Pion-Kaon Separation mit dem HERMES-RICH-Detektor

Diplomarbeit

Humboldt-Universität zu Berlin
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät I
Institut für Physik

eingereicht von

Peter Jung
geb. am 6.7.1973 in Berlin

1. Gutachter. Prof. Dr. T. Lohse
2. Gutachter.

Berlin, im Mai 2000

Abstract

With the extension of the Hermes physics program to semi inclusive deep inelastic scattering an accurate particle identification for hadrons over the Hermes momentum range is crucial. As the pion flux is about an order of magnitude higher than the kaon flux, pion-kaon separation is of particular importance. With the upgrade of the Hermes spectrometer from the threshold Cherenkov counter to a Ring Imaging Cherenkov Detector (RICH) new techniques of particle identification have to be developed and incorparated into the Hermes-scheme of the data chain. The first use of aerogel as radiator material for RICH detectors requires an overview on the radiator performance and a comparison to the expectation is included. The reconstruction of the Cherenkov-angles and the particle identification with a likelihood formalism are part of this work. The software based correction of imperfections in the mirror alignment described in this thesis was crucial for the reconstruction. A detailed study including the use of Monte Carlo simulations demonstrates the capabilities of the different methods. First results on the RICH performance, especially on the kaon efficiency, were obtained from experimental data.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Kapitel 1

Einführung und Motivation

In dieser Arbeit wird die Teilchenidentifikation mit dem HERMES-RICH-Detektor vorgestellt. Ausgehend vom Detektor-Design werden einzelne Schwerpunkte, wie die Methoden zur Rekonstruktion, das Alignment des Spiegelsystems und die Algorithmen der Teilchenidentifizierung bis hin zur Vorstellung erster aus Daten extrahierter Ergebnisse der Detektor-Performance behandelt. Die Notwendigkeit eines Ring-Imaging-CHERENKOV-Detektors (RICH) für HERMES ergab sich als Erweiterung des bisher durchgeführten Physikprogramms. Das HERMES-Experiment begann 1995 mit der Untersuchung der Spin-Struktur des Nukleons. Die tiefinelastische Lepton-Nukleon-Streuung (DIS) hat sich dazu als erfolgreiche Methode erwiesen. Die Wechselwirkung von Lepton und Nukleon kann bei HERMES-Energien durch den Austausch eines virtuellen Photons beschrieben werden. Bei genügenden Impulsüberträgen durch das virtuelle Photon kann die innere Struktur des Nukleons aufgelöst werden. Die in der Streutheorie übliche Beschreibung über Formfaktoren führt hier auf die Strukturfunktionen des Nukleons. Im Quark-Parton-Modell kann die innere Zusammensetzung der Impulse und Drehimpulse bzw. Spins im Nukleon anhand der Strukturfunktionen F_1, F_2 sowie g_1 und g_2 beschrieben werden. Durch den polarisierten HERA-Positron-Strahl und das polarisierte Target ist HERMES in der Lage, die Spin-Strukturfunktionen g_1 und g_2 zu messen. Generell setzt sich der halbzahlige Spin des Nukleons aus 3 Beiträgen, dem Spinanteil der Quarks ($\Delta\Sigma$), dem der Gluonen (ΔG) und dem Drehimpuls (ΔL) zusammen :

$$S_z = \frac{1}{2}\Delta\Sigma + \Delta G + \Delta L \tag{1.1}$$

Der Spinanteil der Quarks ($\Delta\Sigma = \Delta u + \Delta d + \Delta s$) enthält Beiträge $\Delta q = \Delta q_v + \Delta q_s$ der Valenzquarks und der Seequarks. Er kann insgesamt durch inklusive tiefinelastische Streuung gemessen werden, bei der nur das gestreute Lepton bei wechselnder relativer longitudinaler Polarisation von Strahl und Target analysiert wird. In der ersten Messung 1988 wurde ein mit Null verträglicher Anteil beobachtet : $\Delta\Sigma = 0.14 \pm 0.23$ [1]. Neuere Werte mit $\Delta\Sigma = 0.29 \pm 0.09$ [2], sind aber in keinem Fall konsistent mit dem aus dem Quark-Parton-Modell erwarteten Wert von $\Delta\Sigma = 0.57$. Um diese Diskrepanz zu erklären ist es wichtig, die einzelnen Beiträge zu $\Delta\Sigma$ unabhängig zu bestimmen. Dies ist möglich, indem in Koinzidenz mit dem gestreuten Elektron ein Hadron gemessen wird (Semi-Inklusive tiefinelastische Streuung, SIDIS). Anhand deren Quark-Flavour-Zusammensetzung kann der

Beitrag einzelner Quark-Flavours zum Nukleon-Spin separiert werden. Die Beiträge vom u- und d-Quark sind bereits bestimmt worden [3, 4]. Zur Extraktion des Anteils Δs mit dem HERMES-Experiment war es notwendig, die bisherige Teilchenidentifikation zu erweitern, um Kaonen über einen großen Impulsbereich von anderen Hadronen unterscheiden zu können, sodaß die Bestimmung von Δs möglich wird.

Kapitel 2

Das Hermes Experiment

2.1 Der Polarisierte HERA Elektronenstrahl

Der HERMES-Detektor befindet sich am HERA Elektron-Proton-Speicherring am DESY [1] in Hamburg (siehe Abbildung 2.1). HERMES benutzt den 27.5 GeV Elektron (Positron)-Strahl, während der unpolarisierte 920 GeV Proton-Strahl ohne Wechselwirkung durch den Detektor läuft. Er wird von den drei anderen Experimenten ZEUS, H1 und HERA-B verwendet.

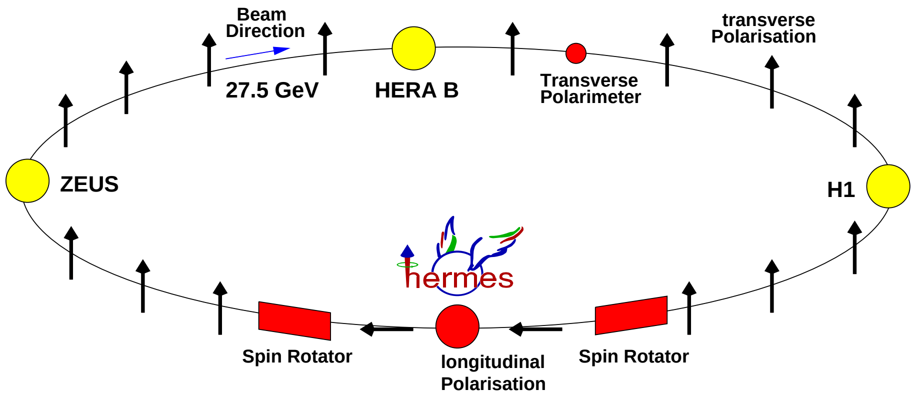

Abbildung 2.1: Standort des HERMES-Detektors am HERA-Speicherring. *Insgesamt befinden sich an den geraden Strecken (hier oben, unten, rechts und links) 4 große Experimente. Der Spin der Positronen ist durch Pfeile veranschaulicht. Zwei Spinrotatoren drehen vor (hinter)* HERMES *den transversalen Spin in longitudinale Richtung (und zurück).*

Aufgrund des SOKOLOV-TERNOV-Effekts [5] baut der Elektronen-Strahl nach der Injektion eine transversale Polarisation auf, die einen asymptotischen Maximalwert p_{max} erreicht

$$p_B(t) = p_{max}(1 - e^{-t/\tau}). \tag{2.1}$$

Das ist eine Folge der Asymmetrie in den Spin-Umklapp-Amplituden, die durch die Magnetfelder in den Ablenkdipolen hervorgerufen wird. Die mittlere Umklapp-

[1] Deutsches Elektronensynchrotron

wahrscheinlichkeit liegt bei HERA-Energien bei $\tau \approx 40$ min und die mittlere Polarisationen bei etwa 55%. Maximale Polarisationen von bis zu 70% wurden bereits erreicht. Nach [6] ist es bei relativistischen Teilchen möglich, den transversalen Spin des Strahls durch eine Anordnung von horizontalen und vertikalen Ablenkmagneten um 90 Grad zu drehen. Durch Ändern der Polarität der Magneten kann die Helizität des nun longitudinal polarisierten Strahls gewechselt werden. Das ist nicht im laufenden Betrieb möglich, da dies mit einem räumlichen Strahlversatz von etwa 45 cm verbunden ist. Die Länge eines solchen Spin-Rotators beträgt ca. 70 Meter. Hinter dem Hermes-Experiment wird die Polarisation wieder analog zurück gedreht, um die Polarisation des Strahls zu erhalten. Die Polarisation wird durch ein transversales Polarimeter im westlichen Bereich von HERA gemessen [7]. Dabei wird die Spinabhängigkeit der Comptonstreuung ausgenutzt. Durch ein zweites longitudinales Polarimeter kann die Polarisation direkt bei Hermes in der Nähe des Wechselwirkungspunktes gemessen werden.

2.2 Das Polarisierte Target

Hermes benutzt ein internes Gastarget, das direkt in das Vakuum des Positron-Strahls injiziert wird. Das hat den Vorteil, daß mit einer offenen Speicherzelle (400 mm lang) ohne weiteres, streuendes Material reine, hochpolarisierte Gase mit dem Strahl zur Wechselwirkung gebracht werden können. Außerdem kann die Polarisation bei Gasen sehr schnell gewechselt werden, wodurch systematische Unsicherheiten in den Messungen minimiert werden.

Im ersten Jahr der Datennahme von Hermes (1995) wurde ^{3}He als Neutron-Target benutzt. In einer Pumpzelle wird ein geringer Anteil der ^{3}He-Atome durch elektrische Entladung (RF-Feld) vom Grundzustand $^1S_0$ in den metastabilen $^3S_1$-Zustand angeregt. Durch Pumpen mit zirkular polarisiertem Laserlicht (1083 nm) werden diese Atome weiter in den Zustand $^3P_0$ angeregt. Unter Aussendung von unpolarisiertem, isotropen Licht fallen sie wieder zurück in den $^3S_1$-Zustand, der damit polarisiert ist. Durch Wechselwirkung der Kernspins mit dem Gesamtdrehimpuls der angeregten Elektronenwolke kommt es zur Polarisation der Kerne. Eine weitere Anregung noch im Grundzustand befindlicher ^{3}He-Atome geschieht durch Stoß-Austausch der Elektronenwolken. Die Quantisierungsachse wird durch ein Haltefeld von 3.2 mT gegeben. Insgesamt wurde so eine mittlere Polarisation von 46% und eine Target-Dichte von $1 \cdot 10^{15}\text{cm}^{-2}$ erzeugt [8].

^{3}He wurde im Jahr 1996 durch eine polarisierte Atomstrahlquelle (ABS - atomic beam source) zur Erzeugung von polarisierten Protonen ersetzt. Molekularer Wasserstoff wird durch ein starkes 13.56 MHz Wechselfeld aufgespaltet. Durch eine Folge von starken Sextupol-Magneten wird der Protonenstrahl abhängig vom Elektronenspin fokussiert oder defokussiert (Stern-Gerlach-Prinzip). Durch hochfrequente magnetische Gradientenfelder werden adiabatische Übergänge zwischen den vier Hyperfein-Zuständen induziert, so daß der Zustand mit dem benötigten Kernspin stärker besetzt wird als die anderen. Die Polarisation kann durch Ändern der Ma-

gnetfelder schnell gewechselt werden. Auf demselben Prinzip basierend läßt sich auch ein polarisierter Deuteron-Strahl erzeugen (1998). Die mittlere Polarisation der Protonen ist 88% bei einer Target-Dichte von etwa $8 \cdot 10^{13}$ cm^{-2}. Damit werden Luminosiäten von $2 \cdot 10^{31}$ cm^{-2}s^{-1} erreicht. Das notwendige Haltefeld hat eine Feldstärke von 335 mT.
Desweiteren können auch unpolarisierte Gase bei höheren Target-Dichten verwendet werden. So wurden z.B. 1999 Krypton als Target verwendet. Die erreichten Luminositäten sind hierbei $4 \cdot 10^{33}$ cm^{-2}s^{-1}.

2.3 Das Hermes Spektrometer

Da der Protonenspeicherring und der Elektronenspeicherring durch das Spektrometer hindurch verlaufen müssen, ist das gesamte Spektrometer in zwei identische Hälften oberhalb und unterhalb des Strahlganges unterteilt (siehe Abbildung 2.2). Der vordere Teil des Spektrometers besteht nur aus Spurkammern um den Streuwinkel zu messen. Durch einen Magneten (1.3 Tm) wird danach die Spur entsprechend der Ladung und des Impulses gekrümmt. Innerhalb des Magneten befinden sich ebenfalls Spurkammern, die die Impulsmessung niederenergetischer Hadronen ermöglichen. Der durchlaufende Strahl wird vom Magneten durch eine Stahl-Platte abgeschirmt. Der hintere Teil besteht neben weiteren Spurkammern aus Detektoren zur Teilchenidentifizierung [9].

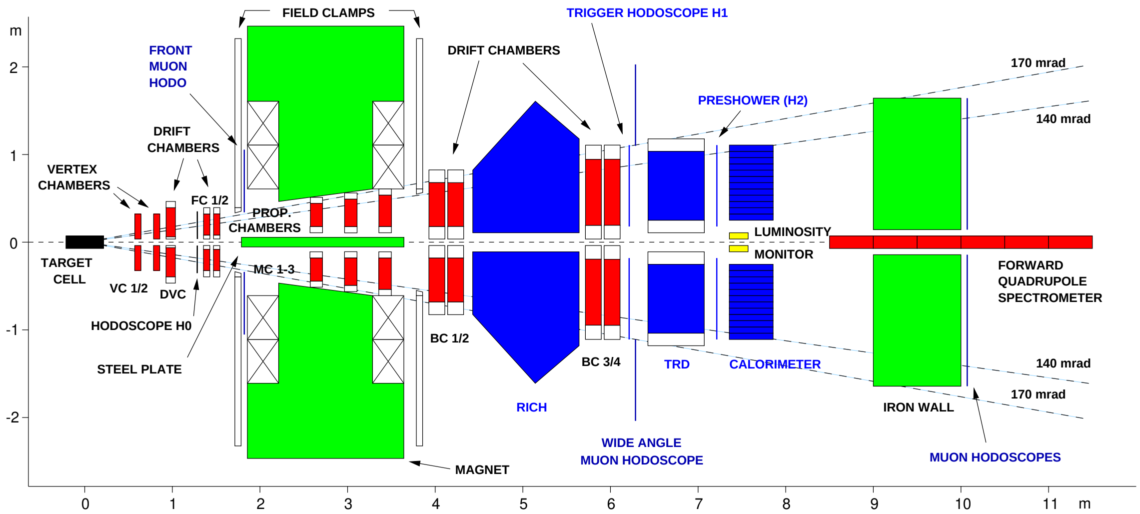

Abbildung 2.2: Seitenansicht des HERMES-Spektrometers

2.3.1 Spurkammern

Das Spurkammersystem des HERMES-Detektors besteht im vorderen Teil aus Micro-Strip-Gas-Kammern und Driftkammern. Im Magneten befinden sich Proportionalkammern und im hinteren Bereich Driftkammern. Der Winkelbereich (Akzeptanz) im vorderen Spektrometerteil ist durch die Öffnung des Magneten gegeben, d.h. 40 mrad $< |\theta_y| <$ 140 mrad vertikal und 40 mrad $< |\theta_x| <$ 170 mrad horizontal.

Hinter dem Magneten erweitert sich die Akzeptanz auf 270 mrad. Spuren mit Impulsen oberhalb von etwa 0.5 GeV werden voll rekonstruiert. Generell bestehen die Spurkammern aus Drahtebenen, die eine Ortsmessung ermöglichen und so die Rekonstruktion der Teilchenspur erlauben. Um den Spurdurchgang in x und y zu fixieren, sind die Ebenen jeweils zueinander verdreht. Dafür gibt es 3 Winkel und diese Achsen werden als $\{x, u, v\} = \{0°, +30°, -30°\}$ bezeichnet.

Vordere Spurkammern

Zur genauen Messung des Streuwinkels befinden sich hinter dem Target zwei Micro-Strip-Gas-Kammern (vertex chambers VC1 und VC2). Die Ebenen sind in der Reihenfolge vux (xvu) angeordnet. Als Kammergas wird ein Gemisch aus DME und Ne (50:50) verwendet. Mit den VCs wird eine Ortsauflösung von ≈ 65 μm pro Ebene erreicht.
Außerdem befinden sich hinter den VCs zwei Driftkammern (front chambers FC1 und FC2). Sie haben jeweils sechs Drahtebenen in der Anordnung $uu'xx'vv'$. Jede zweite Ebene ist versetzt, um die Links-Rechts-Ambiguität aufzulösen. Da die Elektronen zu den Drähten driften, ist bei einer Ebene nicht bekannt, von welcher Seite sie gekommen sind. Die gemessene Driftzeit kann mit einer Ort-Driftzeit-Beziehung (space drift time relation - SDTR) in eine Entfernung zum Draht umgesetzt werden. Die mittlere Driftgeschwindigkeit beträgt ca. 70 μm/ns. Die FCs arbeiten mit einem Gasgemisch aus $Ar/CF_4/CO_2$ (90:5:5) und erreichen eine Auflösung von 220 μm pro Ebene bei einer Größe der Driftzellen von 7×8 mm. Durch Verwendung der SDTR benötigen sie dazu weit weniger Kanäle als die VCs. Im Zwischenraum zwischen VCs und FCs wurden 1997 die DVCs (drift vertex chambes) installiert, um die Redundanz im vorderen Spursystem zu erhöhen. Sie haben die erweiterte Akzeptanz von $|\theta_y| < 270$ mrad bereits im vorderen Spektrometer. Bei einer Zellgröße von 6×6 mm erreichen sie eine Ortsauflösung von 220 μm pro Ebene.

Magnetkammern

Innerhalb des Magneten befinden sich drei Proportionalkammern (magnet chamber MC1, MC2 und MC3). Die drei Ebenen einer jeden Kammer sind nach uxv angeordnet. Mit ihnen ist auch eine Impulsbestimmung von Spuren möglich, die außerhalb der Akzeptanz des hinteren Spektrometers liegen (magnet tracks). Als Zählgas wird in den MCs ein Gemisch aus $Ar/CF_4/CO_2$ (65:5:30) verwendet. Jede Kammer hat eine Auflösung von ca. 700 μm pro Ebene.

Hintere Spurkammern

Im hinteren Teil des Spektrometers befinden sich vier große Driftkammern [10] (back chambes BC1, BC2, BC3 und BC4). Jede Kammer hat sechs Drahtebenen, jeweils angeordnet nach $uu'xx'vv'$. Durch eine Auslese mit einer guten Zeitauflösung von 0.5 ns erreichen die BCs analog zu den FCs über eine SDTR eine Ortsauflösung von 300 μm pro Ebene. Die Driftzellgröße ist 15×16 mm.

Spurrekonstruktion

Aufgrund der festen Anordnung der Ebenen im uvx-Schema werden die einzelnen Signale pro Ereignis mittels Mustererkennung gruppiert [11]. Die dabei iterativ enstehenden, immer detaillierteren Muster in u, v, x werden in jedem Schritt mit einer Musterdatenbank verglichen und Kombinationen verworfen, die nicht durch gerade Spuren verursacht werden konnten. Die enstandenen Projektionen in u, v, x ("tree-lines") werden separat zu vorderen Spuren und hinteren Spuren verbunden. Im Mittel werden dafür 11 Iterationen benötigt. Der Impuls wird mittels einer "lookup"-Tabelle bestimmt, die zuvor generiert wird. Insgesamt wird eine Impulsauflösung von 0.7-1.25 % und eine Winkelauflösung von 0.6 mrad erreicht.

2.3.2 Detektoren zur Teilchenidentifizierung

Zur Separation zwischen Elektronen(Positronen) und Hadronen hat das HERMES-Spektrometer einen Übergangsstrahlungsdetektor (TRD - transition radiation detector), einen Preshower-Detektor und ein elektromagnetisches Kalorimeter. Sie befinden sich alle hinter der letzten Spurkammer BC4 (siehe Abbildung 2.2). Auf den bis Anfang 1998 verwendeten Schwellen-CHERENKOV-Zähler wird hier nicht mehr eingegangen.

Übergangsstrahlungsdetektor

Übergangsstrahlungsphotonen werden von geladenen Teilchen der Masse m und Geschwindigkeit v beim Durchqueren von Grenzflächen mit wechselnder dielektrischer Konstante emittiert. Die Intensität der Strahlung hängt vom Dilatationsfaktor γ ab. Er ist definiert als

$$\gamma = (1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2)^{-1} = \frac{E}{mc^2}. \tag{2.2}$$

Die Intensitätsverteilung ist proportional zu γ mit dem Maximum bei einem Öffnungswinkel von etwa $1/\gamma$. Durch eine periodische Anordnung der Grenzflächen kommt es durch Interferenz und Absorbtion zum Abweichen von der linearen γ-Abhängigkeit und zur merklichen Abstrahlung erst oberhalb einer bestimmten Schwelle. Insgesamt besteht der HERMES-TRD oben und unten aus 6 identischen Modulen. Als Radiator werden Polyethylen/Polypropylen-Fasermatten mit einer Dicke von 6.35 cm eingesetzt. Die "Quasi"-Schwelle liegt bei etwa $\gamma \approx 920$. Aufgrund der großen Massenunterschiede zwischen Elektronen und Hadronen ist z.B. bei 5 GeV $\gamma_e \approx 10^4$ während $\gamma_\pi \approx 36$. Für die typischen Energien im HERMES-Experiment bedeutet das, daß alle Elektronen/Positronen oberhalb und alle Hadronen unterhalb dieser Schwelle liegen. Durch Vieldrahtproportionalkammern mit Xe/CH_4 (90:10) als Zählgas wird die deponierte Energie der geladenen Teilchen und deren Übergangsstrahlung (einige keV) registriert [12].

Kalorimeter und Preshower-Hodoskop

Das obere und das untere HERMES-Kalorimeter bestehen jeweils aus 42×10 Modulen. Um es vor Strahlenschäden beim HERA-Strahlaufbau zu schützen, kann es vertikal zum und vom Strahl gefahren werden. Die 840 Module ($9 \times 9 \times 50$ cm^3) bestehen aus Bleiglas und die erzeugten Photon-Schauer (primär CHERENKOV) werden jeweils mit einem Photomultiplier ausgelesen. Mit einem Preshower-Detektor in kurzem Abstand vor dem Kalorimeter bestehend aus einer 1.1 cm dicken Bleiwand und dahinterliegendem Hodoskop ist genügend Material ($\approx$ 20 Strahlungslängen) vorhanden, um die elektromagnetischen Schauer vollständig zu registrieren. Die Energieauflösung für Elektronen wurde zu

$$\frac{\Delta E}{E} = 1.47\% + \frac{5.14\%}{\sqrt{E/GeV}} \tag{2.3}$$

bestimmt [13, 14]. Anhand des Verhältnisses $r = E/p$ von gemessenem Impuls p und deponierter Energie E können Hadronen ($r < 1$) und Elektronen oder Positronen ($r \approx 1$) separiert werden. Photonen können anhand ihrer deponierten Energie im Kalorimeter nachgewiesen werden und lassen sich aufgrund der fehlenden Spur identifizieren. Zusammen mit zwei weiteren Hodoskopen sind Kalorimeter und Preshower Bestandteile des Triggers. Für Teilchenimpulse unterhalb von etwa 2 GeV werden die beiden Hodoskope hinter dem Magneten auch noch zur Flugzeitmessung (TOF - time of flight) benutzt.

Kombinierte Elektron-Hadron-Separation

Für die Datenanalyse kann anstatt expliziter Schnitte an die Detektorsignale eine kombinierte Größe eingeführt werden. Für einen Teilchentyp i läßt sich anhand von Theorie und/oder Detektorstudium eine bedingte Wahrscheinlichkeit $\mathcal{L}^i$ für das Eintreten eines bestimmten Detektorsignals bilden. Nach dem Bayes-Theorem ergibt sich dann die Umkehrung, d.h. die normalisierte Wahrscheinlichkeit $\mathcal{P}^i$, daß bei einem gemessenem Detektorsignal der Teilchentyp gleich i ist, zu

$$\mathcal{P}^i = \frac{\Phi^i \mathcal{L}^i}{\sum_j \Phi^j \mathcal{L}^j} \tag{2.4}$$

wobei mit Φ^i die relative Häufigkeit des Teilchentyps (Fluß) im Vergleich zu allen Teilchentypen bezeichnet wird. Bei zwei Teilchensorten $i = \{e, h\}$ wird durch einen Schnitt an den Parameter

$$\text{PID}{=}\log_{10}\frac{\mathcal{P}^e}{\mathcal{P}^h} = \log_{10}\frac{\mathcal{L}^e}{\mathcal{L}^h} + \log_{10}\frac{\Phi^e}{\Phi^h} \tag{2.5}$$

die Effizienz und Kontamination[2] der Identifizierung festgelegt. Ist das Flußverhältnis Φ^e/Φ^h nur schwach von der Kinematik abhängig , so kann es vernachlässigt

[2] Eine Erklärung der Begriffe wird ausführlich in Kapitel 7 anhand der Hadron-Identifikation gegeben.

werden, da dadurch nur der Nullpunkt der PID-Verteilung festlegt wird. Durch eine Selektion der Ereignisse wird das relative Flußverhältnis verändert. Aus diesem Grund wurden folgende, Fluß-unabhängige PID-Parameter definiert[3] [12].

$$\begin{aligned} \mathrm{PID2} &= \log_{10} \frac{\mathcal{L}^e_{cal} \cdot \mathcal{L}^e_{pre}}{\mathcal{L}^h_{cal} \cdot \mathcal{L}^h_{pre}} \\ \mathrm{PID5} &= \log_{10} \frac{\mathcal{L}^e_{trd}}{\mathcal{L}^h_{trd}}. \end{aligned} \tag{2.6}$$

Aus der PID2 + PID5-Verteilung ergibt sich dann entsprechend Abbildung 2.3 der Teilchentyp (z.B. Hadronen < 0, Elektronen/Positronen > 0). Es wird dabei eine Elektron-Effizienz von oberhalb 97% bei einer maximalen Hadron-Kontamination von 1% erreicht [9].

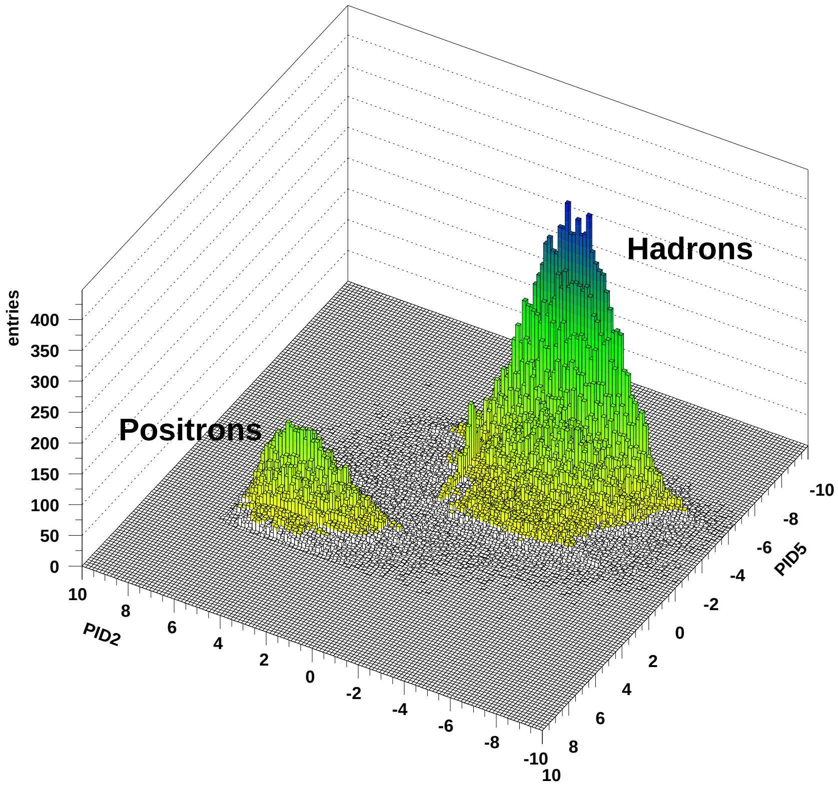

Abbildung 2.3: Elektron-Hadron-Separation mit den PID2,PID5-Verteilungen. *Ein Schnitt an der Diagonalen ("valley cut") ist somit pid2+pid5<0 für Hadronen.*

[3] bis 1998 war auch die PID3 relevant, die Kalorimeter, Preshower und Schwellen-CHERENKOV kombinierte

Kapitel 3

Der Hermes RICH-Detektor

3.1 Cherenkov-Strahlung

3.1.1 Grundlagen

Beim Durchgang eines geladenen Teilchens durch ein Dielektrikum kommt es zur Wechselwirkung der Teilchenladung ze mit dem polarisierbaren Medium. Unter bestimmten Bedingungen kann sich dabei das elektromagnetische Feld abkoppeln und als reelle Strahlung beobachtet werden. Dieser Effekt wurde erstmalig von CHERENKOV 1934 untersucht.
Die folgenden Rechnungen sind zum Teil angelehnt an [15]. Die Permeabilität sei vernachlässigt, d.h. $\mu \approx 1$. Für die Fourier-Komponenten der Feldstärken $\vec{\mathcal{E}}$ und $\vec{\mathcal{B}}$ mit dem Wellenvektor $\vec{k}$ und der Frequenz ω gilt nach den Maxwellgleichungen

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{E}} &= -i(\vec{k}\phi - \frac{\omega}{c}\vec{\mathcal{A}}) \\ \vec{\mathcal{B}} &= i\vec{k} \times \vec{\mathcal{A}}. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Das skalare Potential ϕ und das Vektorpotential $\vec{\mathcal{A}}$ ergeben sich aus den Fouriertransformierten, inhomogenen Wellengleichungen

$$\begin{aligned} \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon(\omega)\right)\phi &= \frac{4\pi}{\epsilon(\omega)}\rho \\ \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon(\omega)\right)\vec{A} &= \frac{4\pi}{c}\vec{j}. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Für eine sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ bewegende Punktladung ze gilt für die Inhomogenitäten, das heißt die Ladungsdichte ρ und Stromdichte $\vec{j}$

$$\begin{aligned} \rho &= ze\delta(\vec{x} - \vec{v}t) \equiv \frac{ze}{2\pi}\delta(\omega - \vec{k}\cdot\vec{v}) \\ \vec{j} &= \vec{v}\rho. \end{aligned} \tag{3.3}$$

Mit Gleichung (3.1) und (3.2) folgt für das elektromagnetische Feld eines Wellenzugs

$$\vec{\mathcal{E}} = -i\frac{2ze}{\epsilon(\omega)} \cdot \frac{\delta(\omega - \vec{k}\cdot\vec{v})}{k^2 - \frac{w^2}{c^2}\epsilon(\omega)} \left[\vec{k} - \frac{\omega\epsilon(\omega)}{c^2}\vec{v}\right]$$
$$\vec{\mathcal{B}} = i\frac{2ze}{c}\frac{\delta(\omega - \vec{k}\cdot\vec{v})}{k^2 - \frac{w^2}{c^2}\epsilon(\omega)}\left[\vec{k}\times\vec{v}\right] \quad . \tag{3.4}$$

Schon hier läßt sich für die Energiestromdichte bzw. den Poynting-Vektor

$$\begin{aligned} \vec{S} &\sim \vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{B}} \\ &\sim (\vec{k} - \frac{\omega\epsilon(\omega)}{c^2}\vec{v}) \times (\vec{k}\times\vec{v}) \\ &\sim \left[(\vec{k}\cdot\vec{v}) - \frac{\omega\epsilon(\omega)}{c^2}v^2\right]\vec{k} + \left[\frac{\omega\epsilon(\omega)}{c^2}(\vec{k}\cdot\vec{v}) - k^2\right]\vec{v} \end{aligned} \tag{3.5}$$

zeigen, daß mit der Phasenbeziehung $\delta(\omega - \vec{k}\cdot\vec{v})$ für eine Transversalwelle jeweils gelten muß

$$\frac{\omega\epsilon(\omega)}{c^2}(\vec{k}\cdot\vec{v}) - k^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{k^2}{(\vec{k}\cdot\vec{v})} \stackrel{!}{=} \frac{\omega\epsilon(\omega)}{c^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\epsilon(\omega)\beta^2} = \cos^2\theta, \tag{3.6}$$

wobei θ der Winkel zwischen Teilchengeschwindigkeit $\vec{v}$ und Wellenzug $\vec{k}$ ist. Da $\vec{\mathcal{E}} \perp \vec{\mathcal{B}}$ ist, ist die Welle außerdem vollständig polarisiert. Aufgrund der Zylindersymmetrie um die Flugrichtung $\vec{v}$ (x-Achse) kann der effektive elektrische (magnetische) Feldstärkenanteil mit der Frequenz ω in einem rechtwinkligen Abstand b, das heißt in Richtung $\vec{b} = \{0, b, 0\}$, geschrieben werden als

$$\vec{\mathcal{E}}(\omega, b) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\int d^3k\vec{\mathcal{E}}(\vec{k},\omega)e^{ik_2b}. \tag{3.7}$$

Die Lösung der Integrale führt auf die modifizierten Besselfunktionen $K_n(x)$. Die hier wichtigen Komponenten der effektiven Feldstärken ergeben sich an diesem Aufpunkt zu

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1(\omega, b) &= -\frac{ize\omega}{v^2}\left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\left[\frac{1}{\epsilon(\omega)} - \beta^2\right]K_0(\lambda b), \\ \mathcal{E}_2(\omega, b) &= \frac{ze}{v}\left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{\lambda}{\epsilon(\omega)}K_1(\lambda b), \\ \mathcal{B}_3(\omega, b) &= \epsilon(\omega)\beta\mathcal{E}_2(\omega, b) \quad \text{wobei} \quad \lambda^2 = \frac{\omega^2}{v^2}\left[1 - \beta^2\epsilon(\omega)\right]. \end{aligned} \tag{3.8}$$

Die Richtung des effektiven Energieflusses wird wieder durch den Poynting-Vektor $\vec{S}$ beschrieben.

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi}\vec{\mathcal{E}}\times\vec{\mathcal{B}} = \frac{c}{4\pi}\begin{pmatrix}\mathcal{E}_2\mathcal{B}_3 \\ -\mathcal{B}_3\mathcal{E}_1 \\ 0\end{pmatrix}. \tag{3.9}$$

Durch den "Stoß" am Medium trägt dieser Energiefluß zum Energieverlust des Teilchens bei. Für die Energie dE, die innerhalb der Zeit dt durch einen Zylinder der Höhe dx mit dem Radius a entlang der Bahn durch dessen Oberfläche dA abgegeben wird, folgt

$$dE = -(\vec{S} \cdot \vec{n})\, dA\, dt = -\frac{c}{4\pi}(\vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{B}}) \cdot \vec{n}\, 2\pi a\, dx\, dt = -\frac{ca}{2}\mathcal{B}_3\mathcal{E}_1\, dx\, dt, \tag{3.10}$$

wobei sich beides nur verbinden läßt, wenn die Stoßparameter b außerhalb des Zylinders liegen. Bei Übergang zur Frequenzdarstellung ergibt sich für den Energieverlust

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{b>a} = -ca\, Re \int\limits_0^\infty \mathcal{B}_3^*(\omega, b)\mathcal{E}_1(\omega, b)\, d\omega. \tag{3.11}$$

Für die Energieabgabe an weiter entfernte Raumgebiete $|\lambda b| > |\lambda a| \gg 1$ können die modifizierten Besselfunktionen durch ihre asymptotische Näherung ersetzt werden, d.h. $K_n(x) \overset{|x|\gg 1}{\rightarrow} \sqrt{\frac{\pi}{2x}}e^{-x}$. Mit $\beta = v/c$ folgt

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{b>a} = -\frac{(ze)^2}{c^2}\, Re \int\limits_0^\infty i\omega\sqrt{\frac{\lambda^*}{\lambda}}\left[1 - \frac{1}{\beta^2\epsilon(\omega)}\right] e^{-(\lambda+\lambda^*)a} d\omega \tag{3.12}$$

Für $\lambda + \lambda^* \neq 0$ erfolgt die Energieabgabe in die näheren Raumgebiete und fällt aufgrund der exponentiellen Abhängigkeit von a schnell mit der Entfernung ab. Ist dagegen $\lambda = -\lambda^*$, d.h. $Re(\lambda) = 0$ so ist die Energieabgabe nahezu unabhängig von a, die Energie wird in Form von reeller Strahlung abgegeben und der Energieverlust in diesen Raumgebieten ist konstant. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn $Im(\epsilon(\omega)) \approx 0$ d.h. die Absorbtion vernachlässigbar ist und $\beta\sqrt{\epsilon(\omega)} > 1$. Das ist gleichbedeutend damit, daß die Geschwindigkeit des geladenen Teilchens größer ist als die Phasengeschwindigkeit im Medium bei dieser Frequenz

$$v > \frac{c}{\sqrt{\epsilon(\omega)}} = c_n. \tag{3.13}$$

Der Winkel zwischen Energieflußdichte am Stoßpunkt $\vec{b}$ und Teilchenbahn ergibt sich mit den Gleichungen (3.8) und (3.9) generell zu

$$\cos\theta_c = \frac{\vec{S} \cdot \vec{v}}{Sv} = \frac{\mathcal{E}_2\mathcal{B}_3}{\sqrt{(\mathcal{E}_2\mathcal{B}_3)^2 + (\mathcal{E}_1\mathcal{B}_3)^2}} = \frac{1}{\beta\sqrt{\epsilon(\omega)}}. \tag{3.14}$$

Dieses effektive Feld ist ein vollständig polarisiertes Transversalfeld. Sein Ausbreitung verläuft unter dem Winkel CHERENKOV-Winkel θ_c zur Teilchenachse. Aus Gleichung (3.12) folgt für den Fall der CHERENKOV-Strahlung ($\lambda = -\lambda^*$) und $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ direkt das Frequenzspektrum

$$\left(\frac{d^2E}{dx\; d\nu}\right)_{\text{Cherenkov}} = \frac{4\pi^2(ze)^2}{c^2}\,\nu\left[1 - \frac{1}{\beta^2\epsilon(\nu)}\right] \tag{3.15}$$

Die Anzahl der Photonen mit der Energie $h\nu$ pro Wegstrecke und Frequenzintervall ergibt sich für $z = 1$ und $\alpha = e^2/\hbar c$ daraus zu

$$\left(\frac{d^2n}{dx\ d\nu}\right)_{\text{Cherenkov}} = \frac{2\pi\alpha}{c}\left[1 - \frac{1}{\beta^2\epsilon(\nu)}\right], \tag{3.16}$$

oder in äquivalenter Darstellung mit $\cos\theta_c = (\beta\sqrt{\epsilon(\omega)})^{-1}$ und $\nu = c/\lambda$

$$\left(\frac{d^2n}{dx\ d\lambda}\right)_{\text{Cherenkov}} = \frac{2\pi\alpha}{\lambda^2}\sin^2\theta_c. \tag{3.17}$$

Kann die Dispersion vernachlässigt werden ($d\epsilon/d\nu = 0$), oder die Strahlung mittels Filter auf einen Bereich eingeschränkt werden, in dem das möglich ist, so ergeben sich in einem Radiator der Länge L und einem Wellenlängenbereich von λ_1 bis λ_2

$$N = 2\pi\alpha\ L\,\langle\sin^2\theta_c\rangle\left[\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right] \tag{3.18}$$

Photonen.

3.1.2 Cherenkov-Detektoren

Aufgrund der β-Abhängigkeit des Cherenkov-Winkels kann die Cherenkov-Strahlung zur Geschwindigkeitsmessung schneller Teilchen benutzt werden. Meistens wird dabei die Frequenzabhängigkeit vernachlässigt, sodaß sich mit dem Brechungsindex $n = \sqrt{\epsilon}$ aus Gleichung (3.14) die wichtige Beziehung

$$\cos\theta_c = \frac{1}{\beta n} \tag{3.19}$$

ergibt. Die Geschwindigkeit schneller, geladener Teilchen kann, wie in Abbildung 3.1 gezeigt, bestimmt werden, wenn der Winkel der abgestrahlten Photonen zur Flugrichtung des Teilchens gemessen wird. Bei bekanntem Teilchenimpuls p kann mit $\beta = v/c = p/\sqrt{p^2 + m^2}$ die Masse

$$m = \sqrt{p^2(n^2\cos^2\theta_c\ - 1)} \tag{3.20}$$

des Teilchens rekonstruiert werden, welches die Cherenkov-Strahlung ausgesandt hat. Mit dieser Methode lassen sich Teilchen identifizieren, wie es in Abbildung 3.2 für verschiedene Massen gezeigt ist. Dabei kann die Schwelle bei

$$\cos(\theta_c = 0) = 1 = \frac{\sqrt{p^2_{thresh} + m^2}}{p_{thresh}\, n} \quad\Rightarrow\quad p_{thresh} = \frac{m}{\sqrt{n^2 - 1}} \tag{3.21}$$

zur Unterscheidung von 2 Teilchentypen benutzt werden. Diese beim Schwellen-Cherenkov-Zähler benutzte Separation von m_i und m_j ist aber nur in einem eingeschränkten Impulsintervall $\{p_{thresh}(m_i), \ldots, p_{thresh}(m_j)\}$ möglich. Durch Kombination mehrerer Schwellen-Cherenkov-Zähler kann das Intervall erweitert werden und zwischen mehr als 2 Teilchensorten unterschieden werden.

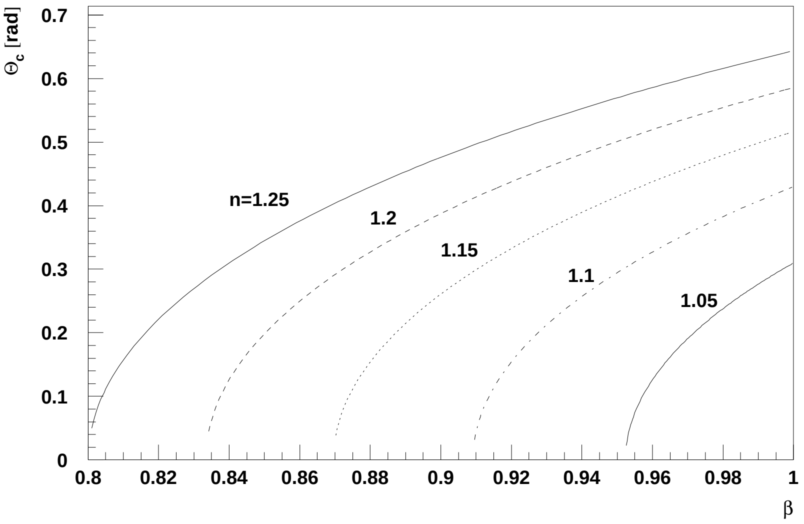

Abbildung 3.1: β-Abhängigkeit des CHERENKOV-Winkels. *Gezeigt ist die Abhängigkeit des* CHERENKOV-*Winkels von der Geschwindigkeit des Teilchens für verschiedene Brechungsindizes n. Die* CHERENKOV-*Schwelle und der Wert des* CHERENKOV-*Winkels bei $\beta \Rightarrow 1$, der nur asymptotisch erreicht werden kann, sind abhängig von n.*

Wird durch eine Blende ein bestimmter Winkelbereich selektiert, so wird damit indirekt die Schwelle verschoben. Dieses beim differentiellen CHERENKOV-Zähler angewandte Verfahren erlaubt eine im Impuls um Größenordungen weiterreichende Teilchenidentifikation. Dazu müssen die einfallenden Teilchen allerdings auf der optischen Achse liegen, wodurch die Verwendungsmöglichkeiten stark eingeschränkt werden.

Mit einem Ring-Imaging-CHERENKOV(RICH)-Detektor kann durch Abbilden des CHERENKOV-Kegels auch bei unterschiedlichen Teilchenrichtungen die Geschwindigkeit gemessen bzw. der Teilchentyp bestimmt werden. Er erlaubt damit eine Separation von mehr als 2 Teilchentypen über einen großen Impulsbereich. Erstmalig wurde ein RICH-Detektor für die Teilchenidentifizierung 1981-83 im Spektrometer des E605-Experiments am FNAL[1] eingesetzt. Seitdem wird intensiv an einer Vielzahl von Radiatoren, Anordnungen und Photonen-Detektoren gearbeitet [16, 17].

Prinzipiell besteht ein RICH-Detektor aus einem oder mehreren Radiatoren, einem Spiegelsystem zur Abbildung der CHERENKOV-Kegel und einem Detektor zur ortsaufgelösten Registrierung der Photonen. Meist stehen die Radiatoren in der Nähe der Brennebene, sodaß der Lichtkegel in ein paralleles Strahlenbündel abgebildet wird und als Ring im Detektor erscheint. Zur Detektion werden häufig Photomultiplier, Drahtkammern[2] und TPCs[3] verwendet. Als einer der entscheidenden Parameter für die Teilchenidentifizierung ergibt sich die Anzahl der Photoelektronen pro

[1] Fermi National Accelerator Laboratory = FermiLab, Batavia, Illinois
[2] CERES
[3] Time Projection Chamber z.B. Ω-RICH, DELPHI,SLD-CRID

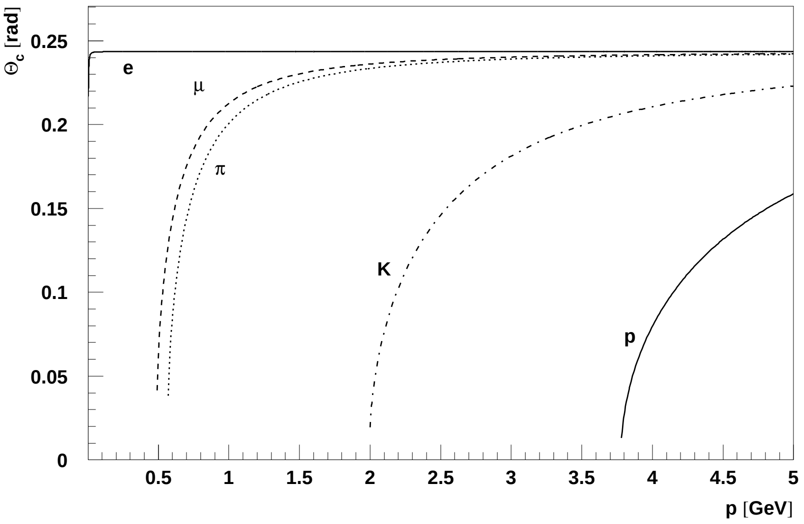

Abbildung 3.2: Beispiel für die Impulsabhängigkeit des CHERENKOV-Winkels. *Bei bereits bekanntem Impuls (bestimmbar aus der Ablenkung der Spur im Magneten) kann aus dem* CHERENKOV-*Winkel auf den Teilchentyp geschlossen werden. Das ist hier gezeigt für einen Radiator mit einem Brechungsindex von* $n = 1.0304$.

Radiatorlänge aus Gleichung (3.17)

$$\left(\frac{dN_{pe}}{dx}\right) = 2\pi\alpha \int \frac{e(\lambda)}{\lambda^2} \sin^2\theta_c d\lambda. \tag{3.22}$$

Die Effizienz $e(\lambda)$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit, mit der ein emittiertes Photon bis zum Photonen-Detektor gelangt und dort ein Photoelektron auslöst. Die wichtigsten Beiträge hierzu sind die Quantenausbeute der Photomultiplier $e_{PMT}(\lambda)$, die Reflektivität der Spiegel $e_{Mirror}(\lambda)$ und die geometrische Akzeptanz. Zusammen mit der Winkelauflösung σ_θ eines Photons kann nach [18] eine RICH-Detektorkonstante

$$k_r = \tan\theta_c \frac{\sigma_\theta}{\sqrt{N_{pmt}(N_{pe})}} \tag{3.23}$$

definiert werden. Mit ihr ergibt sich der Maximalimpuls, bis zu welchem die Separation zweier Teilchen mit den Massen m_1 und m_2 um mindenstens n_σ Standardabweichungen erreicht werden kann :

$$p_{max} = \sqrt{\frac{m_2^2 - m_1^2}{2k_f n_\sigma}}. \tag{3.24}$$

3.2 Hermes RICH Detektor Design

3.2.1 Generelle Design-Parameter

Der größte Teil der bei HERMES durch semi-inklusive tiefinelastische Streuung produzierten Hadronen liegt zwischen 2 und 10 GeV (siehe Abbildung 3.3). Um eine Separation von Pionen, Kaonen und Protonen in diesem Impulsbereich zu ermöglichen, wurde vor der Datennahme 1998 der bis dahin genutzte Schwellen-CHERENKOV-Zähler durch einen RICH-Detektor ersetzt. Schon beim Design des Schwellen-CHERENKOV-Zähler 1990 wurde die Möglichkeit einer zukünftigen Erweiterung vorgesehen. Trotzdem blieben spezielle Anforderungen an das RICH-Detektordesign verbunden, damit der RICH ohne größeren Aufwand an gleicher Stelle betrieben werden konnte. Gemäß der Struktur des HERMES-Spektrometers (Kapitel 2) gibt es zwei identische RICH-Detektoren (oben und unten). Der grundsätzliche Aufbau wird aus den Abbildungen 3.4 und 3.5 ersichtlich. Oberer und unterer RICH befinden sich hinter dem Magneten in einem 1.25 Meter langen Zwischenraum zwischen zwei Spurkammern. Jede der ca. 4000 Liter fassenden Hälften hat ein Eingangsfenster von 187.7×46.4 cm^2 und ein Ausgangsfenster von 257.0×59.0 cm^2. Nach [19] ist mit schweren Gasen wie C_4F_{10} unter Normaldruck eine Kaon-Proton-Separation erst ab der Kaon-Schwelle, also bei Impulsen über 9-10 GeV möglich. Für Gase unter Hochdruck wären zwar höhere Brechungsindizes erreichbar, was aber zu weitaus mehr vielfachstreuendem Material im Teilchenweg führen würde. Im niederenergetischen Bereich können Flüssig-Radiatoren verwendet werden, womit eine Separation bis zu 2 GeV möglich wäre. Ein Überblick über die Radiatoren und die entsprechenden CHERENKOV-Schwellen ist in Tabelle 3.1 gezeigt. Gerade für den HERMES-typischen Impulsbereich blieb immer ein nichtabgedeckter Bereich übrig, in dem eine vollständige Separation der Hadronen nicht möglich war. Erst mit der neuen Entwicklung klarer Silica Aerogele mit kleinem Brechungsindex konnte auch dieser Energiebereich für RICH-Detektoren erschlossen werden. Mit einem Dual-RICH-Detektor (Abbildung 3.4) bestehend aus einer Aerogel-Wand und dahinterliegendem Gasradiator aus C_4F_{10} ist eine Teilchenidentifizierung im HERMES-Hadronenspektrum möglich. Die Abbildung der CHERENKOV-Kegel über ein sphärisches Spiegelsystem erlaubt die Detektion der Photonen außerhalb der HERMES-Akzeptanz.

