteren wird als Interaktionsinstrument zwischen Benutzer und Programm das ebenfalls am CERN entwickelte Programmierwerkzeug KUIP[9] verwendet. Es ist interaktiv, basiert auf FORTRAN, ermöglicht die Ausführung von Macros und hat eine vom Programmierer umfassend zu gestaltende, hernach selbsterklärende Menusteuerung. Obwohl es mittlerweile schon als veraltet gelten kann, ist es doch auch in PAW bzw. im HMC implementiert und wird deshalb von allen PhysikerInnen schnell verstanden.
   - Die Schnittstelle zwischen Monte Carlo und HSF ist so gestaltet, daß HSF in der Initialisierungsphase des Monte Carlos auf Befehl einen Datengrid in x-Q^2 erstellt, der die Werte der ausgewählten Strukturfunktion enthält. Das Format des Grids ist dem HMC bekannt, welches dann bei jedem neuen Ereignis am jeweiligen x-Q^2-Punkt eine Interpolation benachbarter Grid-Punkte unternimmt, um den Wert der Funktion zu ermitteln.
   - Es wird innerhalb des HSF eine Trennung zwischen Funktionen und Daten durchgeführt, siehe Abb. 6.2.

[9] KUIP ist eine Abk. für *Kit for an User Interface Package*.

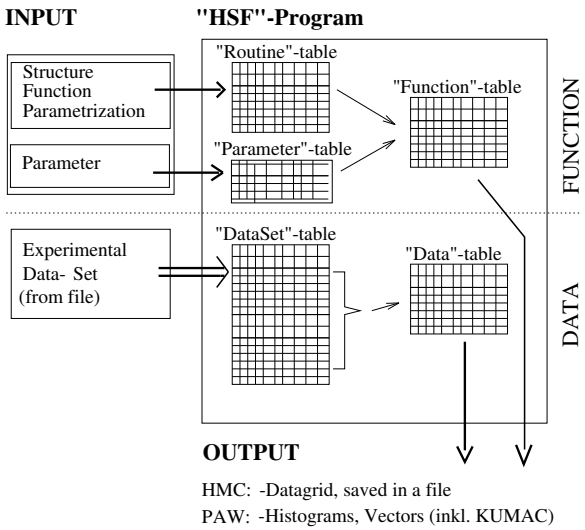

Abb. 6.1: Die innere Datenstruktur in HSF

- Die Funktionsnamen, die sie charakterisierenden Merkmale und die Daten werden in ADAMO[10]-Tabellen eingelesen bzw. gespeichert (Abb. 6.2). In Appendix C sind beispielhaft der Inhalt der Tabellen aufgeführt.

- Die Funktionen sind über einen einzigen Namen anzusprechen. Dieser steht in der zentralen Tabelle `sfFunct`, die die Merkmale der Funktion (Art, Parametersatz, Erstellungsdatum etc.) enthält. Bei den Daten ist die zentrale Tabelle `sfData`.

- Die zentrale Tabelle `sfFunct` führt Parametersätze und zugehörigen Programmroutinen über sog. *relationships* zusammen. So weist ein Parametersatz immer auf einen Funktionsnamen, der auf eine Routine zeigt. Bei `sfData` ist nur ein Verweis (auf die die Daten enthaltene Tabelle) nötig. Die *relationships* sind ebenfalls im Anhang aufgeführt.

- HSF verfügt über einige Möglichkeiten, unter anderem:

  - Neue Funktion/Datensätze einlesen, andere löschen, Tabelleninhalte korrigieren bzw. ändern.

  - Auf Anfrage von HMC eine Datei erzeugen, die die Werte einer ausgewählten Funktion enthält.

  - Funktionen/Datensätze in PAW-Histogrammen in eine HBOOK-Datei ausgeben. Schnitte bzw. Projektionen sollen möglich sein.

[10] ADAMO ist ein *Entity-Relationship Programming System* und wurde am CERN programmiert.

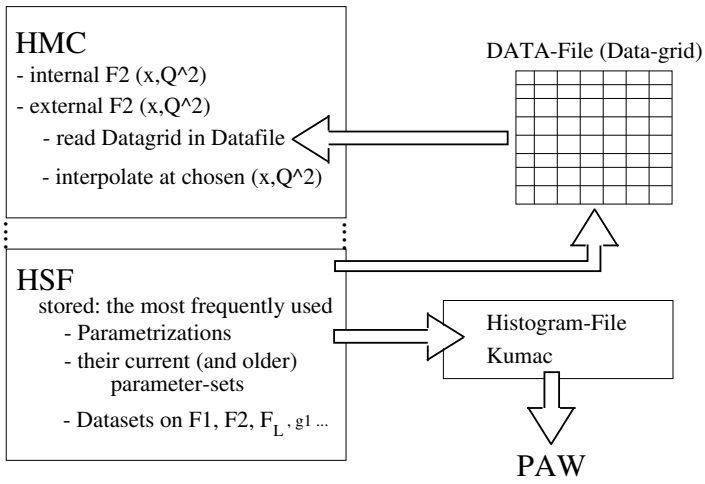

Abb. 6.2: Veranschaulichung des Zusammenspiels von HSF, HMC und PAW

7 Zusammenfassung

Das Schöne erfordert vielleicht die sklavische Nachahmung dessen, was in den Gedanken unbestimmbar ist.
PAUL VALÉRY

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die experimentelle Überprüfbarkeit eines Modells, das die beobachteten Verletzungen der Gottfried- und Ellis-Jaffe-Summenregeln auf die Existenz einer Pionwolke des Konstituentenquarks zurückführt, am HERMES-Experiment am DESY untersucht. Dabei stand eine detaillierte Studie der Akzeptanz dieses Detektors sowohl bei inklusiven wie auch bei semi-inklusiven Messungen im Vordergrund. Es konnte gezeigt werden, daß HERMES zum Nachweis führender Pionen in dem interessierenden kinematischen Bereich geeignet ist und Bei einer Messung des führenden pionischen Endkanals eine deutliche Signatur des Modells in der Variable $z = E_\pi/\nu$ erwartet werden kann. Die Signatur der Pionwolke sollte im semi-inklusiven longitudinalen Wirkungsquerschnitt ebenfalls einer Messung zugänglich sein.

Eine weiterführende Untersuchung der Frage nach dem Ursprung der Pionwolke, d.h. der Unterscheidung der Pionwolke des Konstituentenquarks von der Pionwolke des Nukleons, zeigte, daß ein Schnitt in dem Quadrat der Restmasse M_X^2, wie er für eine Trennung notwendig wäre, bei HERMES aufgrund der geringen Strahlenergie nicht möglich ist. Auch die Messung des longitudinalen Streuquerschnitts bringt keine weiteren Hinweise auf die Herkunft der Pionwolke. Ein anderes Unterscheidungsmerkmal bietet die Rapidität der Jets bei hohen Energien: die Existenz der Pionwolke würde sich in einer großen Rapiditätslücke der Jets zeigen. Die Messung der Jet-Rapiditäten ist allerdings in dem gegenwärtigen Aufbau des HERMES-Experiments wegen der geringen Schwerpunktsenergie nicht möglich, sondern erfordert den Einsatz des zu modifizierenden Detektors bei kollidierendem Elektron- und Protonstrahl.

Der Ausbau des HERMES-Experiments auf einen solchen Betrieb im *Collider*-Modus erlaubt neben der Überprüfung des Modells Messungen der Streuquerschnitte bis hinunter zu sehr kleinen x ($\approx 10^{-4}$) und kleinen Q^2 ($\approx 0.6\,\mathrm{GeV}^2$). Dies könnte zu neuen Einsichten in einem kinematischen Bereich führen, der durch die aktuellen Experimente am DESY nicht abgedeckt wird und Fragen der Physik kleiner x und Q^2 beantworten helfen.

Die Strukturfunktionsdatenbank HSF ist ein wichtiges Werkzeug bei der Analyse der gemessenen Daten von HERMES. Es wird so der schnelle und einfache Vergleich zwischen vorhandenen Parametrisierungen und Daten anderer Experimente ermöglicht.

A Monte-Carlo Techniken: Zufallszahlen und Normierung

Das Problem der Zufallszahlenerzeugung sowie der Gewichtung der Anzahl erzeugter Ereignisse ist vor allem bei Monte-Carlo Techniken der numerischen Simulation von Prozessen von hoher Relevanz. Die Generierung der Zahlen ist dabei insofern ein Problem, da man benutzt hier sogenannte *pseudorandom numbers* benutzt, die verschiedenen Kriterien bezüglich Gleichverteilung und Unkorreliertheit genügen müssen. Die hohe Zahl immer neu zu generierender Zufallszahlen mit komplexen Algorithmen macht es notwendig, die Effizienz deren Einsatzes zu maximieren. Hierbei gibt es mehrere Methoden. Man geht von einer eindimensionalen Funktion $f(x)$ mit $x \in [0,1]$ aus, auf der verteilt werden soll (dies wird dann z.B. ein Wirkungsquerschnitt $d\sigma$ als Funktion von x_{Bj} sein), und einer Zufallszahl x, die auf $[0,1]$ bestmöglichst gleichverteilt sei.

Acceptance-rejection method:
Man würfelt eine zweite Zufallszahl h, die zwischen $[0, \max(f(x)|_{x\in[0,1]}]$ gleichverteilt sei und errechnet zusätzlich den Funktionswert $f(x)$ an der Stelle x. Liegt h oberhalb $f(x)$, wird das Ereignis errechnet, ansonsten verworfen und ein neuer x-Wert bestimmt (siehe Abb. A.1). Für hohe Ereignis-Zahlen wird sich deren Verteilung auf x demnach wieder der ursprünglichen, $f(x)$, annähern.