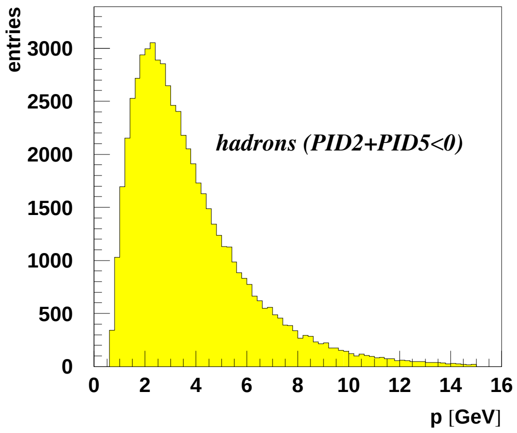

Abbildung 3.3: Impulsspektrum der Hadronen bei HERMES

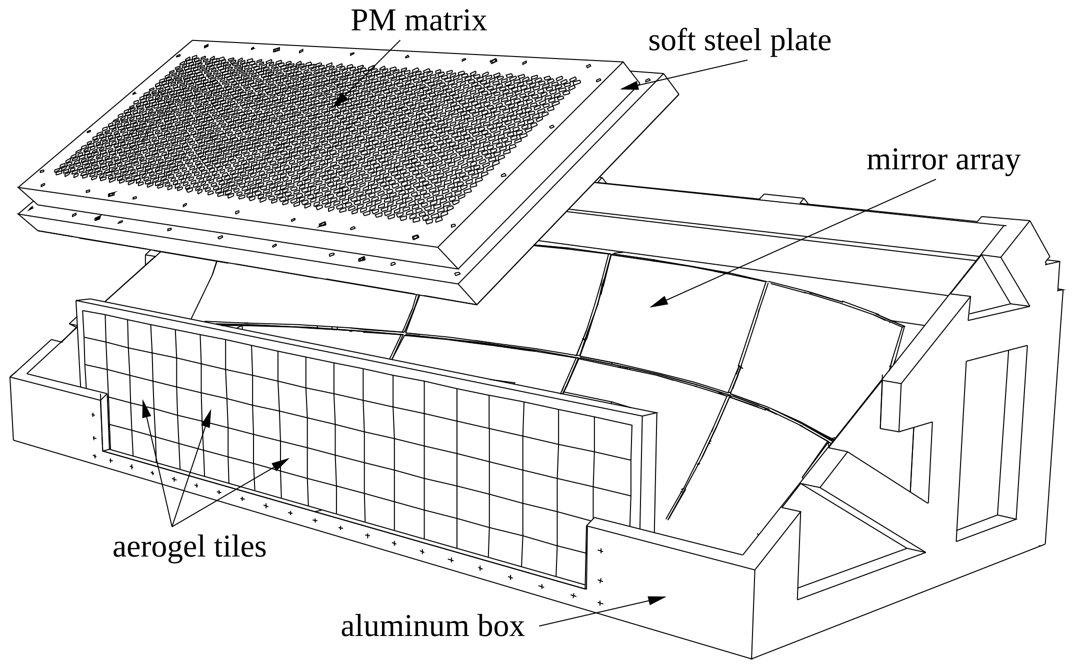

Abbildung 3.4: Design des HERMES RICH-Detektors. *Gezeigt sind die 4 Komponenten des RICHs, vorne der Aerogelradiator, dahinter Raum für das C_4F_{10}-Gas, danach Abbildung der Photonen durch sphärisches Spiegelsystem und Detektion auf der Photomultiplier-Matrix.*

Radiator	Brechungsindex n	Pion-Schwelle	Kaon-Schwelle	Proton-Schwelle
Glas	1.46..1.75	0.1..0.1	0.3..0.5	0.7..0.9
Szintillator	1.58	0.1	0.4	0.8
Plexiglas	1.48	0.1	0.5	0.9
Wasser	1.33	0.2	0.6	1.1
Aerogel	1.025..1.075	0.4..0.6	1.2..2.2	2.4..4.2
Pentan	1.0017	2.4	8.5	16.1
C_4F_{10}	1.0014	2.6	9.3	17.7
CO_2	1.00043	4.8	16.8	32.0
He	1.00003	18.0	63.6	121.0

Tabelle 3.1: Mögliche Radiatoren und zugehörige CHERENKOV-Schwellen, z.T. nach [20], Gase unter Normalbedingungen

3.2.2 Radiatoren

Wie in Abbildung 3.5 zu sehen ist, passiert das einlaufende geladene Teilchen nach Eintritt durch eine 1 mm dicke Aluminiumfolie den Aerogelradiator.
Aerogel ist schon lange als Radiator für Schwellen-CHERENKOV-Zähler bekannt [21]. Aufgrund der Rayleigh-Streuung konnte das diffuse CHERENKOV-Licht nicht zu Ringen abgebildet werden und damit war Aerogel nicht anwendbar für RICH-Detektoren. Rayleigh-Streuung ist die Streuung von Licht an örtlichen Variationen der dielektrischen Funktion ϵ, die klein gegenüber der Wellenlänge des Lichtes sind.

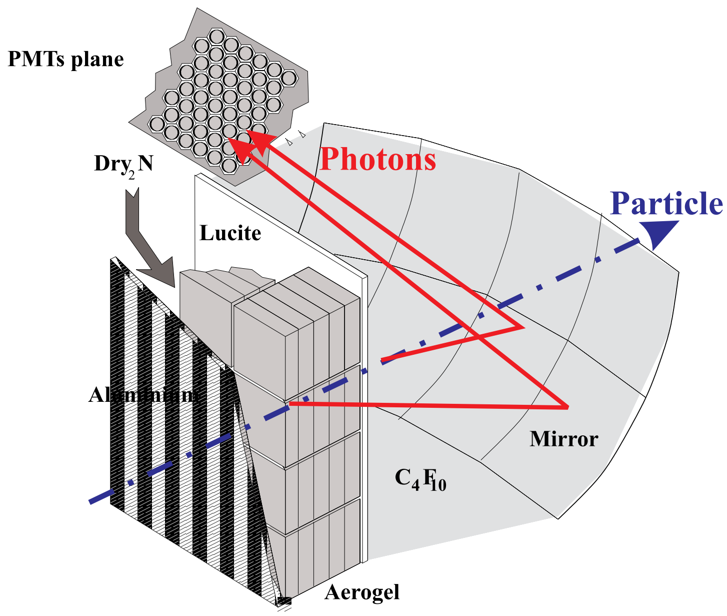

Abbildung 3.5: RICH-Design-Schema. *Ein einlaufendes Teilchen mit entsprechendem Impuls strahlt im* HERMES-*RICH-Detektor zuerst im Aerogel und danach zusätzlich noch im* C_4F_{10} CHERENKOV-*Photonen ab. Beide* CHERENKOV-*Kegel werden über ein Spiegelsystem auf eine Photomultiplier-Matrix abgebildet.*

Eine vollständige Beschreibung der Streuung von Licht an solchen Inhomogenitäten wird im Rahmen der Rayleigh-Debye-Theorie gegeben [22]. Danach ergibt sich die gestreute Intensität unter dem Streuwinkel θ zu

$$I(\theta) = I_0 \frac{\pi^2 V \eta^2}{\lambda^4 r^2}(1 + \cos^2\theta)\omega(a_c, \theta), \tag{3.25}$$

wobei I_0 die Eingangsintensität, r die Entfernung vom Beobachtungspunkt zum Streuzentrum und η^2 die Variation (rms) in ϵ ist. In dem ausgeleuchteten Volumen V kommt es zur Streuung der Lichtwellen, die durch die Größe der Korrelation verschiedener Punkte im Streumaterial bestimmt wird. Die im Korrelationsvolumen $\omega(a_c, \theta)$ "auf"-integrierten Korrelationen können anhand einer Korrelationslänge a_c parametrisiert werden, die die Skala der örtlichen Fluktuationen in ϵ angibt. Sind die Korrelationslängen a_c klein gegenüber der Wellenlänge des Lichtes λ, was im Aerogel bei ultraviolettem bis sichtbarem Licht der Fall ist, so verschwindet für $\omega(a_c, \theta)$ die Abhängigkeit vom Streuwinkel θ und die gestreute Intensität ist entsprechend Gleichung (3.25) in θ symmetrisch um $\pi/2$. Die verbleibende λ^{-4}-Abhängigkeit entspricht damit der klassischen Rayleigh-Streuung. Nach Integration von Gleichung (3.25) ergibt sich dann für die Abschwächung der CHERENKOV-Photonenintensität [23]

$$\Lambda_S = \frac{1}{L_S} = \frac{64}{3}\pi^4\eta^2 a_c^3 \lambda^{-4} = C\lambda^{-4} \tag{3.26}$$

Damit wird der für RICH-Detektoren nutzbare Wellenlängen-Bereich nach unten begrenzt. Mit den sogenannten Hunt-Parametern A und C kann die Durchsichtigkeit des Materials mit einer Länge L charakterisiert werden :

$$T = A\,e^{-\frac{CL}{\lambda^4}} = e^{-\left(\frac{1}{\Lambda_A}+\frac{1}{\Lambda_S}\right)L}. \tag{3.27}$$

Es wird dabei vereinfachend davon ausgegangen, daß die durch A ausgedrückte Absorbtion und die innere Reflektion, und damit auch Λ_A, gegenüber der Wellenlänge konstant sind. In Abbildung 3.6 trifft das ab ca. 300 nm zu. Danach ergibt sich für die Hunt-Parameter des HERMES-Aerogels $A \approx 0.964$ und $C \cdot L(\mu m^4) \approx 0.0094$. Bei 400 nm ergibt das eine Durchlässigkeit von $T(400\text{ nm}) \approx 0.67$ [24]. Da die Korrelationslänge a_c mit der Silikat-Clustergröße in Verbindung steht, kann eine ausreichende Durchsichtigkeit auch im UV-Bereich durch eine verbesserte Aerogel-Herstellung erreicht werden. Kürzliche Verbesserungen in der Produktionstechnik von Aerogel [25] erlaubten es, die Silikat-Zellgröße zu verkleinern und dadurch den Beitrag der Rayleigh-Streuung zu verringern. Nach [26] kann mit derartig reinem Aerogel und mit in den Frequenzen der ungestreuten Photonen gut abgestimmten Systemkomponenten ein klares ungestreutes CHERENKOV-Signal gemessen werden.

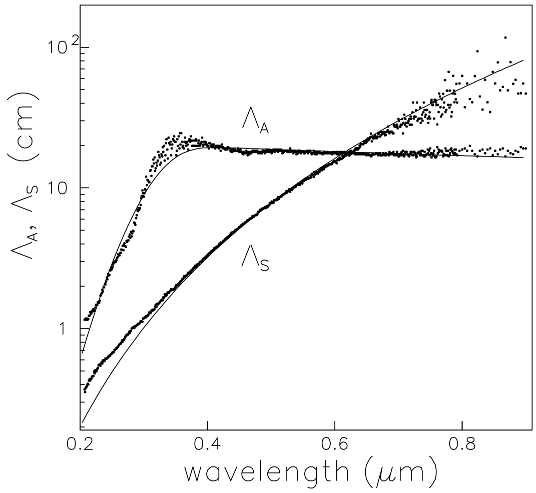

Abbildung 3.6: Streuung und Absorbtion im Aerogel. *Die Streulänge Λ_S und die Absorbtionslänge Λ_A sind abhängig von der Wellenlänge [24].*

Das bei HERMES verwendete Aerogel wurde von Matsushita Electric Works[4] hergestellt und in einzelnen Blöcken von jeweils $11.4 \times 11.4 \times 1.13$ cm^3 geliefert. Der Nominalwert für den Brechungsindex liegt bei $n = 1.0304 \pm 3.6 \cdot 10^{-4}$ [24].

Jeweils eine Aerogel-Wand (im oberen bzw. unteren RICH) besteht aus $17 \times 5 \times 5$ Aerogel-Blöcken. Der Aerogel wird mit N_2 belüftet, um das Aerogel vor Alterungsprozessen zu schützen. Seitlich werden die Stapel bestehend aus je 5 Blöcken mit schwarzer, absorbierender Folie (Tedlar) getrennt, um das Durchlaufen der Photonen von einem Stapel zum anderen und Mehrfachbrechungen zu verhindern. Vom C_4F_{10}-Gasradiator ist das Aerogel durch 3.2 mm [23] UVT-Lucite luftdicht getrennt. UVT-Lucite ist durchlässig ab etwa 290 nm (siehe Abbildung 3.7) und schneidet damit den Rayleigh-dominierten Teil der Strahlung im UV-Bereich ab. Damit wird der Gesamtanteil der Rayleigh-gestreuten Photonen halbiert. Insgesamt werden so nur noch 25% aller Aerogel-Photonen gestreut. Auch in UVT-Lucite mit einem Brechungsindex von $n = 1.5$ strahlen schnelle, geladene Teilchen CHERENKOV-Photonen ab. Auf einer Radiatorlänge von 3.2 mm werden ca. halb soviel Photonen wie in 5 cm Aerogel produziert [23]. Dabei fallen aber die meisten Photonen

[4]Advanced Technology Research Laboratory, 1048 Kadoma, Kadoma-shi, Osaka-fu, Japan 571

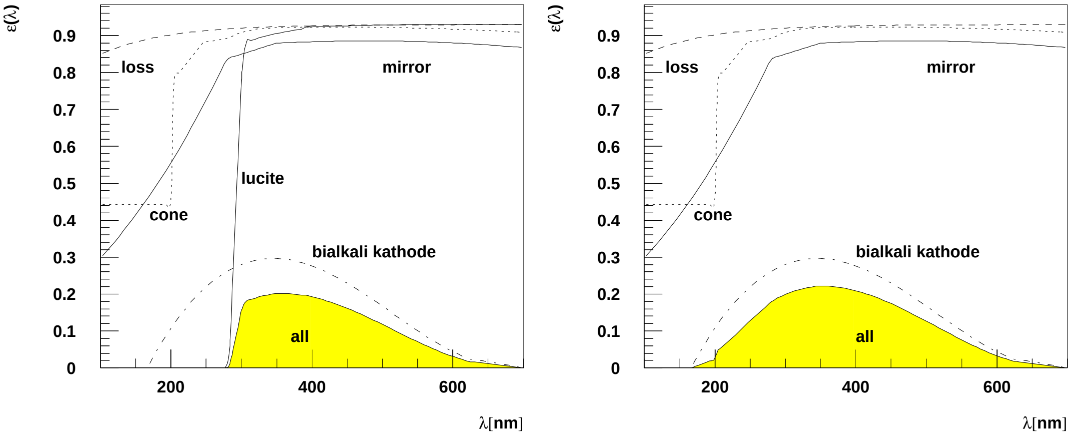

Abbildung 3.7: Detektions-Effizienzen. *Gezeigt ist die Zusammensetzung der Gesamt-Effizienz (schattiert) für die Detektion von Aerogel-Photonen (links) und Gas-Photonen (rechts). Die einzelnen Beiträge ergeben sich vom Spiegel (mirror), Trichter (cone), Luftzwischenraum (loss) und PMT (bialkali cathode). Für das Aerogel ergibt sich noch ein Beitrag vom Lucite, um den Hauptanteil der Rayleigh-gestreuten Photonen herauszuschneiden.*

---

wegen ihrer großen Winkel durch Totalreflektion aus der Akzeptanz. Nur für sehr schräg einfallende Spuren können sie bis zur Photomultiplier-Matrix gelangen und tragen damit zum Untergrund bei. Beim Übergang vom Aerogel zum Gasradiator werden die Photonen entsprechend der Brechungsindizes gebrochen, was bei der Rekonstruktion berücksichtigt werden muß. Mit ausreichendem Impuls strahlt das geladene Teilchen ebenfalls auf seinem Weg durch das C_4F_{10}-Gas (im Mittel etwa 80 cm) Photonen ab. Der C_4F_{10}-Brechungsindex liegt bei $n = 1.0014$. Eine mögliche Unsicherheit in n können unter anderem Temperatur- bzw. Druckschwankungen sein. Um eine spätere Korrektur zu ermöglichen, wird in regelmäßigen Abständen (einige Minuten) der Druck gemessen.

3.2.3 Spiegelsystem und Photonen-Detektor

Die im Aerogel und im Gas erzeugten Photonen werden an einem sphärischen Spiegelsystem mit einem Krümmungsradius von $R = 2.2$ m reflektiert (siehe Abbildung 3.4). Das Teilchen selber verläßt durch den Spiegel den RICH-Detektor. Beide Spiegelsysteme (oben und unten) bestehen jeweils aus 8 Einzelspiegeln. Die Einzelspiegel wurden von Composite Mirror Applications[5] produziert. Die insgesamt jeweils 13 kg schwere obere bzw. untere Spiegelfläche überdeckt 252.4×79.4 cm^2. Durch eine Aluminiumbeschichtung hat sie eine nominale Reflektivität von 85% zwi-

---

[5]Tucson, Arizona, USA

schen 300 − 600 nm (siehe Abbildung 3.7). Die begrenzte Einbauzeit erlaubte nur ein einfaches Alignment der Spiegelsegmente. Jedes einzelne Segment konnte an 3 verstellbaren Punkten ausgerichtet werden. Dabei wurde versucht, den Spot einer Punktlichtquelle zu minimieren. 90% der gesamten Lichtintensität konnte in einem Punkt mit dem Durchmesser von $d = 23$ mm gesammelt werden. Zur Detektion der reflektierten Photonen werden oben und unten jeweils 1934 Photomultiplier (PMTs) in hexagonaler Anordnung benutzt. Damit kann die Oberfläche optimal abgedeckt werden. Die Photomultiplier (Philips-XP1911/UV) wurden wegen ihrer relativ niedrigen Kosten und einer zum Cherenkov-Spektrum passenden Quantenausbeute gewählt. Durch einen Luftzwischenraum werden sie von der Gas-Umgebung abgeschlossen. Trichter bestehend aus hochreflektierender Aluminiumfolie erweitern die aktive Fläche von 38% auf 91%. Dadurch können Photonen durch zum Teil mehrfache Reflektion die Photokathode noch erreichen (siehe Abbildung 3.8). Zur Untergrundunterdrückung liegt die Ansprechschwelle bei 0.2 Photoelektronen. Die PMTs wurden entsprechend ihrer Gain-Charakteristik und ihrem Rauschlevel sortiert. Dadurch konnten je 32 PMTs über eine Hochspannung versorgt werden. Die Photomultiplier-Matrix (PMT-Matrix) befindet sich in der Nähe des Spektrometer-Magneten. Aus diesem Grund ist jeder PMT noch in eine Ummantelung aus μ-Metall gesetzt (Abbildung 3.8). Zusammen mit einer weiteren Einbettung in eine Stahlplatte (soft steel C-1008) werden die zum Teil hohen Feldstärken von bis zu 90 Gauss auf 2 Gauss verringert. Dies ist notwendig, um eine korrekte Funktionsweise der PMTs zu gewährleisten. Die Tatsache, daß die Impulshöhen nicht ausgelesen werden, führt zu einem nichtlinearen Zusammenhang zwischen der Anzahl der Photoelektronen, die sich nach Gleichung (3.22) berechnen läßt und der Anzahl der angesprochenen PMTs. Das folgende, einfache Modell illustriert diesen Zusammenhang [27]. Wenn bei insgesamt N_{max} zur Verfügung stehenden PMTs schon von N_{pe} Photoelektronen $N_{pmt}(N_{pe})$ PMTs ausgelöst wurden, so kann das nächste Photoelektron nur einen der "freien" PMTs $N_{max} - N_{pmt}(N_{pe})$ auslösen. Damit ergibt sich

$$\begin{aligned} N_{pmt}(N_{pe}+1) &= N_{pmt}(N_{pe}) + \frac{N_{max} - N_{pmt}(N_{pe})}{N_{max}} \\ &= 1 + N_{pmt}(N_{pe})\frac{N_{max}-1}{N_{max}} \quad \text{mit} \quad N_{pmt}(1) = 1. \\ &= \sum_{i=0}^{N_{pe}-1} \left(\frac{N_{max}-1}{N_{max}}\right)^i \end{aligned} \tag{3.28}$$

Aerogelringe, die aufgrund ihrer Größe ungefähr 75 PMTs ($\beta \approx 1$) überdecken, werden deshalb meistens die PMTs nur mit einem Photoelektron auslösen. Dagegen überdecken Gasringe relativistischer Teilchen im Mittel nur 16 PMTs, sodaß jeder ausgelöste PMT im Mittel 1.7 mal getroffen wird. Eine Parametrisierung für N_{max} ist ebenfalls in Abbildung 3.10 gezeigt. Anschaulicherweise würde sich ein linearer Zusammenhang zum Ringradius $N_{max} \sim r$ ergeben, wenn die PMTs der Reihenfolge der Kreislinie folgen würden. Bei einem PMT-Radius von etwa 1 cm folgt damit anschaulich $N_{pmt}/r = \pi$. Die genaue Abhängigkeit bei hexagonaler Anordnung und den wirklichen Abmaßen inklusive inaktiver Flächen läßt das Verhältnis leicht abfallen. Für Teilchen mit $\beta \approx 1$ ergeben sich damit im Mittel etwa 15.2 PMTs für

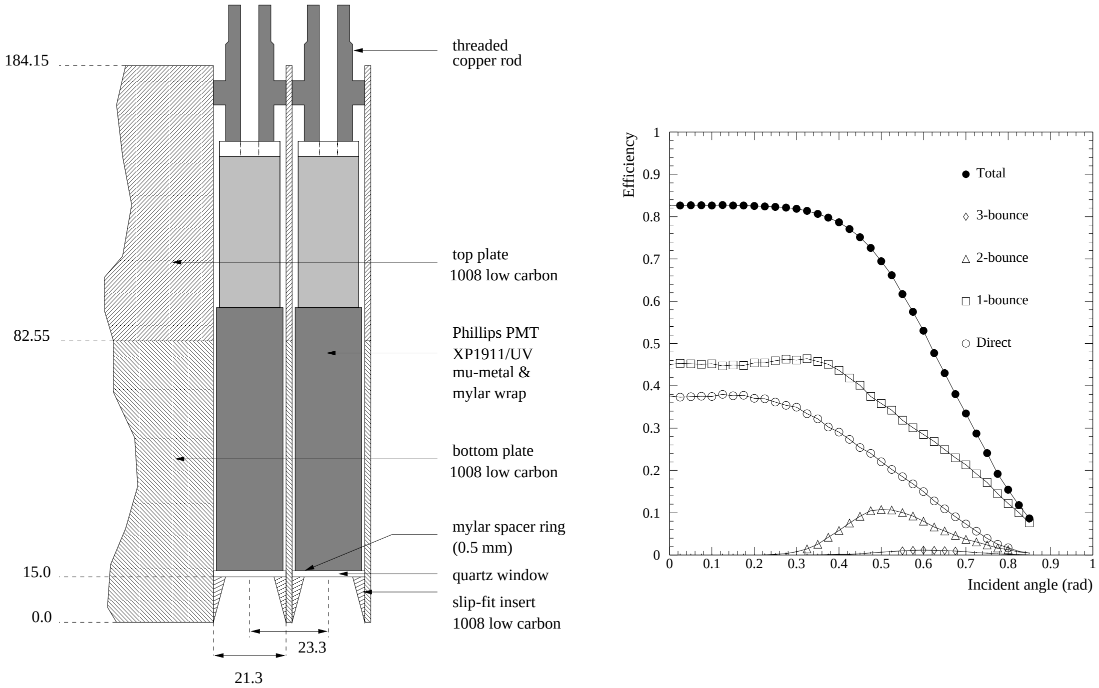

Abbildung 3.8: Design des Photonen-Detektors. *Die Photomultiplier befinden sich zur Abschirmung von starken Magnetfeldern in einer Ummantelung aus μ-Metall und zusätzlich noch in einer Stahlplatte (links). Durch zusätzliche hochreflektierende Funnel kann die aktive Fläche der PMTs auf 91% erweitert werden. Durch zum Teil mehrfache Reflektion gelangen noch Photonen in den PMT (rechts).*

Gasringe und 12.0 PMTs für Aerogelringe (siehe Tabelle 3.2 und Abbildung 3.9).

	Aerogel	Gas
Photonen (150 – 700 nm)	≈150	≈540
Photoelektronen	13.1	46.1
PMTs	12.0	15.2

Tabelle 3.2: Mittlere Anzahl von Photonen, Photoelektronen und PMTs für $\beta \approx 1$. *Nach Integration der Verteilungen in Abbildung 3.9 (*$150 - 700$ *nm) ergeben sich die Anzahlen der Photonen und Photoelektronen. Nach Gleichung (3.28) folgt damit die mittlere Anzahl getroffener PMTs.*

Die Auslese ist über LeCroy PCOS4-Karten realisiert. Wie bereits erwähnt, wird nur die digitale Information und keine Pulshöhen von je 16 PMTs in einer Karte registriert. Jeder PMT hat seine eigene Kanalnummer und nur die ausgelösten PMTs werden von Ereignis zu Ereignis gespeichert. Als generelles Datenformat wird dazu pro Ereignis eine ADAMO-Tabelle[6] generiert und zusammen mit den Spektrometer-Informationen der anderen HERMES-Detektorkomponenten synchron gespeichert. Abbildung 3.11 zeigt ein 3-Spur-Ereignis [28]. Im oberen RICH befindet sich ein Ring

[6] ADAMO ist die Datenbank, die im HERMES-Experiment zur Speicherung der gesamten Ereignis-Informationen benutzt wird.

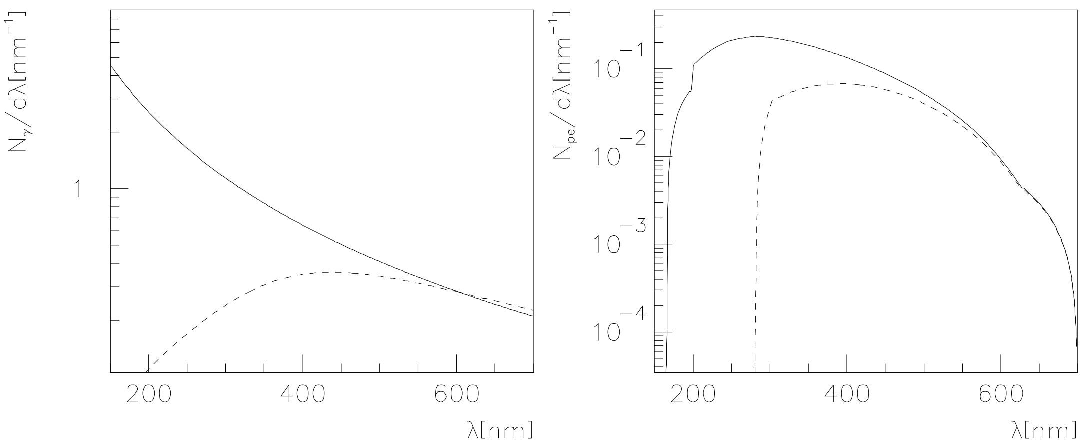

Abbildung 3.9: Ideale Anzahl der Photonen (links) und Photoelektronen (rechts). *Die Anzahl der Gasphotonen ergibt sich direkt aus Gleichung (3.22). Die Anzahl der Aerogel-Photonen ergibt sich analog, aber mit einer Erweiterung[24], die den Rayleigh-gestreuten Anteil herausrechnet und Absorbtion und Reflektion in der Aerogel-Block-Struktur berücksichtigt. Die Anzahl der Photoelektronen ergibt sich nach Faltung mit den Effizienzen (siehe Abbildung 3.7). Die integrierten Anzahlen sind in Tabelle 3.2 zusammengetragen.*

---

mit 11 ausgelösten PMTs. Aus der Teilchenspurrekonstruktion ergeben sich 5 GeV für diese Spur und die Einordnung als Hadron. Die Größe des Ringes entspricht der eines fast vollen Aerogel-Ringes. Da zugleich kein konzentrischer Gasring zu sehen ist, ist dieses Teilchen vermutlich ein Kaon, das erst bei etwa 9 GeV auch im Gas strahlt. Ein Proton hat noch nicht einen solch großen Aerogel-Ring. Durch ein Kreuz ist angedeutet, wo die Teilchenspur selber auf die PMT-Matrix träfe, wenn sie auch reflektiert werden würde. Analog kommt man im unteren RICH auf ein Pion und ein Elektron. Ebenfalls zu sehen ist ein Untergrund von vier bis fünf ausgelösten PMTs. Generell ist der zufällige Untergrund (random noise) sehr gering (etwa alle fünf Ereignisse ein PMT [29]), sodaß er gegenüber dem noch zu betrachtenen kombinatorischen Untergrund vernachlässigt werden kann. Im nächsten Kapitel wird gezeigt, wie aus diesen Daten CHERENKOV-Winkelinformationen gewonnen werden können. Wie bereits vorgeführt, liegen in der Separation zweier Teilchenhypothesen immer zwei verschiedene Situationen vor. Zum einen die Identifizierung anhand der Schwellen und zum anderen anhand der CHERENKOV-Winkel (siehe Abbildung 3.12). Im letzten Fall wird der Impulsbereich mit der bereits in Gleichung (3.23)

	Aerogel	C_4F_{10}
k_r	$5.46 \cdot 10^{-4}$	$1.07 \cdot 10^{-4}$
$p_{max}(\pi/K)$	6.7 GeV	15.0 GeV
$p_{max}(K/p)$	11.2 GeV	25.3 GeV

Tabelle 3.3: Detektorkonstanten und obere Separationsgrenzen für den HERMES-RICH

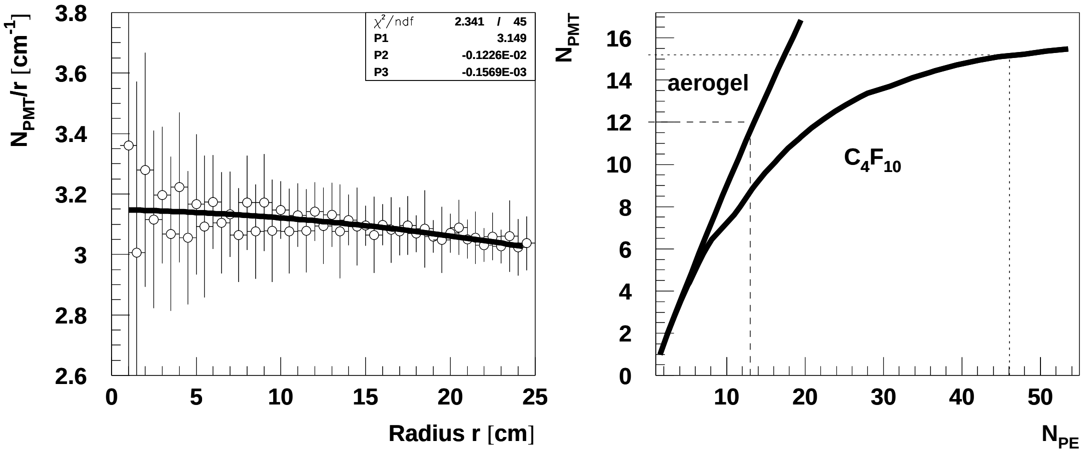

Abbildung 3.10: Zusammenhang von PMTs und Photoelektronen. *Anzahl der überdeckten PMTs bei hexagonaler Anordnung und einem aktivem PMT-Radius von $r = 1.1$ cm (links) und Zusammenhang $N_{pmt}(N_{pe})$ für Aerogelphotoelektronen ($N_{max} = 75$) und Gasphotoelektronen ($N_{max} = 16$) (rechts)*

---

eingeführten RICH-Detektorkonstante nach oben begrenzt. Wie in Kapitel 6 zu sehen sein wird, liegen die realen Anzahlen von PMTs etwas unterhalb den hier berechneten Werten (Tabelle 3.2). Mit 10 PMTs vom Aerogel und 12 vom Gas, einer Einzelphotonenauflösung von $\sigma_\theta \approx 7$ mrad und einer Separation um $n_\sigma = 4.652$ ergeben sich die in Tabelle 3.3 angegebenen RICH-Detektorkonstanten und oberen Separationsgrenzen. Bei gleichen Teilchenflüssen entspricht das einer Fehlidentifizierung von 1%.

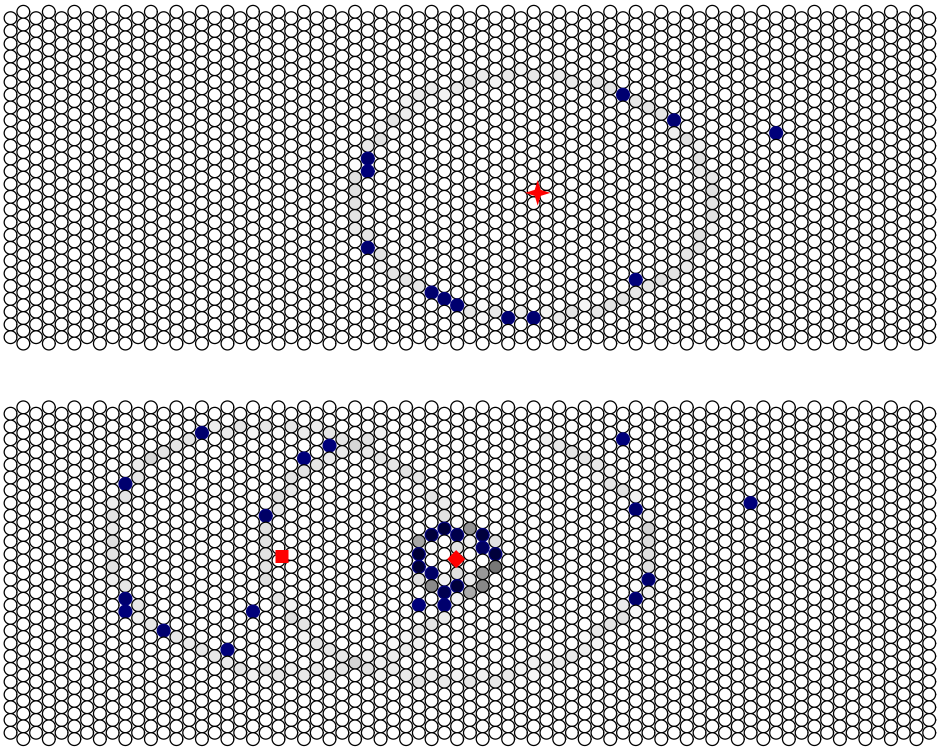

Abbildung 3.11: RICH-Beispielereignis. *Oberer RICH : 5 GeV Kaon ⇐ kein Gasring, unterer RICH : 1.5 GeV Pion ⇐ kein Gasring und 15 GeV Elektron, grau-schattiert sind die PMTs, bei denen Photonen erwartet werden (siehe DRT-Likelihoods 7.1.1)*

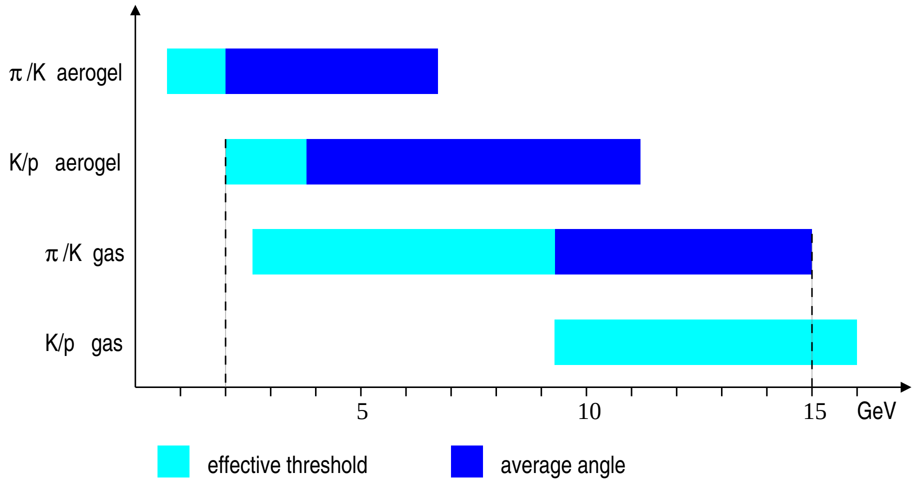

Abbildung 3.12: Bereiche der Separation. *Pionen, Kaonen und Protonen können aufgrund ihrer Schwellen oder ihrer* CHERENKOV-*Winkel separiert werden. Innerhalb der gestrichelten Linien ist eine volle Separation aller Hadronen möglich.*

Kapitel 4

Rekonstruktion

In diesem Kapitel wird beschrieben, wie sich aus direkten Meßdaten, d.h. aus einer Anzahl von PMT-Kanalnummern pro Ereignis, physikalische Informationen gewinnen lassen. Dabei geht es prinzipiell immer darum, Spurinformationen aus dem HERMES-Spektrometer mit getroffenen PMTs zu verbinden. Grundsätzlich können die obere und untere Detektorhälfte als zwei völlig getrennte Detektoren verstanden werden. Es ist unmöglich, daß Photonen einer Spur aus einer Detektorhälfte in der anderen Detektorhälfte detektiert werden können.
Es gibt grundsätzlich zwei verschiedene Ansätze, die Spurinformationen mit den PMT-Informationen zu verbinden. Die Berechnung des Auftreffpunkts einer Spur auf der PMT-Matrix nach Reflektion am Spiegel (*Direktes Ray Tracing*) ist der direkte Weg vom Spursystem zur PMT-Matrix. Es handelt sich hierbei eigentlich nicht um eine Rekonstruktionsmethode, sondern um die mathematische Formulierung der Reflektion. Sie wird hier zuerst eingeführt, da sie im folgenden bei der Rekonstruktion (*Indirektes Ray Tracing*) benötigt wird. Das in Kapitel 5 vorgestellte Alignment des RICH-Detektor benutzt diesen Formalismus ebenfalls intensiv. Eine sehr gute Teilchenidentifikation ist auch basierend auf dem Direkten Ray Tracing allein möglich und wird in Kapitel 7 vorgestellt. Zum Studium von Detektoreigenschaften und -performance ist es aber notwendig, den CHERENKOV-Winkel aus Spur- und PMT-Daten zu extrahieren, d.h. die Photonspuren zu rekonstruieren. Die Schwierigkeiten in der Rekonstruktion von CHERENKOV-Ringen beginnen bei größeren Anzahlen von zum Teil überlappenden Ringen. Es ist dann häufig nicht mehr klar, welcher Ring oder eventuell nur Ringausschnitt zu welcher detektierten oder nicht detektierten Teilchenspur gehört. Daher muß bei anderen Experimenten häufig erst auf Ringsuchalgorithmen zurückgegriffen werden[1]. Danach können aus den vorsortieren Mengen von zusammengehörigen Hits mit den jeweils richtigen Spuren die CHERENKOV-Winkel rekonstruiert werden. Inwiefern dieses Problem bei HERMES vernachlässigbar ist, wird in Abschnitt 4.2.5 diskutiert werden. Die Rekonstruktion der Photonspuren und die Teilchenidentifikation (Kapitel 7) werden separat nach der Rekonstruktion der Teilchenspuren durchgeführt. Dadurch ergibt sich häufig der Fall, daß es ausgelöste PMTs gibt, deren Spuren aus verschiedensten Gründen nicht zur Verfügung stehen ("spurlose Ringe"). Mögliche Gründe hierfür

[1]Einige Methoden sind in [30, 31, 32] vorgestellt.

sind Schnitte des Spurrekonstruktionsprogramms (HRC). Stammen zum Beispiel die Spuren nach den rekonstruierten Spurparametern nicht vom Target, so werden sie verworfen. Die Einträge im RICH-Detektor bleiben aber erhalten. Liegt eine Teilchenspur außerhalb der Akzeptanz des hinteren Spektrometers, so gibt es dort keine rekonstruierte Teilspur. Desweiteren können δ-Elektronen und Elektronen bzw. Positronen aus der Paarerzeugung im RICH zu sehen sein, während es für sie keine Spurinformationen gibt.

4.1 Direktes Ray Tracing

Unter dem Direktem Ray Tracing wird das Abbilden einer Spur auf die PMT-Matrix verstanden. Die Spur sei gegeben durch ihre Spurrichtung, d.h. die Impulsrichtung

$$p = \{x_{slope}, y_{slope}, 1\} \tag{4.1}$$

und einen Aufpunkt X_0 im HERMES-Koordinatensystem. Die einlaufende Spur und das Spiegelzentrum $C = \{C_x, C_y, C_z\}$ liegen in einer Ebene. Es ist deshalb sinnvoll, auf Koordinaten in dieser Ebene zu wechseln. Als erster Basisvektor wurde die Impulsrichtung p gewählt, der zweite ergibt sich dazu rechtwinklig. Mit dieser Transformation (Σ) und dem Ursprung bei X_0 ergibt sich der Reflektionspunkt s, an dem die Spur den Spiegel mit einem Radius R treffen wird, sehr anschaulich zu[2]

$$s = \begin{pmatrix} s_{\|} \\ s_{\perp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{\|} + \sqrt{R^2 - C_{\perp}^2} \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{4.2}$$

Dabei ist $\{C_{\|}, C_{\perp}\} = \Sigma(C - X_0)$ das Spiegelzentrum in den Ebenenkoordinaten. Der Einfallswinkel auf den Spiegel ist bei einer Reflektion gleich dem Ausfallwinkel, d.h. für einen Punkt $D = \{D_{\|}, D_{\perp}\}$ der reflektierten Spur gilt

$$\sphericalangle(-s, C - s) = \sphericalangle(C - s, D - s). \tag{4.3}$$

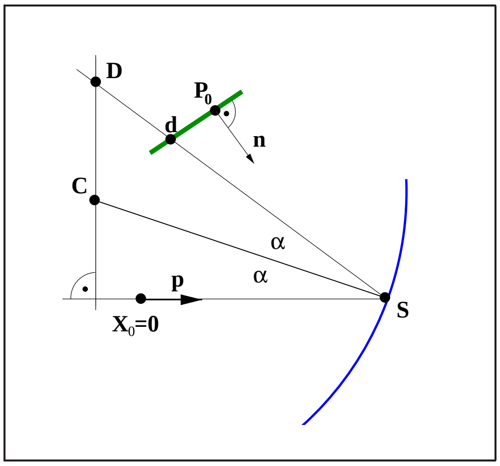

Abbildung 4.1: Direktes Ray Tracing. *Nach der Transformation in die Reflektionsebene verläuft die Spur horizontal, wird am Spiegel am Punkt s reflektiert und trifft die PMT-Matrix im Punkt d.*

Unter der zusätzlichen Bedingung $D_{\|} = C_{\|}$ ergibt sich $D_{\perp}$ aus

$$\frac{D_{\perp}}{s_{\|} - C_{\|}} = \tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} = \frac{2\frac{C_{\perp}}{s_{\|} - C_{\|}}}{1 - \frac{C_{\perp}^2}{(s_{\|} - C_{\|})^2}}. \tag{4.4}$$

[2] $\|$ und $\perp$ bedeuten parallel bzw. senkrecht zur Spurrichtung

Mit Gleichung (4.2) und

$$\begin{pmatrix} D_{\|} \\ D_{\perp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{\|} \\ 2C_{\perp}(1 + \frac{C_{\perp}^2}{R^2 - 2C_{\perp}^2}) \end{pmatrix} \tag{4.5}$$

ergibt sich die Richtung der Spur $D - s$ nach der Reflektion

$$D - s = \begin{pmatrix} -\sqrt{R^2 - C_{\perp}^2} \\ 2C_{\perp}(1 + \frac{C_{\perp}^2}{R^2 - 2C_{\perp}^2}) \end{pmatrix}. \tag{4.6}$$

Der Schnittpunkt der Gerade $P(t) = (D - s)t + s$, $t \in \mathbb{R}$ mit der PMT-Matrix läßt sich aus der Hesse'schen Normalform berechnen,

$$\langle \Sigma^{\top} P(t) - P_0, n \rangle = \langle \Sigma^{\top}(D - s), n \rangle t + \langle \Sigma^{\top} s, n \rangle - \langle P_0, n \rangle = 0. \tag{4.7}$$

P_0 ist das Zentrum der PMT-Matrix. Ihre Ausrichtung wird durch den Normalenvektor $n = \Sigma^{\top}\{n_{\|}, n_{\perp}\}$ festgelegt. Der Auftreffpunkt der Spur auf der PMT-Matrix nach der Reflektion ausgedrückt in Ebenen-Koordinaten ist mit $K = \langle P_0, n \rangle$

$$d = \frac{K - s_{\|} n_{\|} - s_{\perp} n_{\perp}}{(D_{\|} - s_{\|}) n_{\|} + (D_{\perp} - s_{\perp}) n_{\perp}} \begin{pmatrix} D_{\|} - s_{\|} \\ D_{\perp} - s_{\perp} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_{\|} \\ s_{\perp} \end{pmatrix}. \tag{4.8}$$

Als Ergebnisse dieser Berechnungen ergeben sich unter der Annahme einer exakt sphärischen Form des Spiegels der Reflektionspunkt $s^{(0)}$ und der Auftreffpunkt der Spur auf der PMT-Matrix $d^{(0)}$. Wie in Kapitel 5 zu sehen sein wird, ist diese Vorraussetzung aber nicht immer gegeben. Das obere und das untere Spiegelsystem bestehen, wie bereits in Abschnitt 3.2.3 erwähnt, aus jeweils 8 Teilspiegeln, mit eventuell eigenen Parametern C und R. Durch die in Kapitel 5 gefundenen kleinen Oberflächenvariationen des sphärischen Spiegel muß in der Nähe von $s^{(0)}$, bestimmt durch den sphärischen Spiegel, eine lokale Korrektur der Spiegelparameter erfolgen :

$$\{C, R\} \Longrightarrow \{C + \delta C(s_x^{(0)}, s_y^{(0)}), R + \delta R(s_x^{(0)}, s_y^{(0)})\}. \tag{4.9}$$

Mit ihr wird dann erneut nach Gleichung 4.2 und 4.8 der Reflektionspunkt $s = s^{(1)}$ und der Auftreffpunkt $d = d^{(1)}$ bestimmt.
Neben dem in Abschnitt 7.1 vorgestellten, DRT-basierten Likelihood-Formalismus wird das Direkte Ray Tracing auch dazu benutzt, um die Wirkung der Akzeptanz auf jede Spur abzuschätzen. Für die betrachtete Spur werden dazu auf dem Weg durch das Aerogel einige Photonspuren[3] unter einem maximalen Aerogelwinkel, also etwa 250 mrad, zur Teilchenspur erzeugt. Für jede Photonspur wird verfolgt, ob sie die Kanten der Aerogelblöcke, den Spiegel oder Matrix trifft. Auf diese Weise lassen sich *ideale Spuren* identifizieren, deren CHERENKOV-Kegel nicht von Akzeptanz-Effekten betroffen sind.

[3] z.Z. werden 20 Photonspuren erzeugt.