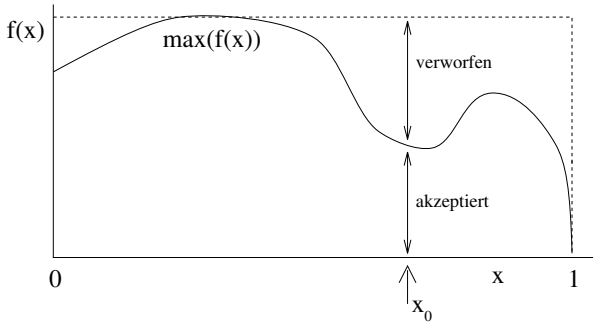

Abb. A.1:
Methode der acceptance-rejection zur Auswürfelung nach der Verteilung $f(x)$

Acceptance-rejection method **mit** ***importance sampling***:
Man geht wie in obiger Methode vor. Man teilt den Definitionsbereich von x mit $x \in [0,1]$ aber in Teilintervalle auf, um die Differenz zwischen der wahren Verteilung und dem Maximalwert von $f(x)$ gering zu halten und damit die Effizienz zu erhöhen. Es muß hierbei ein Kompromiß gefunden wird zwischen der Berechnung verschiedener Maximalwerte von $f(x)$ und der Effizienzminderung durch angesprochene Differenzen.

Die *inverse transform method*:
Man arbeitet hier nicht mehr mit der Verteilungsfunktion $f(x)$, sondern deren Integral über x: die sogenannte kumulative Verteilung $F(x) = \int_0^x f(x')dx' := u$ wird ebenfalls eine Zufallsverteilung im Intervall $[0,1]$ sein. Hierbei beachte man, daß $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx \stackrel{!}{=} 1$ ist; für dieses Beispiel ist $x \in [0,1]$. Man approximiert nun die Verteilung $f(x)$ grob durch $f'(x)$, deren Stammfunktion man invertieren können muß. Es ist dann

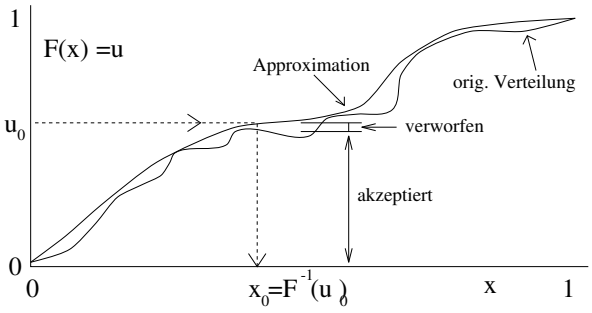

Abb. A.2: Die *inverse transform method* zur Auswürfelung nach der Verteilung $f(x)$ mit hoher *acceptance*-Rate

$$x = F'^{-1}(u)\,, \text{ wenn } \quad F'(x) = \int_0^x f'(x')dx'. \qquad (A.1)$$

Nun kann u homogen in $[0,1]$ gewählt und $F'^{-1}(u) = x$ berechnet werden, wobei die grobe Variation von $f(x)$ bereits berücksichtigt ist, wie man anhand Abb. A.2 leicht erkennt: dort, wo $f(x)$ groß ist, steigt $F(x)$ stark an, dies geht direkt in die Verteilung von $F'^{-1}(u) \sim F^{-1}(u)$ ein. Nur für die verbleibende (kleine) Differenz zwischen $f'(x)$ und $f(x)$ wird nun noch obige *rejection method* angewandt.

B Streuereignisse und Hadronisierung in LEPTO

Im folgenden sind einige Ereignisse bei bestimmten kinematischen Bedingungen, wie sie in dieser Arbeit diskutiert wurden, aufgelistet. `KS` steht hierbei für den Status des Teilchens: 21 ist ein einlaufendes, 11 ein instabiles und 1 ein stabiles Teilchen. Die Eingangsteilchen sind zusätzlich durch ein Ausrufezeichen gekennzeichnet, instabile Teilchen in Klammern gesetzt. Die Spalte `orig` gibt die laufende Nummer desjenigen instabilen Zwischenzustandes an, aus dem das jeweilige Teilchen gebildet wurde. Die Spalte `KF` stellt ein chiffriertes Kürzel für die Teilchenart dar.

1. Streuung an einem d-Valenzquark. Der String hadronisiert in ein $\bar{u}u$-Quarkpaar, welches mit dem gestreuten Quark ein π^-, $z = 0.8$, und mit dem *spectator*-Diquark ein Δ^{++} bildet. Dieses zerfällt in ein Proton und ein weiches π^+.