4.2 Indirektes Ray Tracing

4.2.1 Mathematische Formulierung

Beim Indirekten Ray Tracing besteht das Problem darin, anhand eines Emissionpunktes e und Auftreffpunktes d auf der PMT-Matrix den Weg des Photons, d.h. den Strahlenverlauf der Reflektion am Spiegel zu rekonstruieren. Der Spiegel sei gegeben durch seinen Mittelpunkt C und seinen Radius R. Da sich der gesuchte Reflektionspunkt s in der gleichen Ebene wie e, d und C befinden muß, können die Vektoren wie folgt geschrieben werden

$$\begin{aligned} e &= \{||e||, 0\} \\ d &= \{||d|| \cos\phi, ||d|| \sin\phi\} \\ s &= \{R\cos\theta, R\sin\theta\}. \end{aligned} \tag{4.10}$$

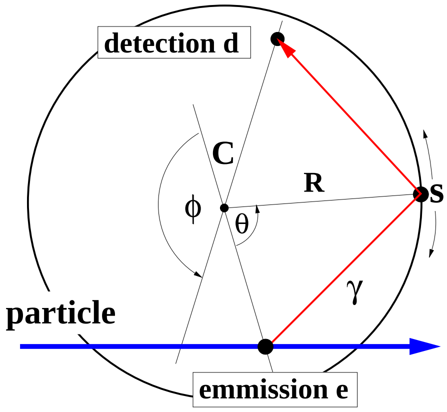

Abbildung 4.2: Indirektes Ray Tracing - *Ermittlung des Reflektionspunktes s aus einem Emissionspunkt e und einem Detektionspunkt d.*

Der Einfachheit halber sei hier $C = 0$. Hierbei ist ϕ bereits bekannt und θ muß im weiteren bestimmt werden. Diese Parametrisierung garantiert neben der Planarität aller Vektoren auch, daß der Reflektionspunkt s bereits auf der Spiegeloberfläche liegt. Die Orientierung des zweiten Basisvektors kann immer so gewählt werden, daß $d > 0$ und $0 < \phi < \pi$ sind. Da Einfallswinkel $\sphericalangle(e-s, -s)$ und Ausfallwinkel $\sphericalangle(d-s, -s)$ kleiner als $\frac{\pi}{2}$ sind, folgt aus der Gleichheit der Winkel auch

$$\tan\sphericalangle(e-s, -s) = \frac{(e-s)\times s}{\langle(e-s), s\rangle} = \frac{(d-s)\times s}{\langle(d-s), s\rangle} = \tan\sphericalangle(d-s, -s). \tag{4.11}$$

Für die Richtungvektoren der einfallenden bzw. reflektierten Spur gilt

$$\begin{aligned} e - s &= \{||e|| - R\cos\theta, -||R|| \sin\theta\} \\ d - s &= \{||d|| \cos\phi - R\cos\theta, ||d|| \sin\phi - R\sin\theta\}. \end{aligned} \tag{4.12}$$

Einsetzen in Gleichung (4.11) bringt nach Anwendung trigonometrischer Additionstheoreme folgende transzendente Gleichung für θ :

$$\frac{||e|| \sin\theta}{||e|| \cos\theta - R} = \frac{||d|| \sin(\phi-\theta)}{||d|| \cos(\phi-\theta) - R}. \tag{4.13}$$

Die Lösung θ, d.h. die Nullstelle von

$$\mathcal{L}(\theta) = ||e||||d|| \sin(\phi - 2\theta) + R(||e|| \sin\theta - ||d|| \sin(\phi-\theta)) = 0 \tag{4.14}$$

kann iterativ gewonnen werden. Dazu wird $\mathcal{L}$ in der n-ten Iteration um einen Wert $\theta^{(n)}$ entwickelt.

$$\mathcal{L}(\theta^{(n+1)}) \approx \mathcal{L}(\theta^{(n)}) + \mathcal{L}'(\theta^{(n)})(\theta^{(n+1)} - \theta^{(n)}) = 0. \tag{4.15}$$

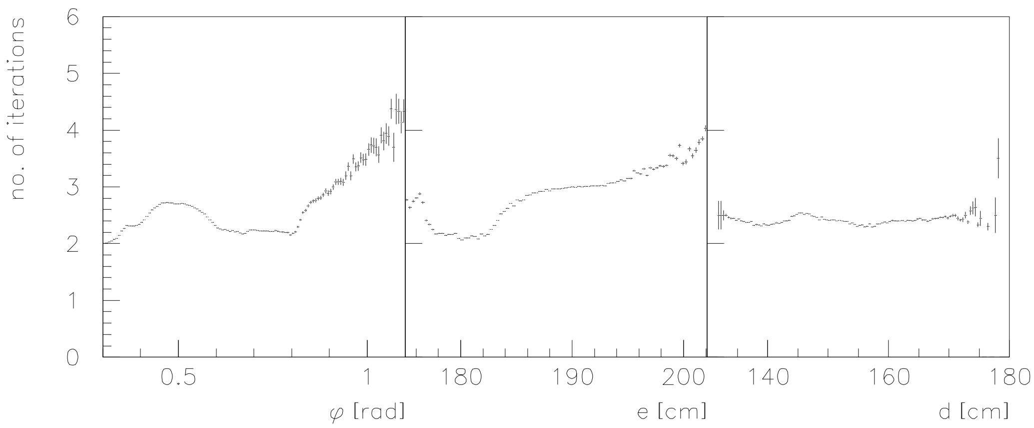

Abbildung 4.3: Iteration beim Indirekten Ray Tracing. *Gezeigt ist die durchschnittliche Anzahl der Iterationen in Abhängigkeit von den Parametern ϕ, e und d.*

Daraus läßt sich ein Wert $\theta^{(n+1)}$ berechnen, der $\mathcal{L}$ näher an Null bringt als $\theta^{(n)}$ [4]

$$\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)} - \frac{\mathcal{L}(\theta^{(n)})}{\mathcal{L}'(\theta^{(n)})}. \tag{4.16}$$

Voraussetzung ist, daß $\mathcal{L}' \neq 0$ ist. Der verwendete Startwert ist

$$\theta^{(0)} = \frac{\phi}{2}. \tag{4.17}$$

Die Iteration wird abgebrochen, falls die Winkel innerhalb einer benötigten Auflösung, hier 0.001 mrad, fixiert sind, d.h. $\|\theta^{(n+1)} - \theta^{(n)}\| < 0.001$ mrad. Die Anzahl der durchschnittlich dafür benötigten Iterationen ist in Abbildung 4.3 in Abhängigkeit der Parameter ϕ, e und d gezeigt. Nach zwei bis vier Iterationen wird die angestrebte Genauigkeit der Lösung θ erreicht. Als direktes Ergebnis ergibt sich daraus mit Gleichung 4.10 der Reflektionspunkt $s^{(0)}$. Auch hier läßt sich wie in Abschnitt 4.1 ein zweiter Iterationsschritt einführen, um eine leichte Variation der Spiegeloberfläche berücksichtigen zu können. Die Spiegelparameter werden mit $s(0)$ wieder korrigiert

$$\{C, R\} \Longrightarrow \{C + \delta C(s_x^{(0)}, s_y^{(0)}), R + \delta R(s_x^{(0)}, s_y^{(0)})\}. \tag{4.18}$$

Die zweite Iteration bringt dann den endgültigen Verlauf der Photonenspur.

4.2.2 Der wahrscheinlichste Emissionspunkt

Wie schon im vorigen Abschnitt erwähnt wurde, ist zur Rekonstruktion des Strahlengangs der Photonen durch das Indirekte Ray Tracing ein Emissionspunkt e notwen-

---

[4]Dieses Verfahren wird als Newton-Raphson-Iteration bezeichnet [33].

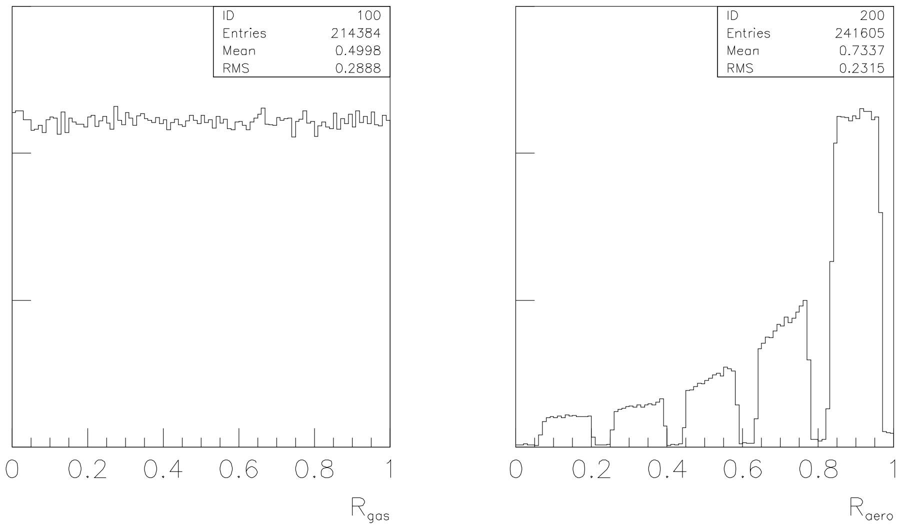

Abbildung 4.4: Photonvertex-Verteilungen. *Gezeigt ist das Verhältnis R_{gas} (links) und R_{aero} (rechts) aus Photonvertex zu gesamter Weglänge im Radiator. Für die Rekonstruktion von Gas-Winkel kann die halbe Weglänge als Ansatz benutzt werden. Beim Aerogel liegt der Mittelwert bei $\approx 0.73 \cdot l_{aero}$ (Monte Carlo).*

---

dig. Dieser ist für jedes einzelne Photon unbekannt. Die Emissionswahrscheinlichkeit für detektierbare Photonen (effektiv) ist auf dem Weg durch das Gas konstant. Die bestmögliche Annahme, die dann gemacht werden kann, ist, daß das Photon auf halber Weglänge im Gas emitiert wird. Nach Gleichung (4.2) kann der Reflektionspunkt s der Teilchenspur selbst bestimmt werden. An dieser Stelle verläßt das Teilchen den Gasradiator durch den Spiegel. Der Eintrittspunkt in das Gas X_{aero} kann ebenfalls aus den Spurparametern gewonnen werden. Daraus ergibt sich die Weglänge im Gasradiator

$$l_{gas} = \|X_{aero} - s\|. \tag{4.19}$$

Für eine konstante effektive Emissionsrate der Gasphotonen sollte dann gelten

$$\langle R_{gas} \rangle = \langle \frac{1}{l_{gas}} \|X_{e,gas} - s\| \rangle \approx \frac{1}{2}. \tag{4.20}$$

Im Aerogel dagegen stammt der überwiegende Teil der die PMT-Matrix erreichenden Photonen von den letzten Aerogel-Blöcken, während der Anteil aus den vorderen Blöcken teilweise wieder absorbiert wird. Dadurch verschiebt sich der mittlere Emissionspunkt etwas nach hinten (siehe Abbildung 4.4). Der Ansatz

$$e = \frac{1}{2}(X_{aero} - s) + X_{aero} \tag{4.21}$$

bewirkt für die Gasphotonen aufgrund der Spiegelfokussierung nur einen Fehler von $\sigma_\theta \approx 2.2$ mrad [34] im rekonstruierten Winkel. Für den Emissionspunkt im Aerogel wird direkt die Mitte der Radiator-Wand als Ausgangspunkt benutzt[5]. Das ist mit einem Fehler von $\sigma_\theta \approx 1.8$ mrad [34] verbunden.

4.2.3 Brechung an der Aerogelgrenzfläche

In Abschnitt 3.2.2 wurde bereits der Aufbau des Aerogel-Radiators erklärt. Danach wurden jeweils 5 Blöcke mit möglichst ähnlichem Brechungsindex hintereinander angeordnet. Jeweils zwischen ihnen sind etwa 1.5 mm Zwischenraum, der durch ihre herstellungsbedingte Meniskus-Oberfläche ensteht. Für die weiteren Betrachtungen wird dies vernachlässigt und von geraden Kanten ausgegangen. Die innere Brechung bewirkt nur einen Strahlversatz und damit eine ebenfalls vernachlässigbare Systematik. Nur die letzte Winkeländerung $\Delta\theta$ entsprechend Abbildung 4.5 bleibt bestehen. Nach [35] ergibt sich damit zu jeder mit 4.2.1 bestimmten Photonspurrichtung eine Korrektur entsprechend dem Fermat'schen Prinzip. Dazu wird näherungsweise angenommen, daß die Brechung in der gleichen Ebene stattfindet, die bereits durch das Indirekte Ray Tracing und die Punkte e, d und s ausgezeichnet ist.

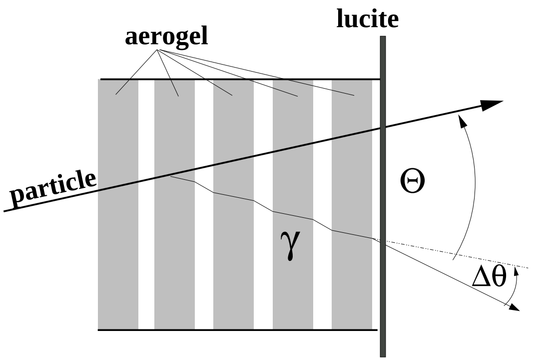

Abbildung 4.5: Brechungen an den Aerogelblöcken, *Die inneren Brechungen bewirken einen Strahlversatz der vernächlassigbar ist. Die letzte Winkeländerung $\Delta\theta$ kann näherungsweise korrigiert werden.*

Da der Reflektionspunkt s und der Emissionspunkt e unter der Vorraussetzung des geraden Strahlenverlaufs durch die Grenzfläche bestimmt wurden, ist damit folgende Rechnung nur eine Näherung. In dieser Ebene (siehe Abbildung 4.6) führt die Anwendung des Fermat'schen Prinzip

$$n_{aero} \sin\theta_1 = n_{aero} \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + f^2}} = n_{gas} \frac{L_1}{\sqrt{L_2^2 + g^2}} = n_{gas} \sin\theta_2 \tag{4.22}$$

mit $n = n_{aero}/n_{gas}$ und $k = L_1 + L_2$ zu einer Gleichung 4. Ordnung :

$$(n^2-1)L_1^4 - 2(n^2-1)kL_1^3 + ((n^2-1)k^2 + n^2g^2 - f^2)L_1^2 + 2f^2kL_1 - f^2k^2 = 0. \tag{4.23}$$

[5] Es gibt z.Z. noch keine fertige Integration der Rayleigh-Streuung und der Absorbtion im Monte Carlo und deshalb auch keine Studien bez. eines günstigeren Emissionspunktes.

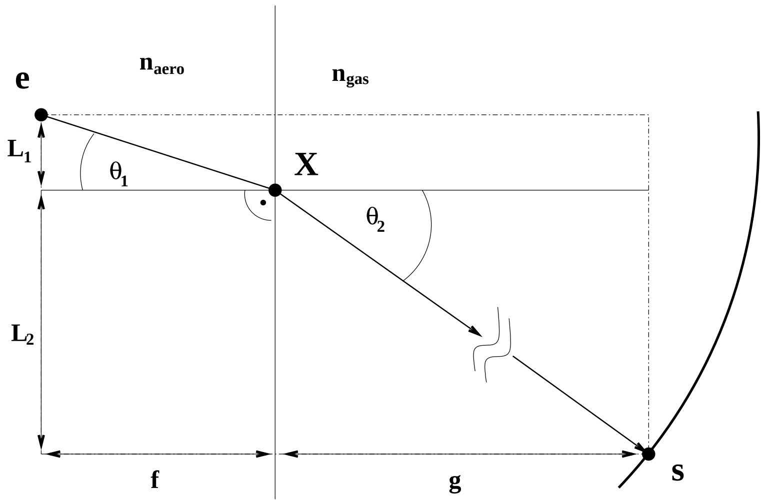

Abbildung 4.6: Brechung an der Aerogelgrenzfläche. *Nach dem Fermat'schen Prinzip ergibt sich bei gegebenem Reflexionspunkt s und Emissionspunkt e, der Brechungspunkt X auf der geraden Grenzfläche zwischen Aerogel-Radiator(n_{aero}) und Gas-Radiator(n_{gas})*

Aus den Punkten e und s ergeben sich direkt k, f und g. Als Lösung dieser Gleichung ergibt sich dann der Brechungspunkt $X = \{L_1, f\}$ in Ebenenkoordinaten für den fixierten Reflektionspunkt s. Er könnte dann Ausgangspunkt, d.h. ein Emissionspunkt in der 2. Iteration, für einen erneutes Indirektes Ray Tracing sein. Nach [35] ergaben sich dabei keine signifikanten Änderungen mehr.

4.2.4 Rekonstruktion der Photonenspuren

Das allgemeine Problem der Rekonstruktion der Photonenspuren besteht darin, daß von einem getroffenen Photomultiplier keine Rückschlüsse auf die Herkunft der Photonen gemacht werden können. Ein einzelner PMT hätte von allen Spuren, die sich auf derselben Detektorseite befinden, ausgelöst werden können. Es kann aber sein, daß nicht alle Spuren durch die Spurrekonstruktion gefunden wurden und sich dementsprechend Ringe im RICH befinden, die keiner Spur zugeordnet werden können ("spurlose Ringe"). Ob das Photon im Aerogel- oder im Gasradiator abgestrahlt wurde, kann ebenfalls erst später anhand der Eventtopologie und nicht für einen einzelnen PMT entschieden werden. Die Idee der Rekonstruktion durch Indirektes Ray Tracing besteht nun darin, zunächst aus allen Kombinationen von Spuren i, getroffenen Photomultipliern j und Radiatortypen k (1=Aerogel, 2=Gas) einen Cherenkov-Winkel θ_{ijk} zu bestimmen.

$$\cos\theta_{ijk} = \frac{\langle p_i, s_{ijk} - e_{ik}\rangle}{||p_i|| ||s_{ijk} - e_{ik}||} \tag{4.24}$$

Die Teilchenspurrichtung ist durch p_i und die Photonspurrichtung nach Gleichung (4.12) durch $s_{ijk} - e_{ik}$ gegeben (siehe Abbildung 4.7). Um die Änderung der Spurrichtung der Aerogelphotonen durch die Brechung zu berücksichtigen, wird im folgenden $e_{j1} = X_j$. X_j ist der im vorigem Abschnitt definierte Brechungspunkt der Spur j.

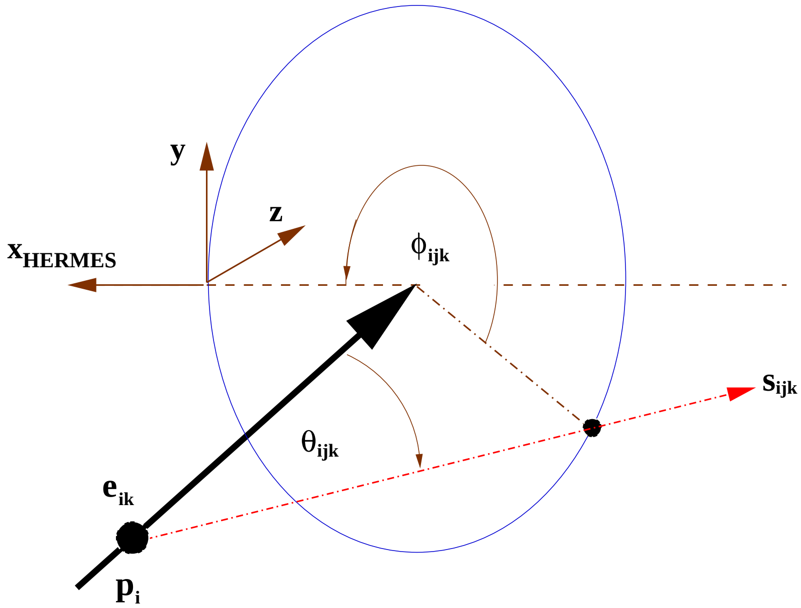

Abbildung 4.7: Rekonstruktion der Photonenspuren. *Definition von Polarwinkel* θ_{ijk} *(=*CHERENKOV*-Winkel) und Azimutalwinkel* ϕ_{ijk}*. Der Nullpunkt der Azimutalwinkel wird durch die* HERMES*-x-Achse festgelegt.*

Analog lassen sich die Azimutalwinkel ϕ_{ijk} berechnen,

$$\cos\phi_{ijk} = \frac{\langle p_i \times (s_{ijk} - e_{ik})\,,\, p_i \times x_{\mathrm{HERMES}}\rangle}{\|p_i \times (s_{ijk} - e_{ik})\|\ \|p_i \times x_{\mathrm{HERMES}}\|} \tag{4.25}$$

wobei hier durch x_{HERMES} der äussere Nullpunkt für ϕ definiert wird. Für jede Spur i ergibt sich damit unter den Annahmen, daß die PMTs von Gasphotonen bzw. von Aerogelphotonen ausgelöst wurden, jeweils ein separates Winkelspektrum. Der maximale Gaswinkel, der erreicht werden kann, ergibt sich nach Kapitel 3 für relativistische Teilchen, das heißt $\beta \approx 1$, bei einem Brechungsindex $n_{gas} \approx 1.0014$ zu

$$\theta_{gas,max} = \cos^{-1}\frac{1}{n_{gas}} \approx 53 \text{ mrad}. \tag{4.26}$$

Nimmt man hier schon eine Winkelauflösung von $\sigma_\theta \approx 8$ mrad vorweg, so kann zum Beispiel mit $\theta_{ij1} < (53 + 4 \cdot 8)$ mrad[6] entschieden werden, welche der unter der Annahme eines Vertexes im Gas rekonstruierten θ_{ij1} auch wirklich im Gas emittiert wurden. Für das Aerogel ist diese Situation anders, da auch der Bereich der Gaswinkel bis zum Aerogel-Maximalwinkel von

$$\theta_{aero,max} = \cos^{-1}\frac{1}{n_{aero}} \approx 243.5\text{mrad} \tag{4.27}$$

überdeckt wird. Das spielt aber nur in der Proton/Pion-Separation in einem kleinem Impulsintervall von 3.7 bis 4.5 GeV eine Rolle. Nach Abbildung 3.2 überdecken sich dort die Aerogelwinkel der Protonen und Gaswinkel der Pionen (siehe Abbildung 4.9.

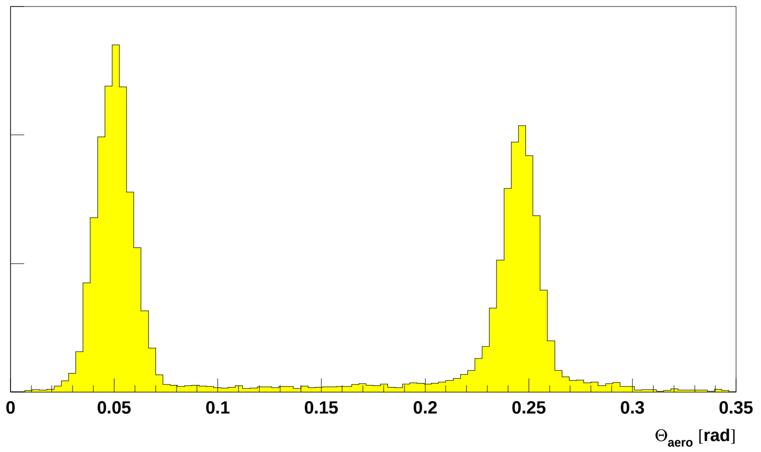

Abbildung 4.8: Winkelspektrum beim Indirektem Ray Tracing. *Unter der Annahme, daß die Photonen im Aerogel emittiert wurden, ergibt sich nach Rekonstruktion der* CHERENKOV-*Winkel vieler Einzelspuren (hier Elektronen oberhalb 5 GeV) dieses Spektrum.*

Davon abgesehen enthalten das Winkelspektrum unter Annahme eines Gasvertexes und das Winkelspektrum unter der Annahme eines Aerogelvertexes jeweils beide zwei Peaks (siehe z.B. Abbildung 4.8). Sie entsprechen den wirklichen Aerogel- und Gasphotonen.

4.2.5 Mehrspurereignisse

Die hier vorgestellte Rekonstruktion der Photonenspuren durch Indirektes Ray Tracing ist eine spurweise Rekonstruktion. Jede einzelne Spur und jeder ausgelöste PMT werden unabhängig behandelt. Damit gehen PMTs anderer Teilchen, ob deren Spur nun von der Spurrekonstruktion gefunden wurden oder nicht, als kombinatorischer Untergrund ein. Im Vergleich zu anderen Experimenten mit RICH-Detektor [7] ist die Anzahl der Spuren pro Detektorhälfte (Multiplizität) bei HERMES sehr niedrig. In etwa 84% aller Ereignisse wurde in der 1998/99-Trigger-Konfiguration nur eine Spur pro Detektorhälfte gefunden. Abbildung 4.10 zeigt die Verteilung der Multiplizitäten. Es ist hierbei zu beachten, daß es noch einen nicht zu vernachlässigen Anteil "spurloser Ringe" gibt, die im RICH-Detektor sichtbar sein können

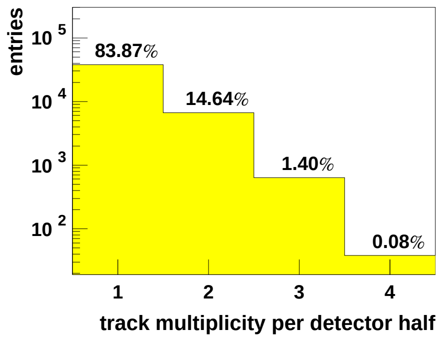

Abbildung 4.10: Mittlere Spurmultiplizitäten pro Ereignis für die 1998/99-Trigger-Konfiguration.

[6]für z.B. vier Standardabweichungen

[7]z.B. liegt bei CERES die rekonstruierte Ringmultiplizität bei etwa 15 Ringe pro Ereignis

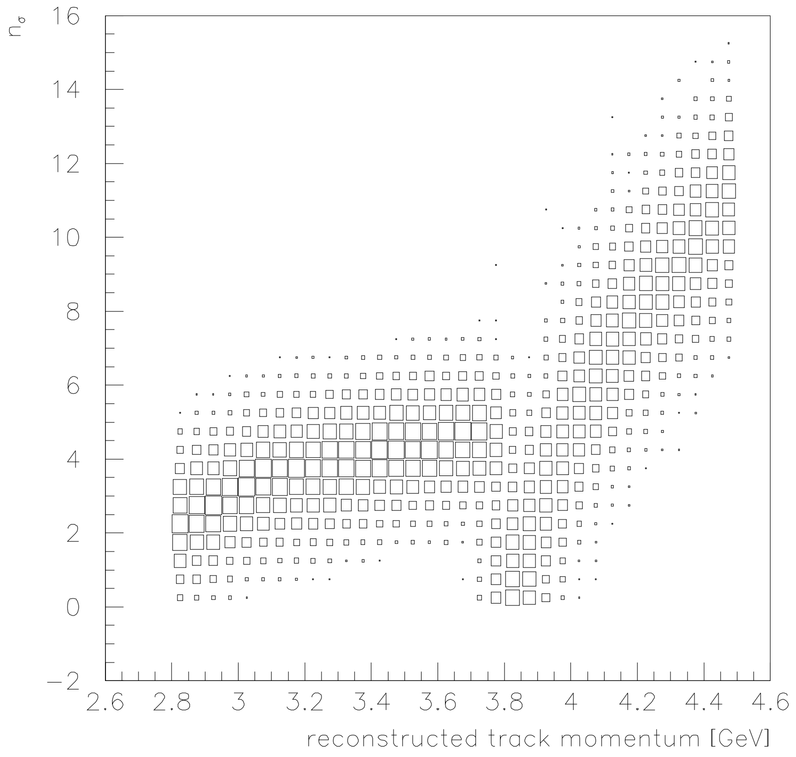

Abbildung 4.9: Überdeckender CHERENKOV-Winkelbereich. *Gezeigt ist die Separation der Winkel von Proton-Aerogelphotonen und Pion-Gasphotonen ausgedrückt in Anzahl von Standardabweichungen. Nach der Proton-Aerogel-Schwelle bei etwa 3.8 GeV liegen die Aerogelphotonen im Gaswinkel-Bereich der Pionen. Bei fehlenden oder "kontaminierten" Photonen im Bereich der Pion-Aerogel-Winkel, kann es hier zur Fehlidentifizierung kommen.*

---

und damit auch zum Untergrund beitragen.
Die Verteilung des Untergrundanteils von θ_{ijk} und ϕ_{ijk} ist unter anderem in Abbildung 4.11 gezeigt. Die spezielle Form ist Folge der rechteckigen Abmessungen der PMT-Matrix und entspricht somit der Abbildung der Akzeptanz in θ,ϕ-Koordinaten. In Abbildung 4.12 sind anhand eines Monte Carlo DIS-Samples für verschiedene Multiplizitäten Signal und Untergrund getrennt dargestellt.

4.2.6 Einzelphotonen-Auflösung

Die Genauigkeit der Rekonstruktion der CHERENKOV-Winkel ist maßgebend für die Leistungsfähigkeit der Teilchenidentifikation. Der maximale Impuls, bei dem eine Separation zweier Teilchensorten um n_σ noch erreicht werden kann, ist nach Gleichung (3.23) unter anderem durch die Einzelphotonen-Auflösung bestimmt. Sie ist die grundlegende Größe mit der die Detektorfehler charakterisiert werden kön-

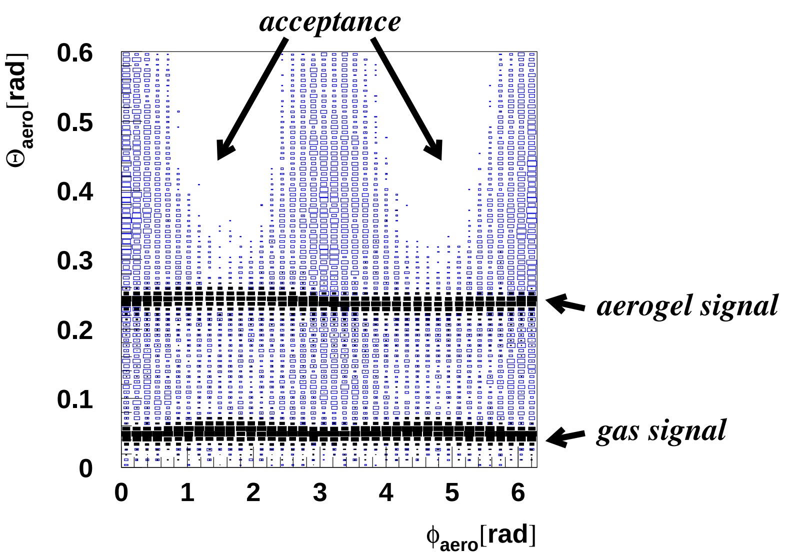

Abbildung 4.11: θ,ϕ-Verteilung der rekonstruierten Winkel vieler Spuren. *Die* CHERENKOV*-Lichtkegel entsprechen horizontalen Geraden, der Untergrund ist verteilt über die Akzeptanz in* θ,ϕ*-Koordinaten (Monte Carlo)*

---

nen. Die Einzelphotonen-Auflösung kann als Breite der Verteilung aus den Winkel-Spektren von Teilchen mit festen, bekanntem CHERENKOV-Winkel bestimmt werden. Teilchen mit $\beta \approx 1$ haben einen festen CHERENKOV- Winkel und sind somit dafür sehr gut geeignet. Aus diesem Grund werden hochenergetische Elektronen häufig zur Auflösungsbestimmung benutzt, denn sie lassen sich sehr gut von Hadronen separieren, wie bereits in Kapitel 2 erwähnt. Im Aerogel mit n_{aero} $\approx$1.0304 sowie auch im Gas mit $n_{gas} = 1.0014$ sind Elektronen mit einem Impuls von über ca. 5 GeV relativistisch und haben alle ihre Maximalwinkel von $\theta_{aero} = \cos^{-1}(1/n_{aero}) \approx 243.5$ mrad bzw $\theta_{gas} = \cos^{-1}(1/n_{gas}) \approx 53$ mrad erreicht.

Auch bei vorselektierten Einzelspurereignissen (wie z.B. in Abbildung 4.8) gibt es einen Untergrund. Das führt dazu, daß die mittlere, quadratische Abweichung(RMS)

$$\sigma_\theta = \sqrt{\sum_{|\theta_i - \langle\theta\rangle| < \Delta\theta} (\theta_i - \langle\theta\rangle)^2} \qquad (4.28)$$

abhängig ist vom gewählten Bereich $\Delta\theta$. Um die Breite der Verteilung möglichst unabhängig vom Untergrund bestimmen zu können, wird die Auflösung als Breite σ eines Gaussfits plus linearem Untergrund aus dem Winkelspektrum bestimmt (Elektronen-Einzelphotonen-Auflösung). Bereits aus Abbildung 4.12 ist erkennbar, daß ein konstanter Untergrund für die Aerogelwinkel ausreichend wäre, aber die Gaswinkelverteilung durch einen linear ansteigenden Untergrund besser beschrieben werden kann. Der asymmetrische Untergrund folgt direkt aus der zur Verfügung

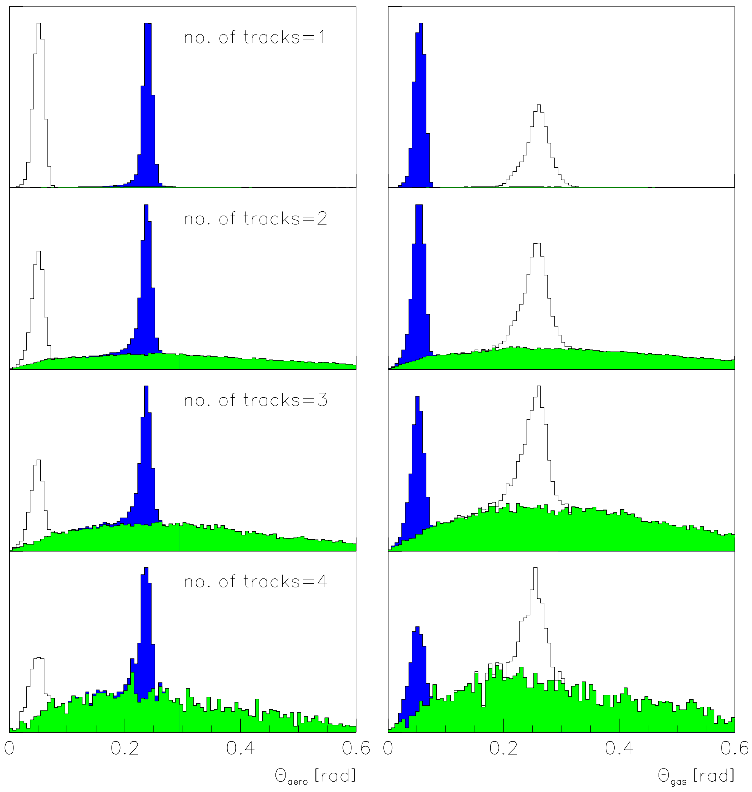

Abbildung 4.12: Untergrund im Indirekten Ray Tracing. *Mit steigender Multiplizität pro Detektorhälfte erhöht sich auch durch überlappende Ringe die Kontamination von falsch-rekonstruierten Winkeln (Monte Carlo)*

stehenden Fläche auf der PMT-Matrix bei einem bestimmten Winkel. Für einen homogen auf der PMT-Matrix verteilten Untergrund ergibt sich folgende einfache Beschreibung. Mit einem Winkelintervall um θ wird näherungsweise eine Fläche um einen Ring mit dem Radius $r \sim \tan\theta$ auf der PMT-Matrix beschrieben. Durch die begrenzende Akzeptanz wird bei größeren Winkeln ein Teil diese Fläche nicht mehr auf der PMT-Matrix liegen. Darausfolgend verringert sich die Fläche wieder bei größeren Winkeln, so daß sich dieser effektive Radius besser durch $r = a \sin b\theta$ beschreiben läßt. Der Untergrund wird damit

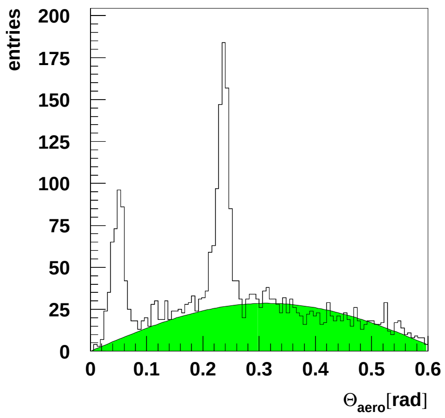

Abbildung 4.13: Ein flacher Untergrund auf der PMT-Matrix.

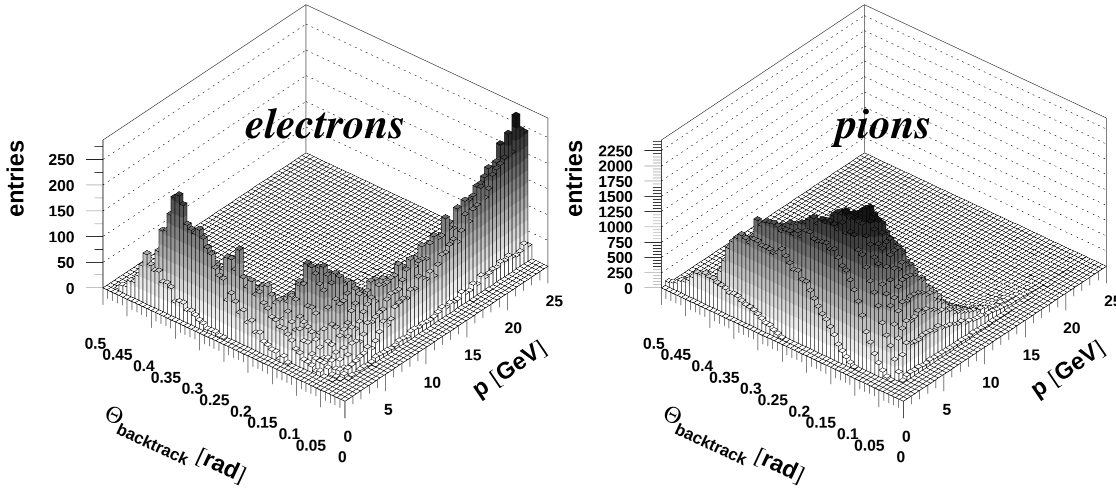

Abbildung 4.14: Polarwinkelverteilung der Spuren nach dem Magneten. *Gezeigt sind die Polarwinkel für die 98-Trigger-Konfiguration in Abhängigkeit des Teilchenimpulses für Elektronen (links) und Pionen (rechts).*

---

proportional zu der Fläche sein, d.h.

$$\begin{aligned} Bg &\sim \pi(r+dr)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi a^2 \left[2b \sin b\theta \cos b\theta d\theta + b^2 \cos^2 b\theta \; d\theta^2\right] \end{aligned} \tag{4.29}$$

In erster Näherung ergibt sich der Untergrund zu (siehe auch Abbildung 4.13).

$$\frac{dBg}{d\theta} \approx \pi a^2 b \sin 2b\theta. \tag{4.30}$$

Damit kann der lineare Anstieg bei kleinen Winkeln erklärt werden. Ist die Statistik für einen Fit nicht ausreichend, muß trotzdem auf das RMS zurückgegriffen werden. Aufgrund der überwiegenden Statistik von Pionen und deren breiter Verteilung (siehe Abbildung 4.14) über die Akzeptanz des RICH-Detektors ist es zusätzlich sinnvoll, eine niederenergetische Pion-Auflösung zu definieren. In dem eingeschränkten Impulsintervall von 3.2 bis 3.4 GeV haben Pionen bereits einen fast voll ausgeprägten Aerogelring von ca. $\theta_\pi = 239.0 \pm 0.2$ mrad. Im Gegensatz zu Kaonen liegen sie aber bereits über der Gasschwelle und lassen sich dadurch von ihnen unterscheiden. Die Gaswinkel-Auflösung kann nicht im gleichen Impulsbereich bestimmt werden, da durch die steile Impulsabhängigkeit das Impulsintervall mit einem zu großen Winkelintervall von 3.4 mrad korrespondiert. Aus diesem Grund werden zur Bestimmung der Gaswinkelauflösung Pionen zwischen 5.3 und 5.4 GeV benutzt, deren Gaswinkel dann zwischen 45.6 . . . 45.9 mrad liegen.

Kapitel 5

Spiegel Alignment

5.1 Prinzip des Alignment's anhand von Meßdaten

5.1.1 Notwendigkeit eines lokalen Spiegel-Alignment

Wie bereits in Kapitel 3 erwähnt, ist das obere und das untere Spiegelsystem jeweils in 8 Einzelspiegel unterteilt. Das Indirekte und Direkte Ray Tracing gehen nach Kapitel 4 von einer exakt sphärischen Spiegeloberfläche aus[1]. Daraus folgend wurde bereits in [36, 37] Korrekturen zu den Designwerten für das gesamte obere bzw. untere Spiegelsystem (Globales Alignment) ermittelt. Mit diesen Korrekturen ist die Einzelphotonauflösung entsprechend 4.3.7. jedoch immer noch weit schlechter als vom Monte Carlo vorausgesagt. Aus Abbildung 5.1 ist zu entnehmen, daß die Gasauflösung niederenergetischer Pionen über die Spiegeloberfläche hinweg stark variiert und sich die einzelnen Teilspiegel darin deutlich erkennen lassen. Deshalb müssen die Parameter für alle Teilspiegel und gegebenenfalls auch für Teile von Teilspiegeln, falls diese von der sphärischen Form abweichen, bestimmt werden. In [36, 37] wurden die Cherenkov-Winkel hochenergetischer Elektronen aus Einzelspurereignissen mit verschiedenen globalen Testkorrekturen an das Spiegelzentrum rekonstruiert. Anhand der Elektronauflösung für Gas und Aerogel wurde die beste Korrektur gewählt. Zugleich wurde festgestellt, daß sich durch dieses Globale Alignment keine optimale Korrektur für beide Radiatoren zugleich finden läßt.

Die Auflösung der Spiegel ist ein wesentlicher Faktor in der Effizienz der Teilchenseparation. Für ein Experiment wie Hermes, das in erster Linie Asymmetrien bestimmt, ist es somit von fundamentaler Bedeutung, ob die Separationseffizienz über den Spiegel variiert. Ziel dieser Studie ist es, den Satz an Parametern zu bestimmen, die den Spiegel in diesem Sinne ausreichend beschreiben. Dafür wurde eine generelle Methode zur Extraktion von Alignmentparametern entwickelt und schrittweise erst auf den gesamten Spiegel, danach an allen Teilspiegeln(Einzelspiegel-Alignment) und zuletzt an Teilen der Einzelspiegel(Lokales Alignment) angewendet. Das jeweils zu behandelnde Spiegelstück und die gesamte PMT-Matrix bleiben aber hierbei starr. Das Prinzip des Alignment's ist unabhängig vom Teilchentyp. Um über die gesamte

[1] gemeint ist hier nur die 1. Iteration beider Verfahren.

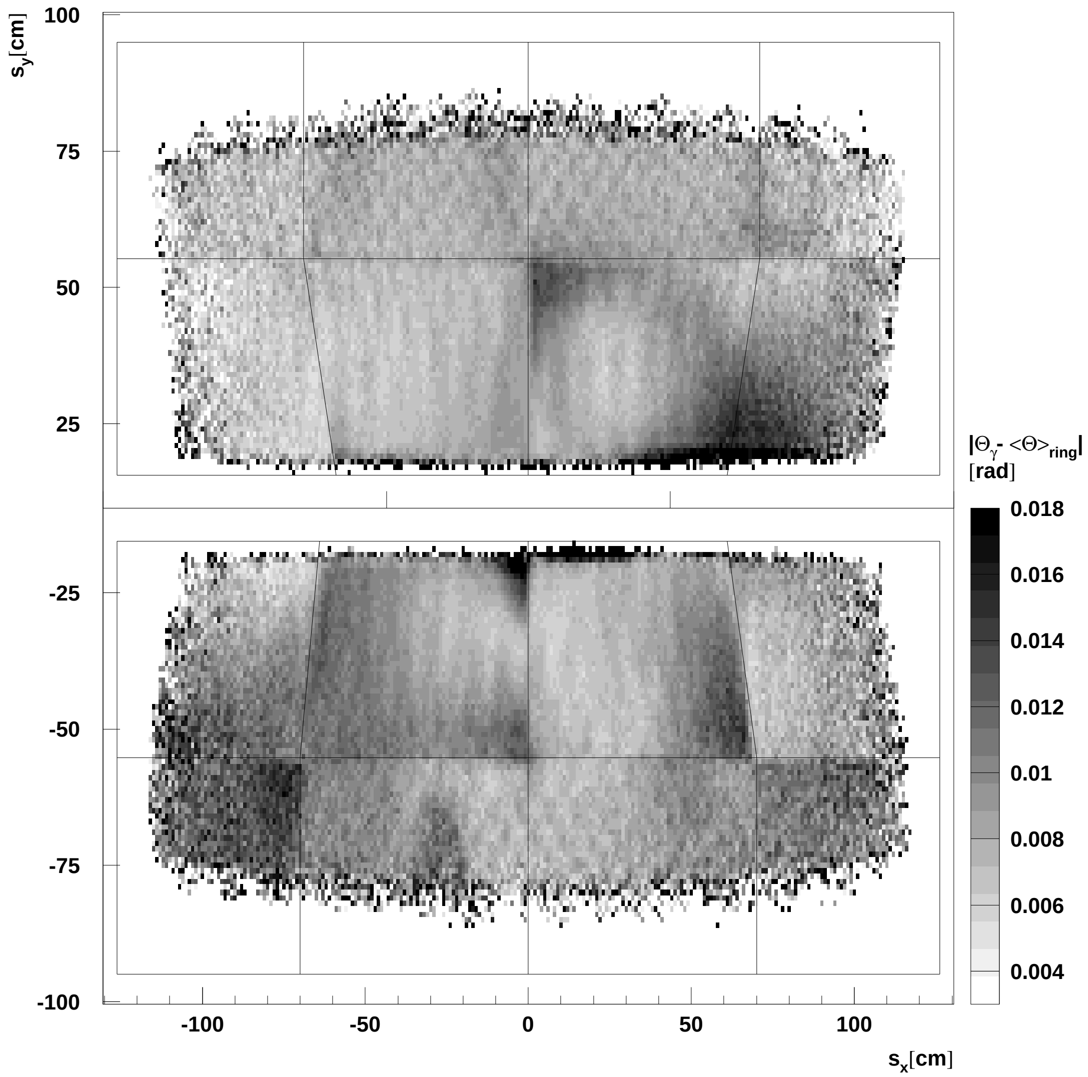

Abbildung 5.1: Notwendigkeit eines Einzelspiegel-Alignment's. *Gezeigt ist hier die mittlere Abweichung des Gas-*CHERENKOV*-Winkels aus dem Ring in Abhängigkeit des Reflektionspunkts s der Photonen. Es sind deutlich die Grenzen der Einzelspiegel zu erkennen, die offenbar durch einen gemeinsamen Satz an Spiegelparameter nicht beschrieben werden können. Die leichte Bandenstruktur ist eine Folge der Diskretisierung auf der PMT-Matrix.*

Spiegeloberfläche die Korrekturen unter gleichen Bedingungen ermitteln zu können, wurden die Spuren auf einen Teilchentyp eingeschränkt. Wie bereits in Kapitel 4 erwähnt, werden aufgrund ihrer Statistik und der breiten Verteilung Pionen verwendet.

5.1.2 Selektion des Pion-Samples

Pionen sind in großer Statistik bei HERMES vorhanden und weit über den Spiegel verteilt. Mit Hilfe der Elektron-Hadron-Separation nach Kapitel 2 können sie von den Elektronen separiert werden. Um sie von Kaonen und Protonen unterscheiden zu können, sind nur minimale Anforderung an den RICH-Detektor notwendig. Bei Betrachtung von Einzelspurereignissen unterscheidet sich ab etwa 2.5 GeV bis 9 GeV das Pion vom Kaon bzw. Proton durch das Vorhandensein eines Gasrings im RICH-Detektor. Das heißt, abgesehen vom Aerogelradiator wird der RICH im Gas nur als Schwellendetektor benutzt. Da bereits ab etwa 2 GeV das Kaon und ab 3.8 GeV das Proton im Aerogel Photonen abstrahlt, ist die Winkelrekonstruktion durch Indirektes Ray Tracing nach Kapitel 4 notwendig, um die Gasphotonen von den Aerogelphotonen zu trennen. Dazu muß der Spiegel oder die PMT-Matrix nicht perfekt ausgerichtet sein. Bei den so identifizierten Pionen ist zum Studium von lokalen Spiegelvariationen aufgrund seiner Größe nur der Gasring geeignet. Die Aerogelringe sind außerdem wegen der Grenzflächenbrechung nach 4.3.4. spurwinkel- und impulsabhängig deformiert.

Aufgrund der Ablenkung der Spuren im Spektrometer-Magneten ist die Verteilung ihrer Spiegel-Durchgänge um so flacher und breiter, je niedriger die Energie der Teilchen ist. Bei kleineren Energien ist in einem abgegrenzten Gebiet auf dem Spiegel die Kinematik der Spuren vielfältiger, was Einfluß auf den systematischen Fehler der Methode hat. Der Energiebereich der Pionen, die für das Alignment benutzt werden sollen, ist nach unten begrenzt. Zwischen 2.5 GeV und 5 GeV ist der Gasring der Pionen noch nicht voll ausgebildet. Der Ringradius variiert mit der üblichen Impulsabhängigkeit des Cherenkov-Öffnungswinkels (Kapitel 3). Durch die ebenfalls impulsabhängige Ablenkung im Magneten ist somit der Ringradius mit dem Auftreffpunkt der Spur auf dem Spiegel korreliert. Wie in Abschnitt 5.2.1. zu sehen sein wird, ist aber eine Ringradius-abhängige Korrektur notwendig. Um hier eine Systematik zu verhindern, muß also das Impulsintervall eingeschränkt werden. Die Wahl von Pionen zwischen 4.5 und 5.5 GeV ist deshalb ein Kompromiß zwischen allen Argumenten.

Die Forderung nach maximal einer von der Spurrekonstruktion vollständig gefundenen Teilchenspur ist nicht immer ausreichend um reine Einzelspurereignisse zu bekommen ("spurlose Ringe"). Dies ist nur von Bedeutung, falls diese Hits in dem Winkelbereich liegen, in dem auch die Gasphotonen bzw. Aerogelphotonen für ein Pion mit dem aus der Spurkrümmung im Magneten errechneten Impuls erwartet werden. Werden maximal 15 Gasphotonen[2] gefordert, so kann der Einfluß von "spurlosen Teilchen" und dem sonst üblichen Untergrund minimiert werden. Die Forderung nach mindenstens 5 Gasphotonen sichert wiederum ab, daß die Ringe halbwegs vollständig sind.

5.1.3 Definition der Variablen

Die vom einlaufenden Pion im Gas abgestrahlten Photonen werden am Spiegel reflektiert und zum Teil auf der PMT-Matrix nachgewiesen. Würde das Pion selbst reflektiert werden, so wird es innerhalb des gemessenen Gasringmusters auf die Matrix

[2] es sind eigentlich anhand ausgelöster PMTs rekonstruierte Winkel

treffen. Dieser erwartete Auftreffpunkt soll als *Idealer Spurpunkt* d bezeichnet und dessen Messung später erläutert werden. Diese virtuelle Reflektion und damit auch d ist dann abhängig von einem Alignment-Parameter-Satz $\mathcal{P} = \{\mathcal{P}_{mirror}, \mathcal{P}_{matrix}\}$. Auf eine spezielle Darstellung der Spiegelparameter $\mathcal{P}_{mirror}$ und der PMT-Matrix Parameter $\mathcal{P}_{matrix}$ wird im weiteren noch eingegangen. Da diese der Messung nicht direkt zugänglich sind, muß im umgekehrten Sinn durch ein Verfahren ein Parametersatz gefunden werden, der die Beobachtung am besten reproduzieren kann. Damit ist gemeint, daß der Vorgang der Reflektion mit einem bestimmten angenommenen Parametersatz[3] $\hat{\mathcal{P}} = \{\hat{\mathcal{P}}_{mirror}, \hat{\mathcal{P}}_{matrix}\}$ wiederholt wird. Dabei trifft nun die Spur im *Virtuellen Spurpunkt* v auf die PMT-Matrix. Ziel ist es, die Alignment-Korrektur x

$$x = \mathcal{P} - \hat{\mathcal{P}} \tag{5.1}$$

soweit zu optimieren, daß Virtueller Spurpunkt v und Idealer Spurpunkt d für diese und alle weiteren Spuren übereinstimmen. Damit werden die RICH-Detektor-Komponenten an einem externen Referenzsystem - der Gesamtheit aller Pionspuren - ausgerichtet. Nach Abschnitt 4.2 ergibt sich der Reflektionspunkt s aus den Spurparametern, dem angenommenen Spiegelzentrum $\hat{C}$ und Spiegelradius $\hat{R}$ (d.h.$\hat{\mathcal{P}}_{mirror} = \{\hat{C}_x, \hat{C}_y, \hat{C}_z, \hat{R}\}$) zu

$$s = \Sigma^T_{(\hat{\mathcal{P}})} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\hat{R}^2 - \hat{C}^2_\perp} \end{pmatrix} + X_0.$$

$\Sigma^T_{(\hat{\mathcal{P}})}$ ist entsprechend Kapitel 4 die Transformation aus dem Spursystem bei angenommenen Alignment $\hat{\mathcal{P}}$ in das HERMES-Koordinatensystem und

$$\hat{C}_\perp = \Sigma_{(\hat{\mathcal{P}})}(\hat{C} - X_0)$$

der minimale Abstand der Spur zum angenommenen Spiegelzentrum. X_0 ist ein Aufpunkt der Spur im HERMES-Koordinatensystem[4]. Der Reflektionspunkt s hängt somit neben den Spurparametern, auch von der angenommenen Spiegelanordnung $\hat{\mathcal{P}}_{mirror}$ ab. Der Virtuellen Spurpunkt v ist zusätzlich abhängig von der angenommenen Anordnung der PMT-Matrix $\hat{\mathcal{P}}_{matrix} = \{\hat{P}_0, \hat{n}\}$, wobei $\hat{P}_0$ ihre angenommene Position im HERMES-Koordinatensystem und $\hat{n} = \{\hat{n}_\phi, \hat{n}_\theta\}$ die Normale ist. Er ist nach Kapitel 4 definiert durch

$$v = \frac{(\hat{P}_0 - s).\hat{n}}{(D - s).\hat{n}}(D - s) + s \tag{5.2}$$

Bei richtigem Alignment von Spiegel und PMT-Matrix verschwinden alle 9 Komponenten

$$x = \mathcal{P} - \hat{\mathcal{P}} = \{\delta C_x, \delta C_y, \delta C_z, \delta R, \delta P_{0,x}, \delta P_{0,y}, \delta P_{0,z}, \delta n_\phi, \delta n_\theta\} = 0,$$

d.h. Idealer Spurpunkt d und Virtueller Spurpunkt v stimmen im Rahmen der Auflösung überein.

---

[3] im Weiteren werden mit ˆ Annahmen über Parameter gekennzeichnet

[4] Für Spuren nach dem Magneten wird dafür der Punkt am Magnet-Zentrum z=275 cm genommen.

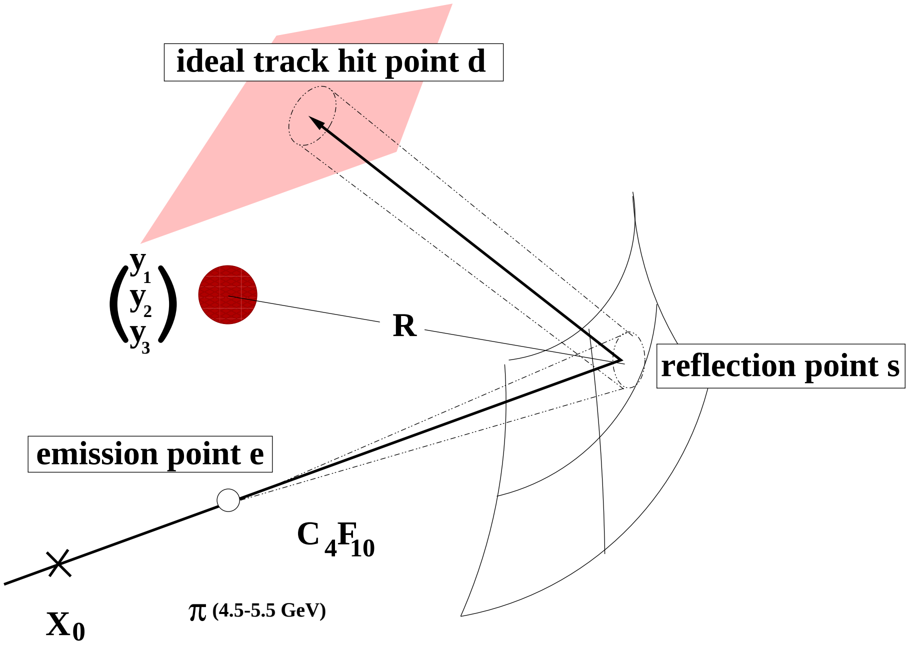

Abbildung 5.2: Die Individuelle Korrektur y

Die Reflektion ist ein ebenes Problem, d.h. die vier Punkte $\hat{C}$, s, X_0 und d liegen in einer Ebene und haben zusätzlich die Eigenschaft, daß der Einfallswinkel $\sphericalangle(\overrightarrow{sX_0}, \overrightarrow{sC})$ auf der Spiegeloberfläche gleich dem Ausfallswinkel $\sphericalangle(\overrightarrow{sd}, \overrightarrow{sC})$ ist. Sind diese Eigenschaften nicht erfüllt, abgesehen von nach Abschnitt 5.2.1 auflösungsbedingten Unsicherheiten in der Bestimmung von d, so sind die Alignment-Annahmen $\hat{\mathcal{P}}$ falsch und müssen korrigiert werden. Wird vorerst ein Fehler im Spiegelradius und in der Lage der PMT-Matrix ausgeschlossen, so läßt sich aus s, X_0 und d ein für diese Reflektion *Individuelles Spiegelzentrum* C_{ind} so rekonstruieren, daß diese beiden Eigenschaften wieder erfüllt sind.

$$C_{ind} = \hat{R}\frac{\overrightarrow{sX_0} + \overrightarrow{sd}}{\left\|\overrightarrow{sX_0} + \overrightarrow{sd}\right\|} + s \qquad \left\|\overrightarrow{sX_0}\right\| = \left\|\overrightarrow{sd}\right\| = 1 \tag{5.3}$$

Das muß nicht notwendigerweise das richtige Spiegelzentrum sein, denn da s wiederum von C_{ind} abhängt, hätte man viele C_{ind} so wählen können. Doch liefert der mittlere Unterschied $< C_{ind} - \hat{C} >$ für viele Spuren eine Abschätzung, wie falsch die bisher angenommene Position des Spiegels $\hat{C}$ ist, und motiviert damit folgenden Ansatz:

Die realen Parameter von Spiegel und PMT-Matrix und damit x sind nicht direkt meßbar. Jedoch kann aus C_{ind} eine *Individuelle Korrektur* y abgeleitet werden, die das falsche Alignment des Detektor beschreibt und direkt aus den bisherigen Variablen d,v,s und $\hat{\mathcal{P}}$ abgeleitet werden kann

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \hat{R}\frac{\overrightarrow{sX_0} + \overrightarrow{sd}}{\left\|\overrightarrow{sX_0} + \overrightarrow{sd}\right\|} + s - \hat{C} \qquad \left\|\overrightarrow{sX_0}\right\| = \left\|\overrightarrow{sd}\right\| = 1. \tag{5.4}$$

Die Individuelle Korrektur y verschwindet für beliebige Spuren, falls Spiegel und PMT-Matrix vollständig aligniert sind. Andersherum kann gesagt werden, daß falls

y für eine Spur verschwindet, die 3 Punkte s, d und X_0 "im Sinne einer Reflektion" zu dem angenommen Alignment passen. Da es aber durchaus möglich ist, zwei Parameter gleichzeitig zu verändern und dabei y weiterhin verschwindet, ist die Umkehrung für eine einzelne Spur nicht möglich[5]. Verschwinden die Individuellen Korrekturen aller Spuren, so ist ein eventuelles doch vorhandenes Fehl-Alignment nicht mehr von Bedeutung bzw. sichtbar[6]. Beschränkt man sich auf die Positionierung im Spiegelzentrum, so gilt für gerade Spuren $< y >= x$, wie in Abschnitt 5.3.1 oder 5.3.2 zu sehen sein wird.
Ansonsten muß allgemein angesetzt werden, daß sich die Individuelle Korrektur $y^{(i)}$ der i-ten Spur nach einem funktionalem Zusammenhang aus einem für alle Spuren gemeinsamen x ergeben muß :

$$y^{(i)} = y^{(i)}(\mathcal{P}, \hat{\mathcal{P}}, t^{(i)}) \approx \mathcal{F}(x, t^{(i)}). \tag{5.5}$$

Mit $t^{(i)} = \{x^{(i)}_{slope}, y^{(i)}_{slope}, X^{(i)}_0\}$[7]sollen die Parameter der i-ten Spur zusammengefaßt sein.

5.2 Durchführung des Alignment's

5.2.1 Rekonstruktion des Idealen Spurpunktes

Die Definition der Individuellen Korrektur y nach Gleichung (5.4) ist vor allem zur anschaulichen Behandlung von Spiegel-Fehlpositionierungen sinnvoll. Die Information über wirkliche Alignment-Parameter ist in der Gesamtheit der Kombinationen aus Idealem Spurpunkt d und Spurparametern t enthalten. Die Messung des Idealen Spurpunktes ist somit der Ausgangspunkt zur Bestimmung des Alignment's.
Nach Abschnitt 5.1.2 kann davon ausgegangen werden, daß sich in jedem für das Alignment verwendete Ereignis nur - konzentrisch angordnet - ein Aerogel-Ring und ein Gas-Ring auf der PMT-Matrix befinden. Der Gas-Ring hat einen mittleren Radius von 4.5 cm und der Aerogelring von 27 cm. Im Gegensatz zu den Aerogel-Ringen sind die Gas-Ringe wenig, aber nicht vernachlässigbar deformiert (siehe Abbildung 5.3). Deshalb werden sie im ersten Schritt durch einen Kreis beschrieben und deren Mittelpunkte bestimmt. Nachträglich wird der Einfluß der verzerrenden Abbildung durch eine mittlere Korrektur auf den Mittelpunkt wieder rückgängig gemacht[8]. Der einfache Ansatz

$$d = c + I(\mathcal{P}_{mirror}, t, p) \tag{5.6}$$

[5]Anschaulich kann man sagen, daß jede Spur eine für sie individuelle Projektion y der eigentlichen Korrektur x "sieht". Durch Verwendung mehrerer verschiedener Spuren kann x durch verschiedene Projektion $y^{(i)}$ fixiert werden.

[6]Es ist nicht ausgeschlossen, daß es Konstellationen von Parametern gibt, die im Endeffekt von allen Spuren nicht "gesehen" werden können. Es gibt aber keine offensichtlichen Symmetrien. Selbst die gesamte Verschiebung des RICH-Detektors hat einen Einfluß, da die Spuren als fixiert gelten.

[7]mit $\{x_{slope}, y_{slope}, 1\}$ ist die bei HERMES übliche Notation der Spurrichtung gemeint

[8]Es wird jetzt weiterhin nur von Ringen gesprochen, obwohl sie durch die verzerrende Abbildung auf die PMT-Matrix leicht deformiert sind.

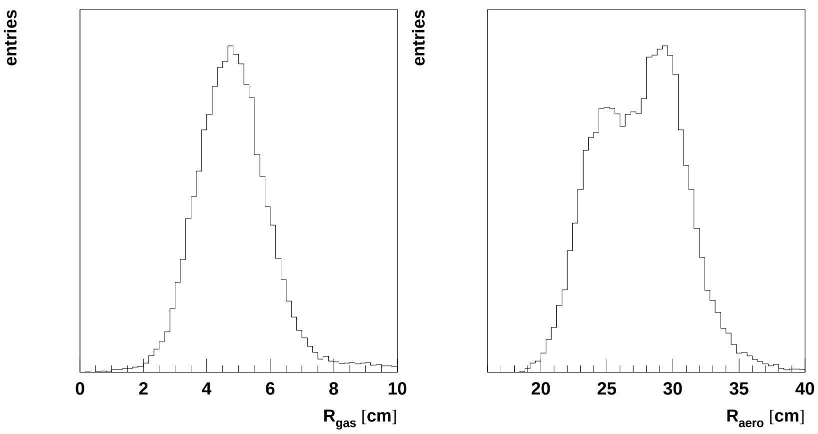

Abbildung 5.3: Aerogel- und Gasradien. *Pionen zwischen* 4.5 *und* 5.5 *GeV haben einen mittleren Gas-Radius von 4.5 cm. Der Aerogelringe werden zu Ellipsen abgebildet, sodaß zwei mittlere Radien zu sehen sind.*

teilt das Problem auf in die Bestimmung des Ringzentrums c, das nur durch das Ringmuster selbst bestimmt ist, und in I, eine Korrektur[9], die der Abbildungsverzerrung Rechnung tragen soll. Diese kann bei starker Rasterung der Matrix nicht aus dem Muster direkt bestimmt werden. Sie ist abhängig von den Spurparametern t, dem Teilchenimpuls p und den wirklichen Spiegelparametern $\mathcal{P}_{mirror}$.

Bestimmung des Ringzentrums

Eine einfache Näherung für das Zentrum c ist der Schwerpunkt des Ringmusters (Schwerpunktmethode). Bei Teilringen und Ringen mit unterschiedlicher Trefferdichte ist dies nicht korrekt und verschlechtert die Auflösung in der Bestimmung des Ringzentrums c stark. Mit der folgenden Methode kann c mit einer besseren Auflösung bestimmt werden.

Für einen perfekten Ringausschnitt treffen sich alle Geraden $x(t)$ mit $t \in \mathbb{R}$, die senkrecht in der Mitte zwischen jeweils 2 beliebigen Punkten $P_1 \neq P_2$ auf der PMT-Matrix aus dem Ringausschnitt (2-Hit-Kombination) verlaufen, in einem Punkt, dem Ringzentrum c. Damit ist also $x(t)$ wie folgt parametrisiert

$$x(t) = \frac{1}{\|P_1 - P_2\|} \begin{pmatrix} P_{1,y} - P_{2,y} \\ P_{2,x} - P_{1,x} \end{pmatrix} t + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} P_{1,x} + P_{2,x} \\ P_{1,y} + P_{2,y} \end{pmatrix} = at + b$$

Sei vorerst c ein beliebiger Punkt in der Ebene des Ringes. Die Projektion x_{min} von c auf eine Gerade $x(t)$ ist dann

$$x_{min} = a(c - b)a + b \quad \text{da } \|a\| = 1.$$

[9] Abbildungskorrektur

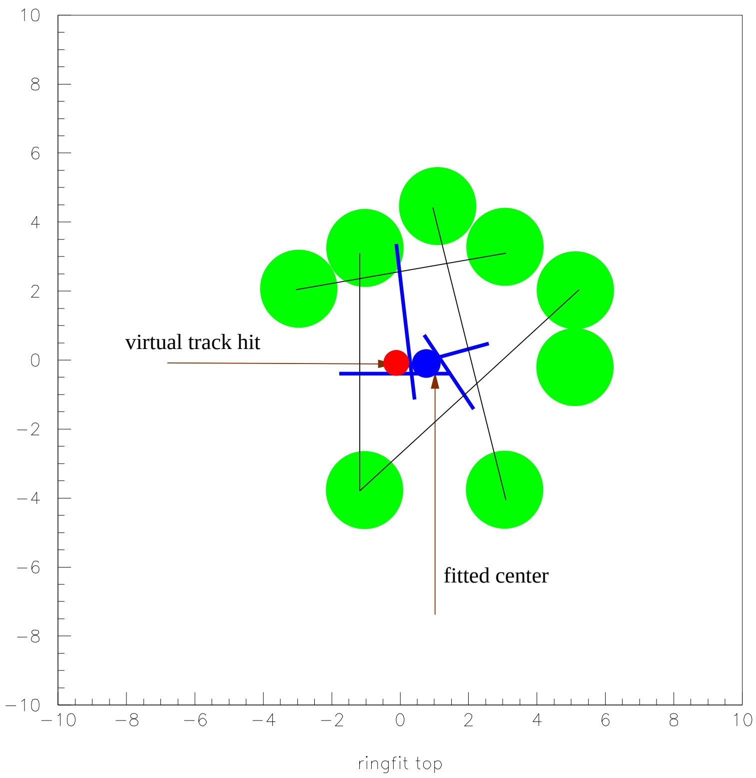

Abbildung 5.4: Bestimmung des Ringmittelpunktes. *Gezeigt ist ein Gas-Ring bestehend aus acht PMTs. Das gefittete Zentrum ist der Punkt der den minimalen, quadratischen Abstand zu allen fett-gezeichneten Geraden hat. Diese Geraden verlaufen so durch je zwei PMTs, daß der eine das Spiegelbild des anderen ist. Der Punkt, in dem die Spur die PMT-Matrix "trifft" liegt etwas neben dem bestimmten Zentrum, da der Ring nach rechts verzerrt abgebildet wurde.*

Die Forderung, daß der Abstand zwischen x_{min} und c minimal werden soll, ist ein lineares Problem.

$$\|c - x_{min}\|^2 \Rightarrow min \Longleftrightarrow \frac{\partial}{\partial c_k}\|c - x_{min}\|^2 = 2A_{ik}(c_k - b_k) = 0 \tag{5.7}$$

Für eine einzelne 2-Hit-Kombination läßt sich Gleichung (5.7) natürlich einfach mit $c_k = b_k$ erfüllen, d.h. c liegt genau zwischen den Punkten P_1 und P_2. Erst bei Verwendung mehrerer 2-Hit-Kombinationen wird c so auf die entsprechende Kreismitte der Punktmenge fixiert. Für die i-te 2-Hit-Kombination ergibt sich mit $\alpha_{i,x} = a_{i,x}^2$, $\alpha_{i,y}^2 = a_{i,y}^2$, $\beta_i = a_{i,x}a_{i,y}$ folgende Matrixgleichung

$$A_{jk}^i = \begin{pmatrix} (1 - \alpha_{i,x})^2 + \beta_i & \beta_i\,(\alpha_{i,x} + \alpha_{i,y} - 2) \\ \beta_i\,(\alpha_{i,x} + \alpha_{i,y} - 2) & (1 - \alpha_{i,y})^2 + \beta_i \end{pmatrix}. \tag{5.8}$$

Das gesamte Gleichungssystem für n 2-Hit-Kombinationen kann natürlich nur mit einem gewissen Fehler - dem Residual r_j^i - für die j-te Komponente der i-ten 2-Hit-Kombination erfüllt werden

$$r_j^i = A_{jk}^i(c_k - b_k^i) \text{ mit } i = 1, \ldots, n \text{ und } j = 1, 2. \tag{5.9}$$

Mit einem gemeinsamen Index i für Komponenten und 2-Hit-Kombinationen läßt sich Gleichung (5.9) allgemein schreiben als

$$r_i = \mathcal{A}_i^j c_j - \mathcal{B}_i \text{ mit } \mathcal{B}_i = \mathcal{A}_{jk}^i b_k^i \quad \mathcal{A}_i^j \in \mathbb{R}^{2n\times 2} \tag{5.10}$$

Nun muß c so bestimmt werden, daß die Summe der Fehlerquadrate minimiert wird. Typischerweise wird ein solches Fehlergleichungssystem gelöst, in dem die Gleichungen in eine einfachere Form rotiert werden. Die Zerlegung von $\mathcal{A}$ in eine orthogonale Transformation $\mathcal{Q}$ und eine 2x2-Dreiecksmatrix $\mathcal{R}$ kann durch sukzessive Bestimmung der Householder-Transformationen H_i [38, 33]

$$H_i = 1 - 2ww^T \quad \text{mit} \quad w^T w = 1 \tag{5.11}$$

gefunden werden. Aus dieser Definition folgt, daß jede Transformation H_i orthogonal ist und somit auch $\prod H_i$. Die Eigenschaft der Householder-Matrix

$$H_i(x_\parallel + x_\perp) = x_\parallel - x_\perp, \tag{5.12}$$

wobei x relativ zu w zerlegt wurde, kann ausgenutzt werden, um mittels H_i bestimmte Komponenten zum Verschwinden bringen zu können, wie es bei einer Dreiecksmatrix notwendig ist. Der Vektor w wird aus der Matrix $\mathcal{A}$ wie folgt bestimmt.

$$s = +\sqrt{\sum_i \mathcal{A}_{ij}^2} \tag{5.13}$$

$$w_1 = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \frac{\|\mathcal{A}_{11}\|}{s})} \tag{5.14}$$

$$h = \begin{cases} +2sw_1 & \mathcal{A}_{11} \geq 0 \\ -2sw_1 & \mathcal{A}_{11} < 0 \end{cases} \tag{5.15}$$

$$w_k = \frac{\mathcal{A}_{k1}}{h}, (k = 2, 3, \ldots, n) \tag{5.16}$$

Das Produkt aller Householder Transformationen $\mathcal{H} = \prod_i H_i$ überführt $\mathcal{A}$ in eine Dreiecksmatrix $\mathcal{R}$

$$\mathcal{H}\mathcal{A} = \begin{pmatrix} \mathcal{R} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{5.17}$$

$$\mathcal{A} = \mathcal{H}^{-1}\begin{pmatrix} \mathcal{R} \\ 0 \end{pmatrix} = \mathcal{Q}\begin{pmatrix} \mathcal{R} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{5.18}$$

Die Inverse $\mathcal{Q}$ des Householder-Produkts $\mathcal{H}$ läßt sich nun aus der Minimierungsvorschrift auskoppeln, da ja wegen $\|\mathcal{Q}\| = 1$ die Residualquadratsumme unter orthogonalen Transformationen invariant ist.

$$r^T r = \|\mathcal{A}c - \mathcal{B})\|^2 = \|\mathcal{Q}(\begin{pmatrix} \mathcal{R} \\ 0 \end{pmatrix} c - \mathcal{Q}^T\mathcal{B})\|^2 = \|\begin{pmatrix} \mathcal{R} \\ 0 \end{pmatrix} c - \mathcal{Q}^T\mathcal{B}\|^2 \Rightarrow min \tag{5.19}$$

Das heißt, die Lösung c kann nun in dem vereinfachten System mit $\tilde{\mathcal{B}} = \mathcal{Q}^T\mathcal{B}$ ermittelt werden.

$$\begin{pmatrix} \mathcal{R} \\ 0 \end{pmatrix} c - \tilde{\mathcal{B}} = r \tag{5.20}$$

Damit sind aber bis auf die ersten zwei alle Residuen fixiert zu

$$r_i = -\tilde{\mathcal{B}}_i \quad i = 3, 4, \ldots$$

Das heißt, $r^T r$ wird minimiert, wenn $r_1 = r_2 = 0$. Dies ist möglich, da ja $\mathcal{R}$ bereits in Dreiecksgestalt ist und somit dafür auch eine Lösung c existiert. Diese ergibt sich durch Rückwärtseinsetzen in

$$\mathcal{R}c - \tilde{\mathcal{B}} = 0 \tag{5.21}$$

Der Rechenaufwand bei 2 unbekannten Variablen - dem Ringzentrum $c = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix}$ und n 2-Hit-Kombinationen besteht hierbei aus $14n + 3$ Multiplikationen und 4 Quadratwurzeln.

Um die Stabilität des Verfahren weiter zu erhöhen, kann für jede Untermenge der 2-Hit-Kombinationen, die durch Streichen einer Kombination entsteht, c bestimmt werden und zum Schluss der Mittelwert gebildet werden.

Abbildungskorrekturen

Unter der Annahme, daß alle Photonen von demselben Emmissionspunkt e kommen, liegt das Bild dieses Lichtkegels auf einer sphärischen Fokalfläche. Die Abbildung der Fokalfläche auf die ebene PMT-Matrix ist der stereographischen Projektion ähnlich (Abbildung 5.5). Aufgrund dieser nichtlinearen Abbildungsverzerrung stimmt schon bei korrekt ausgerichtetem Spiegel das Ringzentrum c nicht mit dem Idealen Spurpunkt d überein. Abbildung 5.6 zeigt für die obere Detektorhälfte die Abweichungen des Idealen Spurpunktes d vom Ringzentrum c, also nach Gleichung (5.6) genau die Abbildungskorrektur $I = d - c$ anhand eines Monte-Carlo Pionsamples im Impulsbereich von 4.5 bis 5.5 GeV. Die Korrektur I kann mit dem Reflektionspunkt s_x und s_y (s_z ist damit festgelegt) parametrisiert werden. Zu beachten ist hier nur, daß die eigentliche Abbildungsverzerrung nicht durch den angenommenen, sondern den wirklichen Spiegel verursacht wurde. Da sich aber s nur aus dem angenommenen Spiegel berechnen läßt, muß hier eine Systematik gezwungenermaßen akzeptiert werden, die dann die Auflösung des gesamten Alignment-Algorithmus mit beeinflußt. Um dieses Problem in kartesischen Koordinaten approximieren zu können, müssen I_1 und I_2 unter Beachtung folgender Detektorsymmetrien (eine Detektorhälfte)

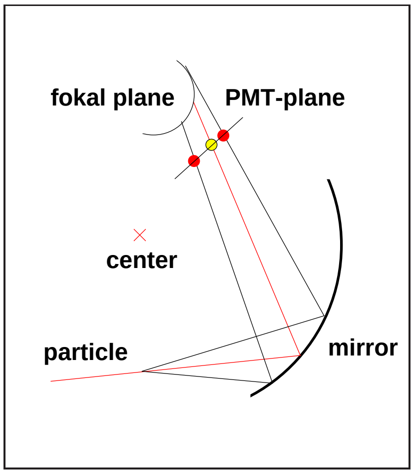

Abbildung 5.5: Abbildungsverzerrung - *Als Folge der Projektion einer sphärischen Fokalfläche auf die ebene PMT-Matrix.*

$$\begin{aligned} I_1(s_x, s_y) &= -I_1(-s_x, s_y) \\ I_2(s_x, s_y) &= +I_2(-s_x, s_y) \end{aligned} \tag{5.22}$$

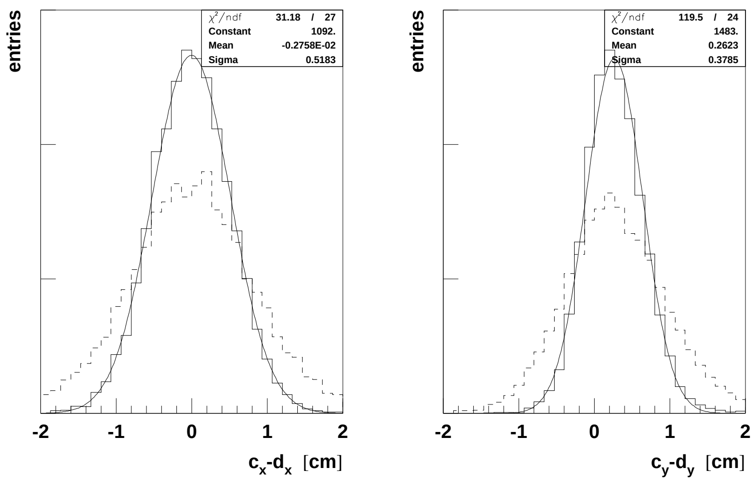

Abbildung 5.6: Mittlere Abbildungskorrekturen $I_{1,2}(s_x, s_y)$. *Durch die verzerrende Abbildung sind Ringzentrum* $\{c_x, c_y\}$ *und Auftreffpunkt der Spur* $d = \{d_x, d_y\}$ *auf der PMT-Matrix nicht gleich. Gezeigt sind hier die Differenzen, wobei das Ringzentrum einmal mit der Schwerpunktmethode (gestrichelt) und dann mit dieser Methode (durchgezogen) bestimmt wurde.*

i	$p_i^{(0)}$	$p_{ij}^{(1)}$	$p_{ijk}^{(2)}$
1	0	$\begin{pmatrix} -0.659 \cdot 10^{-2} \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -0.076 \cdot 10^{-4} \\ -0.076 \cdot 10^{-4} & 0 \end{pmatrix}$
2	0.894	$\begin{pmatrix} 0 \\ -0.01626 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.2248 \cdot 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0.4498 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix}$

Tabelle 5.1: Fitergebnisse für die nach Gleichung (5.23) mit Reflektionspunkt s parametrisierten Abbildungskorrekturen.

mindestens bis zur quadratischen Ordnung entwickelt werden

$$I_i = p_i^{(0)} + p_{ij}^{(1)}\, s^j + p_{i,jk}^{(2)}\, s^j\, s^k \quad i = 1, 2. \tag{5.23}$$

Mit $p_1^{(0)} = p_{12}^{(1)} = p_{111}^{(2)} = p_{122}^{(2)} = 0 = p_{21}^{(1)} = p_{212}^{(2)}$ bleiben von 12 Parametern noch 6 übrig, die durch einen Fit (siehe Abbildung 5.7) bestimmt werden müssen. Die Resultate sind in Tabelle 5.1 zusammengefaßt.

Auflösung der Spurpunktbestimmung

Mit dem Fit des Ringmittelpunktes und der Abbildungskorrektur kann eine Auflösung in der Bestimmung des Idealen Spurpunktes d von $\sigma_d = 3.3$ mm in x and y erreicht werden (siehe Abbildung 5.8). Im Fall der Schwerpunktmethode sind dagegen nur 7.2 mm für x bzw. 6.4 mm für y erreichbar.

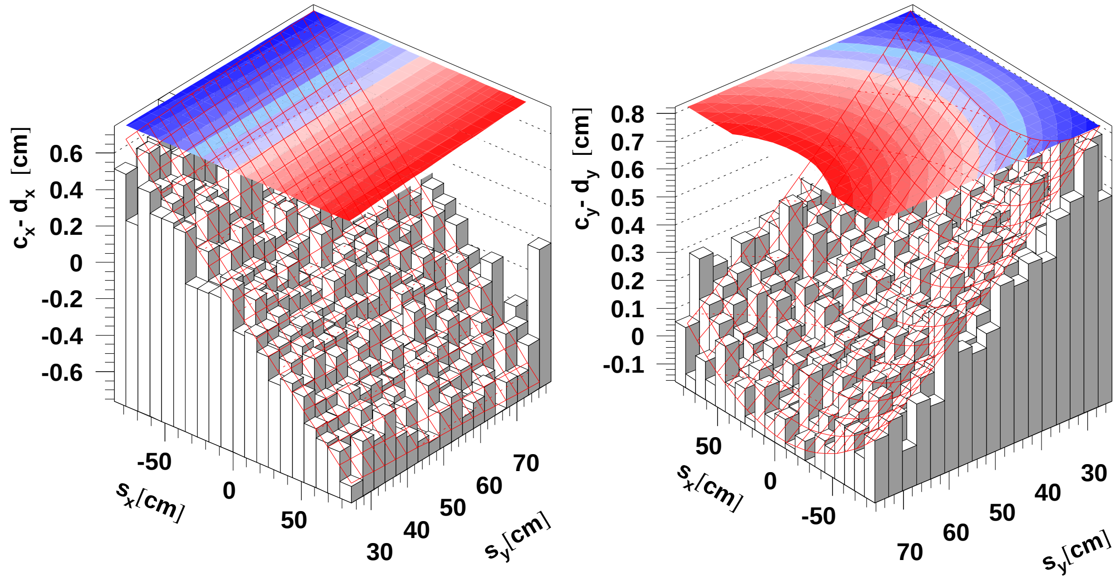

Abbildung 5.7: Fit der Abbildungskorrektur. *Der Effekt der Abbildungsverzerrung wird anhand der x- und y-Komponente des Reflektionspunktes s auf dem angenommenen Spiegel durch je eine quadratische Form parametrisiert. Die Koeffizienten wurden durch einen Fit an Monte Carlo Daten fixiert.*

5.2.2 Bestimmung der Alignment Parameter

Wie bereits in Gleichung (5.5) gezeigt, kann für jede Spur $t = \{x_{slope}, y_{slope}, X_0\}$ die Individuelle Korrektur durch $\mathcal{F}(x,t)$ für eine angenommene Korrektur x der Alignment-Parameter berechnet werden.
Der Ideale Spurpunkt d wird nach Gleichung (5.2) wie ein Virtueller Spurpunkt mit einem Alignment $\mathcal{P} = \hat{\mathcal{P}} + x$ bestimmt, das um x von der angenommenen Position von PMT-Matrix und Spiegel abweicht. Die relative Position von d in der PMT-Matrix-Ebene bezüglich deren Zentrum ist die maximale Information, die weiter benutzt werden darf. Mehr kann auch nicht mit der Ringmittelpunktsbestimmung und der Abbildungskorrektur nach Abschnitt 5.2.1 für d erhalten werden. Danach werden Spiegel- und Matrixparameter auf das angenommene Alignment $\hat{\mathcal{P}}$ zurückgesetzt. Dabei wird aber d in einem anderem Alignment verwendet und entsprechend inkorrekt in das HERMES-Koordinatensystem zurück positioniert. Dadurch wird aus dem Idealen Spurpunkt d der Virtuelle Spurpunkt v. Die Spur wird jetzt auch an einer anderen Stelle auf der Spiegeloberfläche reflektiert werden. Bezeichnet s wieder diesen Reflektionspunkt, so läßt sich $\mathcal{F}(x,t)$ nach Gleichung (5.4) wie y berechnen. Um diese Berechnung durchführen zu können, muß aber eine Korrektur x bereits bekannt sein. Im folgenden soll gezeigt werden, wie sich aus y und obiger Rechen-

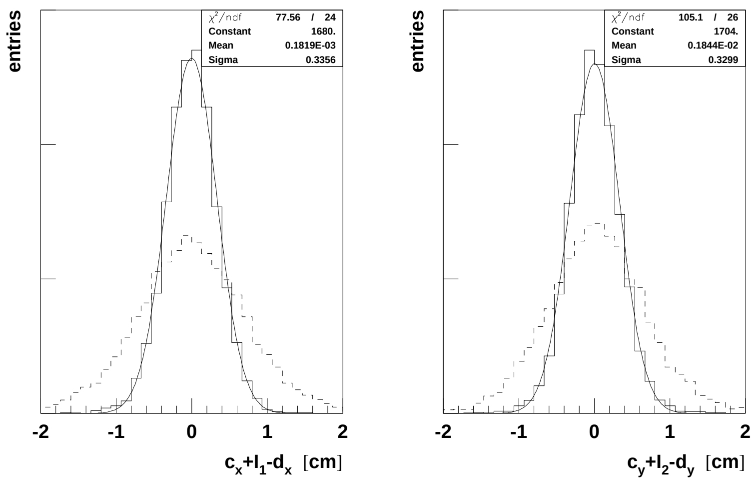

Abbildung 5.8: Auflösung in der Spurpunktbestimmung. *Durch Bestimmung des Ringmittelpunktes c und nachträglicher Korrektur durch I kann der Spurpunkt mit einer Auflösung 3.3 mm bestimmt werden (durchgezogen). Bei Verwendung der Schwerpunktmethode (gestrichelt) werden Auflösungen von 7.2 mm bzw. 6.4 mm erreicht (siehe dazu auch Abbildung 5.6).*

---

vorschrift für $\mathcal{F}$ ein x bestimmen läßt. Formal ist das nichtlineare Gleichungssystem

$$y_l = \mathcal{F}_l(x,t) \text{ mit } l = 1,2,3$$

durch Invertieren von $\mathcal{F}$ zu lösen. Eine einzelne Messung von y mit einer Spur schränkt hierbei die Lösungsvielfalt in x nur minimal ein. Erst mehrere Spuren $k = 1,\ldots,M$ zugleich fixieren x auf einen Wert. Das heißt, die vorige Gleichung erweitert sich auf ein System nichtlinearer Gleichungen.

$$r_l^{(k)} = \mathcal{F}_l^{(k)}(x) - y_l^{(k)} \text{ mit } l = 1,2,3 \text{ und } k = 1,\ldots,M \text{ Spuren.}$$

Sie können aufgrund der auflösungsbedingten Unsicherheiten in y für ein gemeinsames x nur mit einem Fehler $r_l^{(k)}$ erfüllt werden. Werden wieder Komponenten l und Spuren k in einem gemeinsamen Index $i = \{k,l\}$ zusammengefaßt,

$$r_i = \mathcal{F}_i(x) - y_i \tag{5.24}$$

so werden diejenigen x_j mit $j = 1,..n$ gesucht, die die gemessenen Werte y_i mit $i = 1,\ldots,N = 3 \times M$ aus M Spuren mit minimaler Fehlerquadratsumme r^2 reproduzieren, d.h.

$$r^2 = \sum_{i=1}^{N} (\mathcal{F}_i(x) - y_i)^2 \Rightarrow Min. \tag{5.25}$$

Die Lösung für n Alignment-Parameter ergibt sich wieder aus der Minimierungsvorschrift

$$\frac{1}{2}\frac{\partial r^2}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^{N}(\mathcal{F}_i(x_1,\ldots,x_n) - y_i)\frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial x_j} = 0 \qquad j = 1,\ldots,n\,. \tag{5.26}$$

Dieses System von n nichtlinearen Gleichungen kann nicht in einem Schritt gelöst werden. Durch Iterationen kann man sich mit der Reihe $x^{(0)} = 0,\ldots,x^{(k)},\ldots \Longrightarrow x$ [10] der richtigen Lösung x annähern. Unter Einschluß des nullten Iterationsschrittes läßt sich somit das Problem wie folgt allgemeiner beschreiben. Im k'ten Iterationsschritt soll ein gegebener Residuenvektor $r^{(k)}$ mittels Variation von ξ in

$$\|r^{(k)}\|^2 = \sum_{i=1}^{N}(\mathcal{F}_i(x^{(k)}+\xi) - y_i)^2 \tag{5.27}$$

weiter minimiert werden. Mit der Eigenschaft $\mathcal{F}(x^{(0)} = 0) = 0$ folgt sofort, daß $r^{(0)} = y$ ist. Die Richtung ξ in der das Residual abfällt, läßt sich durch Linearisieren um $x^{(k)}$ bestimmen.

$$\mathcal{F}_i(x^{(k)}+\xi) \approx \mathcal{F}_i(x^{(k)}) + \sum_{j=1}^{n}\frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial x_j}|_{x^{(k)}}\xi_j = \mathcal{F}_i(x^{(k)}) + \mathcal{F}_i^{(k)j}\xi_j \tag{5.28}$$

Die k'te Jakobimatrix $\mathcal{F}_i^{(k)j} \in \mathbb{R}^{N\times n}$ an der Stelle $x^{(k)}$ kann numerisch durch Differenzenquotienten approximiert werden.

$$\mathcal{F}_i^{(k)j} = \frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial x_j}|_{x^{(k)}} = \frac{\mathcal{F}_i(x_1^{(k)},\ldots,x_j^{(k)}+h_j^{(1)},\ldots,x_n^{(k)}) - \mathcal{F}_i(x_1^{(k)},\ldots,x_j^{(k)}-h_j^{(2)},\ldots,x_n^{(k)})}{h_j^{(1)}+h_j^{(2)}} \tag{5.29}$$

Sind die Vorzeichen der Korrekturen ξ_j bereits bekannt, so reicht es aus, den Detektor nur in eine Richtung zu verschieben. $h_j^{(1)} = 0$ (e.q. $h_j^{(2)} = 0$). Da dies hier nicht der Fall ist, wurde $\mathcal{F}_i^{(k)j}$ durch kleine Verschiebungen (im weiteren Sinne) $h_j^{(1)} = h_j^{(2)} = .5$ mm in allen Freiheitsgraden $x_j \quad j = 1,\ldots,n$ ermittelt.
Die lokale lineare Entwicklung von Gleichung (5.24) ist damit

$$\mathcal{F}_i^{(k)j}\xi_j - (y_i - \mathcal{F}_i(x^{(k)})) = \hat{r}_i. \tag{5.30}$$

Das lineare Gleichungssystem kann wieder durch Hinzunahme vieler Spuren überbestimmt werden, und mit dem bereits in Abschnitt 5.2.1 vorgestellten Formalismus der $\mathcal{QR}$-Zerlegung mit minimalem Residual $\hat{r}_i$ gelöst werden. Das zum Lösungsvektor ξ gehörige Residual $\hat{r}_i$ der linearisierten Gleichung ist der Teil, der unter anderem dadurch entsteht, daß sich infolge der begrenzten Auflösung Idealer Spurpunkt und Spurparameter nicht genau entsprechen. Aber auch die lokale Linearisierung an sich bringt ein Residual, da die Zusammenhänge nichtlinear sind. Dieser Anteil kann durch weiteres Iterieren zum Verschwinden gebracht werden.

[10] Gauß-Newton-Method [33, 38]

Da in erster Linie die Richtung der Lösung ξ relevant ist, muß eine Skalierung gefunden werden, die das Überspringen des Minimums in $\|r^{(k)}\|^2$ verhindert. Ein Suchverfahren besteht im Testen der Reihe $x^{(k)} + \xi/l \; l = 1, \ldots$. Das entsprechende Residual $\|r^{(kl)}\|^2$ muß jeweils neu mit

$$\|r^{(kl)}\|^2 = \sum_{i=1}^{N} \left(\mathcal{F}_i(x^{(k)} + \frac{\xi}{l}) - y_i \right)^2$$

berechnet werden. Sobald mit $x^{(kl_{min})}$ ein Residual $\|r^{(kl_{min})}\|^2 < \|r^{(k)}\|^2$ gefunden wurde und $max\{|\xi_j/l_{min}|, j = 1, \ldots, n\} > \sigma_\xi$, wobei σ_ξ eine Auflösungsgrenze in ξ ist (hier $\sigma_\xi = 0.1$mm), kann mit

$$\begin{array}{lcl} x^{(k+1)} & \Longrightarrow & x^{(k)} + \frac{\xi}{l_{min}} \\ r^{(k+1)} & \Longrightarrow & r^{(kl_{min})} \end{array} \tag{5.31}$$

die nächste Iteration begonnen werden.

5.3 Test der Alignment-Methode und Abschätzung der Fehler

5.3.1 Spiegelsimulation

Da die gesamte Methode sehr komplex ist, wurde vor der sonst üblichen Monte-Carlo-Studie die Richtigkeit und Machbarkeit anhand einer unabhängigen, eigenständigen Simulation geprüft. Generell ist eine Simulation dann notwendig, wenn die zu bestimmenden Parameter nicht direkt aus den Meßgrößen abgeleitet werden können, weil damit auch eine direkte Fehlerbestimmung nicht mehr möglich ist. Da aber in diesem Fall der Zusammenhang von den Alignment-Parametern und der Meßgröße Idealer Spurpunkt d nachvollziehbar, d.h. berechenbar ist, kann durch eine Simulation wieder eine Aussage über die Fehler erhalten werden. Je besser jeder Parameter in seiner Verteilung der Realität entspricht, um so realistischer ist diese Aussage. Zum Beispiel muß hier abgeschätzt werden, wieviele Spuren notwendig sind, um bei mehr oder weniger genauen Kenntnis der Idealen Spurpunktes die Parameter mit einer angestrebten Auflösung bestimmen zu können.
Dazu müssen verschiedene erzeugte Fehl-Positionierungen von Spiegel und PMT-Matrix mit verschiedenem Aufwand an Spuren rekonstruiert werden. Die Abweichungen zwischen Generation und Rekonstruktion bestimmen die Genauigkeit des Verfahrens.

Sinnvollerweise sind die angenommenen Parameter von Spiegel und PMT-Matrix so gewählt, daß sie den Werten des RICH-Designs entsprechen, d.h. $\hat{\mathcal{P}} = \mathcal{P}_{design}$. Sie werden auch Ausgangspunkt sein, um später den Spiegel in der Realität auszurichten.

Bei der Erzeugung des Meßergebnisses wurde auf die Erzeugung einzelner Photonen verzichtet. Stattdessen werden mit dem Direktem Ray Tracing nach Kapitel 4

Komponente	Name	$x_i^{(gen)}$ [cm]	$\hat{\mathcal{P}}_i$ [cm]
Spiegel	C_x	-3...3	0
	C_y	-4...4	146.81
	C_z	-6...6	340.33
	R	-6...6	220.0
PMT-Matrix	$P_{0,x}$	-2...2	0
	$P_{0,y}$	-2...2	122.43
	$P_{0,z}$	-2...2	483.80

Tabelle 5.2: generierte Alignment-Korrekturen. *In diesem Variationsbereich wurden zufällig Alignment-Korrekturen $x_i^{(gen)}$ erzeugt und unter Annahme des Design-Alignment) $\hat{\mathcal{P}} = \mathcal{P}_{design}$ wieder rekonstruiert.*

x_{slope}	y_{slope}	$X_{0,x}$	$X_{0,y}$	$X_{0,z}$
$-0.2...0.2$ mrad	0...0.2 mrad	$-100...100$ cm	10...100cm	450...520cm

Tabelle 5.3: Simulierter Phasenraum der Spuren in der Simulation. *Jedes zufällig erzeugte Fehl-Alignment (Tabelle 5.2) wurde mit zufälligen Spuren in diesem Variationsbereich rekonstruiert.*

gleich die relativen Koordinaten des Idealen Spurpunktes auf der PMT-Matrix mit einem Aligment $\mathcal{P} = \hat{\mathcal{P}} - x^{(gen)}$ berechnet. Damit ist diese Simulation unabhängig von den Abbildungskorrekturen. Da die Auflösung in der Bestimmung des Idealen Spurpunktes nach Abschnitt 5.2.1 bekannt ist, wird sie hier mitbenutzt. Der Ideale Spurpunkt wird somit um einen zufälligen Fehler entsprechend der Verteilung in Abbildung 5.8 verschoben. Zu beachten ist hier, daß dieser Fehler damit zu keiner weiteren Variable korreliert ist. Danach werden Spiegel und PMT-Matrix mit zufälligen $x_i^{(gen)}$ fehl-aligniert. Die Alignment-Korrekturen $x_i^{(gen)}$ sind dabei einer konstanten Zufallsverteilung entsprechend Tabelle 5.2 entnommen. Fortan wird nun das angenommen Alignment $\hat{\mathcal{P}}$ benutzt und mit obiger Methode die Korrektur $x^{(rec)}$ rekonstruiert.

Die Fehler in der Bestimmung von x sind damit wie folgt definiert

$$\delta x_i = x_i^{(rec)} - x_i^{(gen)} . \tag{5.32}$$

Jeder Satz an generierten Alignmentkorrekturen $x_i^{(gen)}$, $i = 1, \ldots, 7$ wurde mit einer immer gleichgroßen Anzahl von zufälligen Spuren analysiert. Die Kinematik der Spuren, das heißt Impulsrichtung $\{x_{slope}, y_{slope}, 1\}$ und Aufpunkt $X_0 = \{X_{0,x}, X_{0,y}, X_{0,z}\}$, sind ebenfalls flach in den Grenzen nach Tabelle 5.3 erzeugt worden.

Erst durch das Iterieren nach Abschnitt 5.2.2 können mit Berücksichtigung der Unsicherheit im Idealen Spurpunkt akzeptable Auflösungen δx_i in den Alignment-Parametern erreicht werden (siehe Abbildung 5.9). Jeder Eintrag δx_i im Histogramm wurde aus einem zufälligen Alignment $x_i^{(gen)}$ bestimmt. Aus diesem Grund konnte diese Analyse nicht mit dem vollen, zeitaufwendigem HERMES Monte-Carlo HMC

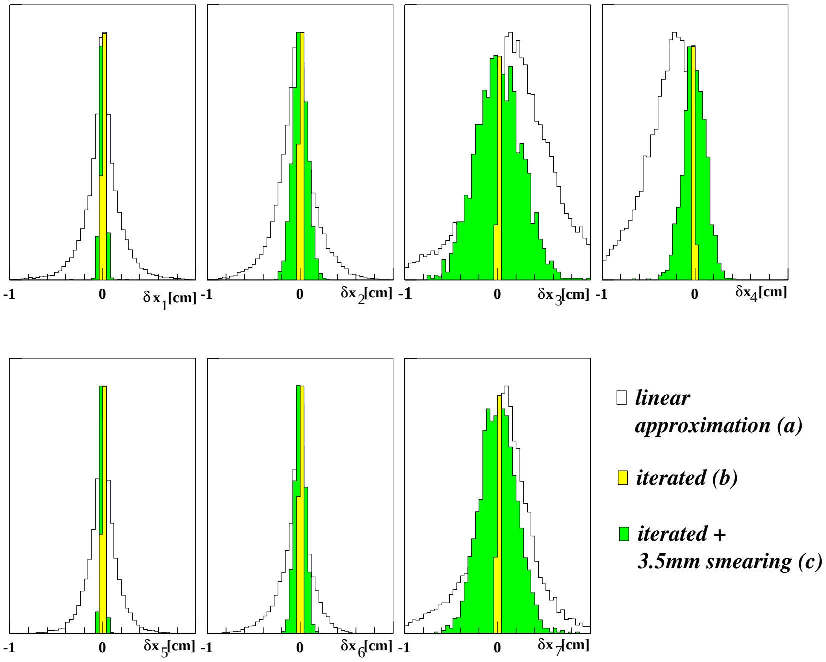

Abbildung 5.9: Auflösung der rekonstruierten Alignmentkorrekturen x_i. *Gezeigt sind Abweichungen von generiertem zu rekonstruiertem Alignment für (a) ohne Iteration (lineares Verfahren) mit 100 Spuren (b) iteriert (nichtlinear) mit 100 Spuren (c) iteriert und Berücksichtigung der Fehler in der Rekonstruktion des Idealen Spurpunktes mit 2000 Spuren*

---

durchgeführt werden, sondern erforderte ein schnelles, selbstgeschriebenes Simulationprogramm.