I	particle/jet		KS	KF	orig	p_x	p_y	p_z	E	m
1	!e-!		21	11	0	0.000	-0.000	27.500	27.500	0.001
2	!p+!		21	2212	0	0.000	-0.000	0.000	0.938	0.938
3	!gamma!		21	22	1	0.623	0.649	5.290	5.272	-1.001
4	e-		1	11	1	-0.623	-0.649	22.210	22.228	0.001
5	(d)	A	12	1	0	0.758	0.344	5.305	5.370	0.010
6	(uu_1)	V	11	2203	2	-0.135	0.305	-0.015	0.840	0.771
7	(string)		11	92	5	0.623	0.649	5.290	6.211	3.126
8	pi-		1	-211	7	0.724	0.122	4.711	4.770	0.140
9	(Delta++)		11	2224	7	-0.101	0.528	0.579	1.440	1.204

```
 10  p+              1   2212    9    0.051    0.332    0.585    1.156    0.938
 11  pi+             1    211    9   -0.152    0.196   -0.006    0.285    0.140
                   sum:  0.00         0.000    0.000   27.500   28.438    7.245

     Q^2= 1.023   x_Bj=0.097   nu=  5.638   z_Pi(lead)= 0.802
```

2. Streuung an einem u-Valenzquark. Der String zwischen u-Quark und ud-*spectator*-Diquark fragmentiert und erzeugt ein $\bar{d}d$-Quarkpaar, welches mit dem gestreuten Quark ein π^+, $z = 0.97$, und mit dem *spectator*-Diquark ein Proton bildet. Bei etwas größeren Q^2, $Q^2 \approx 1\,\mathrm{GeV}^2$, würde die größere Stringenergie zur Fragmentation in ein Proton und ein π^- führen. Ereignisse wie dieses sind dann äußerst selten.

```
 I  particle/jet  KS     KF orig    p_x      p_y      p_z       E        m

 1  !e-!          21     11    0    0.000    0.000   27.500   27.500    0.001
 2  !p+!          21   2212    0    0.000    0.000    0.000    0.938    0.938
 3  !gamma!       21     22    1   -0.639   -0.365    2.990    2.979   -0.779
 4  e-             1     11    1    0.639    0.365   24.510   24.521    0.001
 5  (u)        A  12      2    0   -0.643   -0.519    3.182    3.287    0.006
 6  (ud_0)     V  11   2101    2    0.004    0.155   -0.192    0.630    0.579
 7  (string)      11     92    5   -0.639   -0.365    2.990    3.917    2.421
 8  pi+            1    211    7   -0.475   -0.688    2.756    2.883    0.140
 9  n0             1   2112    7   -0.164    0.323    0.234    1.034    0.940
                 sum:  0.00         0.000    0.000   27.500   28.438    7.245

    Q^2= 0.607   x_Bj=0.109   nu=  2.979   z_Pi(lead)= 0.967
```

3. Streuung an einem $\bar{u}$-Anti-Seequark. Das Proton zerfällt nicht, der String zwischen gestreutem $\bar{u}$- und verbleibendem u-Seequark fragmentiert in ein π^-, $z = 0.81$, und ein π^+.

```
 I  particle/jet  KS     KF orig    p_x      p_y      p_z       E        m

 1  !e-!          21     11    0   -0.000    0.000   27.500   27.500    0.001
 2  !p+!          21   2212    0   -0.000    0.000    0.000    0.938    0.938
 3  !gamma!       21     22    1    0.887   -0.064    4.920    4.902   -0.981
 4  e-             1     11    1   -0.887    0.064   22.580   22.598    0.001
 5  (u~)       A  12     -2    0    0.775    0.118    4.149    4.222    0.006
 6  (u)        V  11      2    2    0.133   -0.128   -0.196    0.270    0.006
 7  p+             1   2212    2   -0.021   -0.054    0.967    1.349    0.938
 8  (string)      11     92    5    0.908   -0.010    3.953    4.492    1.931
 9  pi-            1   -211    8    1.246    0.024    3.929    4.124    0.140
10  pi+            1    211    8   -0.338   -0.034    0.024    0.368    0.140
                 sum:  0.00         0.000    0.000   27.500   28.438    7.245

    Q^2= 0.958   x_Bj=0.104   nu=  4.917   z_Pi(lead)= 0.813
```

4. Streuung an einem $\bar{d}$-Anti-Seequark, es verbleibt ein vier-Quarksystem. Der String zwischen gestreutem Quark und *spectator* fragmentiert, es entsteht ein $u\bar{u}$-Quarkpaar. Aus gestreutem $\bar{d}$- und dem u-Quark des Strings bildet sich ein π^+ mit $z = 0.93$, das $\bar{u}$ bildet mit einem u-Valenzquark ein π^0 und das verbleibende Triquark ist gerade ein Neutron.

```
   I  particle/jet KS     KF orig    p_x      p_y      p_z       E        m

   1  !e-!         21     11    0    0.000   -0.000   27.500   27.500    0.001
   2  !p+!         21   2212    0    0.000   -0.000    0.000    0.938    0.938
   3  !gamma!      21     22    1    0.227    0.636    6.156    6.145   -0.766
   4  e-            1     11    1   -0.227   -0.636   21.344   21.355    0.001
   5  (d~)       A  12     -1    0    0.695    0.239    5.574    5.623    0.010
   6  (u)        V  11      2    2   -0.255    0.221    0.035    0.339    0.006
   7  n0            1   2112    2   -0.213    0.175    0.546    1.121    0.940
   8  (string)     11     92    5    0.441    0.460    5.609    5.962    1.917
   9  pi+           1    211    8    0.585    0.292    5.658    5.698    0.140
  10  (pi0)        11    111    8   -0.145    0.168   -0.049    0.264    0.135
  11  gamma         1     22   10   -0.103    0.034    0.015    0.110    0.000
  12  gamma         1     22   10   -0.041    0.135   -0.064    0.155    0.000
                  sum:  0.00          0.000    0.000   27.500   28.438    7.245

      Q^2= 0.586   x_Bj=0.051   nu=  6.145   z_Pi(lead)= 0.927
```