Aus Abbildung 5.9 geht hervor, daß die Methode exakt ist, sobald alle Eingangsparameter exakt bekannt sind. Offensichtlich besteht die Hauptschwierigkeit darin, R- und z-Korrekturen vom Spiegel(x_3, x_4), und z-Korrektur der PMT-Matrix(x_7) zu unterscheiden. Es werden 20 mal mehr Spuren als zuvor in einem Gleichungssystem benötigt, wenn der Ideale Spurpunkt nur mit einer Auflösung von $\delta d = 3.5$ mm entsprechend Abschnitt 5.2.1 bestimmt werden kann.

Die mittleren Fehler δx_i können als Sigma eines Gauß-Fit an die Verteilungen wie in Abbildung 5.9 (Fall (c)) definiert werden. Die Anzahl der Spuren, die gleichzeitig zur Messung benötigt werden, ist dabei für die Auflösung maßgebend. Für den Fall inkorporierter Unsicherheit des Idealen Spurpunktes $\delta d = 3.5$ mm wurde die Abhängigkeit von der Spuranzahl ermittelt (siehe Abbildung 5.10).

5.3.2 Monte Carlo Simulation

Die Zuweisung eines Fehlers in der Generation des Idealen Spurpunktes geschieht unabhängig von den Spurparametern. Anstatt der Photonen wurde die Spur des geladenen Teilchens über den Spiegel geführt und zum Schluß die Auflösung hinzu-

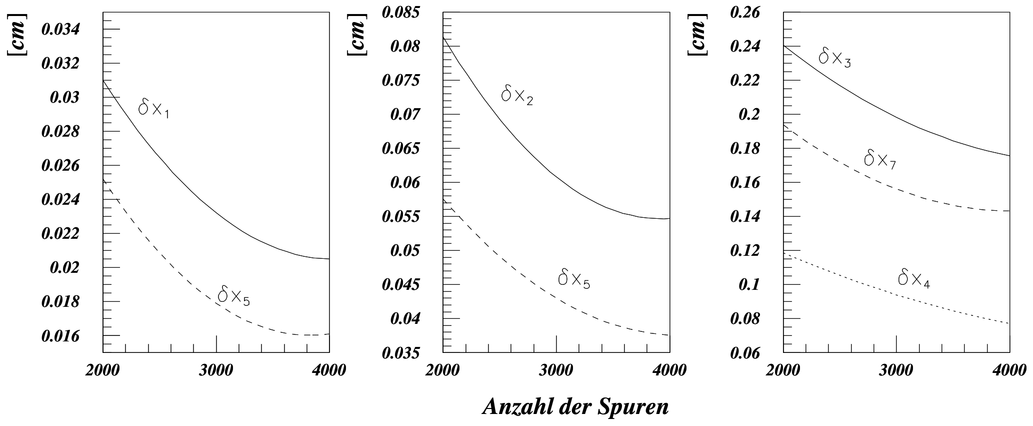

Abbildung 5.10: Alignmentauflösung versus Anzahl der Spuren. *Abhängigkeit der Auflösung den x-Komponenten von Spiegel und PMT-Matrix* x_1 *und* x_5 *(links), den y-Komponenten* x_2 *und* x_6 *(Mitte) und den z-Komponenten* x_3*,* x_7 *und dem Spiegelradius* x_4 *(rechts) von der Anzahl der Spuren.*

---

gefügt. Damit kann der systematischen Abweichung, die zum einen aus der Bestimmung des Ringmittelpunktes, aber vor allem aus der Abbildungskorrektur resultiert, nicht Rechnung getragen werden. Eine Parametrisierung der Abbildungskorrektur nach Gleichung (5.23) ist daher eine Näherung, deren systematischer Einfluß auf die Alignmentkorrekturen abgeschätzt werden muß. Auch die durch die Rasterung der PMT-Matrix bedingte Auflösung des Idealen Spurpunktes d ändert sich mit dem mittleren Einfallswinkel der Photonen auf die PMT-Matrix. Die Berücksichtigung solcher Effekte ist nur möglich, wenn jedes einzelne Photon als Spur behandelt und am Spiegel reflektiert wird, um dann auf die PMT-Matrix zu treffen. Mit dem HERMES Monte-Carlo HMC steht eine vollständige Beschreibung des RICH-Detektors zur Verfügung. Der in HMC zur Verfügung stehende Untergrund-Generator erlaubt es in kurzer Zeit, viele Einzelspurereignisse mit Pionen zu generieren. Die Pionen werden "unphysikalisch" erzeugt, nur das Tracking d.h. der Durchgang durch den Detektor ist hierbei entscheidend. Es wurde ein Sample von jeweils etwa 7000 positiven bzw. negativen Pionen produziert. Bei der Generation und dem Tracking der einzelnen Photonen ist das Designreport-Alignment verwendet worden, d.h. $\mathcal{P} = \mathcal{P}_{design}$. Die Rekonstruktion des Virtuellen Spurpunkts v und die Positionierung des Idealem Spurpunkts d in das HERMES-Koordinatensystem wird nun mit einem Alignment $\hat{\mathcal{P}} = \mathcal{P} + x^{(gen)}$ durchgeführt. Damit weicht die Annahme um x von den Werten ab, mit denen die Photonen im Monte Carlo reflektiert und dann auf PMT-Matrix zum Auftreffen gebracht wurden. Es kann die komplette in Abschnitt 5.2.2 beschriebene Prozedur anhand eines einmal generierten Monte Carlo Samples mehrmals studiert werden.

Voraussetzung für das Funktionieren des Minimierungsverfahrens ist, daß die Funktion $\mathcal{F}(x, t)$, die zu einer gegebenen Alignmentkorrektur die "Messung" y reproduzieren soll, dies wirklich tut. Die entscheidene Abhängigkeit in $\mathcal{F}$ bei festem x sind die Spurparameter t. Der aus ihnen gebildete, angenommene Reflektionspunkt s, insbesondere s_x und s_y, ist aber weit anschaulicher zur Demonstration als x_{slope} und y_{slope}. Die Analogie von $< y >= x$ erlaubt so einen Blick auf die Beschaffenheit der Spiegelberfläche. Abbildung 5.11 zeigt die Verteilung der sich ergebenden $y_{1,2,3}(s_x, s_y, \ldots)$ und die Erwartung $\mathcal{F}_{1,2,3}(s_x, s_y, \ldots)$, die aus einem erzeugtem Fehl-Alignment von $x^{(gen)} = \{-2cm, 0, 0, 0\}$ folgt. Die Verteilungen $\mathcal{F}_{1,2,3}(s_x, s_y, \ldots)$ sind als Mittelwerte pro s_x- bzw. s_y-Bin dargestellt. Da sie einer direkten Berechnung entstammen, variieren sie nicht so stark in jedem s_x bzw. s_y-Bin. Dagegen sind y_1, y_2 und y_3 auflösungsbedingt verbreitert. Die Auflösung wird hier durch die Rasterung der PMT-Matrix dominiert. Aber auch die Abbildungskorrektur I und die Unsicherheit des Emissionpunktes bedingen schon eine endliche Auflösung. Den Verteilungen ist ebenfalls zu entnehmen, daß für stark vorwärts fokussierte Spuren $x_{slope}, y_{slope} \Rightarrow 0$ (d.h. $s_x \Rightarrow 0$ und s_y klein) für $i = 1, 2$ $y_i \approx x_i = \{-2cm, 0\}$ gilt. Diese Anschauung funktioniert nur, solange der Spiegelradius und die PMT-Matrix-Position korrekt sind. In Abbildung 5.11 stimmen die mittleren Verteilungen sehr gut überein.

Der Vergleich von gemessenen $y(s_x, s_y, \ldots)$ mit $\mathcal{F}(x^{(rec)}, s_x, s_y, \ldots)$ erlaubt somit die Verifizierung der ermittelten Alignmentkorrekturen $x^{(rec)}$. Diese Kontrolle ist auch bei experimentellen Daten möglich.

Eindeutigkeit der Lösungen

Werden nur wenige Spuren zur Berechnung der Alignmentkorrekturen $x^{(rec)}$ benutzt, so werden die Lösungen von statistischen Fehlern dominiert, sogar mehrere Lösungen sind möglich. Werden bei dem gleichen Monte Carlo Sample ($x^{(gen)} = \{-2\text{ cm}, 0\text{ cm}, 0\text{ cm}, 0\text{ cm}\}$) anstatt der bisherigen Anzahl von 2000 Spuren nur 5 benutzt, so ergeben sich breite Verteilungen in $x^{(rec)}$, deren Mittelwerte auch nicht um $x^{(gen)}$ liegen, wie Abbildung 5.12 (a) zu entnehmen ist. Bei der doppelten Anzahl der Spuren (b) sind die $x_i^{(rec)}$ schon stärker lokalisiert, aber es gibt mehrere Lösungen. Bei 30 Spuren (c) bildet sich ein Peak um die richtigen Werte $x_1^{(gen)} = -2$ cm und $x_2^{(gen)} = 0$ cm. Die Unterscheidung zwischen einem herangezogenem Spiegel mit vergrößertem Radius und einem weiter entferntem Spiegel mit kleinerem Radius ist ein Problem, daß eine größere Menge an Spuren erfordert. Eine Entfaltung von R- und z-Korrektur des Spiegels ist mit 30 Spuren noch nicht erreicht. Hier verschwimmt die Definition von systematischen und statistischen Fehlern.

Fehlerabschätzung mit dem Monte Carlo

Es wurden drei verschiedene Ansätze zur Extraktion der Fehler in der Ermittlung des Alignment's getestet. Der einfachste ist, nur das Spiegelzentrum zu bestimmen. Ein Monte Carlo Sample wurde mehrmals mit verschiedenen Spiegelpositionen rekonstruiert. Die Position wurde in den x, y, z-Koordinaten innerhalb von -4 cm und +4 cm um das Spiegelzentrum, das bei der Generation des Monte Carlo Sample verwendet wurde, variiert. Mit jedem rekonstruierten Sample wurde die Spiegelkorrektur ermittelt. Wie aus Abbildung 5.13 zu entnehmen ist, werden innerhalb

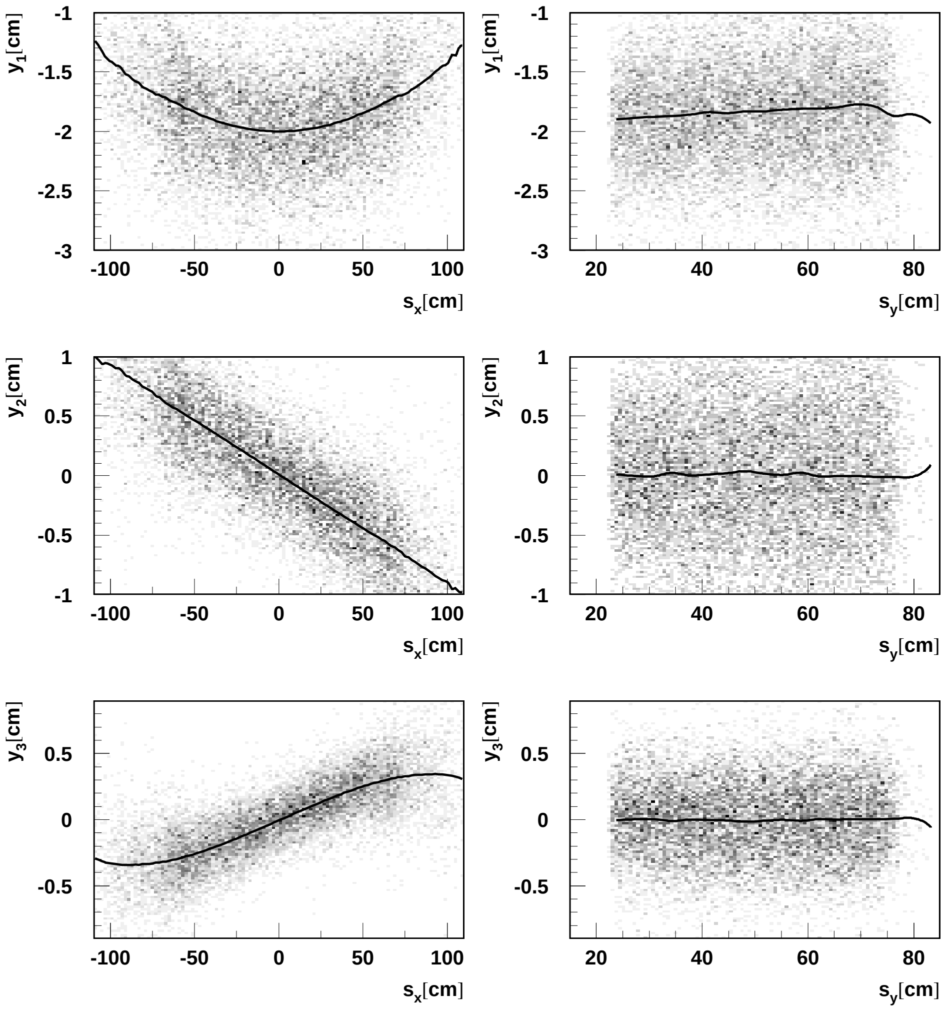

Abbildung 5.11: Individuelle Korrekturen in einem Monte Carlo Sample. *Es zeigt sich, daß die mittleren, erwarteten Verteilungen $\mathcal{F}_{1,2,3}(s_x, s_y, \ldots)$ sehr gut mit den "gemessenen" Individuellen Korrekturen $y_{1,2,3}(s_x, s_y, \ldots)$ überstimmen. Damit ist gezeigt, daß die Berechnung von $\mathcal{F}$ im Mittel richtig ist und die Messung reproduzieren kann. Es ist ebenfalls zusehen, daß für stärker vorwärts fokussierte Spuren gilt : $\langle y \rangle \approx x$.*

$\delta x_i < 1$ mm alle Alignment-Korrekturen gefunden.

Danach wurde zusätzlich der Spiegelradius innerhalb von -4 cm bis +4 cm variiert. Abbildung 5.13 ist ebenfalls zu entnehmen, daß dabei der Fehler auf etwa $\delta x_i \approx 3.5$ mm ansteigt. Die Bestimmung der PMT-Matrix-Position ist nicht mit akzeptabler Auflösung möglich und unterliegt einer bis jetzt nicht verstandenen Systematik. Aus diesem Grund muß vorerst auf die Bestimmung der Parameter $x_{5,6,7}$ verzichtet werden.

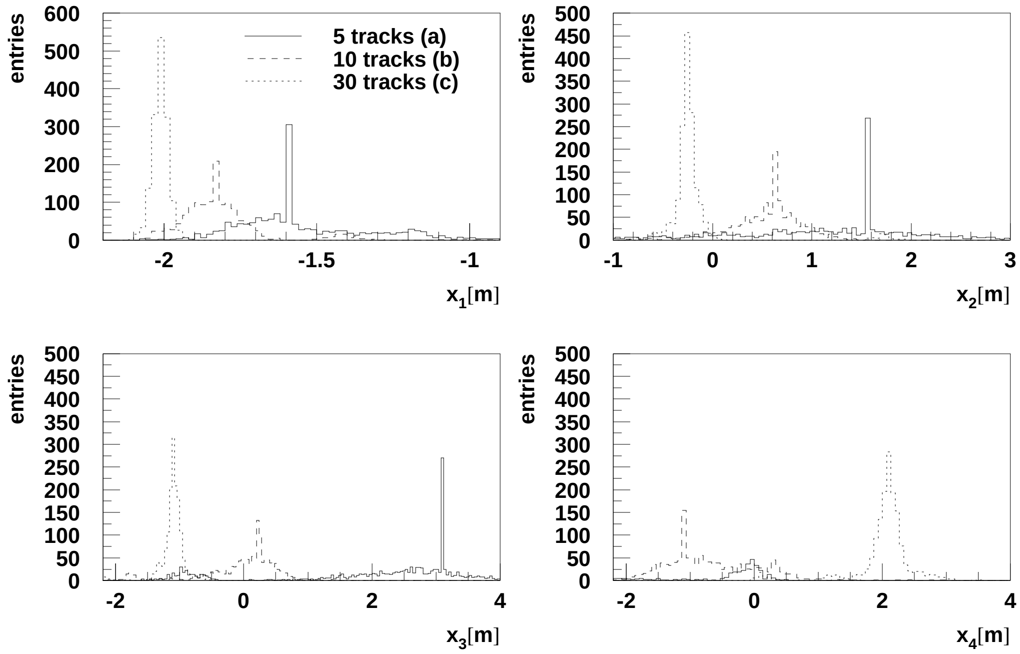

Abbildung 5.12: Mehrfachlösungen im Alignment-Algorithmus. *Bei Verwendung von sehr wenig Spuren (a) 5 Spuren (b) 10 Spuren und (c) 30 Spuren ist das Gleichungssystem nicht ausreichend überbestimmt. In diesem Beispiel wird erst bei 10 Spuren eine Lösung ausgezeichnet. Diese ist richtig in* x_1 ($x_1^{(gen)} = -2$ *cm) und* x_2 ($x_1^{(gen)} = 0$ *cm). In der Spiegel-z-Korrektur* x_3 *und der Spiegelradius-Korrektur* x_4 *wird noch nicht das richtige Ergebnis* ($x_{3,4}^{(gen)} = 0$ *cm) erreicht. Die Ursache hierfür ist das geringer Statistik ein "Heranziehen" des Spiegel mit gleichzeitiger Radiusvergrößerung kaum zu unterscheiden ist (Monte Carlo Simulation).*

5.4 Ergebnisse

5.4.1 Globales Alignment des Spiegelsystems

Wie bereits erwähnt, wird unter dem Globalen Alignment des oberen bzw. unteren Spiegelsystems das Ermitteln einer Alignmentkorrektur x unter der Annahme einer exakt sphärischen Form verstanden. Die zu ermittelnde Korrektur minimiert die Fehlerquadratsumme zugleich für alle Spuren und ist damit davon abhängig, wie die Spuren über den Spiegel verteilt sind. Da die Pionen stärker auf den mittleren Teilspiegeln konzentriert sind als am Rand, kann diese Korrektur auch nur einer gemeinsamen, mittleren Korrektur der zentralen Teilspiegel entsprechen. Dies ist die Grundproblematik einer globalen Korrektur. Zwei Ansätze wurden mit der Alignment-Methode realisiert. Aufgrund der Ergebnisse der Monte-Carlo Studien aus Abschnitt 5.3.2 muß auf die Bestimmung der PMT-Matrix-Parameter $\{x_5, x_6, x_7\}$ vollständig verzichtet werden. Die eine Studie (a) beinhaltet die Varia-

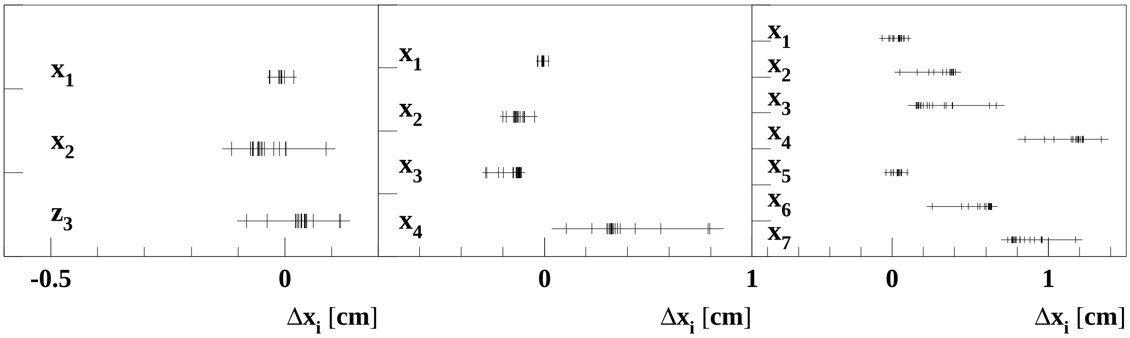

Abbildung 5.13: Fehlerabschätzung mit dem Monte Carlo. *Die Abweichung der generierten Alignmentkorrekturen $x^{(gen)}$ von den rekonstruierten Alignmentkorrekturen wurde anhand von simulierten Daten ermittelt. Im Fall (links) "$x^{(gen)}_{4,5,6,7} = 0$" wurde nur die Spiegelposition variiert. Im Fall (Mitte) "$x^{(gen)}_{5,6,7} = 0$" wurde zusätzlich der Spiegelradius variiert und deshalb auch mit rekonstruiert. Im letzten Fall (rechts) "alle $x^{(gen)}_{1\ldots7}$" sind alle Parameter variiert und rekonstruiert worden (Monte Carlo Simulationen).*

	ΔC_x	ΔC_x	ΔC_y	ΔR
(a) oben	2.8 cm	0.4 cm	2.6 cm	-7.4 cm
unten	-1.5 cm	-1.2 cm	-0.9 cm	-2.3 cm
(b) oben	2.7 cm	-1.5 cm	0.5 cm	-1.7 cm
unten	-1.5 cm	-0.9 cm	-2.7 cm	1.5 cm

Tabelle 5.4: Globale Alignmentkorrekturen. *Ausgehend von den Design-Parametern des Spiegels $\mathcal{P}_{design}$ wurden diese Korrekturen auf der Basis von 20000 Spuren ermittelt. Die statistischen Fehler sind in allen Korrekturen vernachlässigbar (ca. 10^{-3} cm). Die systematischen Fehler ergeben sich nach Abschnitt 5.3.2. Im Fall (a) wurde der Spiegelradius in die Minimierung einbezogen und in (b) auf den Wert aus der Vermessung gesetzt.*

tion des Spiegelradius x_4. Bei der zweiten Studie (b) wurde der Spiegelradius auf den Wert gesetzt, der bereits bei der Vermessung der Spiegeloberfläche bestimmt wurde. Damit sind $\{x_1, x_2, x_3\}$ vergleichbar mit [37], in denen der Radius ebenfalls auf diesen Wert gesetzt wurde. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.4 zusammengefaßt.

Abbildung 5.14 zeigt zu der gefundenen Alignmentkorrektur x (Fall (b)) die zugehörige Funktion $\mathcal{F}(x, s_x, s_y, \ldots)$ über den gemessenen Individuellen Korrekturen $y(s_x, s_x, \ldots)$ in Abhängigkeit der Koordinaten des Reflektionspunktes s. Anhand dieses "Blick"s auf die Beschaffenheit der Spiegeloberfläche ist deutlich zu erkennen, daß jeder Einzelspiegel seine eigenen Alignment-Parameter besitzt. Die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen $\mathcal{F}$ und y ist minimiert worden unter der Bedingung eines globalen, sphärischen Spiegels. Die Einzelphotonenauflösungen für

	$<\Theta_{aero}>$	σ_{aero}	$<\Theta_{gas}>$	σ_{gas}
(a) Pionen oben	246.4 mrad	9.6 mrad	46.3 mrad	9.6 mrad
unten	245.3 mrad	9.0 mrad	46.1 mrad	8.6 mrad
Elektronen oben	245.9 mrad	10.4 mrad	52.9 mrad	10.6 mrad
unten	247.6 mrad	9.0 mrad	53.3 mrad	8.9 mrad
(b) Pionen oben	240.6 mrad	9.2 mrad	45.5 mrad	9.0 mrad
unten	241.6 mrad	8.7 mrad	45.7 mrad	8.5 mrad
Elektronen oben	241.4 mrad	10.4 mrad	52.2 mrad	9.4 mrad
unten	244.8 mrad	8.6 mrad	52.9 mrad	8.9 mrad

Tabelle 5.5: Auflösungen und mittlere Winkel für Pionen und Elektronen nach dem Globalen Alignment. *Im Fall (a) wurde auch der Spiegelradius bestimmt, während er im Fall (b) auf den Wert der Spiegelvermessung gesetzt wurde. Die Werte sind separat für den oberen und unteren RICH gezeigt.*

Elektronen und niederenergetische Pionen und die mittleren Winkel sind in Tabelle 5.5 zusammengefaßt. Eine Übersicht über die spiegelweise Auflösung und die mittlere Winkel pro Spiegel ist in den Abbildungen 5.15 und 5.16 gezeigt. Dabei wird das Numerierungsschema für die Teilspiegel

$$\text{obere Teilspiegel} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{untere Teilspiegel} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 & 11 \\ 12 & 13 & 14 & 15 \end{pmatrix} \tag{5.33}$$

verwendet. Die Radiuskorrektur bewirkt im Schnitt etwas größere Winkel und eine stärkere Fluktuation des mittleren Winkels (Abbildung 5.16), während die Auflösungen pro Einzelspiegel konstant bleiben. Im Gas werden zum Teil bessere Auflösungen erreicht. Vor allem für das obere Spiegelsystem verringern sich die Variationen der Auflösung sichtbar (Abbildung 5.15). Allgemein ist die Elektron-Auflösung etwas höher als die Pion-Auflösung. Da die mittleren Winkel für einen fixierten Spiegelradius besser in den erwarteten Bereich nach [23] passen, wurde im folgenden mit diesem Globalen Alignment fortgefahren. Nach Abschnitt 5.3.2 sind die systematischen Fehler größer, wenn der Radius in den Minimierungs-Algorithmus mit eingebunden wird. Das Alignment mit fixiertem Radius ist der Ausgangspunkt für das Einzelspiegel- und Lokale Alignment.

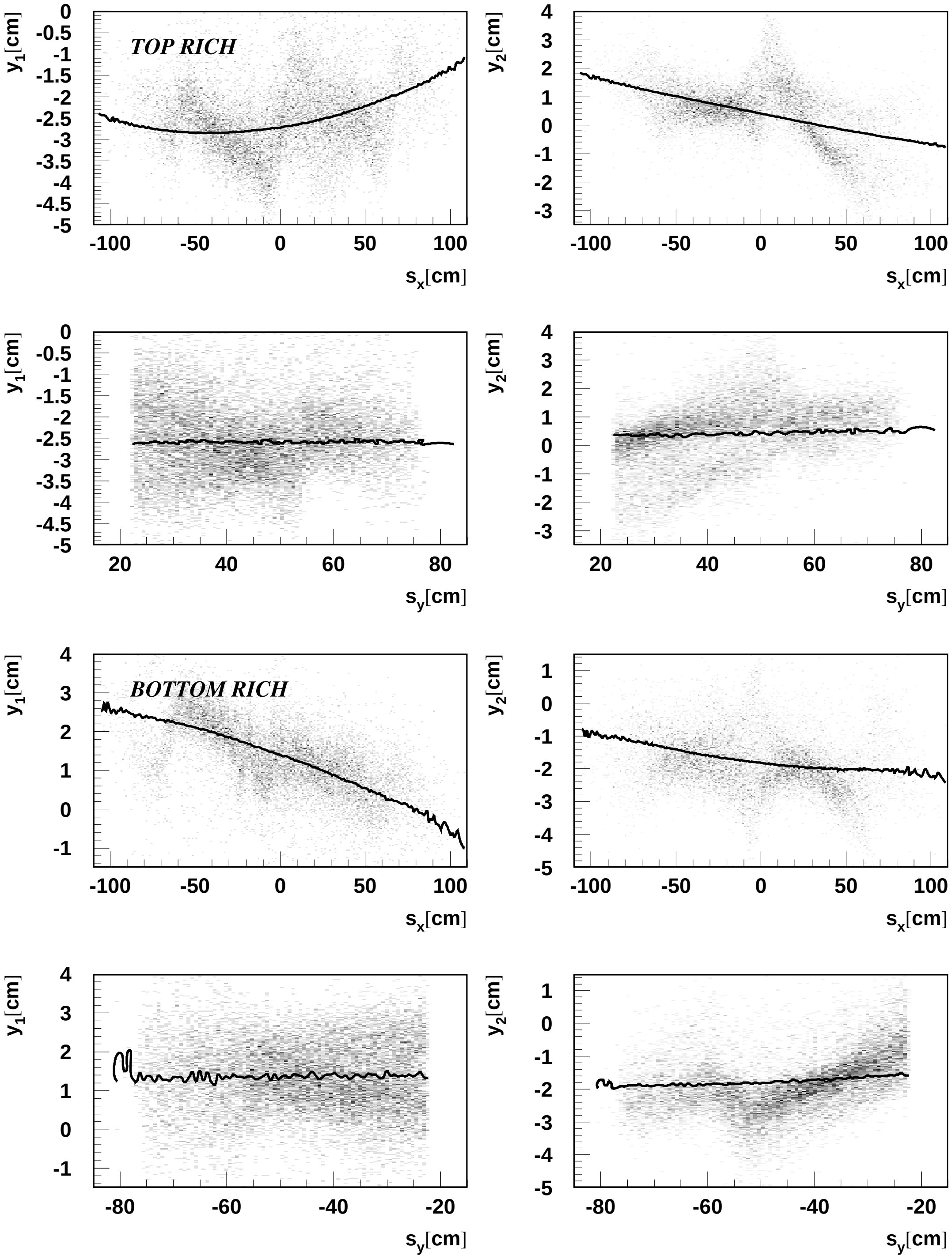

Abbildung 5.14: Übereinstimmung von $\mathcal{F}(x, \ldots)$ mit y nach Globalem Alignment. *Gezeigt sind hier die Individuellen Korrekturen y_1 und y_2 in Abhängigkeit des Spur-Reflektionspunktes s, die gemessen wurden und diejenigen die sich aus dem unter Annahme eines globalen, sphärischen Spiegels ermittelten Korrekturen ergeben sollten (F_1 und F_2). Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind für F nur die Mittelwerte pro s_x-Bin bzw. s_y-Bin gezeigt (Profilhistogramm). Die spezielle Wahl der Koordinaten s_x und s_y macht besonders deutlich, daß es sich bei den Unstetigkeitsstellen um die Spiegelgrenzen handelt (Daten).*

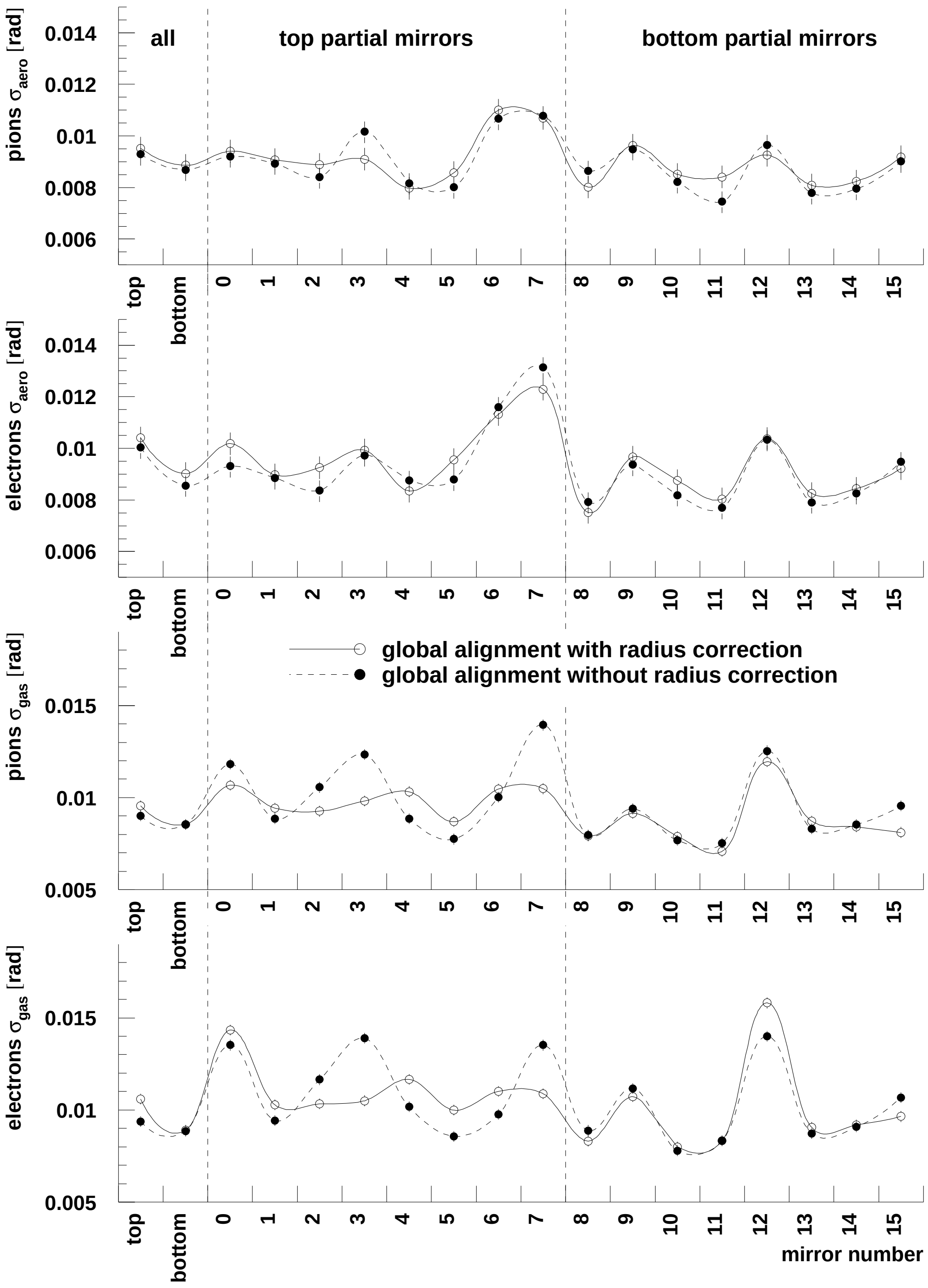

Abbildung 5.15: Winkelauflösungen nach Globalem Alignment. *Gezeigt sind die Aerogel-Auflösung (oben) und die Gas-Auflösung (unten) für niederenergetische Pionen und Elektronen ($p > 5$ GeV) nach dem Globale Alignment mit Bestimmung der Spiegelradius und ohne. Die beiden ersten Punkte entsprechen der Gesamt-Auflösung für das obere bzw. das untere Spiegelsystem. Danach folgen alle oberen Einzelspiegel und zum Schluß alle unteren Einzelspiegel.*

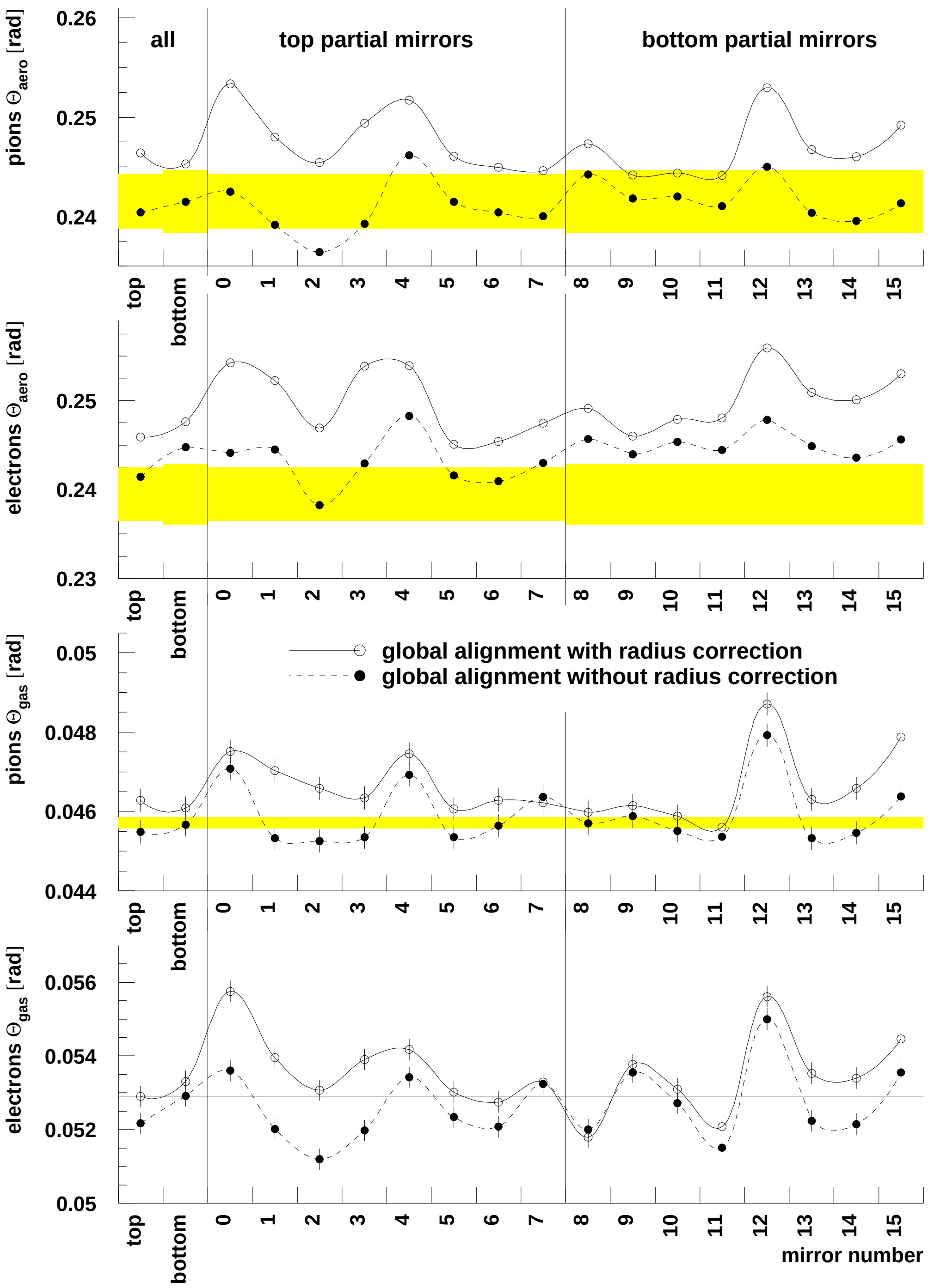

Abbildung 5.16: Mittlere CHERENKOV-Winkel nach Globalem Alignment. *Der mittlere Winkel pro Einzelspiegel variiert z.T. dadurch, daß falsche Spiegelparameter benutzt werden. Die Variation aufgrund der Aerogel-Brechungsindex-Variation [23] wurde als Band eingezeichnet (oben). Eine weitere Breite kommt bei Pionen durch die Impulsabhängigkeit hinzu. Das wurde ebenfalls in das Band aufgenommen.*

5.4.2 Einzelspiegel- und Lokales Alignment

Aus Abbildung 5.14 ist bereits zu ersehen, daß es notwendig ist, die Alignment-Parameter für jeden Einzelspiegel zu bestimmen. Generell wurde das obere bzw. untere Spiegelsystem in viereckige Zellen unterteilt. Beim Einzelspiegelalignment wurden diese Zellen entsprechend den Spiegelgrenzen nach Abschnitt 3.2.3. gewählt. Die zum Alignment verwendeten Spuren werden dann eingeschränkt auf diejenigen, deren Gasring vollständig in einer Zelle enthalten ist. Dazu müssen aus allen getroffenen Photomultipliern die entsprechenden Gaswinkel nach Abschnitt 4.3 mit dem Indirekten Ray Tracing rekonstruiert werden. Befinden sich die daraus erhaltenen Reflektionpunkte aller wirklichen Gasphotonen, d.h. nach Abschnitt 4.3.3. diejenigen mit einem Winkel kleiner als 100 mrad, innerhalb dieser Zelle, so kann die jeweilige Spur für die Extraktion der Parameter dieser Zelle benutzt werden. Das Indirekte Ray Tracing wird an einem globalen sphärischen Spiegel ($\mathcal{P}_{global}$) durchgeführt. Aus diesem Grund ist ein Globales Alignment notwendig.
Um eine minimale Vielfalt in den Spurparametern für diese Zelle zu gewährleisten, muß die Zellgröße größer als ein Gasring sein. Die Anwendung von Spiegel-Alignment-Parametern, die jetzt auch vom Reflektionspunkt s abhängen werden, erfordern die Verwendung des bereits in 4.1 und 4.2 eingeführten zweiten Iterationsschrittes in den Tracing-Algorithmen. Mit dem Übergang zu einer 3×3-Unterteilung eines jeden Teilspiegels und deren einzelne Ausrichtung können die Individuellen Korrekturen am besten beschrieben werden (Abbildung 5.17).

Bei diesem Lokalen Alignment muß aber beachtet werden, daß durch den geringen Platz auf der Spiegeloberfläche, die für das Minimierungsverfahren notwendige Divergenz der Spurrichtungen häufig nicht mehr ausreichend ist, Dadurch kommt es vor, daß der Fit nicht mehr gelingt oder die ermittelte Korrektur stark von systematischen Fehlern beeinflußt ist. Im ersten Fall wird auf die entsprechende Einzelspiegelkorrektur zurückgegriffen. Um die bereits in Abschnitt 5.3.2 bemerkten systematischen Unsicherheiten zu minimieren, wird es erforderlich sein, schon bei der Auswahl der Spuren auf eine Vielfalt in den Spurrichtungen zu achten.
Daß die lokalen Spiegelvariationen korrigiert werden können, zeigt folgender, direkter Ansatz. Anstatt die Aligment-Korrekturen durch eine Minimierung zu gewinnen, kann wie bereits in den vorigen Abschnitten angekündigt, eine direkte, lokale Spiegel-Korrektur aus den mittleren Individuellen Korrekturen pro Spiegelflächenstück erhalten werden, d.h.

$$\{x_1, x_2, x_3\} = \{\langle y_1\rangle, \langle y_2\rangle, \langle y_3\rangle\}. \tag{5.34}$$

Es zeigte sich, daß mit ihr die zur Zeit besten Resultate erreicht werden können (siehe Abbildungen 5.18 bis 5.19). Die mittleren Individuellen Korrekturen unterliegen bei zu geringer Statistik nicht den systematischen Schwankungen der Minimierung. Die erreichten Auflösungen können dadurch erklärt werden, daß vor allem in den äußeren Regionen des Spiegel, die Spuren im Mittel immer unter dem gleichem Winkel auf die Oberfläche einfallen. Damit ergibt sich hier nicht die Notwendigkeit die genauen Spiegelparameter zu extrahieren, sondern nur das Indivduelle Spiegelzentrum für die im wesentlichen konstante Reflektionsebene zu fixieren.

In den Spiegeln mit hoher Statistik und ausreichender Spurdivergenz ergeben sich überwiegend Auflösungen, die mit Lokalen Alignment aus der Minimierung vergleichbar sind. Auf den äußeren Spiegeln wird eine bessere Auflösung erreicht. Aus diesem Grund wird das direkte Lokale Alignment in der HERMES-Datenproduktion benutzt. Alle weiteren Studien basieren auf diesem Alignment.

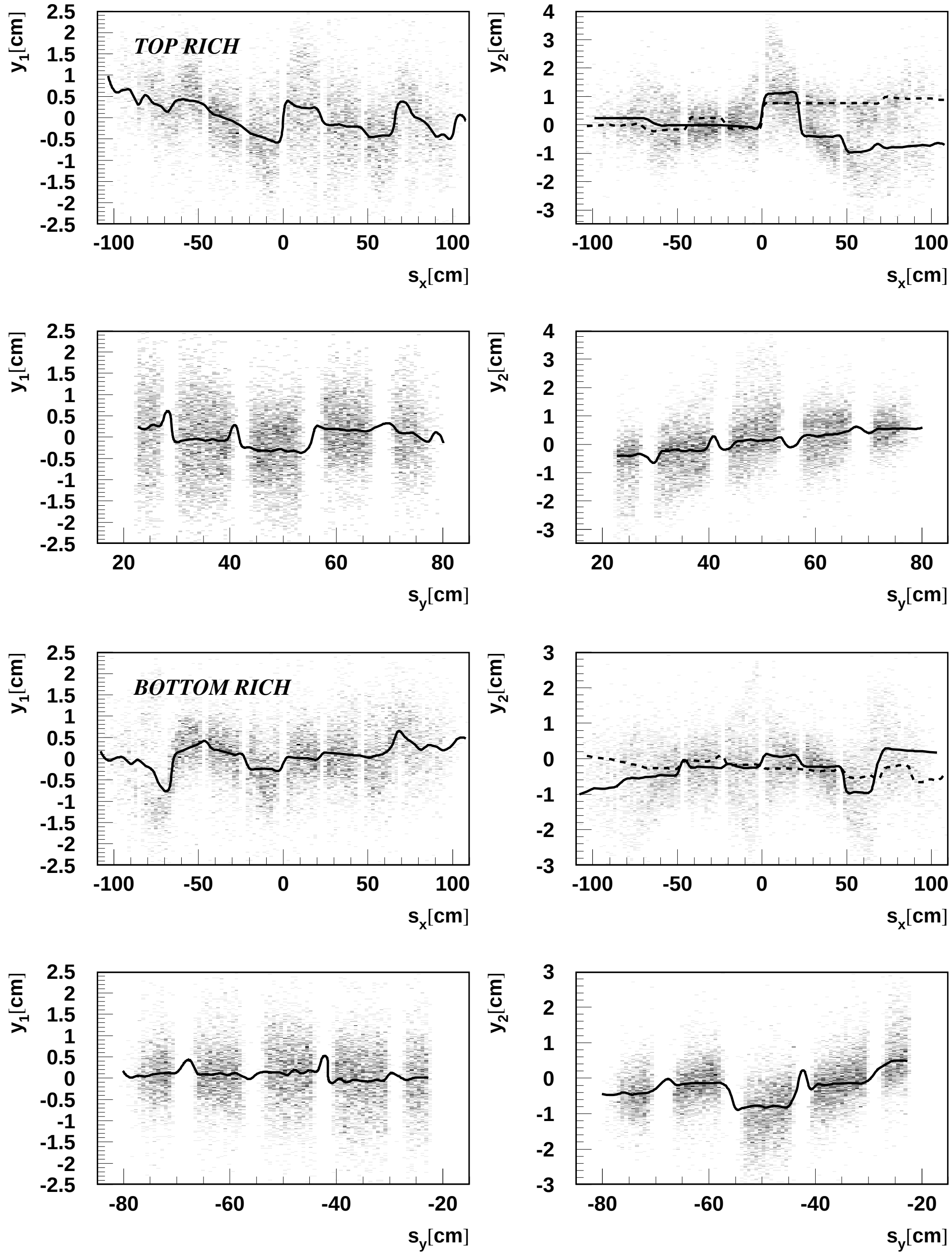

Abbildung 5.17: Übereinstimmung von $\mathcal{F}(x, \ldots)$ mit y nach dem Lokalem Spiegel-Alignment. *Gezeigt ist hier der Fit für das obere und untere Spiegelsystem mit indivduellen Alignment-Parametern für jedes* 3×3*-Spiegelflächenstück. Die Individuellen Verschiebungen* y_1 *und* y_2 *sind in Abhängigkeit des Reflektionspunktes* s *dargestellt. Die zum Teil enstandenen Lücken kommen dadurch zustande, daß der Gas-Ring jeweils vollständig auf dem Spiegelflächenstück liegen muß. Für* $F_2(s_x)$ *(jeweils oben, rechts) wurde aufgrund der starken Unterschiede die Mittelwertbildung unterteilt in die 4 äußeren (gestrichelt) und 4 inneren (durchgezogen) Einzelspiegel (Daten).*

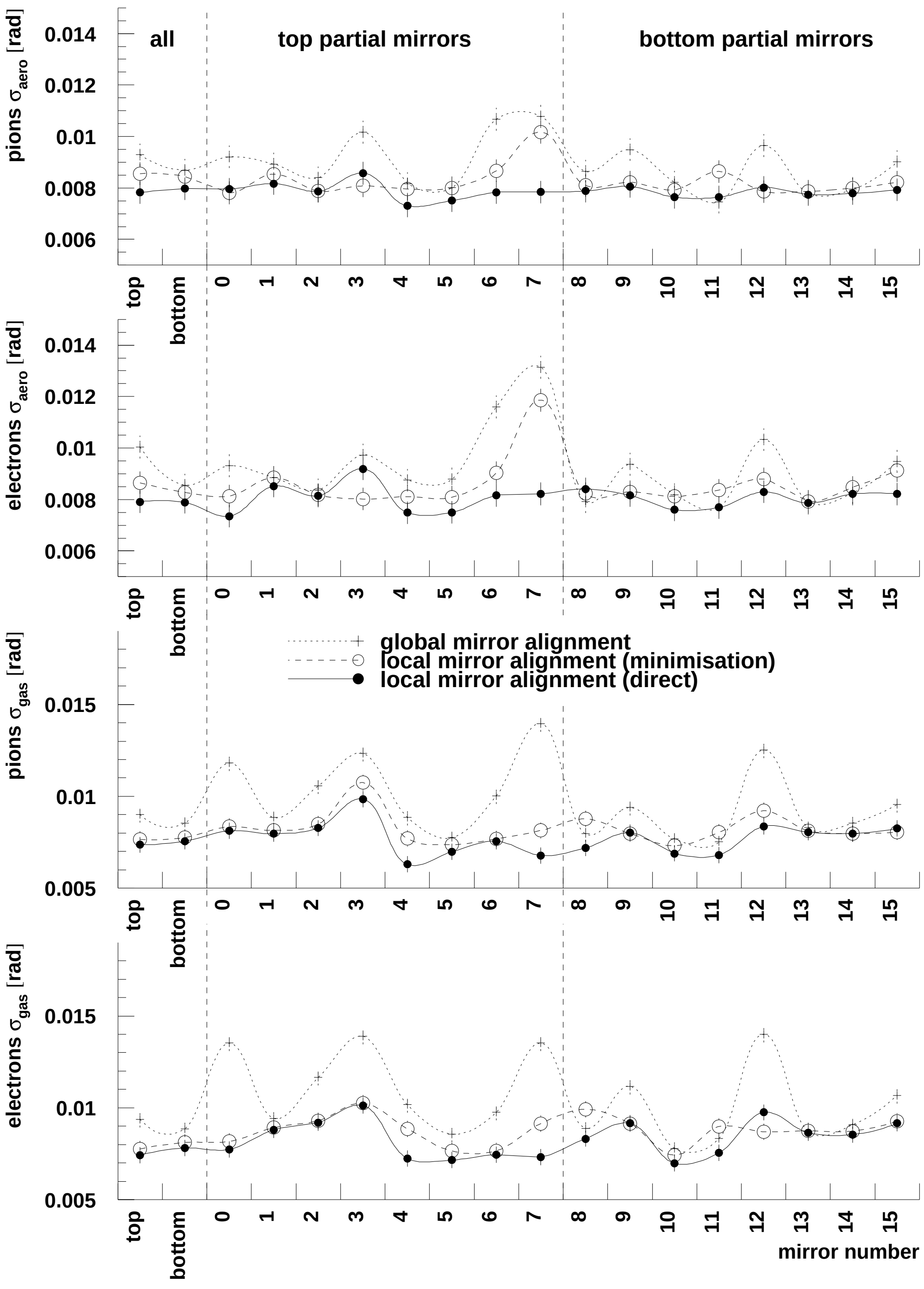

Abbildung 5.18: Auflösungen nach dem Lokalen Spiegel-Alignment. *Im Vergleich zum Globalen Alignment kann durch lokale Korrekturen die Auflösung weiter minimiert werden. In den äußeren Teilspiegeln kann durch die mittleren Individuellen Korrekturen ein besseres Ergebnis erzielt werden, als mit dem durch Minimierung erhaltenen Alignment.*