C Datenstrukturen in HSF

Der Inhalt der Tabelle der in HSF gespeicherten Funktionen ist im folgenden abgedruckt. Es sind beispielhaft zwei Funktionen aufgelistet, 8-parametrige Realisationen der Funktion F_2 für Wasserstoff bzw. Deuterium von Martin, Stirling und Roberts. Ihr Name ist hier `h2-mrs-8par` bzw. `deut-mrs-8par`. Jede Zeile der Tabelle `sfFunct` charakterisiert eine Kombination der Funktions-*Routine* und dem zugehörigen Funktions-*Parametersatz*. Die mit # markierten Spalten zeigen Beziehungen zu Zeilen anderer Tabellen an. In der folgenden Tabelle `sfFunct` verläuft der Verweis zu der Tabelle `sfRoutine`, wo der Fortran-Code charakterisiert ist. Die zugehörigen Parameter finden sich in der Tabelle `sfPara`, von der der Verweis auf die zugehörige Funktion in `sfFunct` zeigt.

```
HSF> printtable 0 sfFunct
 |-------------------------------------------------------------|
 | Table: sfFunct                              ADAMO/TAP       |
 | Count:  2                                                   |
 | Page (  1,  1)                                              |
 | Printed along:  ID [MINC,MAXC]                              |
 |-------------------------------------------------------------|
 |ID  |FName        |FDate     |FCVa|NP|MinQ|MaxQ|MinX|MaxX#sfRou|
 |----|-------------|----------|----|--|----|----|----|----#-----|
 |   1|h2-mrs-8par  |  12121994|h8p | 8|  0.|100.|0.00|1.00#    1|
 |   2|deut-mrs-8par|  15121994|d8p | 8|  0.|100.|0.00|1.00#    2|
 |-------------------------------------------------------------|
HSF>
HSF> printtable 0 sfRoutine
 |-----------------------------------------------------|
 | Table: sfRoutine                  ADAMO/TAP         |
 | Count:  2                                           |
 | Page (  1,  1)                                      |
 | Printed along:  ID [MINC,MAXC]                      |
 |-----------------------------------------------------|
 |ID  |FRoutName                      |FRou|File|FileName|
 |----|-------------------------------|----|----|--------|
 |   1|df2h8                          |FUNC|EXTE|df2h8.f |
 |   2|df2d8                          |FUNC|EXTE|df2d8.f |
```

```
 |-------------------------------------------------------|
HSF>
HSF> printtable 0 sfPara
 |-------------------------------------------------------------------|      |------|
 | Table: sfPara                                          ADAMO/TAP | . . .|      |
 | Count:  2                                                        |      |      |
 | Page (  1,  1)                                                   |      |      |
 | Printed along:  ID [MINC,MAXC]                                   |      |      |
 |-------------------------------------------------------------------|      |------|
 |ID  |P1          |P2          |P3          |P4          |P5          | . . .|#sfFun|
 |----|------------|------------|------------|------------|------------|      |#-----|
 |   1|0.886627    |-.111910    | 3.39510    | 1.04064    | 1.02702    | . . .|#    1|
 |   2|0.764053    |-.171774    | 3.48979    |0.611064    |0.946086    | . . .|#    2|
 |-------------------------------------------------------------------|      |------|
HSF>
```

Die Beziehungen zwischen den Tabellen `sfFunct, sfRoutine` und `sfPara` gibt folgendes Schema wieder (Sie können auch aus Abb. 6.2 entnommen werden).

```
HSF>
HSF> printrelation sfFunct
 sfPara           ----|--> sfFunct
 sfFunct          ----|->> sfRoutine
HSF>
```

Die Pfeile verdeutlichen hierbei, daß jeder Parametersatz auf einen Funktionsnamen zeigt (obere Zeile), und zwar *höchstens auf eine* („> “) und *mindestens ein* Parametersatz pro Funktionsnamen („–|– “) auf diesen zeigt. In der unteren Zeile können dabei viele Funktionsnamen auf eine gemeinsame Routine verweisen („>> “).

Abbildungen

1.1 Diagramm tiefinelastischer Lepton-Hadron-Streuung 6
2.1 Elastische Streuung 10
2.2 Aktuelle Parametrisierungen der Strukturfunktion F_2 als Funktion von x und bei $Q^2 = 5\,\mathrm{GeV}^2$. 27
2.3 Der Verlauf der F_2-Parametrisierungen über Q^2. 27
3.1 Abstrahlung eines Pions von einem u-Quark aus 32
3.2 Die Resultate der Bestimmung des Parameters a 34
3.3 Diagramm tiefinelastischer Lepton-Hadron-Streuung 35
3.4 Veranschaulichung der kinematischen Variablen der semi-inklusiven Streuung . . . 36
3.5 Der hadronische Tensor des Streuprozesses $\gamma^* u \to \pi^+ d$ 36
3.6 Die zu dem Prozeß $\gamma^* u \to \pi^+ d$ beitragenden Diagramme 37
3.7 Der Verlauf in des Wirkungsquerschnitts gemäß dem Modell in x 40
3.8 Wirkungsquerschnitt gemäß dem Pionmodell, Beitrag von H_1 41
3.9 Wirkungsquerschnitt gemäß dem Pionmodell, Beitrag von H_2 41
3.10 Wirkungsquerschnitt gemäß dem Pionmodell, Beitrag von H_L. 41
4.1 Hadronisierung nach dem Lund - Stringmodel 49
4.2 Vergleich des Monte Carlo Programms LEPTO mit existierenden Daten 51
4.3 Schematisches Bild des HERMES-Detektors mit eingezeichneter Winkelnotation . . 52
4.4 Akzeptanz des HERMES-Spektrometers, schematisch. 53
4.5 Totale Akzeptanz von HERMES in der ν-Q^2-Ebene 55
4.6 Verworfene Ereignisse durch Absorption des Elektrons in der Septumplatte. 56
4.7 Akzeptanz in Q^2 57
4.8 Akzeptanz in ν 57
4.9 Akzeptanz in x_{Bj} 57
4.10 z-Verteilung pionischer Hadron-Endzustände bei HERMES 63
4.11 z-Verteilung führender pionischer Hadron-Endzustände bei HERMES 63
4.12 Verlauf von M_X^2 des Pionkanals bei HERMES 63
4.13 Verlauf von $|t_\pi|$ des Pionkanals bei HERMES 63
4.14 Akzeptanz in Q^2 66
4.15 Akzeptanz in ν 66
4.16 Akzeptanz in Q^2 66
4.17 Akzeptanz in ν 66

4.18 Akzeptanz in Q^2 . . . 67
4.19 Akzeptanz in ν . . . 67
4.20 Akzeptanz in Q^2 . . . 67
4.21 Akzeptanz in ν . . . 67
4.22 Vergleich von Lepto und Pionmodell, $x = 0.05$ . . . 69
4.23 Vergleich von Lepto und Pionmodell, $x = 0.10$ . . . 69
4.24 Vergleich von Lepto und Pionmodell, $x = 0.15$ . . . 69
4.25 Vergleich von Lepto und Pionmodell, $x = 0.20$ . . . 69
4.26 Luminositätsstudie bei der Messung des Pionmodells . . . 71
4.27 Pionproduktionsquerschnitt im Vergleich mit dem Pionwolkenmodell unter Berücksichtigung eines vorgezogenen Targets . . . 73
4.28 Die z-Verteilung der Pionen gemäß dem Monte Carlo HMC . . . 73
4.29 Ein Ereignis $ep \longrightarrow en\pi^+$ bei HERMES . . . 74
4.30 Die $k_\perp^2(\pi)$-Verteilung im Bereich $0 \leq z \leq \frac{1}{3}$ . . . 77
4.31 Die $k_\perp^2(\pi)$-Verteilung im Bereich $\frac{1}{3} \leq z \leq \frac{2}{3}$ . . . 77
4.32 Die $k_\perp^2(\pi)$-Verteilung im Bereich $\frac{2}{3} \leq z \leq 1$ . . . 77
5.1 Akzeptanz von H1 bzw. von HERMES im *Collider*-Betrieb im x-Q^2-Phasenraum . 79
5.2 Schematische Darstellung des Detektoraufbaus für einen Betrieb von HERMES im *Collider*-Modus . . . 84
5.3 Die Strukturfunktion F_2 für verschiedene Q^2 in Abhängigkeit von $\log(x)$ gemäß einer Messung durch HERMES im *Collider*-Betrieb . . . 85
5.4 Die Strukturfunktion F_2 für verschiedene Q^2 in Abhängigkeit von $\log(x)$ gemäß einer Messung durch HERMES im *Collider*-Betrieb . . . 86
6.1 Die innere Datenstruktur in HSF . . . 89
6.2 Zusammenspiel zwischen HSF, HMC und PAW . . . 90
A.1 Methode der *acceptance-rejection* zur Auswürfelung nach der Verteilung $f(x)$ . . . 92
A.2 Methode der *acceptance-rejection* zur Auswürfelung nach der Verteilung $f(x)$ . . . 93