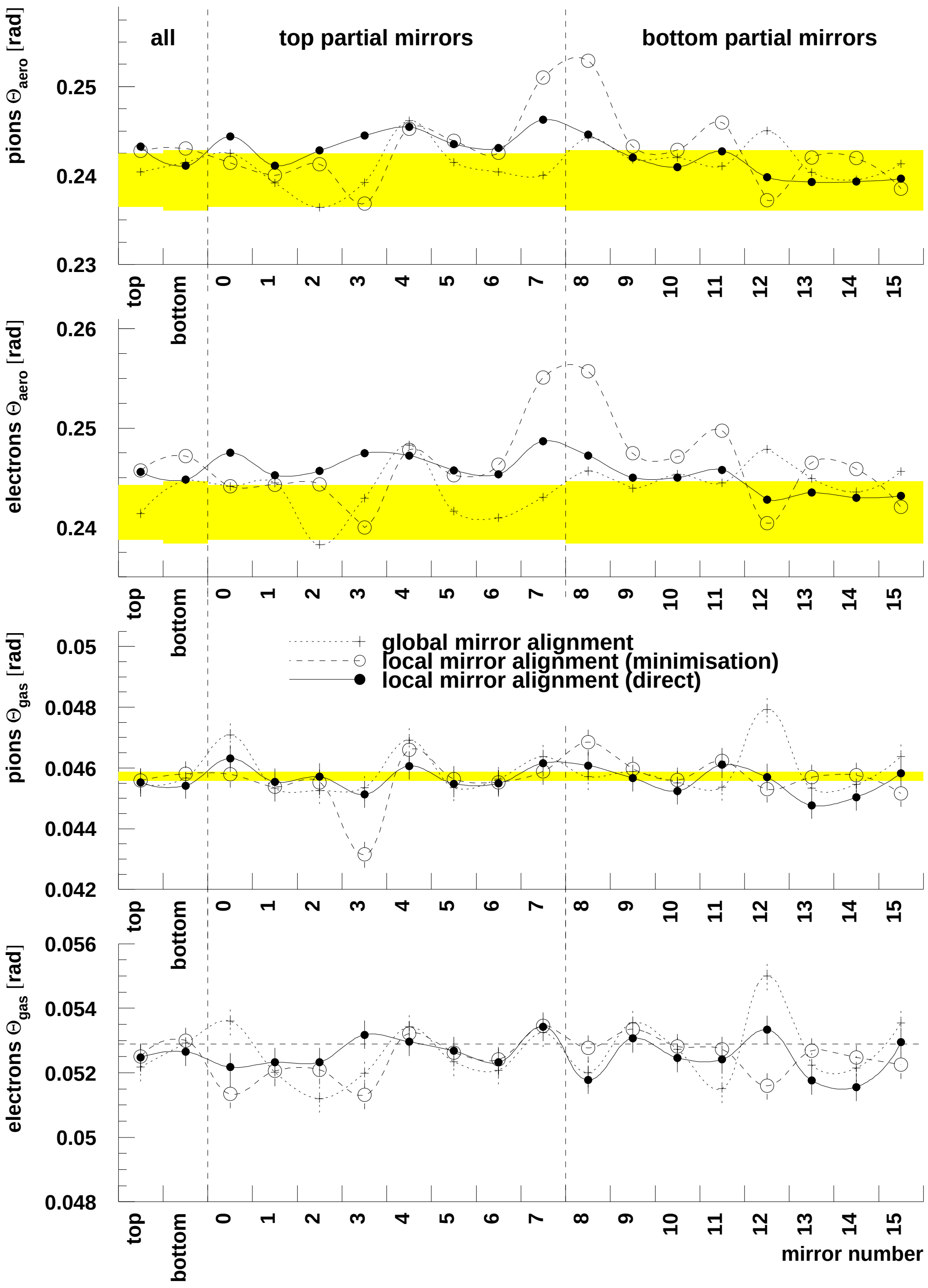

Abbildung 5.19: Mittlere Winkel nach dem Lokalen Spiegel-Alignment. *Der schattierte Bereich zeigt die Breite der Variationen, die aufgrund der Impulsabhängigkeit und der verschiedenen Aerogel-Brechungsindizes möglich ist (Daten).*

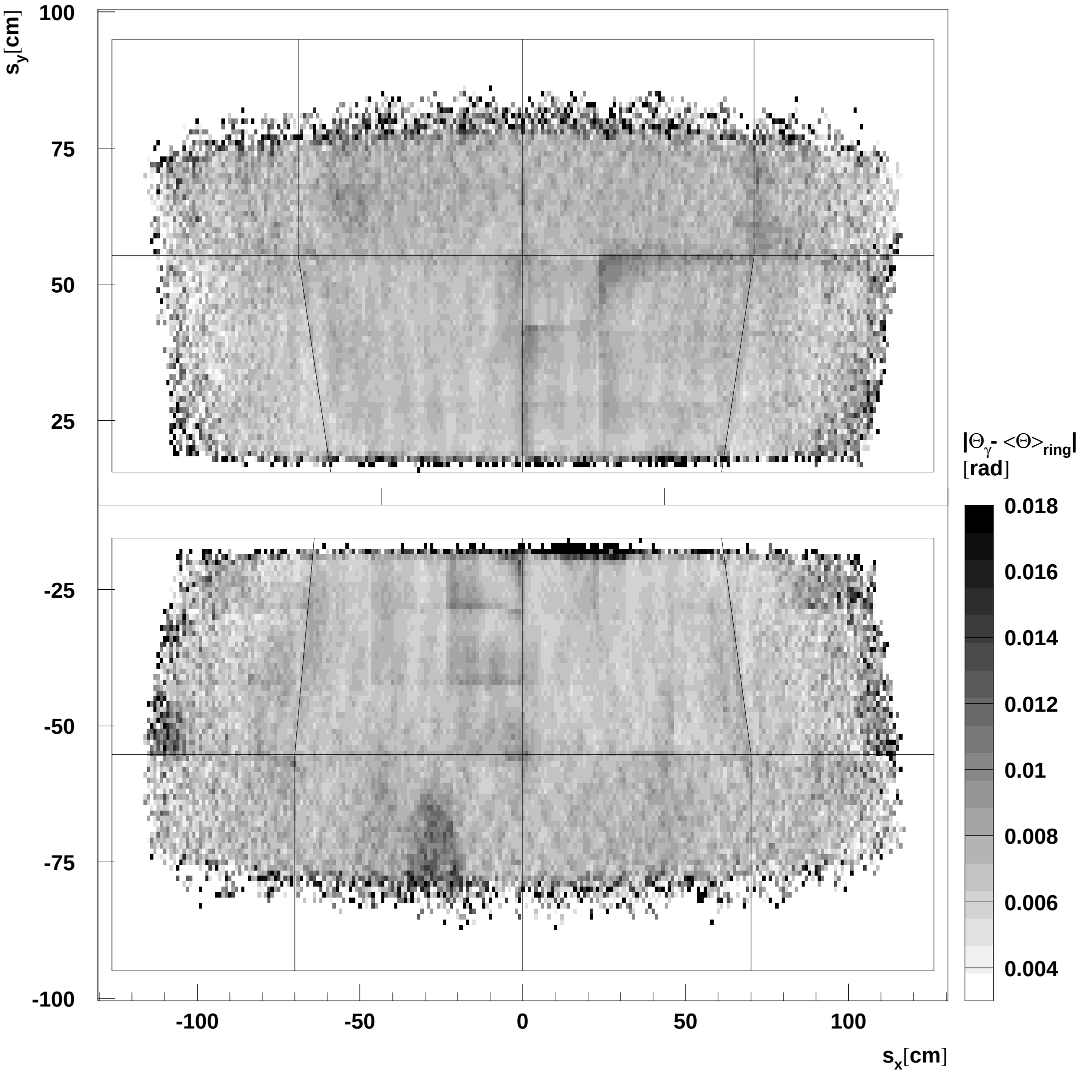

Abbildung 5.20: Ergebnis des Lokalen Alignment's. *Gezeigt ist hier die mittlere Abweichung des Gas-*CHERENKOV*-Winkels aus dem Ring in Abhängigkeit des Reflektionspunkts s der Photonen. Im Vergleich zu Abbildung 5.1 kann durch das Lokale Alignment eine gleichmäßig gute Auflösung über die gesamte Spiegeloberfläche hinweg erreicht werden. Die Ursache für den "Fingerabdruck" im unteren Spiegel könnte nicht geklärt werden.*

Kapitel 6

Detektor Performance

Wie bereits in Kapitel 3 anhand der RICH-Detektor-Konstante eingeführt, ist die Performance eines jeden Separations-Algorithmus im Prinzip durch 2 Größen bestimmt. Zum einen durch die Winkelaufösung in der Rekonstruktion des CHERENKOV-Winkels eines einzelnen PMTs und zum anderen durch die Anzahl der ausgelösten Photoelektronen. Wie bereits in Kapitel 3 geschildert, gibt es einen Zusammenhang von Photoelektronen-Anzahl und Anzahl der PMTs (Hits), sodaß zu einem gewissen Grad von der Anzahl der in reinen Einzelspurereignissen mit bekanntem Teilchentyp ausgelösten PMTs auf die Photoelektronenanzahl zurückgeschlossen werden kann. Die im nächsten Kapitel folgenden Algorithmen basieren z.T. auf einer Parametrisierung der Anzahl der Photoelektronen und PMTs. Aus diesem Grund ist deren Bestimmung aus den experimentellen Daten notwendig.

6.1 Typische Photoelektronenraten

Die Anzahl der gemessenen Aerogel-Hits hängt sehr stark von der Spur-Kinematik ab. Nur jede 4. Spur verliert keine Aerogel-Photonen durch Akzeptanz-Effekte. Das liegt zum einen an der Größe der Aerogel-Ringe, wodurch bei vielen Spuren der Ring nicht mehr vollständig auf den Spiegel oder die PMT-Matrix paßt. Die Aerogel-Block-Struktur verringert zusätzlich die Anzahl von Aerogel-Photoelektronen, wie in in Abbildung 6.1 zu sehen ist. Um die in Kapitel 3 berechneten Photoelektronen-Anzahlen mit den realen Messungen vergleichen zu können, wurden die Werte für ideale Spuren separat ermittelt. Dadurch werden diese Akzeptanz-Effekte ausgeschlossen. In Abbildung 6.2 sind die Impulsabhängigkeiten der jeweils gemessenen Anzahlen von PMTs für verschiedene Teilchentypen gezeigt. Danach ergeben sich für ideale Spuren ($\beta \Rightarrow 1$) im Mittel 10 Aerogel-Hits und 12 bis 13 Gas-Hits. Diese Werte sind nicht durch die Akzeptanz reduziert, so daß sie mit den theoretischen Werten verglichen werden können.

$\epsilon_{overall}$	N_{pe}^{aero}	N_{pe}^{gas}	N_{pmt}^{aero}	N_{pmt}^{gas}
0.40	5.24	18.44	4.87	10.99
0.47	6.11	21.51	5.80	11.87
0.53	6.98	24.58	5.80	12.60
0.60	7.86	27.65	6.73	13.20
0.67	8.73	30.73	7.64	13.69
0.73	9.60	33.80	8.53	14.10
0.80	10.48	36.87	9.42	14.43
0.87	11.35	39.94	10.30	14.71
0.93	12.22	43.02	11.16	15.00
1.00	13.10	46.09	12.01	15.18

Tabelle 6.1: Vergleich - Anzahl der Photoelektronen und Anzahl der ausgelösten PMTs. *Im Vergleich zu den erwarteten Anzahlen ausgelöster PMTs gibt es eine Diskrepanz in der notwendigen Gesamt-Normierung* $\epsilon_{overall}$.

Nach Gleichung (3.28) entsprechen diese Anzahlen von PMTs etwa 24 ± 2 Photoelektronen im Gas und 11 ± 2 Photoelektronen im Aerogel. Um diese Werte zu erreichen, muß die integrale Detektions-Effizienz für Aerogel auf $\approx$ 87% und für das Gas auf $\approx$ 53% normiert werden. Eine Normierung von etwa 80% kann durch Studien zur Variation der Spiegelreflektivität erklärt werden [39]. Das stimmt sehr gut im Fall des Aerogels überein. Im Gas verbleibt aber immer noch ein Unterschied zwischen der erwarteten und gemessenen Anzahl von Photoelektronen. Der Unterschied von 3 PMTs im Gas ist deswegen so bedeutend, weil er die Signifikanz eines einzelnen PMTs verdoppelt (doppelt sie viele Photoelektronen). Dieses bisher nicht geklärte Verhalten ist bereits von anderen Experimenten her bekannt. Für die Anwendung in der Teilchenidentifizierung ist das aber nicht von großer Bedeutung, da der Gas-Radiator in erster Linie als Schwellen-Detektor benutzt wird.

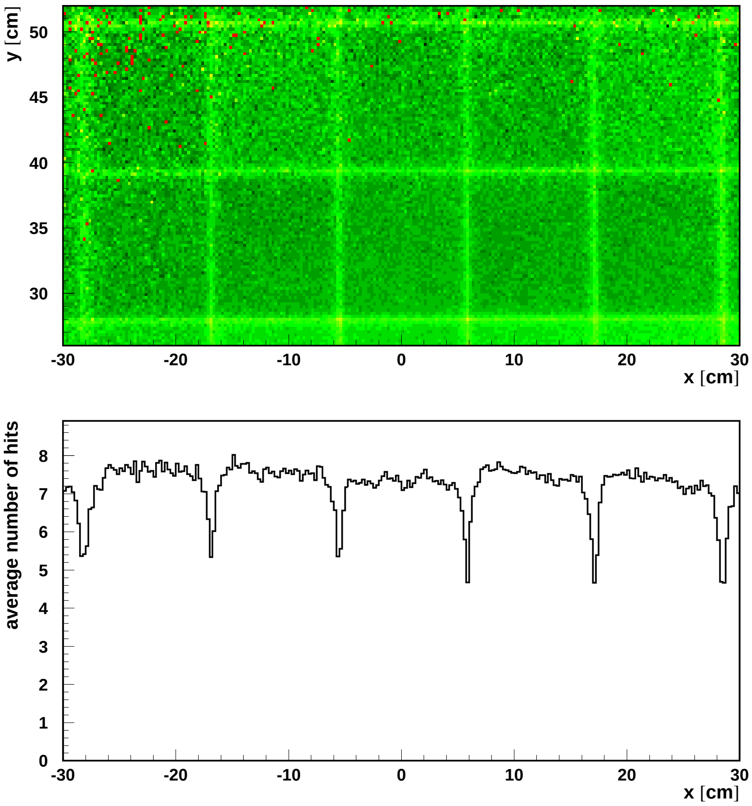

Abbildung 6.1: Photonenverlust durch die Aerogel-Block-Struktur. *Je näher die Spuren den Kanten der Aerogelblöcke (*10×10 *cm) kommen, umso stärker ist der Verlust an Photonen. In der Projektion auf die* x*-Achse (unten) ist zu sehen, daß an den Kanten die Anzahl der Hits (*$\approx$ *Photoelektronen, da Aerogel) auf bis zu 5 sinken kann. Ansonsten liegt wegen der Spiegel- und Matrix-Akzeptanz der mittlere Wert bei 8 PMTs [34] (Daten).*

Im Vergleich zu den idealen Spuren verlieren 45% aller Spuren aufgrund der Aerogel-Block-Struktur im Mittel etwa 2 bis 3 Aerogel-PMTs (siehe Abbildung 6.1) [34]. Bei größeren Blöcken, z.B 20×30 cm^2 würden nur 20% aller Spuren Photonen an den Aerogel-Kanten verlieren. Mit der begrenzten Akzeptanz des Spiegels und der PMT-Matrix werden im Schnitt 6 bis 7 Aerogel-PMTs und 11 bis 12 Gas-PMTs für Teilchen mit $\beta \approx 1$ gemessen, wie Abbildung 6.2 zu entnehmen ist. Die Reduktion im Gas ist unter anderem deshalb nicht so einschneidend, weil die Gas-Ringe sehr viel kleiner sind und es keine zusätzlichen Verluste wie von der Aerogel-Block-Struktur gibt.

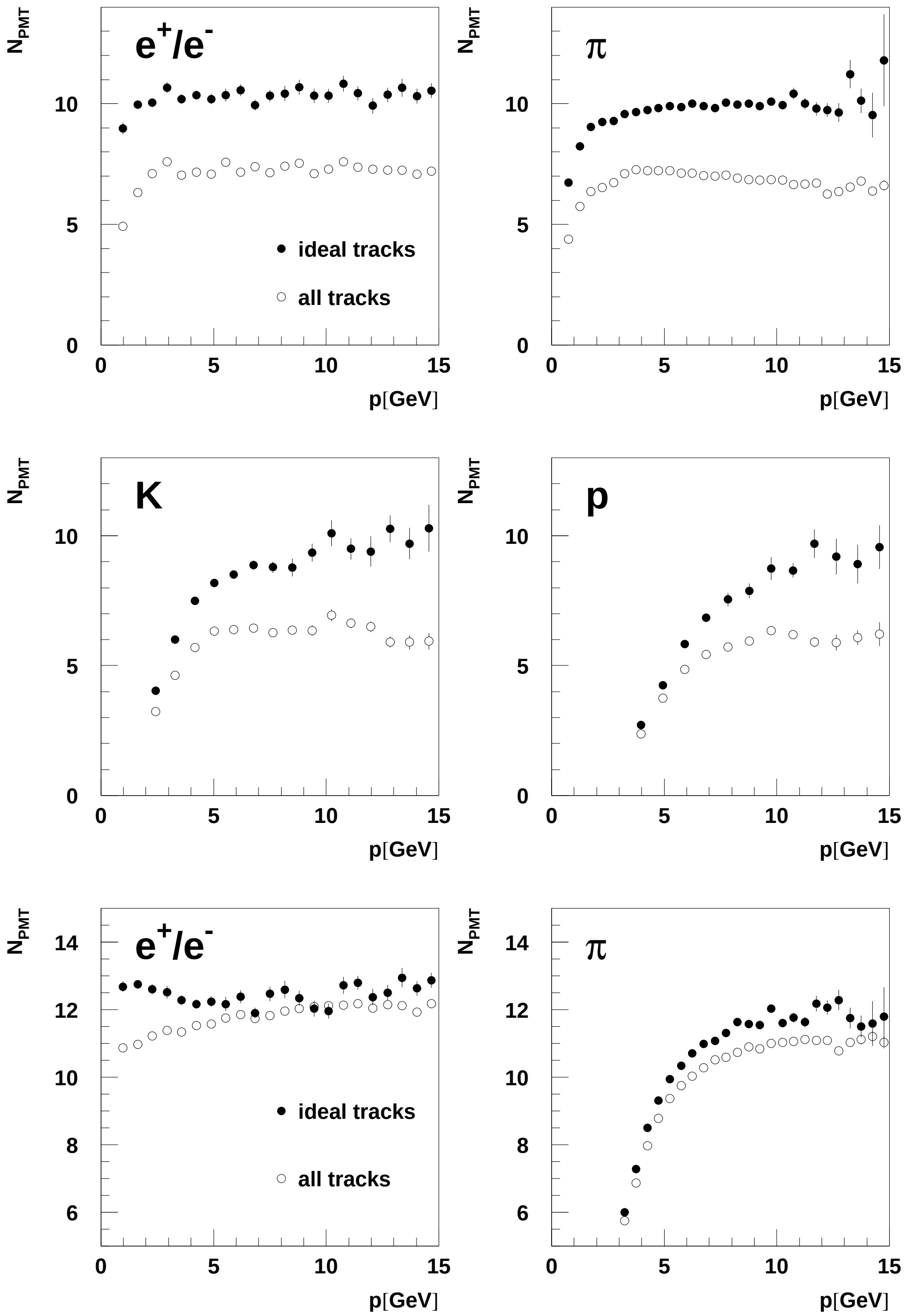

Abbildung 6.2: Anzahl der Aerogel- und Gas-PMTs in Abhängigkeit von dem Teilchenimpuls. *Gezeigt ist die Impulsabhängigkeit der gemessen Anzahl von PMTs für ideale Spuren (ohne Akzeptanz-Effekte) und aller Spuren für jeweils verschiedene Teilchentypen. Der Teilchentyp wurde z.T. mit der Elektron-Hadron-Separation nach Kapitel 2 und mit dem im nächsten Kapitel beschriebenen IRT-Likelihood-Verfahren bestimmt. Die kleinen Schwankungen bei $\approx$ 10 GeV sind Kontaminationen durch andere Teilchensorten. Hierfür wurden nur Ereignisse mit einer Spur pro Detektorhälfte benutzt.(Daten)*

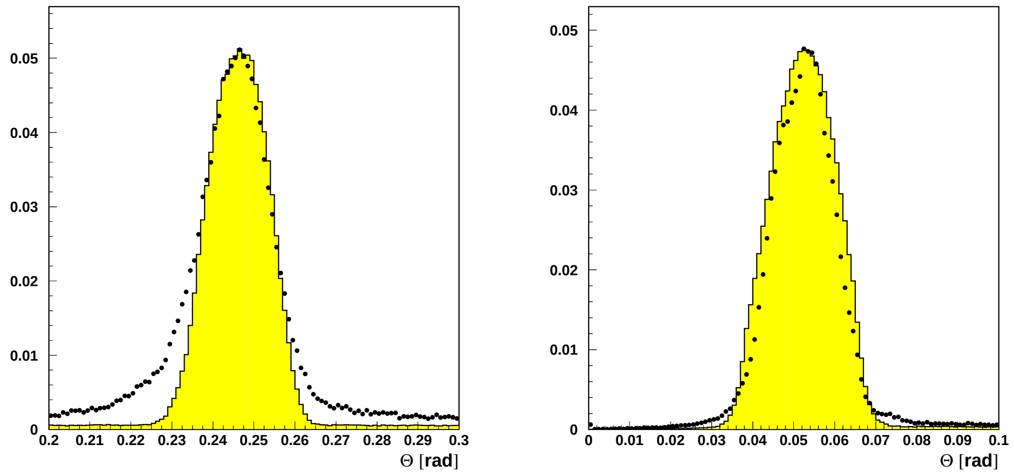

Abbildung 6.3: Winkelspektrum Monte Carlo / Daten. *Gezeigt ist das Spektrum rekonstruierter Aerogelwinkel (links) und Gaswinkel (rechts) für einzelne Elektronen mit Impulsen oberhalb von 5 GeV. Die Histogramme für das Monte Carlo und die Daten (Punkte) wurden jeweils normiert.*

6.2 Winkelauflösung

In der Abbildung 6.3 ist ein Vergleich von rekonstruierten Winkeln aus einer Monte Carlo Simulation und experimentellen Daten gezeigt. Die nicht gaußförmigen Ausläufer im Aerogel sind eine Folge verschiedener Effekte, wie Aerogel-Block-Struktur, Brechung, chromatische Abberation. Sie tragen zur gesamten Winkelauflösung bei.

6.2.1 Zusammensetzung der Winkelauflösung

Die Einzelphotonen-Auflösung kann als Zusammensetzung von zum Teil korrelierenden Beiträgen erklärt werden (Tabelle 6.2 und [34]). Den größten Beitrag liefert hierbei die Diskretisierung der PMT-Matrix. Bei der Rekonstruktion der Winkel ist der Emissionspunkt unbekannt (siehe Abschnit 4.2.2). Mit diesem Beitrag und im Aerogel inklusive der chromatischen Abberation ergeben sich im Aerogel eine Auflösung von $\sigma_\theta = 7.1$ mrad und im Gas von $\sigma_\theta = 7.2$ mrad. Da alle 3 Beiträge zueinander korreliert sind, wurde diese kombinierte Auflösung mit einer Monte-Carlo-Simulation durch einen Gauß plus einen linearen Untergrund aus den Winkelspektren bestimmt. Die weiteren Effekte können durch die gemessenen experimentellen Auflösungen abgeschätzt werden. Bei der Einschränkung auf ideale Spuren wirken sich die variierenden Brechungsindizes und verbleibenden Variationen der Spiegeloberfläche auf die Winkelauflösung aus. Die einzelnen Aerogel-Blöcke haben zum Teil leicht verschiedene Brechungsindices [23]. Mit relativistischen Elektronen wurde eine Aerogel-Auflösung von $\sigma_\theta = 7.6$ mrad bestimmt. Im Gas variiert der Winkel etwas aufgrund von Druckschwankungen (Abbildung 6.4). Es wurde eine Auflösung für Elektronen von $\sigma_\theta = 7.5$ mrad bestimmt. Werden die zur Auflösungsbestimmung

		Aerogel	Gas
	Unsicherheit durch unbekannten Emissionspunkt	1.8 mrad	2.2 mrad
	Diskretisierung durch die PMT-Matrix	5.6 mrad	5.2 mrad
	Chromatische Abberation	2.5 mrad	-
⇒	Monte-Carlo-Simulation mit Aerogel-Wand Δ_{MC}	7.1 mrad	7.2 mrad
	Variation des Brechungsindex	≈ 1.1 mrad	-
	Druckvariationen	-	≈ 1.0 mrad
	Variation der Spiegeloberfläche	≈ 2.4 mrad	≈ 2.2 mrad
⇒	Exp. Elektron-Aufl. für ideale Spuren (p>18 GeV)	7.6 mrad	7.5 mrad
	Obefläche in der Nähe der Kanten der Aerogelblöcke	2...3 mrad	-
⇒	Exp. Elektron-Aufl. (p>5 GeV)	7.9 mrad	7.6 mrad
⇒	Exp. Pion-Aufl. (5.2<p<5.3 GeV bzw. 3.2<p<3.4 GeV)	7.9 mrad	7.5 mrad

Tabelle 6.2: Zusammensetzung der Winkelauflösung. *Die gemessenen Winkelauflösungen für ideale Spuren und alle Spuren können anhand dieser Beiträge erklärt werden (z.T. nach [34]).*

verwendeten Spuren nicht auf ideale Spuren eingeschränkt, so tritt im Aerogel zusätlich noch der Effekt der streuenden und brechenden Aerogel-Blockkanten hinzu. Dadurch erhöht sich die Auflösung auf $\sigma_\theta = 7.9$ mrad für Pionen und Elektronen (siehe hierzu auch Abbildung 5.18).

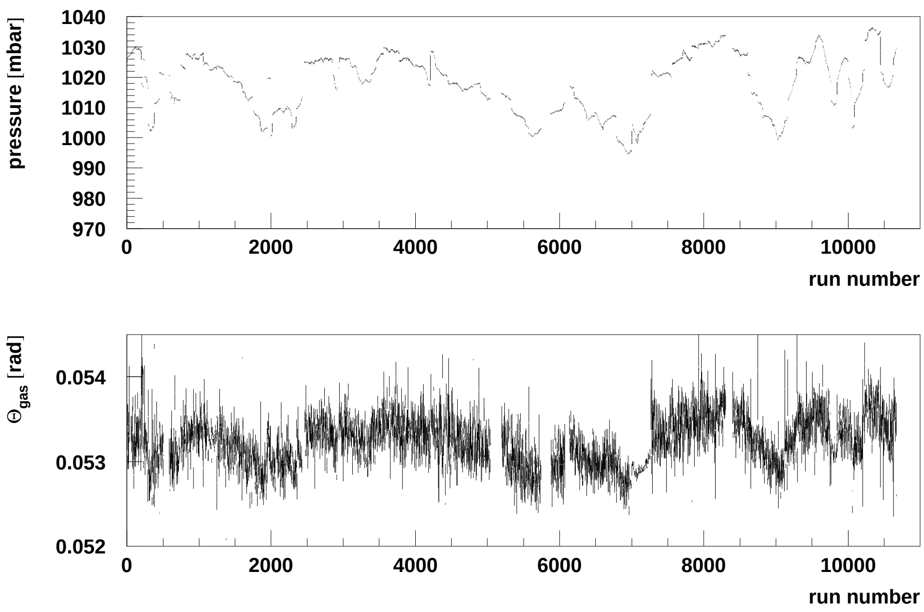

Abbildung 6.4: Variation des Gaswinkel aufgrund von Druckschwankungen. *Durch die Druckvariationen verändert sich der Brechungsindex des Gases und damit auch der* Cherenkov-*Winkel. Es ist zu sehen, daß der Gaswinkel den Fluktuationen des Drucks folgt.*

Kapitel 7

Teilchenidentifizierung

7.1 Methoden

Im folgenden werden zwei Methoden der Teilchenidentifizierung vorgestellt. Beide Methoden verfolgen sehr verschiedene Ansätze. Die Identifizierung basierend auf dem Direkten Ray Tracing entspricht einem Vergleich der gemessenen Ringmuster mit den möglichen Mustern, die in dem Ereignis auftreten können. Der auf dem Indirekten Ray Tracing aufbauende Formalismus vergleicht die rekonstruierten CHERENKOV-Winkel mit den Winkeln, die für die betrachtet Spur in Frage kommen. Beide Methoden benutzen dazu den rekonstruierten Teilchenimpuls und die Spurparameter. Grundsätzlich werden im weiteren nur noch Pionen, Kaonen und Protonen als mögliche Teilchentypen betrachtet. Eine optimierte Myon-Identifikation ist in [40] vorgestellt.

7.1.1 DRT basierte Likelihood Analyse

Definition der Likelihood

Sei $N_\gamma^{ir}(t,h)$ der Teil von $N_\gamma^r(t,h)$ Photonen, der im i-ten PMT vom Radiator r und der Spur t erwartet wird [41], wenn das Ereignis[1]

$$T \equiv \{t_k = \{p_k, x_{slope}, y_{slope}, X_0\} \,|\, k = 1, \ldots, N_{tracks}\}$$

mit der kombinierten Teilchenhypothese[2]

$$H \equiv \{h_k \in \{\pi, K, p\} \,|\, k = 1, \ldots, N_{tracks}\}$$

belegt wird. Daraus ergeben sich pro Spur $t \in T$ und Hypothese $h \in H$ die Wahrscheinlichkeiten, mit denen die einzelnen PMT's unter dieser Konfiguration

[1] damit sind die Impulse p, Spurrichtung $\{x_{slope}, y_{slope}, 1\}$ und ein Aufpunkt X_0 für jede Spur gemeint.

[2] d.h. jede Spur aus dem Ereignis wird mit einem der drei Teilchentypen belegt.

bei Emission eines Photons getroffen werden

$$\rho_{ir}(t,h) = \frac{N_\gamma^{ir}(t,h)}{N_\gamma^r(t,h)}. \tag{7.1}$$

Diese Photonen-Dichten sollen die verschiedenen, geometrischen Packungsdichten, die durch die verzerrende Spiegelabbildung hervorgerufen werden, enthalten. Die endliche Spiegel- und PMT-Matrix-Akzeptanz müssen in ihnen berücksichtigt werden. Das kann wie folgt erreicht werden. Durch das in Kapitel 4.1 beschriebene Verfahren des Direkten Ray Tracings werden entlang der Teilchenspur erzeugte Aerogel- bzw. Gasphotonen über den Spiegel geführt. Deren Auftreffpunkte auf der PMT-Matrix werden entsprechend der hexagonalen PMT-Anordnung diskretisiert, falls sie den Spiegel und die PMT-Matrix treffen. Jeweils separat für Aerogel und Gas ergeben sich damit $N_\gamma^{i1}(h,t)$ und $N_\gamma^{i2}(h,t)$. Die Gesamtanzahl der erzeugten Gas- bzw. Aerogelphotonen $N_\gamma^r(h,t)$ bestimmt den Fehler von $\rho_{ir}(h,t)$. Folgende Abschätzung kann für die Bestimmung des Fehler benutzt werden. Wenn von N insgesamt erzeugten Photonen n in einen PMT i treffen, so ist $\rho_{ir} = n/N$ fixiert mit[3]

$$\frac{n-1}{N-1} < \rho_{ir} = \frac{n}{N} < \frac{n+1}{N+1}, \tag{7.2}$$

wenn also das vorige und das nächste Photon ebenfalls in diesen PMT fallen. Wird angenommen, daß die Ringe ideal in ein paralleles Strahlenbündel abgebildet werden, so sind die Photonen gleichmäßig über die zur Verfügung stehenden N_{max} PMTs verteilt. Damit ergibt sich eine Dichte $\rho_{ir} = 1/N_{max}$ mit einem relativen, asymmetrischen Maximalfehler von

$$\frac{\Delta\rho_{ir}}{\rho_{ir}} \approx \begin{cases} +\frac{N_{max}-1}{N+1} \\ -\frac{N_{max}-1}{N-1} \end{cases} \approx \pm\frac{N\cdot(N_{max}-1)}{(N+1)\cdot(N-1)}. \tag{7.3}$$

Nach Kapitel 3 ergeben sich für einen vollständigen Aerogelring bzw. Gasring ($\beta \approx 1$) etwa $N_{max} \approx 75$ bzw. $N_{max} \approx 16$ überdeckte PMTs, sodaß gilt

$$\begin{aligned} N_\gamma^1(t,h) &\approx 74 \cdot \left(\frac{\Delta\rho_{i1}(t,h)}{\rho_{i1}(t,h)}\right)^{-1} \\ N_\gamma^2(t,h) &\approx 15 \cdot \left(\frac{\Delta\rho_{i2}(t,h)}{\rho_{i2}(t,h)}\right)^{-1}. \end{aligned} \tag{7.4}$$

Wie groß $N_\gamma^r(t,h)$ gewählt wird, ist ein Kompromiß aus Rechenzeit und Performance. Da die Photonen-Dichten für jede Kombination $\{t_k, h_k\}$ berechnet werden müssen, gibt es für N_{tracks} Spuren $3^{N_{tracks}}$ Kombinationen. Überlagern sich die den Hypothesen zugehörige Ringe, so können die asymptotischen Dichten($N_\gamma^r(t,h) \to \infty$) für gleiche PMTs aber verschiedene Spuren auch verschieden sein. Wenn z.B. in einer Hypothese für einen angesprochenen PMT angenommen wird, es handelt sich um einen Gas-Hit und in einer weiteren Hypothese um einen Aerogel-Hit, so sollte sich in dem erzeugten Verhältnis der Photoelektronen widerspiegeln, daß ein Gashit mit

[3] dies gilt, da $n < N$

im Mittel fast der doppelten Anzahl von Photoelektronen weit signifikanter ist als ein Aerogel-Hit. Aus diesem Grund ist es bei höheren Multiplizitäten wichtig, auch die Anzahl der erzeugten Photonen zu erhöhen. Bei niedrigen Multiplizitäten ist es ausreichend, die Verteilung der Photonen als Schwellen-Indikatoren zu benutzen. Für die mittlere Anzahl von Photoelektronen des gesamten Ereignisses unter der Hypothese H im PMT i folgt dann

$$N_{pe}^{i}(H) = \sum_{k=1}^{N_{tracks}} N_{pe}^{(aerogel)} \cdot \rho_{i2}(t_k, h_k) + N_{pe}^{(gas)} \cdot \rho_{i2}(t_k, h_k) + b. \tag{7.5}$$

Hierbei ist $N_{pe}^{(aerogel)}$ ($N_{pe}^{(gas)}$) die mittlere, impulsabhängige Anzahl von Photoelektronen ohne Spiegel- und PMT-Matrix-Akzeptanzverluste für das Aerogel (das Gas). Beide können mit idealen Spuren aus experimentellen Daten gewonnen werden (siehe Kapitel 6). Eine weitere Quelle für Photoelektronen ist der Untergrund. Nach Kapitel 3 wird etwa bei jedem fünften Ereignis ein "Untergrund"-PMT registriert. Bei insgesamt 2000 PMTs ist deshalb $b = 0.0001$. Da die Anzahlen $N_{pe}^{i}(H)$ klein sind, ist meistens mit einer Entscheidung zwischen keinem, einem oder zwei Photoelektronen zu rechnen. Die Möglichkeiten sind nach unten durch Null begrenzt und nehmen nur ganzzahlige Werte an. Dieser asymmetrische Wertebereich führt deshalb zur Anwendung der Poisson-Verteilung, d.h. mit der Wahrscheinlichkeit

$$\mathcal{P}_{pe}^{i}(H, n) = \frac{(N_{pe}^{i}(H))^{n}}{n!} \exp(-N_{pe}^{i}(H)). \tag{7.6}$$

werden n Photoelektronen den PMT auslösen. Aber nur bei Null Photoelektronen wird der PMT nicht ausgelöst. Deshalb ergibt sich dafür die Wahrscheinlichkeit

$$\mathcal{P}_{PMT}^{i}(H) = \mathcal{P}_{pe}^{i}(H, 0) = \exp(-N_{pe}^{i}(H)). \tag{7.7}$$

Die Likelihood für die Richtigkeit einer Hypothese ist schließlich das Produkt aller einzelnen PMT-Likelihoods, d.h.

$$\mathcal{L}(H) = \prod_{i} \mathcal{L}^{i}(H) = \prod_{i} \left[(1 - \mathcal{P}_{PMT}^{i}(H)) \cdot C^{i} + \mathcal{P}_{PMT}^{i}(H) \cdot (1 - C^{i})\right] \tag{7.8}$$

Mit C^i ist die PMT-Matrix gemeint. Für ausgelöste PMTs ist $C^i = 1$, ansonsten 0. Anhand der Hypothese mit der größten Likelihood wird jeder Spur dann der Teilchentyp zugewiesen.

Berechnung der Likelihood

Wie bereits angedeutet, erfolgt die Berechnung von ρ_{ir} wie in einer Monte-Carlo-Simulation. Entsprechend Abbildung 4.4 werden die Gasphotonen mit einer über die Weglänge durch den Gasradiator konstanten Wahrscheinlichkeit emittiert. Analog wird deshalb bei der Erzeugung der Gasphotonen verfahren. Auf der Wegstrecke von im Mittel 80 cm werden n_v Vertizes gleichmäßig verteilt. Pro Vertex werden n_ϕ Photonen gleichmäßig azimutal unter dem theoretischen Cherenkov-Winkel der entsprechenden Hypothese generiert. Um den CHERENKOV-Kegel möglichst gleichmäßig zu verteilen, wird mit jedem weiteren Vertex der Nullpunkt der Azimutalverteilung um einen kleinen Betrag $\Delta\phi = 2\pi/(n_v \cdot n_\phi)$ verschoben. Ebenfalls Abbildung 4.4 ist zu entnehmen, daß die meisten Aerogelphotonen im letzten Aerogel-Block emittiert werden. Aufgrund der Größe der Aerogelringe und der kurzen Wegstrecke im Radiator muß die Verteilung der Photonen im Azimutalwinkel möglichst dicht sein, während die Anzahl der Vertizes entlang der Spur minimal gehalten werden kann. Folgende Einstellungen haben sich unter dem Kompromiß von Rechenzeit und Performance als gut erwiesen [42]. Im Gas ist $n_v = 10$ und $n_\phi = 36$, also werden insgesamt 360 Photonen erzeugt. Nach Gleichung (7.4) werden damit die Wahrscheinlichkeiten innerhalb von $\Delta\rho_{i2}/\rho_{i2} \approx \pm 4\%$ bestimmt. Im Aerogel werden auf halber Wegstrecke, also in der Mitte der Aerogelwand 120 Photonen in ϕ und auf 3/4 der Wegstrecke nochmal 240 Photonen erzeugt. Der relative Fehler, wieder nach Gleichung (7.4) berechnet, beträgt $\Delta\rho_{i1}/\rho_{i2} \approx \pm 21\%$.

Generell bringt jede PMT-Likelihood ($\mathcal{L}^i(H)$) eine Reduktion der Gesamt-Likelihood mit sich. Bei Nichtüberstimmung von Hypothese und Messung in einem PMT fällt diese multiplikative Reduktion der Likelihood stärker aus als sonst. An einem Beispiel von einem 75-PMTs überdeckenden Aerogelring mit insgesamt 15 erwarteten Photoelektronen und einem 16-PMTs überdeckenden Gasring mit 20 erwarteten Photoelektronen sind in Tabelle 7.1 die möglichen vier Fälle zusammengefaßt.

h^i	C^i	$\mathcal{L}^i$ für Aerogel	$\mathcal{L}^i$ für Gas
$\times$	$\times$	0.1814	0.7135
o	o	0.9999	0.9999
$\times$	o	0.8186	0.2865
o	$\times$	0.0001	0.0001

Tabelle 7.1: DRT-Likelihood-Beispiel. *Bei einem Aerogelring, der 75 PMT überdeckt und bei dem 15 Photoelektronen erwartet werden, ergeben sich bei idealer Abbildung inklusive Untergrund* 0.2001 *Photoelektronen pro PMT. Für einen Gasring mit 16 PMTs und und 20 Photoelektronen sind das* 1.2501 *Photoelektronen pro PMT. Generell können 4 verschiedene Situationen auftreten. Entsprechend der Teilchen-Hypothesen können Photoelektronen im PMT i erwartet werden($h^i = \times$) oder nicht($h^i =$o). Mit der Messung C^i ergibt sich dann für Aerogel oder Gas (bei einer Spur tritt nicht beides zusammen für denselben PMT auf) die PMT-Likelihood.*

Details der Likelihood-Berechnung

Bei der Identifikation dominieren nicht erwartete, aber doch ausgelöste PMTs. In diesem Fall wird die Likelihood durch den Untergrund b am stärksten reduziert. Hier ist ersichtlich, daß wenn $b = 0$ ist, die PMT-Likelihood und damit auch die Gesamtlikelihood verschwinden würde. Da mit $b \approx 0.0001$ die Likelihoods sehr klein werden, wird anstatt der Likelihood $\mathcal{L}(H)$ deren Logarithmus $\log \mathcal{L}(H)$ verwendet.

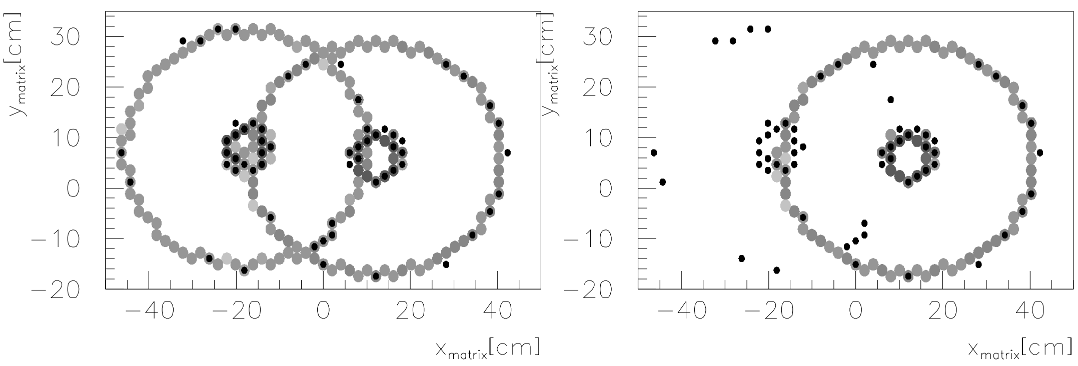

Abbildung 7.1: DRT-Likelihood Beispiel für ein Monte-Carlo-Ereignis. *Gezeigt sind die spurweisen DRT-Likelihoods für 2 Pion-Spuren (beide ca. 5 GeV) aus dem gleichen Ereignis. Eine zu "hochauflösende" DRT(links) ist nicht stabil gegenüber Variationen von z.B. dem Brechungsindex oder der brechenden Aerogel-Block-Oberfläche. Da diese nicht im einzelnen modelliert werden können, ist es sinnvoll, den möglichen Bereich für getroffene PMTs zu erweitern, also eine Winkelvariation der Photonen durch "blobbing" zuzulassen (rechts).*

Dieser Likelihood-Formalismus beinhaltet noch die etwas unanschauliche Zuweisung einer Likelihood, die etwas größer ist für einen Aerogel-Hit, der erwartet und nicht vorhanden ist, als einer der erwartet und gleichzeitig vorhanden ist. Hier muß dann erwähnt werden, daß diese beiden Zahlen nicht verglichen werden können, da sie nie gemeinsam auftreten, weil der PMT entweder getroffen wurde oder nicht. Von Bedeutung sind die Likelihoods jeweils nur für die *gleiche* Messung und verschiedene Hypothesen.
Diese Methode der Teilchenidentifizierung integriert automatisch die Detektorakzeptanz. Photonen, die den Spiegel oder die PMT-Matrix nicht treffen, werden nicht mitgezählt. Der Einschluß der Brechung an der Aerogel-Grenzfläche muß nicht wie beim Indirekten Ray Tracing als eine Korrektur eingeführt werden, sondern ist direkt implementiert. Ebenfalls sind lokale Variationen in der Spiegeloberfläche und dem Aerogel-Brechungsindex leichter zu berücksichtigen als beim Indirekten Ray Tracing. Andererseits ist diese Methode erst richtig wirksam, wenn alle diese Effekte berücksichtigt werden. Zum Beispiel kann ein leicht veränderter Brechungsindex oder eine Spiegeldeformation die Photonen in andere PMTs führen, als mittels Direkten Ray Tracing berechnet wird. Um die Methode stabil gegenüber solchen Variationen zu machen, kann das Direkte Ray Tracing mit "verbreiterten" Photonen durchgeführt werden. Um die Rechenzeit nicht zu erhöhen, werden zu jedem von einer Hypothese "getroffenen" PMT, auch noch die 6 benachbarten PMTs mit geringerem Gewicht (w=0.1) mitgezählt[4]. Ein Beispiel ist in Abbildung 7.1 gezeigt. Die benötigte Rechenzeit kann noch weiter verringert werden, indem die Likelihood für jede Spur

[4]auf den Namen "blobbing" "getauft" [43, 27]

separat berechnet wird, d.h. anstatt $3^{N_{tracks}}$ verbleiben drei zu berechnende Likelihoods (spurweise Teilchenidentifikation). Nach [42] ergaben sich dadurch keine signifikanten Veränderungen. Damit ergibt sich, wie bereits für kombinierte Teilchenhypothesen eingeführt, in diesem Fall direkt der Teilchentyp durch die größte "Spur"-Likelihood $\mathcal{L}_1$. Die Impulsabhängigkeit der Likelihoods für ideale Einzelspuren ist in Abbildung 7.2 gezeigt. Ideale Spuren sind nicht durch Akzeptanz-Effekte betroffen und haben deshalb die erwartete Anzahl von getroffenen PMTs.

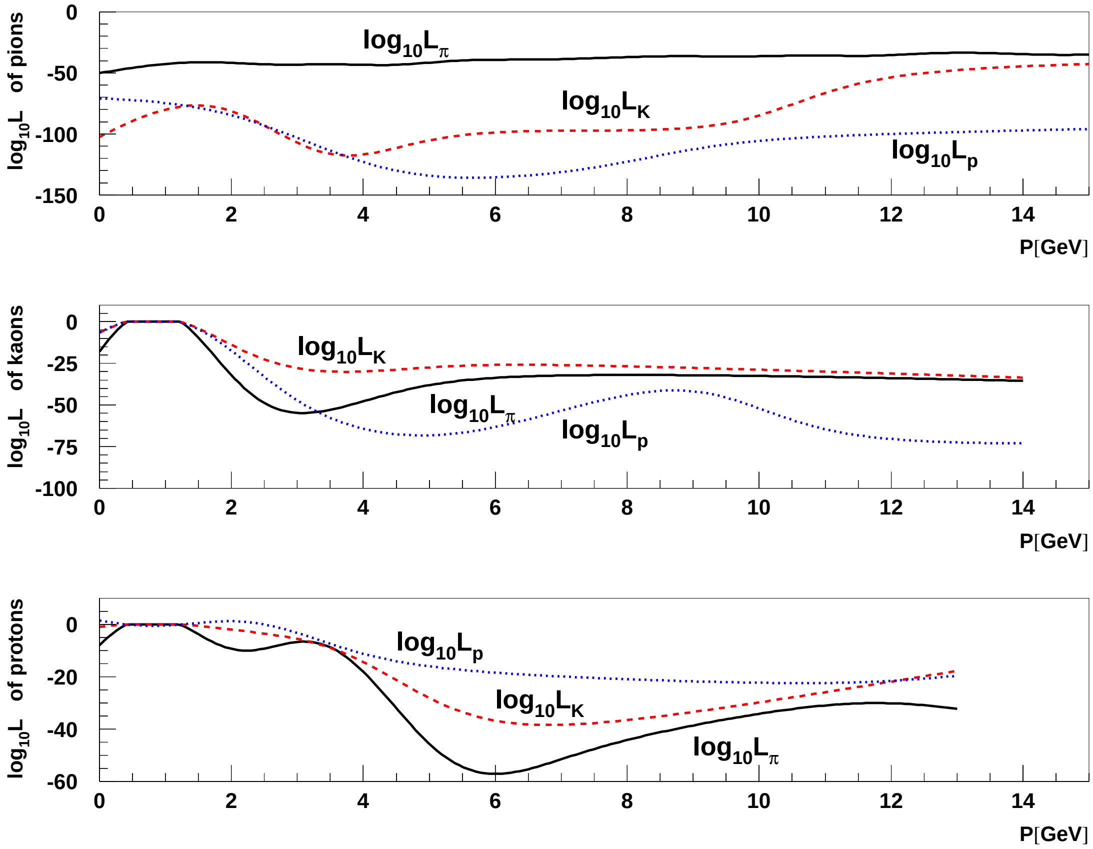

Abbildung 7.2: DRT-Likelihoods. *Gezeigt sind die spurweisen DRT-Likelihoods für ideale Pionen (oben), Kaonen (Mitte) und Protonen (unten). Sie ergeben sich aus Einzelspuren, deren Photonen nicht von Akzeptanz-Effekten betroffen sind. Schwellen in "falschen" Hypothesen bewirken ein Abfallen der Likelihood. Sobald die Winkel von Teilchen und Hypothese einander näher kommen, steigen die "falschen" Likelihoods wieder an. Durchgehend muß aber immer die "richtige" Likelihood größer oder gleich der "falschen" Likelihood sein. An Stellen der Gleichheit ist keine Unterscheidung möglich. Dort wird die Qualität q verschwinden.*

Qualität der Separation

Die Qualität der Separation kann mit folgendem Qualitätsparameter

$$q = \log_{10} \frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_2} \tag{7.9}$$

charakterisiert werden, wobei $\mathcal{L}_2$ die zweitgrößte Likelihood ist. In Abbildung 7.3 ist gezeigt, daß der Anteil der fehlidentifizierten Teilchen mit einem Schnitt in q reduziert werden kann.

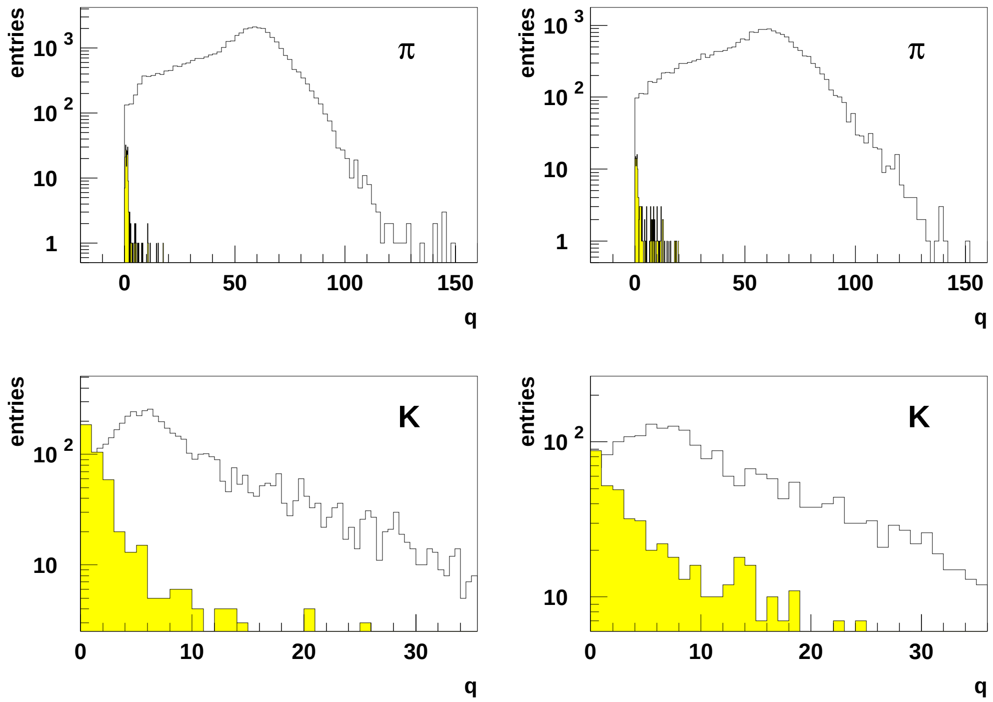

Abbildung 7.3: DRT-Qualitätsparameter in Monte-Carlo-Daten. *Mit einem Schnitt an q kann der Anteil der Fehlidentifikation von Pionen (oben) und Kaonen (unten) begrenzt werden, verbunden mit einem Verlust an Statistik. Richtig identifizierte Teilchen (weiß) liegen bei höheren Qualitäten als falsch identifizierte (grau). Gezeigt ist das für eine(links) und zwei(rechts) rekonstruierte Spuren pro Detektorhälfte.*

Da, wie bereits erwähnt, die Likelihoods durch getroffene PMTs, die nicht erwartet werden, dominiert sind, wird der Qualitäts-Parameter durch $\mathcal{L}_2$ bestimmt. Das führt zu einem konstanten Plateau in der Qualität für richtig identifizierte Pionen, da deren Gasring weder in der Kaon- noch in der Proton-Hypothese erwartet werden (siehe Abbildung 7.4). In der Zukunft sollte aber ein Modell einer Normierung der Qualitäten anhand idealer Verläufe gefunden werden, so daß sich die Qualität als Abweichung von dem idealen Verlauf definieren läßt.

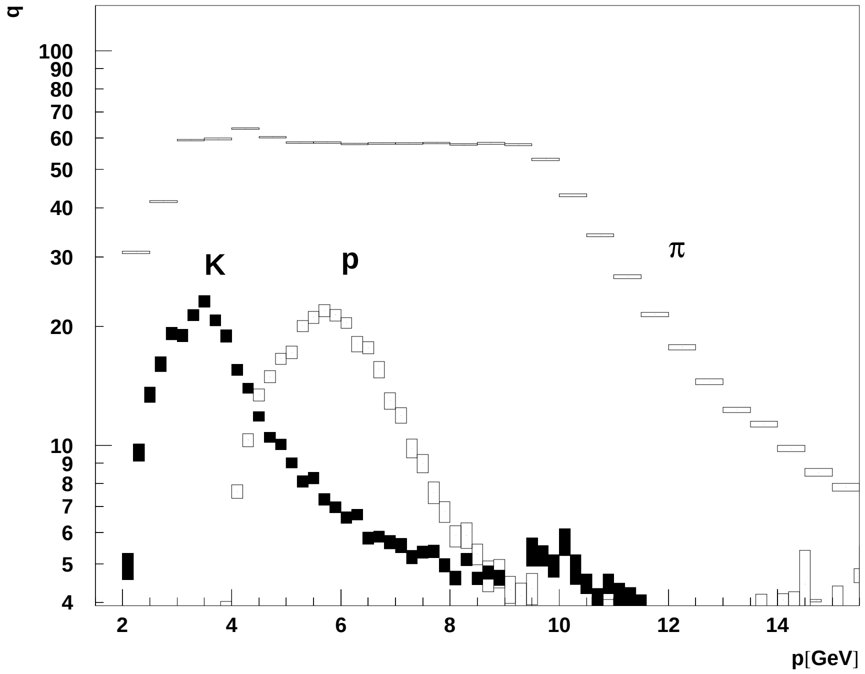

Abbildung 7.4: Impulsabhängigkeit des DRT-Qualitätsparameters anhand von Monte-Carlo-Daten. *Die Qualität für richtig identifizierte Pionen wird durch den Pion-Gas-Ring bestimmt. Durch ihn kann das Pion im größten Teil des Hadron-Spektrums von Kaonen und Protonen unterschieden werden. In der Kaon- bzw. Proton-Hypothese wird er nicht erwartet, aber gemessen, und reduziert damit deren Likelihood sehr drastisch bzw. führt zu einem großen Wert des Qualitätsparameters q. Die Kaon- und Proton-Qualität sind hauptsächlich durch das Aerogel bestimmt.*

7.1.2 IRT basierte Likelihood Analyse

Die hier vorgestellte Methode ist eine spurweise Teilchenidentifizierung. Das heißt, zur Bestimmung des Teilchentyps für die Spur i werden im weiteren nur die nach Abschnitt 4.2.4 berechneten, zugehörigen CHERENKOV-Winkel benutzt

$$\theta_{jk} \equiv \theta_{ijk}. \tag{7.10}$$

Der Index k bezeichnet die Annahme des Emissionspunktes und j numeriert die ausgelösten PMTs, die in der gleichen Detektorhälfte liegen wie die Teilchenspur selbst. Als erstes sollte das eigentliche Signal soweit wie möglich von fremden Hits getrennt werden. Anhand des Teilchenimpulses können bestimmte Winkelbereiche ausgeschlossen werden. Für eine Teilchenhypothese h mit der Masse m_h, kann mit dem von der Spurrekonstruktion ermittelten Impuls p der erwartete CHERENKOV-Winkel $\theta_{hk}^{(th)}$ für den Radiator k berechnet werden.

$$\cos\theta_{hk}^{(th)} = \frac{\sqrt{p^2 + m_h^2}}{p \cdot n_k} \tag{7.11}$$

n_k ist der Brechungsindex des Radiators. Bei einer Auflösung σ_θ der rekonstruierten θ_{jk} werden alle Winkel innerhalb $\pm n_\sigma \sigma_\theta$ um den erwarteten Wert $\theta_{hk}^{(th)}$ für die Teilchenhypothese h mitgezählt werden. Es wird vernachlässigt, daß die Einzelphotonen-Auflösung noch weitere Abhängigkeiten von Radiatortyp k, θ und Spurkinematik haben kann. Mit der als Fenster definierten Gewichtsfunktion $w_{hk}(\theta)$

$$w_{hk}(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{für } \theta_{hk}^{(th)} - n_\sigma\sigma_\theta < \theta < \theta_{hk}^{(th)} + n_\sigma\sigma_\theta \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{7.12}$$

lassen sich nun die physikalisch relevanten Größen, wie Gesamtanzahl der Winkel

$$n_{hk}^{(PMT)} = \sum_j w_{hk}(\theta_{jk}) \tag{7.13}$$

und der mittlere CHERENKOV-Winkel (siehe Abbildung 7.5)

$$\langle\theta\rangle_{hk} = \frac{1}{n_{hk}^{(PMT)}} \sum_j \theta_{jk} \cdot w_{hk}(\theta_{jk}). \tag{7.14}$$

ausdrücken.

Definition der Likelihood

Befindet sich das Teilchen oberhalb der CHERENKOV-Schwelle, so kann eine "direkte" Likelihood ($L(\langle\theta\rangle_{hk})$) aus dem mittleren Winkel gewonnenen werden [27, 44] (siehe Abbildung 7.5), ansonsten ergibt sich nach dem Ausschlußprinzip eine "indirekte" Likelihood ($\bar{L}_{hk}$) durch die anderen Teilchenhypothesen.

$$\mathcal{L}(p, \langle\theta\rangle_{hk}) = \begin{cases} L(\langle\theta\rangle_{hk}) & p > p_{thresh} \\ \bar{L}_{hk} & sonst \end{cases} \tag{7.15}$$

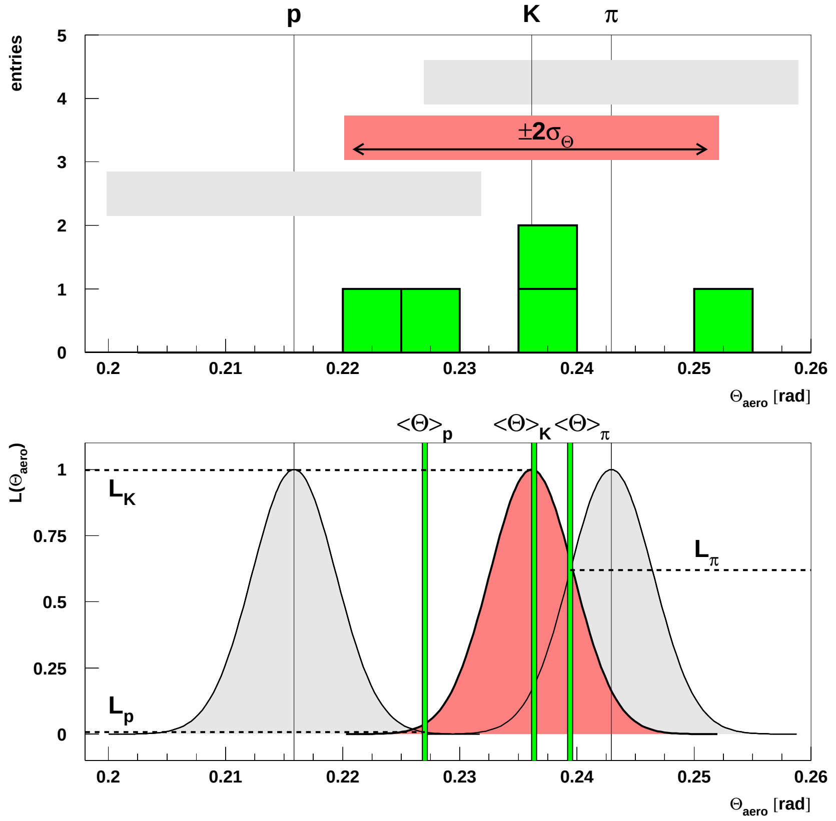

Abbildung 7.5: Prinzip des IRT-Algorithmus. *Dargestellt sind 5 rekonstruierte Aerogelwinkel eines 8.2 GeV Kaons (unterhalb der Gas-Schwelle). Im oberen Histogramm ist gezeigt, wie die einzelnen Winkel zu den Mittelwerten im Kaon-/Proton-/Pion-Fenster um den aus dem Impuls erwartenen* CHERENKOV*-Winkel beitragen. Aufgrund der Anzahl der erwarteten Winkel im Fenster ergibt sich eine Variation des Mittelwertes (unten) aus der die direkte Likelihood gebildet wird.*

Für eine kleine Anzahl rekonstruierter Winkel muß die fallende Signifikanz der Messung berücksichtigt werden. Die direkteste Methode besteht darin, erst ab einer bestimmten Anzahl von Winkeln die Einträge als Signal zu werten. Die typischen Anzahlen von Untergrundhits $b_{hk}^{(PMT)}$ in den durch w_{hk} definierten Fenstern, müssen experimentell ermittelt werden. Überlappende Ringe, sowie auch die Fläche und Position der Fenster auf der PMT-Matrix werden $b_{hk}^{(PMT)}$ bestimmen. Ob nun die Winkelinformation im Fenster der Hypothese h als Untergrund oder als Signal gewertet werden kann, wird durch

$$\mathcal{B}_{hk} = \begin{cases} 1 & \text{für } n_{hk}^{(PMT)} \leq b_{hk}^{(PMT)} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{7.16}$$

entschieden. Dadurch entsteht eine neue effektive Impulsschwelle $p_{thresh} \Rightarrow p_{hk}(b_{hk}^{(PMT)})$. Sie ergibt sich daraus, daß erst bei ihr ein Signal erwartet werden kann, das höher ist als der Untergrund. Diese Verschiebung Δp_{hk} ist auch aus statistischen Gründen

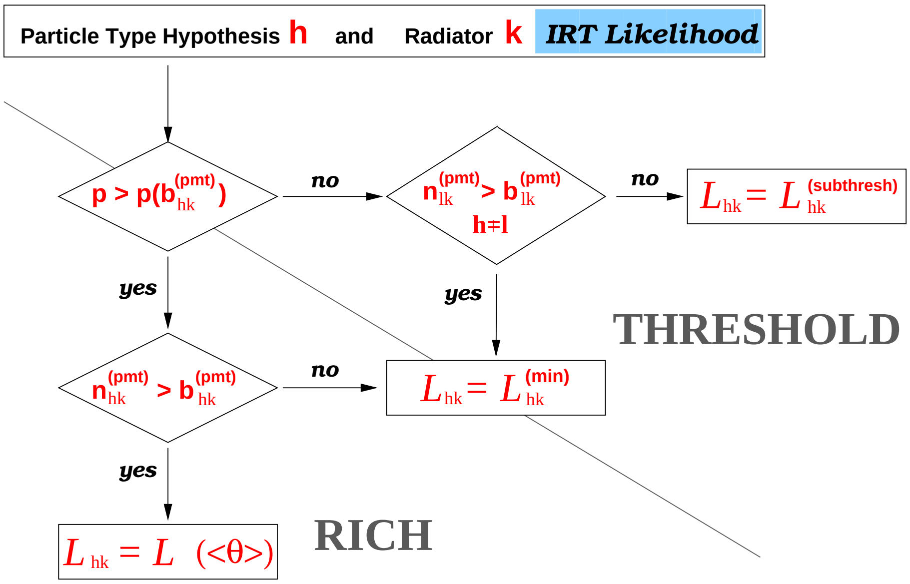

Abbildung 7.6: Prinzip des IRT-Likelihood-Algorithmus

sehr sinnvoll [5].
Die "direkte" Likelihood kann durch die Abweichung des mittleren Winkels $\langle\theta\rangle_{hk}$ vom theoretisch, erwarteten Winkel $\theta_{hk}^{(th)}$ definiert werden, falls die Einträge in diesem Fenster nach obiger Definition ein Signal sind.

$$L_{hk}(\langle\theta\rangle_{hk}) = \mathcal{L}_{hk}^{(min)}\mathcal{B}_{hk} + exp\left(-\frac{(\theta_{hk}^{(th)} - \langle\theta\rangle_{hk})^2}{2\sigma_{\langle\theta\rangle}^2}\right)(1 - \mathcal{B}_{hk}) \qquad (7.17)$$

Jedes rekonstruierte Photon im Fenster der zutreffenden Teilchenhypothese stellt bei Betrachtung untergrundfreier Einspurereignisse eine unabhängige Messung dar. Ist das Fenster groß genug, sodaß sich möglichst alle Winkel, das sind im Mittel $\bar{n}^{(PMT)}$ Winkel, darin befinden, so wird der Mittelwert $\langle\theta\rangle_{hk}$ mit einer mittleren, quadratischen Abweichung

$$\sigma_{\langle\theta\rangle}^{(k)} = \frac{\sigma_\theta}{\sqrt{\bar{n}_k^{(PMT)} - 1}}. \qquad (7.18)$$

bestimmt. Zu beachten ist hier, daß eigentlich $\bar{n}_k^{(PMT)} = \bar{n}_{hk}^{(PMT)}(p, \ldots)$ impuls- und vor allem kinematikabhängig ist. Die Akzeptanz aus Spiegel, PMT-Matrix und Aerogel-Block-Struktur verringert die Anzahl der PMTs bei ca. 80% aller Aerogel-Ringe. Im Gegensatz zum Likelihood-Algorithmus des DRT wird hier die Anzahl der PMTs inklusive der Akzeptanz benötigt. Über $\bar{n}^{(PMT)}$ enthält auch die Auflösung der mittleren Winkel $\sigma_{\langle\theta\rangle}$ für die Teilchenhypothesen verschiedene Impuls- und Kinematik-Abhängigkeiten [6]. Da dies z.Z. noch nicht berücksichtigt wird, sollen jeweils für beide Radiatoren $k = 1, 2$ auch im weiteren $\bar{n}_k^{(PMT)}$ und $\sigma_{\langle\theta\rangle}$ als Konstanten

[5] Die Anzahl der Einträge genügen der Poissonstatistik, sodaß z.B. bei 2.5 erwarteten Hits immer noch in $\approx 8\%$ aller Fälle keine Hits gemessen werden. Damit wird bei passendem Impuls ein Überlaufen zur Gegenhypothese möglich. Das tritt meistens beim Gas ein und es ist dann sinnvoller, die Separation mit dem Aerogel alleine durchzuführen.

[6] aus Gründen Übersichtlichkeit wird auf den Index $^{(k)}$ bei $\sigma_{\langle\theta\rangle}$ verzichtet, da aus dem Zusammenhang hervorgeht, ob mittlere Gas- oder Aerogelauflösung gemeint ist

betrachtet werden, die aus Daten im Mittel bestimmt werden müssen (zum Beispiel im Kapitel 6 erläutert).
Befinden sich in dem Fenster nicht mehr Einträge als vom Untergrund erwartet wird, kann kein mittlerer Winkel berechnet werden. Um einen sinnvollen Verlauf und Wertebereich[7] für die Likelihoods zu gewährleisten, wird in diesem Fall ($L_{hk} = L_{hk}^{(min)}$) der kleinste Wert zugewiesen, der in diesem Schema enstehen kann. Das ist genau die Wahrscheinlichkeit an der Fenstergrenze, d.h.

$$\mathcal{L}_{hk}^{(min)} = exp\left(-\frac{(n_\sigma \sigma_\theta)^2}{2\sigma_{\langle\theta\rangle}^2}\right) = exp(-\frac{n_\sigma^2}{2}(\bar{n}_k^{(PMT)} - 1)). \tag{7.19}$$

Durch die "indirekte" Likelihood

$$\bar{L}_{hk} = \mathcal{L}_{hk}^{(min)}(1 - \prod_{l \neq h} \mathcal{B}_{lk}) + \mathcal{L}^{(subthresh)} \prod_{l \neq h} \mathcal{B}_{lk} \tag{7.20}$$

ist es möglich durch Ausschließen anderer Hypothesen oberhalb deren Schwellen diese Hypothese gegenüber den anderen zu maximieren. Der Wert für $\mathcal{L}^{(subtresh)} = 0.5$[8] ist bei Betrachtung nur eines Radiators nicht relevant, da er nur benutzt wird, falls alle weiteren Hypothesen nicht zutreffen, d.h. ihre Einträge innerhalb der Untergrundgrenze liegen. In diesem Fall nehmen die Likelihoods für alle Hypothesen nur zwei Werte an. Das entspricht einem Schwellen-CHERENKOV-Detektor, in dem kein Signal gemessen wurde. Das heißt für Hypothesen oberhalb der CHERENKOV-Schwelle wird eine Likelihood $\mathcal{L}^{(min)}$ und unterhalb von $\mathcal{L}^{(subthresh)}$ zugewiesen. Dieses Schwellenverhalten durch Ausschluß kommt am häufigsten im Gasradiator zur Anwendung.
In den Abbildungen 7.7 und 7.8 sind die idealen Likelihoods dargestellt, die sich durch diesen Formalismus ergeben. Deren Berechnung ergibt sich aus den Gleichung 7.15 bis 7.20 bei Annahme der exakten, theoretischen Winkel für die mittleren Winkel. Für die Fensterbreiten und Auflösungen wurden $n_\sigma = 2$, $\sigma_\theta = 8$ mrad benutzt und als mittlere Anzahl von Aerogel-PMTs $\bar{n}_1^{(PMT)} = 6$ und von Gas-PMTs $\bar{n}_2^{(PMT)} = 11$.

Die Gesamt-Likelihood ergibt sich dann als Produkt von Aerogel- bzw. Gas-Likelihood.

$$\mathcal{L}_h = \mathcal{L}_{h1} \cdot \mathcal{L}_{h2} \tag{7.21}$$

Die höchste Likelihood bestimmt den Teilchentyp. In Abbildung 7.9 sind die Impuls-Abhängigkeiten der einzelnen idealen Likelihoods dargestellt. Sie sind charakterisiert durch Schwellen, die bei richtigen Hypothesen die Likelihood stufenförmig erhöhen und bei falscher Hypothesen drastig verringern. Kommt eine falsche Hypothese oberhalb der Schwelle dem Winkel der richtigen Hypothese innerhalb $\pm 2\sigma_\theta$ (Einzelphotonen-Auflösung) näher so führt dies zum Ansteigen der "falschen" Likelihood. Inklusive einer Normierung der Likelihoods an jedem Impuls würde die "richtige" Likelihood abfallen mit gleichzeitigem Ansteigen der falschen Hypothesen.

[7] z.B. sollen die Wahrscheinlichkeiten immer größer Null und im Idealfall stetig sein

[8] Dieser Wert wurde gewählt, da er einer "Unentschieden"-Situation entspricht bzw. die Identifikation nur mit einem Radiator durchgeführt wird.

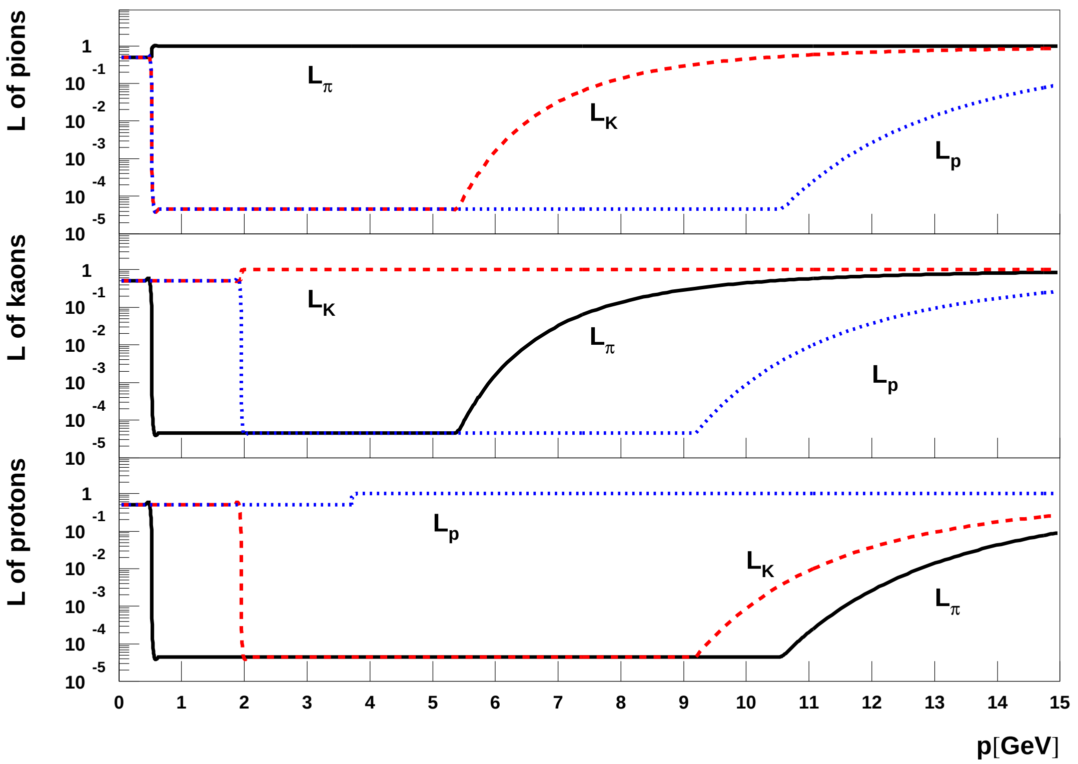

Abbildung 7.7: IRT Aerogel Likelihoods. *Die Aerogel-Likelihoods($\mathcal{L}_h = \mathcal{L}_{h1}$) sind eine Verbindung aus Schwellenverhalten und Winkel-Abhängigkeit. Gezeigt sind die idealen Likelihoods mit $h = \{\pi, K, p\}$ für Pionen (oben), Kaonen (Mitte) und Protonen (unten), die sich aus dem exaktem Aerogel-Winkel ergeben. Die zur Berechnung notwendige Einzelphotonenauflösung wurde zu 8 mrad angenommen bei 6 erwarteten PMTs. Der Algorithmus ist so angelegt, daß eine Winkelinformation erst dann benutzt wird, wenn sie erwartet wird, ansonsten ist die Likelihood vom Schwellenverhalten dominiert. Sie reduzieren die Likelihood falscher Hypothesen und erhöhen sie für richtige Hypothesen. Liegen beide Hypothesen über der Schwelle, so wird, sobald die Winkelbereiche sich im Rahmen der Auflösung überlappen, anhand der mittleren (hier exakten) Winkel separiert. Die Separation wird dann dominiert durch den Abstand der Winkel. Mit abnehmenden Abstand steigen deshalb die Likelihoods falscher Hypothesen.*

Qualität der Separation

Die Qualität der Separation kann, wie bereits für das Direkte Ray Tracing, durch das Verhältnis von bester Hypothese $\mathcal{L}_1$ zu zweitbester Hypothese $\mathcal{L}_2$ (Qualitäts-Parameter) charakterisiert werden.

$$q = \log_{10} \frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_2} \tag{7.22}$$

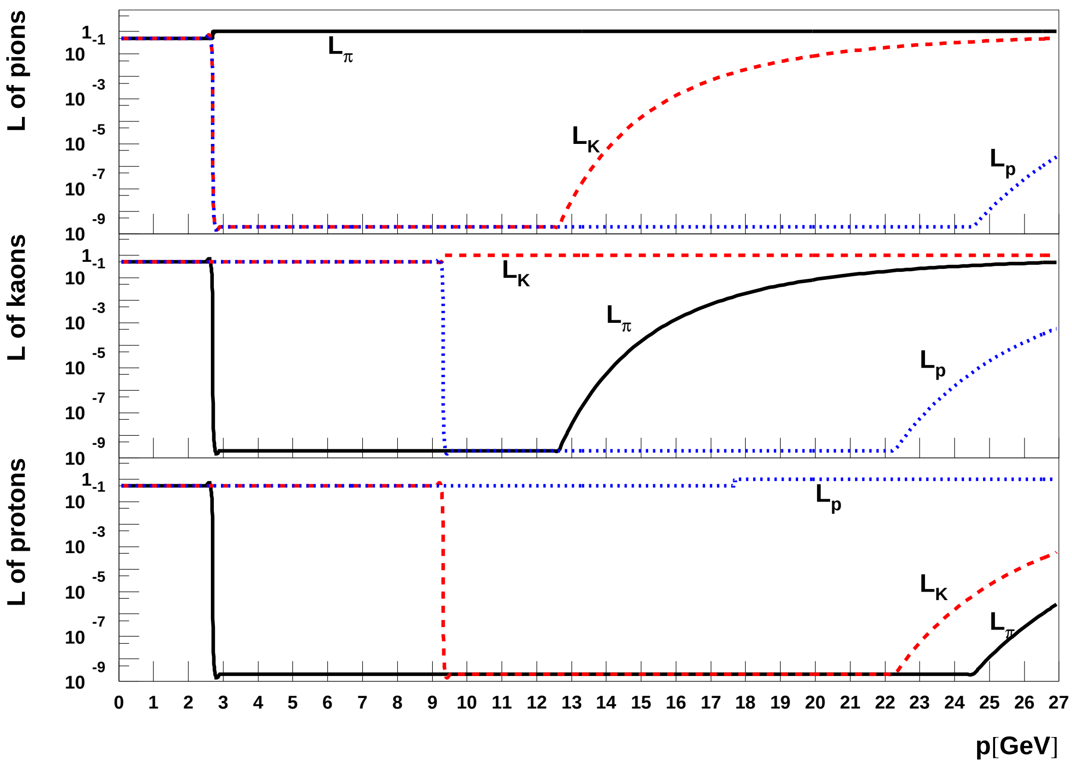

Abbildung 7.8: IRT Gas Likelihoods. *Im Inpulsintervall für Hadronen* $1 < p < 10$ *GeV, das bei* HERMES *die überwiegende Statistik enthält, sind die Gas-Likelihoods* $\mathcal{L}_h = \mathcal{L}_{h2}$ *mit* $h = \{\pi, K, p\}$ *dominierend Schwellen-Indikatoren. Gezeigt sind die idealen Likelihoods für Pionen (oben), Kaonen (Mitte) und Protonen (unten). Sie ergeben sich analog wie in Abbildung 7.7 aus den exakten Winkel. Die in die Berechnung eingehenden Einzelphotonen-Auflösungen und mittlere PMT-Anzahl sind 8 mrad und 11 PMTs bei einem Brechungsindex von 1.0014. Aufgrund der fast doppelten Anzahl von PMTs gegenüber dem Aerogel ist die Separation bzw. der Wertebereich von* $\mathcal{L}_{h2}$ *wesentlich größer. Nur bei hochenergetischen Kaonen liegt deren Gaswinkel im Pion-Fenster und muß deshalb zusätzlich mit dem erwarteten Winkel für Pionen veglichen werden.*

Der Wertebereich von q ist durch n_σ bzw. die Minimal-Wahrscheinlichkeit $\mathcal{L}^{(min)}$ nach oben und durch $\mathcal{L}_1 \leq \mathcal{L}_2$ nach unten festgelegt. Für $n_\sigma = 2$ folgt

$$0 \leq q \lessapprox 0.43 \cdot \frac{n_\sigma^2}{2} \left[\bar{n}_1^{(PMT)} + \bar{n}_2^{(PMT)} - 2 \right] = 0.43 \cdot 30 \approx 13 \,. \qquad (7.23)$$

Der Qualitätsparameter q hat keinen gleichmäßigen Verlauf im Impuls und damit auch nicht in weiteren kinematischen Variablen. Das ist eine Folge der Schwellen, mit deren die Separation sprunghaft steigt oder fällt. Ein Schnitt in q bewirkt deshalb unregelmäßige Schnitte im Impuls in der Nähe der Schwellen. Bei Verwendung der relativen Abweichung zur idealen Qualität könnten diese drastischen

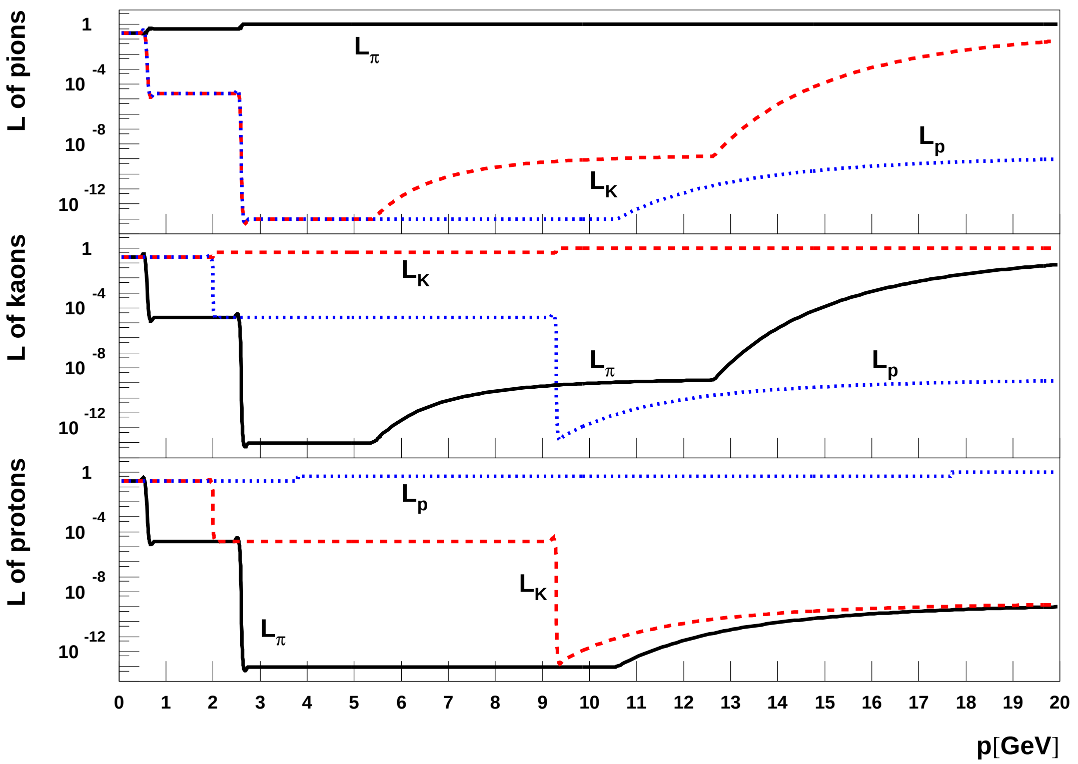

Abbildung 7.9: IRT Gesamt-Likelihoods. *Die Gesamt-Likelihoods $\mathcal{L}_h = \mathcal{L}_{h1} \cdot \mathcal{L}_{h2}$ ergeben sich als Produkt aus Gas- und Aerogel-Likelihood. Jede Radiatorschwelle bewirkt ein Abfallen der falschen Hypothesen und ein Ansteigen der richtigen Hypothesen. Sobald der Winkel in ein Fenster einer falschen Hypothese fällt, steigen die Likelihoods der falschen Hypothesen wieder an und die Identifikation wird anhand der Winkel vorgenommen. Die Einstellungen sind analog zu denen in Abbildung 7.7 und 7.8.*

Effekte verringert werden. Neben der größten Likelihood $\mathcal{L}_1$ fungiert der Qualitätsparameter als eine zweite Messung. Zum Beispiel tritt ein richtig identifiziertes Kaon in bestimmten Anteilen in den Fenstern von Pionen und Protonen auf. Bei Vernachlässigung des Untergrundes sollten sich die richtig identifizierten Teilchen an den idealen Verlauf annähern und falsch identifizierte davon abweichen (siehe Abbildung 7.10).

Behandlung des Untergrund

Gegenüber dem idealen Verlauf der Likelihoods in den Abbildung 7.7 bis 7.9 muß unter realen Bedingungen der Untergrund beachtet werden. Wie bereits eingeführt, erfolgt die Berechnung einer speziellen Likelihood erst, falls in ihrem zugehörigem Winkel-Fenster mehr Einträge als erwarter Untergrund $b_{hk}^{(PMT)}$ vorhanden sind. Die-

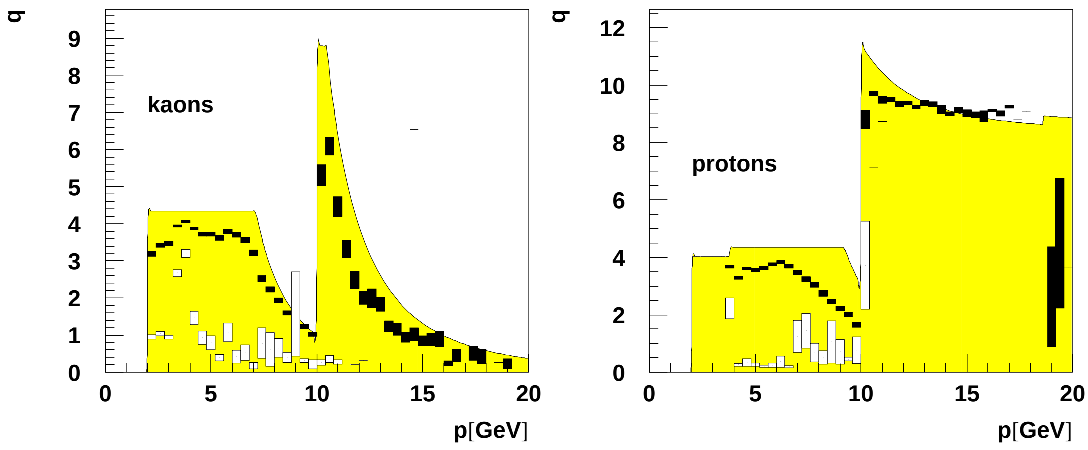

Abbildung 7.10: IRT Qualitätsparameter. *Aufgrund der Schwellen hat der Qualitätsparameter keinen gleichmäßigen Verlauf bezüglich des Teilchenimpulses. Gezeigt ist hier zum einen der Qualitätsparameter, der sich aus den idealen Likelihoods für Kaonen (links) bzw. Protonen (rechts) ergibt . Die richtig identifizierten Teilchen (schwarz) folgen im Mittel diesem Verlauf (Monte Carlo Sample). Die falsch identifizierten Teilchen (weiß) liegen im Schnitt bei tieferen q-Werten. Oberhalb der Kaon-Aerogelschwelle bei ca. 2 GeV können Kaonen von Protonen und Pionen unterschieden werden. Der Qualitätsparameter steigt vom Wert 0 auf etwas oberhalb von 3. Mit dem Zusammenlaufen von Kaon- und Proton-Aerogel-Ring sinkt er wieder, bis mit der Kaon-Gasschwelle eine gute Separation möglich ist. Durch das Zusammengehen mit dem Pion-Gasring fällt er zum Schluß wieder ab.*

ser Untergrund ist schwer zu bestimmen, da er viele Abhängigkeiten haben kann. Er wird von den CHERENKOV-Winkel der einzelnen Hypothesen bzw. der überstrichenen Anzahl von PMTs abhängen. Generell überlappen sich die meisten Ringe in der Mitte des Detektors, wodurch der mittlere Untergrund kinematik-abhängig ist. Bei nicht zu niedrigen Transversal-Impulsen kommt es dadurch häufig zu der Situation, daß der Aerogel-Ring eines Teilchens bei einer anderen Teilchenspur im Gasbereich einer falschen Hypothese liegt. Diese Situation ist besonders wichtig bei der Kaon-Pion-Separation für Impulse zwischen 4 und 9 GeV. Dort unterscheiden sich Pionen von Kaonen durch einen Gas-Ring. Allgemein entsteht diese Problematik dadurch, daß die erwartete Anzahl von Winkeln und die gemessene Anzahl noch nicht direkt in die Likelihood eingehen[9]. Ansonsten wäre dieser Bereich kleiner, da ab etwa 5 GeV ein Pion durch seinen Gasring bereits 6 bis 7 PMTs auslösen wird. Diese konzentrierte Anzahl kann nicht durch einen fremden Aerogel-Ring aufgebracht werden. Aerogelringe können häufig durch Akzeptanz-Effekte nicht mehr vollständig registriert werden. Ein beschreibendes Modell, das die erwartete Anzahl von PMTs in Abhängigkeit von Teilchenimpuls, Teilchentyp unter Einschluß aller

[9]abgesehen von der Auflösung des mittleren Winkels

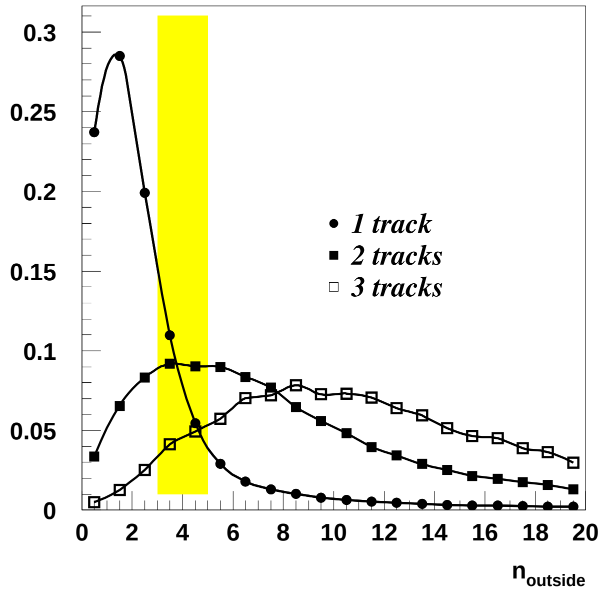

Abbildung 7.11: Bestimmung des Untergrundgrades. *Ein Teil der* CHERENKOV-*Winkel fremder Spuren werden als unphysikalische Winkel oberhalb von* 300 *mrad rekonstruiert. Dies kann zur Abschätzung des kombinatorischen Untergrundes im physikalisch sinnvollen Bereich benutzt werden. Abhängig von $n_{outside}$ können die Untergrund-Zahlen $b_{hk}^{(PMT)}$ angepaßt werden. Gezeigt sind die Anzahl der "outside"-Winkel separiert nach 1,2 und 3 Spuren pro Detektorhälfte. Hierbei ist ebenfalls zu sehen, daß es eine zum Teil erhebliche Zahl von nichtgefundenen Spuren gibt, sodaß selbst für nur eine gefundene Spur sehr große Werte $n_{outside}$ existieren (Daten).*

Akzeptanz-Effekte vorhersagt, könnte es ermöglichen, die Identifizierung in diesem Impulsbereich weiter zu verbessern. Um diese auf den mittleren Winkel basierende Methode robust gegenüber dem Untergrund zu machen, wird in minimalem Maße auf die Anzahl der PMTs zurückgegriffen. Der folgende Ansatz soll gewährleisten, daß möglichst kein Verlust an Einzelspuren durch die Untergrund-Behandlung auftritt, während bei Mehrspurereignissen generell die Fehlidentifizierung unterdrückt werden soll. Zur Unterscheidung von Einzel- und Mehrspurereignissen[10] ist es nicht ausreichend, sich auf die Anzahl rekonstruierter Spuren zu beschränken ("spurlose Ringe"). Dagegen kann durch die Anzahl nicht-physikalischer CHERENKOV-Winkel abgeschätzt werden, ob es noch weitere Spuren außerhalb eines gewissen Kegels um die betrachtete Spur gibt. Ein Winkel von

$$\theta_{outside} = 300 \text{ mrad} \tag{7.24}$$

kann, abgesehen von der Rayleigh-Streuung, nicht erreicht werden. Abbildung 7.11 zeigt die Verteilung der mittleren Anzahl der gefundenen "outside"-Winkel $n_{outside}$.

[10] pro Detektorhälfte

Für $n_{outside}$ unterhalb von 3 bis 5 werden hauptsächlich einzelne Spuren selektiert. Aus Abbildung 7.12 ist ersichtlich, daß in diesem Fall 1 PMT im Pion-Aerogel-Fenster für Pionen bereits ein signifikantes Signal ist. Dagegen sind 2 PMTs im Pion-Gas-Fenster immer noch überwiegend Untergrund. Bei Spuren mit höherem Untergrund im nicht-physikalischem Winkelbereich, ist auch der Untergrund im Bereich erreichbarer CHERENKOV-Winkel größer. Generell haben sich die Werte in Tabelle 7.2 als akzeptabel erwiesen.

	$n_{outside} < 4$	$n_{outside} > 3$
$b_{h1}^{(PMT)}$	0	1
$b_{h2}^{(PMT)}$	2	3
Δp_{h1}	0	0
Δp_{h2}	0.6 GeV	0.6 GeV

Tabelle 7.2: Anpassung der Likelihood. *Wurden mehr als 3 nichtphysikalische* CHERENKOV-*Winkel rekonstruiert, so ist es sehr wahrscheinlich, daß sich Untergrund auch in Fenstern des IRT-Likelihood-Algorithmus befinden wird. Damit dieser stabil bleibt, müssen die Anforderungen an ein Signal erhöht werden.*

Abschließend muß noch hinzugefügt werden, daß es sehr aufwendig ist, eine unabhängige Parametrisierung für den Untergrund zu finden. Jeder spätere Schnitt kann schnell die Daten auf einen Bereich eingrenzen, in dem es weit günstigere Untergrund-Einstellungen gegeben hätte. Dies ist wichtig, weil die Performance der spurweisen Teilchenidentifizierung mittels Indirektem Ray Tracing gegenüber Mehrspurereignissen sehr anfällig ist[11].