Tabellen

4.1 Hadron-Multiplizitäten bei HERMES . . . 59
4.2 Prozesse von LEPTO bei $0.8 \leq z_\pi < 1$ . . . 62

*

Literaturverzeichnis

[And83] B. Anderson, G. Gustafson, G. Ingelman, T. Sjörstrand, Phys. Rep.**97** (1983) 31

[Art83] X. Artru, Phys. Rep.**97** (1983) 147

[Bad94] B. Badełek, J. Kwieciński, Warsaw University Preprint IFD/1/1994 (1994)

[Bal94] R. D. Ball, V. Barone, S. Forte, M. Genovese, CERN-TH.7189/94, DFTT 02/94, hep-ph/9403251 (1994)

[Bau94] S. Baumgärtner. Diplomarbeit, Universiät Heidelberg, (1994)

[Bau95] S. Baumgärtner, H. J. Pirner, K. Königsmann, B. Povh, submitted to Z. Phys. **A**, (1995)

[BCD89] BCDMS Kollaboration, A. C. Benvenuti *et al.*, Phys. Lett. **B223** (1989) 485

[Beb77] C. J. Bebek et al., Phys. Rev.**D15** (1977) 3065

[Ber87] E. L. Berger, ANL-HEP-PR-87-45, (1987)

[Bha88] R. K. Bhaduri, *Models of the Nucleon*, Addison-Wesley, (1988)

[Bra94] A. Brandenburg, V. V. Khoze, D. Müller, SLAC-PUB-6688/94 (1994)

[Bre79] P. Breuel et al., Z. Phys. **C3** (1979) 101

[Brü93] A. Brüll, Dissertation, Universität Freiburg i.Br., (1993)

[Brü95] A. Brüll, Habilitation, Ruprechts-Karl-Universität Heidelberg (1995) (in Vorbereitung)

[CCF93] CCFR Kollaboration, P. Z. Quintaz *et al.*, Phys. Rev. Lett. **71** (1993) 1307

[CDF94] CDF Kollaboration, A. Bodek, Proc. of International Workshop on Deep Inelastic Scattering, Eilat, Israel (1994)

[Clo80] F. E. Close, *An Introduction to Quarks and Partons*, Academic Press New York, 2. Auflage (1980)

[Coo88] A. M. Cooper-Sarkar, G. Ingelman, Z. Phys. **C39** (1988) 281

[CTE94] H.L. Lai, J. Botts, J. Huston et al., MSU-HEP-41024, CTEQ-404, HEP-PH-9410404 (1994)

[E6 89] C. N. Brown *et al.*, Phys. Rev. Lett. **63** (1989) 2637

[EHL84] E. Eichten, I. Hinchliffe, K. Lane, C. Quigg, Rev. Mod. Phys. **56** (1984) 579

[EHQ92] E. J. Eichten, I. Hinchliffe, C. Quigg, Phys. Rev. **D45** 2269 (1992)

[EMC88] EMC: T. Sloan et al., Phys. Rep. **162** (1988) 47

[Got86] K. Gottfried, V. F. Weisskopf, *Concepts of Particle Physics*, Vol. II, Oxford University Press, (1986)

[GRV90] M. Glück, E. Reya, A. Vogt, Z.Phys **C48** (1990) 471

[Güt84] F. Güttner, G. Chanfray, H.J. Pirner, B. Povh, Nucl. Phys. **A429** (1984) 389

[H1 93] H1 Kollaboration, I. Abt *et al.*, Nucl. Phys. **B407** (1993) 515

[Her93] HERMES-Collaboration, *Technical Design Report*, DESY-PRC 93/06 (1993), MPIH-V20-93

[Ing95] Persönliche Mitteilung von G. Ingelman, DESY (1995)

[Jaf90] R. L. Jaffe, Colloque de Physique (*Supplément au No.22*), **C6** (1990) 149

[Kwi90] J. Kwiecinski, A. D. Martin, W. J. Stirling, Phys. Rev. **D42** (1990) 3645

[Lep92] G. Ingelman, *LEPTO version 6.1*, DESY TSL/ISV-92-0065, (1992)

[Man92] A. Manohar, Lectures presented at the Lake Louise Winter Institute, Feb. 1992, UCSD/PTH 92-10 (1992)

[MRS92] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. G. Roberts, RAL-92-021 DTP/92/16, (1992)

[MRS94] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. G. Roberts, RAL-94-055 DTP/94/34, (1994)

[MRS94] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. G. Roberts, RAL-94-104 DTP/94/78, (1994)

[NA 51] NA51 Kollaboration, A. Baldit *et al.*, Phys. Lett. *submitted 1994*

[Nac86] O. Nachtmann, *Phänomene und Konzepte der Elementarteilchenphysik*, Vieweg, (1986)

[Nem94] J. Nemchik, N. N. Nikolaev, B. G. Zakharov, KFA-IKP(TH)-1994-17 (1994) *

[NMC90] The NMC-Collaboration, P. Amaudruz et al., Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 2712

[NMC92] NMC Kollaboration, P. Amaudruz*et al.*, Phys. Lett. **B295** (1992) 159

[NMC94] NMC-Kollaboration, M. Arneodo, Phys. Rev. **D50** (1994) R1

[Pav89] N. Pavel, Dissertation, Bergische Universität Wuppertal (1989)

[PDF41] PDFLIB, *Users Manual, Version 4.17*, H. Plothow-Besch, CERN Program Library Entry W5051, CERN-PPE 1994.03.11 (1994)

[PDG90] Particle Data Group, Review of Particle Properties, Phys. Lett. **B239** (1990)

[Pov93] B. Povh, K. Rith, C. Scholz, F. Zetschke, *Teilchen und Kerne*, Springer, (1993)

[Pov95] B. Povh, *A New Detector for Hadronic Physics at HERA*, MPI-K HD Preprint (1995)

[Qui83] C. Quigg, *Gauge Theories of the string, Weak, and Electromagnetic Interactions*, Benjamin-Cummings Comp., (1983)

[Räd94] H1 Kollaboration, Gaby Rädel, DESY, H1-10/94-390 (1994)

[Sjö92] Torbjörn Sjöstrand, *JETSET 7.3: Physics and Manual*, CERN-TH.6488/92 (1992)

[Szc93] A. Szczurek, J. Speth, Nucl. Phys. **A555** (1993) 249

[Val93] H1 Kollaboration, C. Vallée, Rencontres de Moriond 1993 (1993)

[WA 88] WA70 Kollaboration, M. Bonesini *et al.*, Z. Phys. **C38** (1988) 371

[Wan94] Persönliche Mitteilung von W. Wander, HERMES Kollaboration, DESY (1994)

[Wit94] E. Wittmann, Diplomarbeit, Universität Heidelberg, (1994)

[ZEU93] ZEUS Kollaboration, M. Derrick *et al.*, Phys. Lett. **B316** (1993) 412

Dank

Ganz herzlich danken möchte ich an dieser Stelle

Prof. B. Povh für die Möglichkeit, innerhalb seiner Arbeitsgruppe am Max-Planck-Institut im Rahmen des Experiments HERMES meine Diplomarbeit in einer kreativen Atmosphäre erarbeiten zu können,
Frau Dr. Antje Brüll für die anregende und motivierende wie auch motivierte Betreuung meiner Arbeit und ihren Einsatz bei der Gestaltung und Korrektur und
Prof. K. Königsmann für die Betreuung während der ersten Zeit der Diplomarbeit.
Herrn Prof. H. J. Pirner danke ich dafür, Koreferent der Arbeit zu sein.

Gleichfalls gebührt mein besonderer Dank

Bernd Braun, dem Perfektionisten und malenden Tabellenkünstler,
Christian Büscher, dem unerschöpfliche Vorräte an Wissenswertem nicht nur in Software zugeschrieben werden müssen,
Frank Dropmann, dem souveränen Ratgeber in physikalischen und nicht-physikalischen Fragen, dem Rufer zur Beschränkung auf das Wesentliche,
Hauke Kolster, dem rauchenden Hyperkreativen (Selbstdreher!),
Dirk Meier, meinem „nächsten“ Arbeits- und Diskussionskollegen und gewissenhaften Korrektor,
Andreas Mücklich, dem hilfsbereiten Höhlenmensch,
Oliver Thilmann, dem Ruhepol der Gruppe,
Klaus Vorwalter für viele Anregungen,
Wolfgang Wander, Manfred Ferstl und der übrigen Computercrew in Hamburg,
Roland Werding, dem Gewissenhaften (mit dem Lächeln und der Mütze),
Eva Wittmann, die immer wieder einen herben Kommentar parat hat und mir manche Hinweise gab,

Manfred Zizlsperger, dem freundlichen Ratgeber im Raum und
natürlich besonders den vielen unerwähnten Menschen, von denen manchmal die umwälzendsten Impulse stammen.

Meine Eltern Sissy und Günter Geiger möchte ich hier unbedingt und herzlich einschließen, leisteten sie doch die „Vorarbeit“ und ermöglichten mir mein Studium.

Wesentlich für das Entstehen einer Diplomarbeitund bestimmend für seine Gestalt ist immer das Umfeld, in dem man während dieser Zeit eingebettet ist. Hier ist Constanze ein Synonym für eine wunderschöne Zeit in Heidelberg. Für ihre Unterstützung danke ich ihr besonders.

Ich versichere, die Arbeit selbstständig verfaßt zu haben und keine anderen als die angegebenen Quellen und/oder Hilfen in Anspruch genommen zu haben.

Heidelberg, den 10. April 1995