[11] und damit gegenüber Untergrund

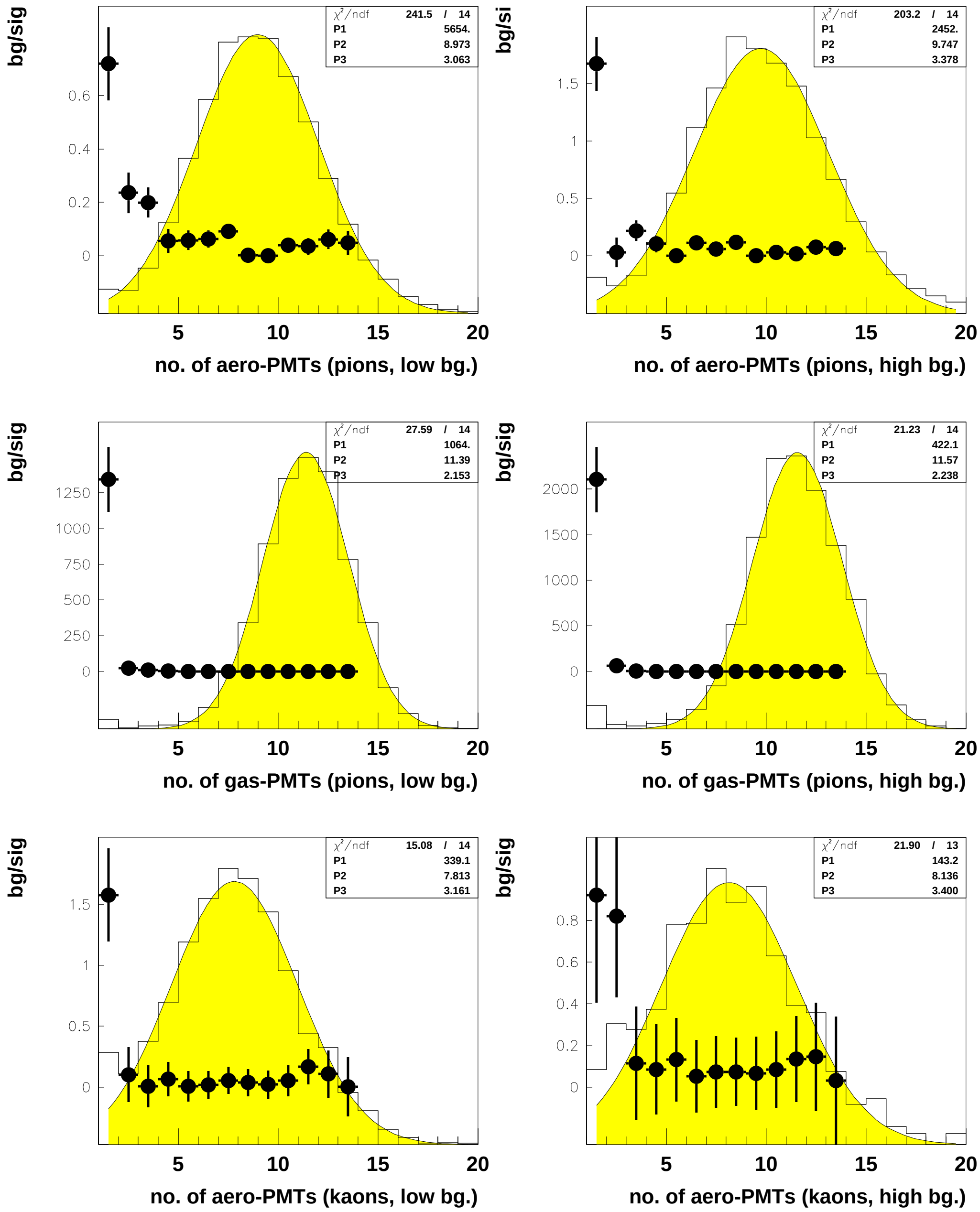

Abbildung 7.12: Untergrund in den IRT-Fenstern. *Gezeigt sind die Anzahl der ausgelösten PMTs für ideale Pionen und Kaonen. Die Pionen haben Impulse von über 3 GeV (für Aerogel-PMTs) und 7 GeV (für Gas-PMTs) und die Kaonen über 4 GeV. Damit werden im Mittel 9-10 Aerogel-PMTs bzw. 11-12 Gas-PMTs für Pionen und 7-8 Aerogel Aerogel-PMTs für Kaonen erwartet. Durch einen Fit im Bereich des Signals (>3 bis 5 PMTs) kann das Untergrund/Signal-Verhältnis (bg/sig) abgeschätzt werden. Es wurde für jede PMT-Anzahl berechnet und in die Histogramme eingefügt (linke Skala) Das Verhältnis wurde separat für Spuren mit* $n_{outside} < 4$ *(links) und* $n_{outside} > 3$ *(rechts) bestimmt (Daten).*

7.2 Effizienzen und Kontaminationen

7.2.1 Einführung

Ausgehend von insgesamt N zu identifizierenden Teilchen, deren Gruppierung in N_j nach wirklichen Teilchentypen $t = \{\pi, K, p\}$ unbekannt ist, wird durch einen Identifizierung-Algorithmus eine Zuordnung N^i nach identifizierten Teilchentypen $i = \{e, \mu, \pi, K, p, X\}$ gefunden. Da es auch möglich ist, aufgrund fehlender oder konkurrierender Ergebnisse Teilchen keinen Typ zuzuordnen, enthält i auch den Typ X =unbekannt. Dabei wird fortan folgende Konvention benutzt [45]. Mit

$$N_t^i \begin{array}{l} \Leftarrow \text{Identifizierter Teilchentyp} \\ \Leftarrow \text{wirklicher Teilchentyp} \end{array} \tag{7.25}$$

wird der Teil der insgesamt zu Verfügung stehenden Teilchen N mit wirklichen Teilchentyp t bezeichnet, der aber als Teilchentyp i identifiziert wurde. Damit ergibt sich für die Anzahlen der wirklichen Teilchen vom Typ t und der identifizierten Teilchen vom Typ i

$$\begin{aligned} N_t &= \sum_i N_t^i \\ N^i &= \sum_t N_t^i . \end{aligned} \tag{7.26}$$

Es soll im weiteren das Ziel sein, Anteile richtiger Identifizierungen und Fehl-Identifizierungen in einem unabhängigen Formalismus zu charakterisieren. Da bei realen Daten der "wahre" Teilchentyp natürlich nicht bekannt ist, muß dies in Form von Wahrscheinlichkeiten formuliert werden. Die mit

$$\mathcal{P}_t^i = \frac{N_t^i}{\sum_k N_t^k} = \frac{N_t^i}{N_t} \tag{7.27}$$

definierte Identifizierungswahrscheinlichkeit[12] ist in diesem Sinne eine unabhängige Größe. Da die RICH-Perfomance abhängig ist von sensitiven Größen wie Impuls, Ereignis-Multiplizität, Kinematik, u.a., gilt dies auch für $\mathcal{P}_t^i(p, \ldots)$[13]. Das heißt z.B. für eine Identifizierung von Hadronen aus einem Hadronen-Sample beschreibt die Matrix $\mathbf{P}$ vollständig die Leistungsfähigkeit einer Separation

$$\mathbf{P}(\pi, K, p) = \begin{pmatrix} \mathcal{P}_\pi^\pi & \mathcal{P}_K^\pi & \mathcal{P}_p^\pi \\ \mathcal{P}_\pi^K & \mathcal{P}_K^K & \mathcal{P}_p^K \\ \mathcal{P}_\pi^p & \mathcal{P}_K^p & \mathcal{P}_p^p \\ \mathcal{P}_\pi^X & \mathcal{P}_K^X & \mathcal{P}_p^X \end{pmatrix} . \tag{7.28}$$

Von praktischer Bedeutung sind hier die Diagonal-Elemente. Durch sie wird die Effizienz ϵ_i, d.h. der Anteil von Teilchen mit dem wirklichen Typ i, die und auch als solche identifiziert wurden,

$$\epsilon_i = \mathcal{P}_i^i, \tag{7.29}$$

[12] $\frac{1}{\mathcal{P}_t^i}$ wird auch häufig als *rejection factor* bezeichnet

[13] diese Abängigkeit wird im weiteren immer implizit vorausgesetzt, aber nicht geschrieben

beschrieben. Daß die Zuordnung vollständig ist, wird durch die Spaltensumme gleich eins, oder

$$\sum_i \mathcal{P}_t^i = 1 \;\; ; \;\; \sum_t \mathcal{P}_t^i \neq 1, \tag{7.30}$$

ausgedrückt. Wichtig ist, daß die Effizienz eine innere Eigenschaft des Detektors und des verwendeten Identifizierungsalgorithmus ist. Sie ist unabhängig von der relativen Zusammensetzung der eingehenden N Teilchen. Dagegen können die Anteile der Fehlidentifizierungen in einer Menge von identifizierten Teilchen abhängig sein von den relativen Flüssen wirklicher Teilchentypen t

$$\phi_t = \frac{N_t}{\sum_k N_k} = \frac{N_t}{N}. \tag{7.31}$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein als vom Typ i identifiziertes Teilchen wirklich vom Typ t ist (true type probability), wird durch

$$\mathcal{Q}_t^i = \frac{N_t^i}{\sum_k N_k^i} = \frac{N_t^i}{N^i} \tag{7.32}$$

angegeben, wobei $\mathbf{Q}$ zeilennormiert ist, d.h.

$$\sum_i \mathcal{Q}_t^i \neq 1 \;\; ; \;\; \sum_t \mathcal{Q}_t^i = 1. \tag{7.33}$$

Über die Teilchenzahlen N^i und N_t sind beide Wahrscheinlichkeiten verbunden

$$N_t \mathcal{P}_t^i = N^i \mathcal{Q}_t^i. \tag{7.34}$$

Die $\mathcal{Q}_t^i$ können aus den $\mathcal{P}_t^i$ und den relativen Flüssen ϕ_t berechnet werden :

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_t^i = \frac{N_t \mathcal{P}_t^i}{N^i} &= \frac{N_t}{N} \cdot \frac{N \cdot \mathcal{P}_t^i}{N^i} = \frac{N \cdot \phi_t \mathcal{P}_t^i}{N^i} = \frac{N \cdot \phi_t \mathcal{P}_t^i}{\sum_l \mathcal{P}_l^i N_l} \\ &= \frac{\phi_t \mathcal{P}_t^i}{\sum_l \phi_l \mathcal{P}_l^i}. \end{aligned} \tag{7.35}$$

Für $i \neq t$ spricht man bei z.B. Q_K^π von der Pion-Kontamination im Kaon-Sample. Die Gesamt-Kontamination (fehlidentifizierter Anteil) im Sample j ergibt sich zu

$$\mathcal{Q}^i = \sum_{i \neq t} Q_t^i \tag{7.36}$$

und, einfacher ausgedrückt, die Reinheit (purity) eines als i identifizierten Teilchens

$$P^i = 1 - \mathcal{Q}^i = \mathcal{Q}_i^i \tag{7.37}$$

Aus dem Experiment sind im allgemeinen nur die Identifizierungs-Wahrscheinlichkeiten bestimmbar, während für die Physik-Analyse auch $\mathbf{Q}$ von Bedeutung ist. Das Fixieren der einzelnen Matrix-Elemente bei noch geringer Kenntnis der realistischen Teilchenflüsse ("unfolding") ist eine der zentralen zukünftigen Aufgaben zur Integration der RICH-Teilchenidentifierung in das HERMES-Physikprogramm.

7.2.2 Monte Carlo Studien

Seit der vollständigen Integration der RICH-Geometrie in das HERMES-Monte Carlo[14] ist es möglich, die Performance der Teilchenidentifikation anhand dieses Modell-Detektors zu testen. Mit der vor kurzem implementierten realistischen Aerogel-Block-Geometrie[15] ist die Extraktion realistischer Effizienzen und Kontaminationen möglich geworden. Die Effizienzen und Kontaminationen werden sehr stark von der Auswahl der Topologie der Ereignisse abhängig sein. Die Angabe einer reinen Impulsabängigkeit ist nicht ausreichend. Um HERMES-ähnliche Ereignis-Topologien zu erreichen, wurden mit dem HERMES-Monte Carlo (HMC) etwa 100000 Ereignisse erzeugt und durch den HERMES-Detektor geführt. In den beiden Radiatoren des RICH-Detektors werden nach den Gleichungen aus Kapitel 3 Photonen erzeugt und als Spuren in GEANT integriert. Ein Teil der Photonspuren wird nach den in Kapitel 3 eingeführten Detektions-Effizienzen verworfen. Die Simulation der Rayleigh-Streuung ist im Monte Carlo Programmcode noch nicht ausreichend integriert bzw. getestet. Deshalb werden Rayleigh-gestreute Photonen ebenfalls verworfen. Aufgrund der Detektor-Akzeptanzen kommt es auch im Monte Carlo vor, daß nicht alle Spuren rekonstruiert werden können, die von ihnen erzeugten Photonen aber trotzdem im RICH registriert werden. Das bedeutet, daß hier auch teilweise der Effekt von "spurlosen Ringen" vorhanden ist. Nach den im vorigem Abschnitt eingeführten Konventionen wurden die Diagonal-Elemente der $\mathbf{P}$- und der $\mathbf{Q}$-Matrix in Abhängigkeit von der Multiplizität pro Detektorhälfte, Schnitten in der Qualität q der Identifikation und dem Teilchenimpuls p bestimmt.
In Abbildung 7.13 ist gezeigt, wie sich durch die Schnitte an den Qualitätsparameter q die Identifikation in Hinsicht auf die Reinheit des Sample optimieren läßt. Durch die Abhängigkeit der Reinheit von der Effizienz läßt sich die Leistungsfähigkeit eines Identifizierungsalgorithmus ausdrücken. Eine gute Separation sollte möglichst spät, bei großen Effizienzen in der Reinheit abfallen. Die Abbildungen zeigen desweiteren, daß der Qualitätsparameter sinnvoll gewählt ist, da durch einen Schnitt an q fast immer eine bessere Reinheit erzielt werden kann. Einzige Ausnahme im Indirekten Ray Tracing bilden die Protonen bei kleinen Effizienzen.

Möglichst allgemeine Schnitte sind in den Abbildungen 7.14 und 7.15 dargestellt. Aufgrund der unterschiedlichen Skalierungen der Likelihood ergeben sich auch vom Teilchentyp abhängige Schnitte in q. Dies kann durch eine Normierung der Qualitäten vereinfacht werden.

Die Impulsabhängigkeit der Effizienzen und Reinheiten ist in den Abbildungen 7.16 und 7.17 dargestellt. Auf die statistischen Fehler wurde der Lesbarkeit wegen in allen Abbildungen verzichtet. Im nächsten Kapitel sind in der Abbildung 7.19 und 7.20 für den Vergleich mit der aus experimentellen Daten ermittelten Kaon-Effizienz, die Fehler eingezeichnet.

[14] HERMES-Group, Argonne und Tokyo
[15] zuvor wurde eine homogene Aerogelwand benutzt

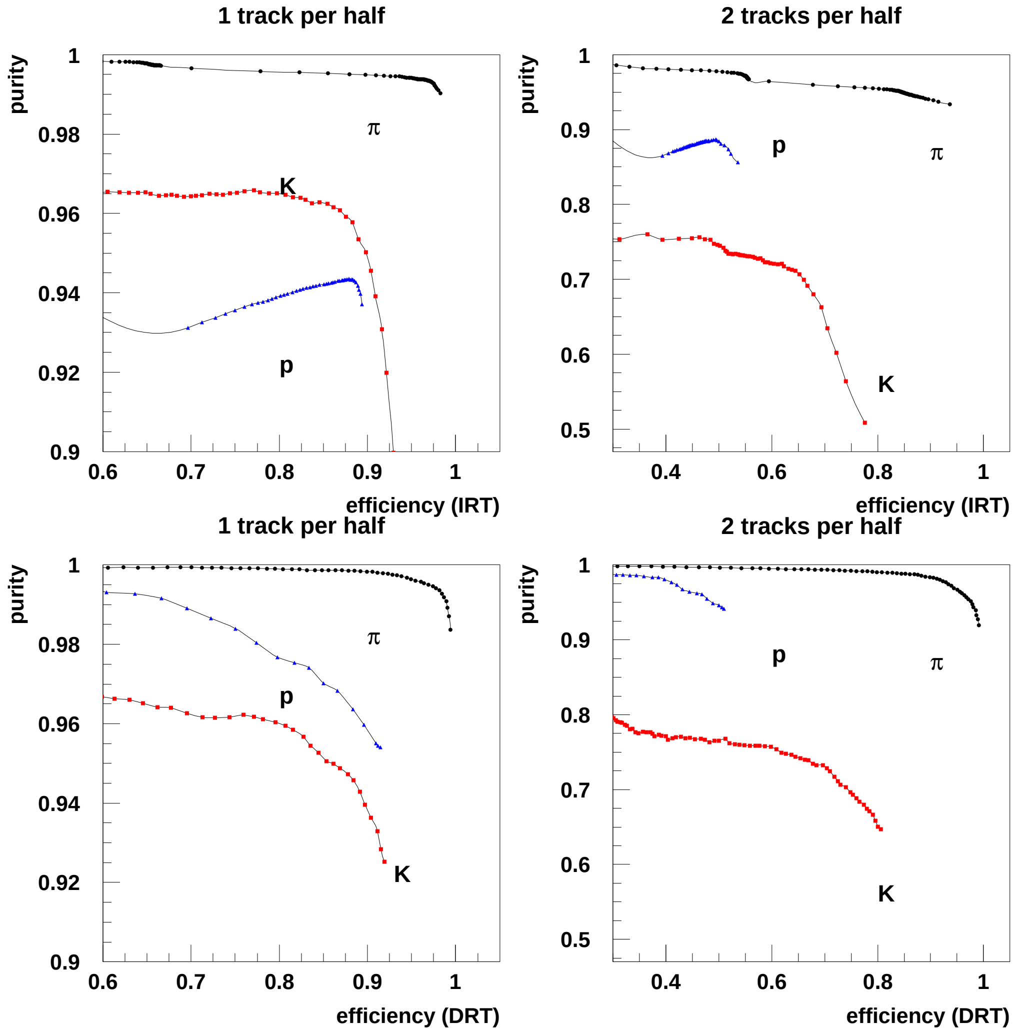

Abbildung 7.13: Effizienzen und Reinheiten. *Gezeigt sind die Effizienzen* $\epsilon_i = \mathcal{P}_i^i$ *und Reinheiten (purities)* $P_i = \mathcal{Q}_j^i$ *für* $i = \{\pi, K, p\}$ *für verschiedene Schnitte im Qualitätsparameter q. Der Verlauf wurde separat ermittelt für eine und zwei Spuren pro Detektorhälfte. Die Spuren werden eingeschränkt auf Qualitäten oberhalb einer Grenze in q. Natürlicherweise fällt dabei die Effizienz. Das ist aber verbunden mit einem Ansteigen der Reinheit. Einzig bei den Protonen sind nur kleine Schnitte in q sinnvoll, ansonsten werden in erster Linie die Protonen wieder selber herausgeschnitten, womit die Reinheit bei fallender Effizienz auch fällt (Monte Carlo Daten).*

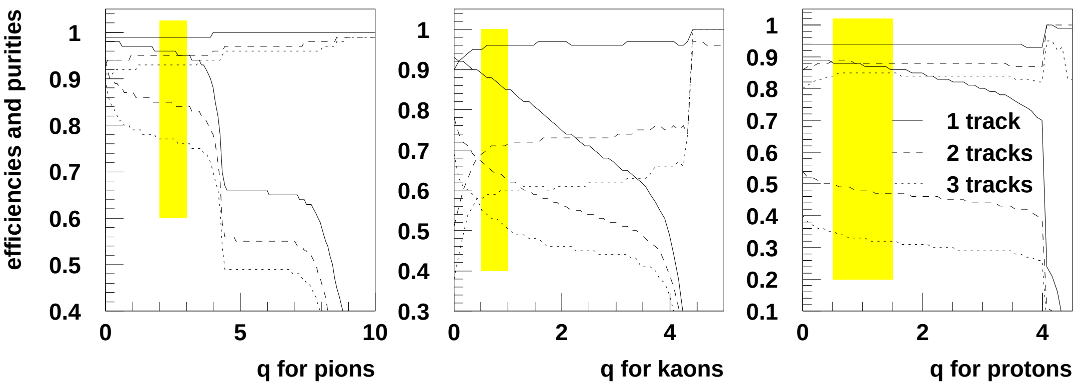

Abbildung 7.14: Qualitäts-Schnitt für die IRT-Likelihood Analyse. *Gezeigt sind die Effizienzen und Reinheiten für Pionen, Kaonen und Protonen über dem Qualitätsparameter-Schnitt. Die für einen steigenden Schnitt in q fallenden Kurven, sind die Effizienzen und die anderen die Reinheiten, jeweils Multiplizitäten von ein, zwei oder drei Spuren pro Detektorhälfte. Mit steigender Multiplizität fällt für alle Teilchen die Performance der IRT. Sehr drastisch ist das im Fall der Protonen zu sehen (Monte Carlo).*

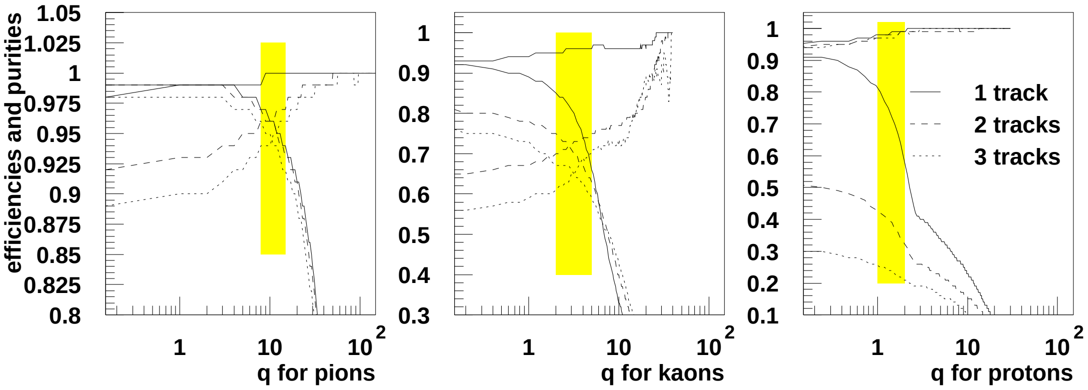

Abbildung 7.15: Qualitäts-Schnitt für die DRT-Likelihood Analyse. *Die Perfomance der DRT ist im Allgemeinen stabiler im Vergleich zur IRT gegenüber der Anzahl der gleichzeitigen Spuren. Nur im Fall der Protonen gibt es, wie auch für die IRT in Abbildung 7.14 zu sehen, einen drastischen Abfall der Effizienz bei aber gegenüber der IRT, konstanter hoher Reinheit (Monte Carlo).*

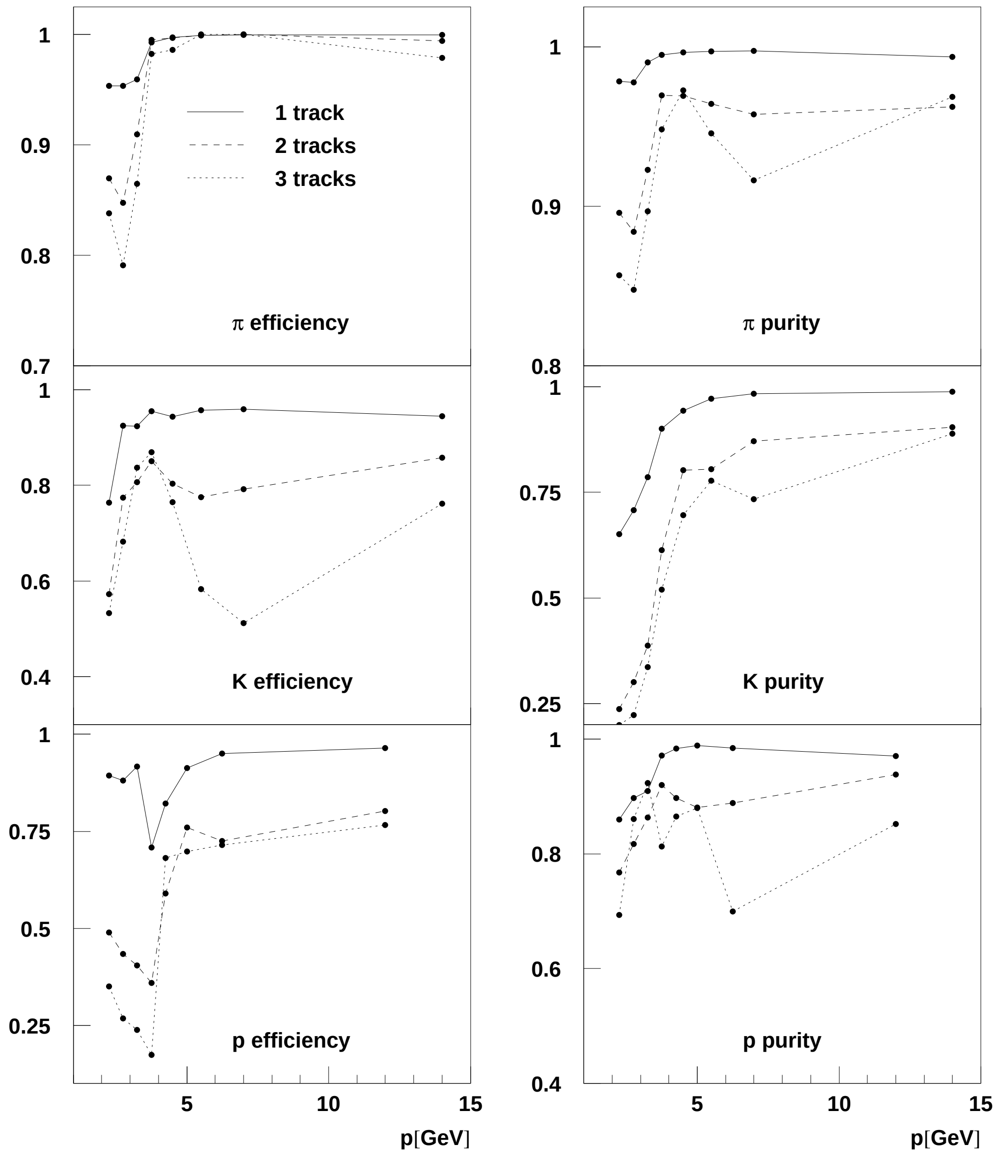

Abbildung 7.16: IRT-Effizienzen und Reinheit vs. Teilchenimpuls. *Gezeigt sind hier die Impulsabhängigkeiten für Impulse oberhalb von 2 GeV ohne Schnitt an die Qualität q (Monte Carlo Daten).*

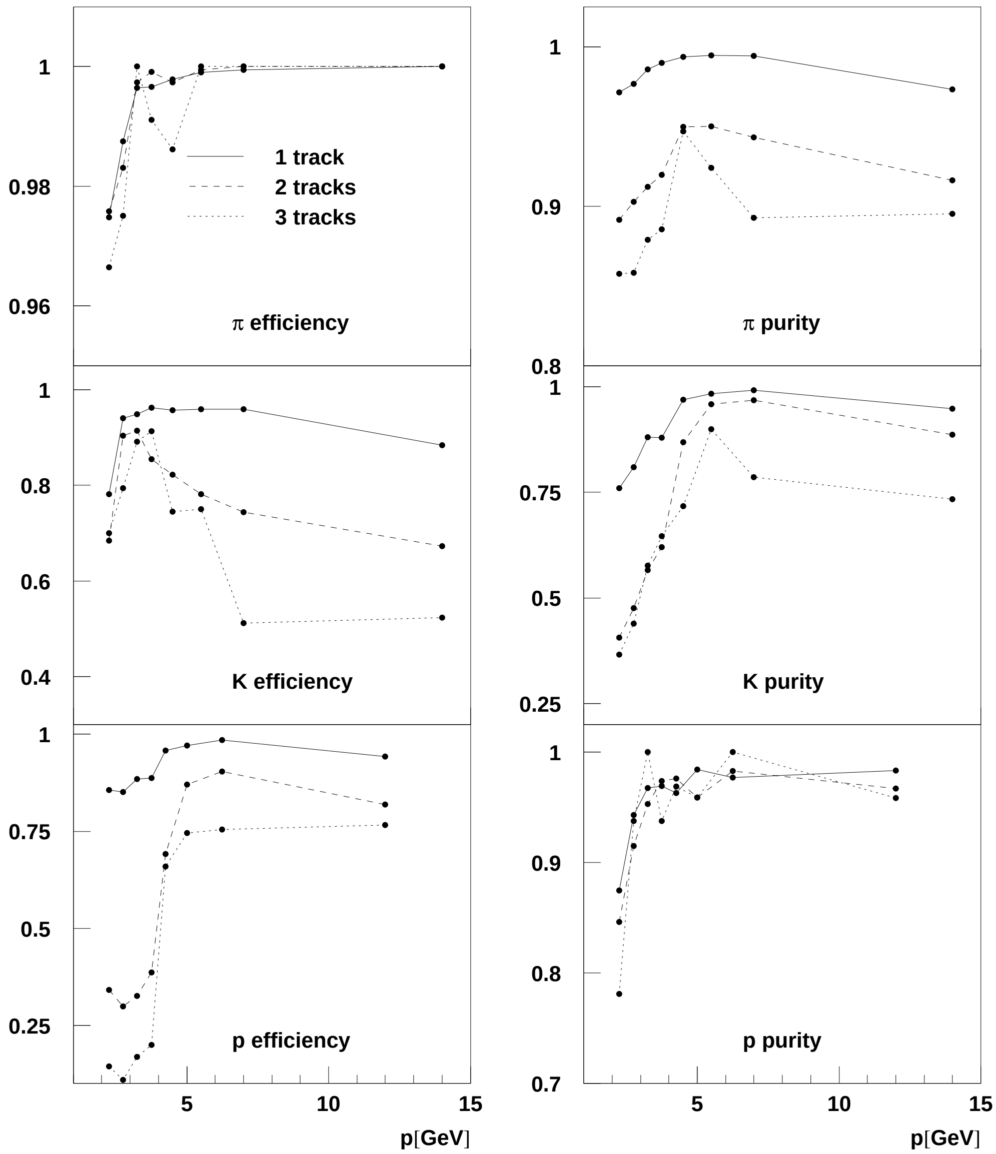

Abbildung 7.17: DRT-Effizienzen und Reinheit vs. Teilchenimpuls. *Gezeigt sind hier die Impulsabhängigkeiten für Impulse oberhalb von 2 GeV ohne Schnitt an die Qualität q (Monte Carlo Daten).*

7.2.3 Teilchenzerfälle

Ziel dieses Abschnitts ist es, die für viele Parameter, wie Impuls, Qualitätsschnitt und Multiplizität aus dem Monte Carlo ermittelten Pion-, Kaon- und Proton-Effizienzen und -Reinheiten anhand eines Beispiels aus experimentellen Daten zu belegen. Weiterführende bzw. genauere Studien gehen über den Rahmen dieser Arbeit hinaus. Über einen großen Impulsbereich ist das bei HERMES nicht möglich. In einem sehr kleinen Impulsbereich ist ein Vergleich mit dem TOF-System[16] möglich. Eine weitere Möglichkeit ist die Selektion von Zerfällen. Mit kinematischen Schnitten ist es zum Beispiel möglich, Φ-, ρ- oder Λ-Zerfälle mit gewisser Reinheit zu selektieren [46, 47]. Damit ist der Teilchentyp auf die möglichen Zerfallsprodukte fixiert und Effizienzen und Kontaminationen können auf Ereignis-Ebene ermittelt werden. Meistens ist eine solche Selektion mit sehr viel Verlust an Statistik verbunden. Deshalb wird in dieser vorläufigen Studie die Menge dieser Ereignisse integral erfaßt, ohne für jedes Ereignis zu entscheiden, ob der Zerfall enthalten ist oder nicht. An diesen speziellen Ereignis-Topologien läßt sich dann die wirkliche RICH-Performance testen.

Der Φ-Meson Zerfall

Das Φ-Meson zerfällt zu etwa 50% in ein positives und ein negatives Kaon.

$$\Phi(1020\text{ MeV}) \Rightarrow K^+, K^- \quad \text{mit} \quad \Gamma \approx (50\%) \cdot 4.43\text{ MeV} \tag{7.38}$$

Der Erzeugungsprozeß soll hier nicht diskutiert werden. Für die Selektion der Φ-Mesonen wird die invariante Masse M_{KK} benutzt. Um die Kombinatorik von Ereignissen mit mehr als 2 Hadronen vernachlässigen zu können, wurden nur Ereignisse benutzt, die 2 Hadronen enthalten. Mit der Elektron-Hadron-Separation nach Kapitel 2 kann eine Elektron-Kontamination praktisch ausgeschlossen werden. Generell ergibt sich die invariante Masse eines 2-Teilchenzerfalls, bei dem von 2 Spuren mit gemessenen Dreierimpulsen p_1 und p_2 angenommen wird, sie seien Teichen mit den Massen M_A und M_B, zu

$$M_{AB} = \sqrt{M_A^2 + M_B^2} + 2 \cdot \left(\sqrt{M_A^2 + p_1^2} \cdot \sqrt{M_B^2 + p_2^2} - p_1 \cdot p_2 \right) \tag{7.39}$$

Bei HERMES wird die Breite des Φ-Peaks des invarianten Massenspektrums von der Impulsauflösung dominiert. Die Verteilung kann durch eine Gaußfunktion mit einem Untergrund beschrieben werden. Aus dem Gauß-Integral allein ergibt sich die Anzahl der Phi-Mesonen N_Φ^0. Dafür ist eine Annahme für die Verteilung des Untergrundes notwendig. Folgender phänomenologischer Ansatz wurde zum Fit der Gesamtverteilung benutzt [48]

$$\frac{d\sigma}{dM_{KK}} = \overbrace{P_4 * \exp - \frac{(M_{KK} - P_5)^2}{2P_6^2}}^{Signal} + \overbrace{P_1 \cdot (M_{KK} - P_3) \exp - P_2 \sqrt{M_{KK} - P_3}}^{Untergrund} \tag{7.40}$$

[16]Time of Flight - die Flugzeitmessung zwischen den Hodoskopen, bis ca. 2 GeV

Aus dem Gauß-Integral N_Φ bei Hinzunahme von RICH-Informationen für beide Hadron-Spuren ergibt sich die Φ-Effizienz und damit die Kaon-Effizienz ϵ_K zu

$$\epsilon_\Phi = \frac{N_\Phi}{N_\Phi^0} = \epsilon_K^2 = \left(\mathcal{P}_K^K\right)^2 \tag{7.41}$$

Wird anstatt der Kaonen für beide Spuren gefordert, daß sie Pionen oder Protonen sind, so lassen sich bei für einen Fit ausreichender Statistik auch die Nicht-Diagonalelemente von $\mathcal{P}_K^\pi$ und $\mathcal{P}_K^p$ bestimmen. In Abbildung 7.18 sind M_{KK}-Spektren für kein, ein oder zwei mittels IRT geforderte Kaonen gezeigt. Um die Effizienzen für K^+ und K^- separat bestimmen zu können, muß anders verfahren werden. Zur Bestimmung der K^--Effizienz wird das Ausgangs-Sample auf solche Ereignisse eingeschränkt, in denen mit dem RICH bereits ein K^+ gefunden wurde. Das reduziert bereits dort die Untergrund-Statistik und verbessert damit den Fit. Desweiteren ergibt sich dadurch die Möglichkeit, direkt die Impulsabhängigkeit der Effizienz in der K^--Bestimmung mit ausreichender Statistik zu messen. Umgekehrt ergibt sich durch Fixieren eines K^- im Ereignis die K^+-Effizienz. Aufgrund der Kinematik des Φ-Zerfalls liegen in den meisten Fällen beide Spuren in einer Detektorhälfte. Dementsprechend ist nach den Ergebnissen der Monte Carlo Simulation eine Effizienz von ca. 80% zu erwarten (siehe Abbildungen 7.13 bis 7.17). Die Abbildungen 7.19 und 7.20 zeigen das Impulsspektrum der K^+- und K^--Effizienz im Vergleich zu den Werten aus dem Monte Carlo für 2 Spuren pro Detektorhälfte.

Die Übereinstimmung mit der Monte Carlo Simulation kann im Rahmen dieser vorläufigen Studie als gut bezeichnet werden.

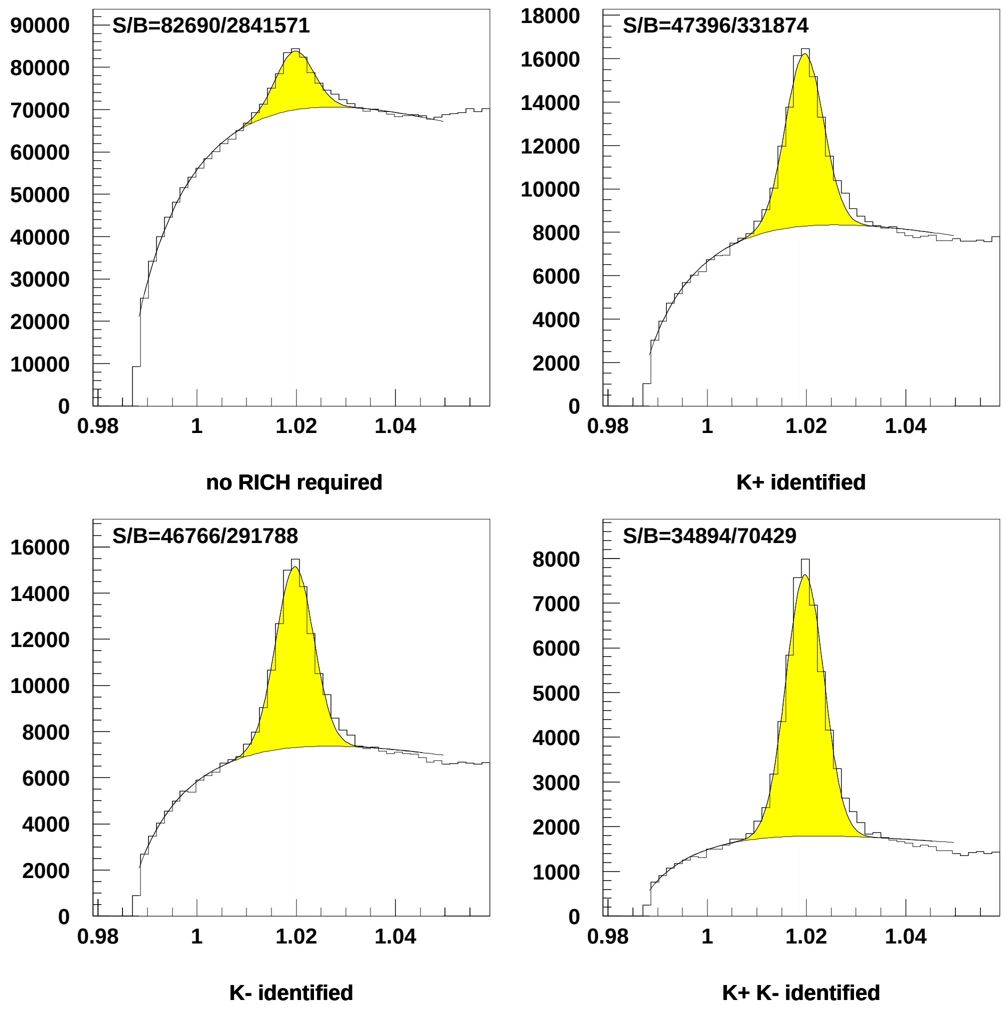

Abbildung 7.18: Signal/Untergrund-Verhältnis im Φ-Zerfall. *Gezeigt sind die M_{KK}-Spektren aller Ereignisse mit 2 Hadronen. Beide haben entgegengesetzte Ladungen und jeweils einem Impuls von über 2 GeV. Ohne Verwendung des RICH (oben links) ergibt sich Signal/Untergrund* ≈ 0.03. *Mit der Forderung nach mindestens einem Kaon verbessert sich das auf* ≈ 0.15 *(oben rechts, unten links) und bei zwei Kaonen auf* ≈ 0.5 *(unten rechts) (Daten).*

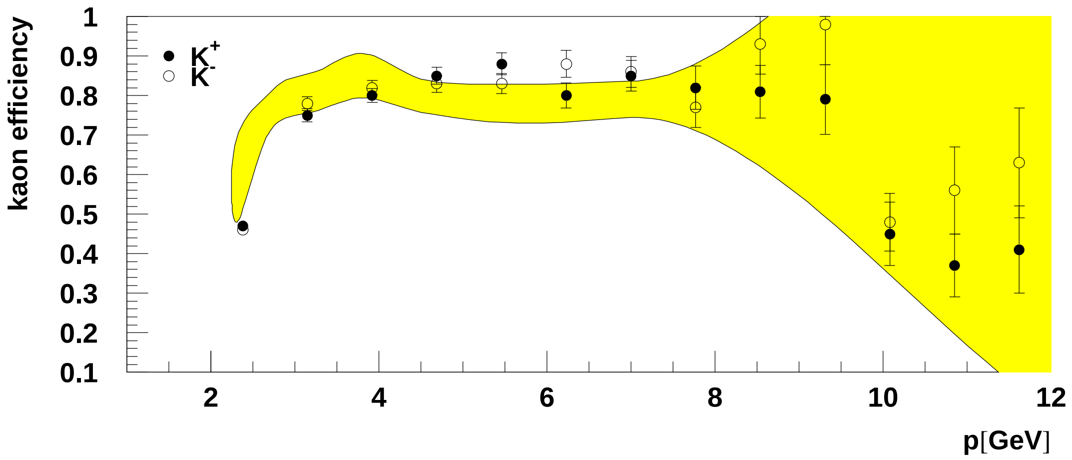

Abbildung 7.19: IRT-Kaon-Effizienz aus dem Φ-Zerfall. *Die M_{KK}-Spektren wurden für verschiedenen Impulsbereiche für das zu identifizierende Teilchen bestimmt und gefittet. Die daraus ermittelte K^+- und K^--Effizienz ist hier dargestellt im Vergleich zur Monte-Carlo-Effizienz für 2 Spuren pro Detektorhälfte. Es sind nur statistische Fehler berücksichtigt worden (Daten).*

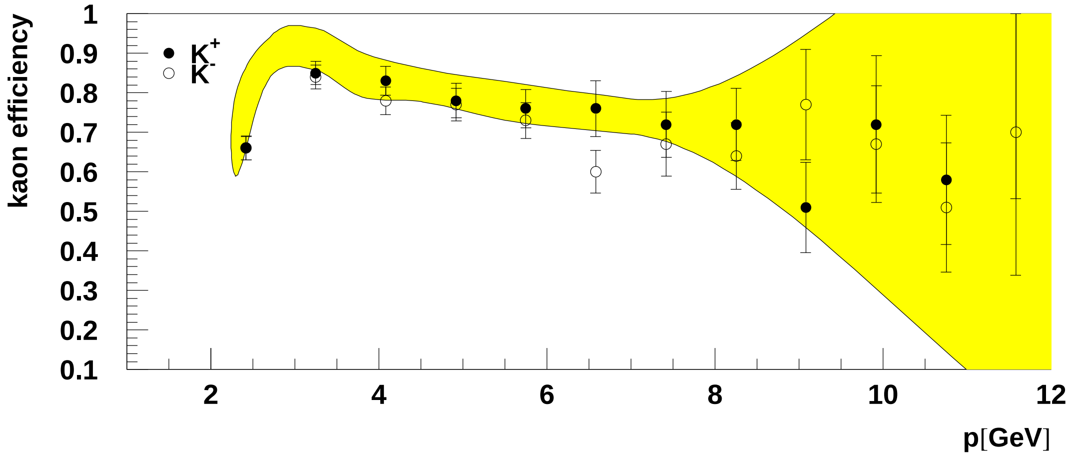

Abbildung 7.20: DRT-Kaon-Effizienz aus dem Φ-Zerfall. *Die M_{KK}-Spektren wurden für verschiedenen Impulsbereiche für das zu identifizierende Teilchen bestimmt und gefittet. Die daraus ermittelte K^+- und K^--Effizienz ist hier dargestellt im Vergleich zur Monte-Carlo-Effizienz für 2 Spuren pro Detektorhälfte. Es sind nur statistische Fehler berücksichtigt worden (Daten).*

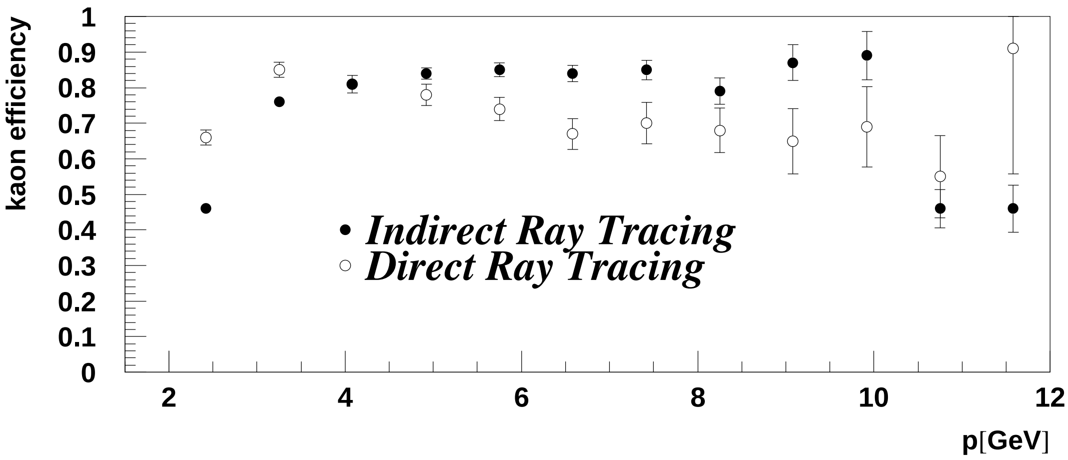

Abbildung 7.21: Vergleich der Kaon-Effizienzen aus dem Φ-Zerfall für IRT und DRT. *Durch das Direkte Ray Tracing kann in den Schwellen-Bereichen gegenüber dem Indirekten Ray Tracing eine bessere Performance erreicht werden. Es sind nur statistische Fehler berücksichtigt worden (Daten).*

Im Impulsbereich direkt nach der Kaon-Aerogel-Schwelle liegen die DRT-Kaon-Effizienzen deutlich über den IRT-Effizienzen (siehe Abbildung 7.21). Danach bei 5 GeV fällt die DRT-Effizienz unter die IRT-Effizienz. Hier muß aber erwähnt werden, daß insbesondere die Untergrundbehandlung im Indirekten Ray Tracing zum Teil anhand von Kaonen aus dem Φ-Zerfall optimiert wurde. Das höhe Untergrundniveau von bis zu 3 Einträgen im Fenster der Pionhypothese stabilisiert die Effizienz bis zur Kaon-Gas-Schwelle. In den Bereichen der Schwellen kann durch die Benutzung der Anzahl der erwarteten PMTs eine bessere Performance erreicht werden. Aus dem Grund kann in diesen Bereichen mit dem Direkten Ray Tracing eine bessere Effizienz erreicht werden.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Inhalt dieser Arbeit sind die Konzepte der Teilchenidentifizierung mit dem HERMES-RICH-Detektor. Es wurden Methoden entwickelt bzw. weiterentwickelt und vorgestellt, welche die Aufbereitung der vom Experiment kommenden Rohdaten zu physikalischen, sinnvollen Daten ermöglichen. Im Rahmen dieser Arbeit wurden alle hier vorgestellten Algorithmen bzw. deren Ergebnisse der offiziellen HERMES-Datenproduktion zugeführt.
Das durchgeführte Spiegelalignment überzeugt durch die schrittweise Verbesserung der Detektorauflösung vom komplett unausgerichteten, über einen global ausrichteten bis hin zum lokal korrigiertem Spiegel. Es wurden aber auch die Grenzen des bisherigen Minimierungsalgorithmus aufgezeigt, die eines weiteren Studiums bedürfen. Nach dem Aus- und Wiedereinbau des RICH-Detektors während des großen Shutdowns Ende 2000 wird dieses Verfahren erneut benötigt werden, um den RICH wieder auf den zur Zeit aktuellen Stand der Detektorauflösung zu optimieren. Desweiteren ist deutlich geworden, daß die Detektor-Performance in den Punkten Anzahl der Photoelektronen und Winkelauflösung überwiegend den Erwartungen entspricht und dadurch der RICH optimal für die Physik-Analyse vorbereitet ist. Dazu wurde bezüglich der Teilchenidentifizierung gezeigt, daß mit dem Indirekten Ray Tracing ein sehr schneller und für die geringen HERMES-Multiplizitäten ausreichender Algorithmus zur Verfügung steht, der es erlaubt, die CHERENKOV-Photonenspuren zu rekonstruieren, die Datenqualität des Detektor zu beobachten und schließlich die Teilchen anhand eines Likelihood-Formalismus zu identifizieren. Es wurde aber auch deutlich, daß durch den Likelihood-Formalismus des Direkten Ray Tracings bei höheren Multiplizitäten eine bessere Separation der Teilchensorten möglich ist. Der im Vergleich zum Indirekten Ray Tracing weit größere Rechenaufwand wird einen steuernden Regelmechanismus erfordern, der selektiv zwischen beiden Methoden auswählt, um eine effiziente und schnelle Gesamtidentifizierung mit hohen Reinheiten zu erzielen. Erste Ergebnisse zeigen hier bereits einen merklichen Gewinn an Separationsqualität. Für die Verwendung des RICH-Detektors in der Physik-Analyse ist es notwendig, für diesen Gesamtalgorithmus, die in Kapitel 7 vorgestellte **P**- und **Q**-Matrix aus den Daten, eventuell unter Hinzunahme einer Monte-Carlo-Simulation, in Abhängigkeit von möglichst vielen Parametern zu extrahieren. Ein erster Schritt hierzu wurde am Beispiel der Analyse des Φ-Zerfalls gezeigt.

Literaturverzeichnis

[1] EMC Collaboration J. Ashman et al. A Measurement of the Spin Asymmetry and Determination of the Structure Function g_1 in Deep Inelastic Myon-Proton Scattering. *Phys. Lett.*, B206:364, 1988.

[2] E143 Collaboration K. Abe et al. *Phys. Rev.*, D58:112003, 1998.

[3] SMC Collaboration B. Adeva et al. *Phys. Lett.*, B420:180, 1998.

[4] HERMES-Collaboration K. Ackerstaff et al. *Phys. Lett.*, B464:123, 1999.

[5] I.M. Ternov A.A. Sokolov. On Polarisation and Spin Effects in the Theory of Synchrotron Radiation. *Sov. Phys. Dokladi*, 8(1203), 1964.

[6] K. Steffen J. Buon. *Nucl. Inst. and Meth.*, A245:248, 1986.

[7] D. Backer et al. *Nucl. Inst. and Meth.*, A329:79, 1993.

[8] D. De Schepper et al. The HERMES Polarized 3He Internal Gas Target. *Nucl. Inst. and Meth.*, A419(HERMES 98-087):16, 1998.

[9] K. Ackerstaff et al. The HERMES Spektrometer. *Nucl. Inst. and Meth.*, A417:230, 1998.

[10] S.Bernreuther et al. The HERMES Back Drift Chambers. *Nucl. Instr. and Meth., hep-ex/9803005; DESY 98-011*, A416:45, 1998.

[11] W. Wander. *Rekonstruktion hochenergetischer Streuereignisse im HERMES-Experiment.* PhD thesis, Universität Erlangen-Nürnberg, 1996.

[12] R. Kaiser. *Measurement of the Spin Structure of the Nucleon using Polarised Deep Inelastic Scattering.* PhD thesis, Simon Fraser Universiy, apr 1997.

[13] M. Düren. The HERMES Experiment: From the Design to the First Results. Habilitationschrift, University Erlangen-Nürnberg, 1995. DESY-HERMES 95-02.

[14] A. Fantoni. *Costruzione del calorimetro a contatori di vetro al piombo dell'esperimento HERMES per la misura delle funzioni di struttura di spin dei nucleoni, school = Universita degli Studi della Calabria.* PhD thesis, 1996.

[15] J.D. Jackson. *Klassische Elektrodynamik.* 1982.

[16] A. Buys. RICH in operating experiments. *Nucl. Instrum. Meth.*, A371:1, 1996.

[17] J. Seguinot T. Ypsilantis. Particle Identification for LHC-B: a dedicated collider B Experiment at the LHC. *Nucl. Inst. and Meth.*, A368:229, 1995.

[18] T. Ypsilantis J. Seguinot. 1th Workshop on Ring Imaging Detectors. *Nucl. Inst. and Meth.*, A343:30, 1994.

[19] T. Ypsilantis J. Seguinot. A historical survey of ring imaging Cherenkov counters. *Nucl. Inst. and Meth.*, A343, 1994.

[20] K. Kleinknecht. *Detektoren für die Teilchenstrahlung.* 1987.

[21] M. Cantin et al. *Nucl. Instrum. Meth.*, 118:177, 1974.

[22] M. Kerker. *The Scattering of Light.* Academic Press, New York, 1969.

[23] P.W. Carter. *Analysing Powers in Pion Electroprod. and the Aerogelradiator for the HERMES RICH.* PhD thesis, California Institute of Technology, 1999.

[24] E. Aschenauer et al. Optical characterisation of n=1.03 silica aerogel used as radiator in the RICH of HERMES. *Nucl. Instrum. Meth.*, A440:338, 2000.

[25] I. Adachi et al. *Nucl. Instrum. Meth.*, A355:390, 1995.

[26] D. E. Fields et al. Use of aerogel for imaging Cerenkov counters. *Nucl. Instrum. Meth.*, A349:431, 1994.

[27] R. Kaiser. priv. communications.

[28] A. Maas. The RICH Event Display - HeRE.

[29] E. Aschenauer. priv. communications.

[30] Roy F. Schwitters. Rings Upon Rings: A New Approach of Pattern Recognition in Ring-Imaging Cerenkov Detectors. Technical report, Dep. of Phys., University of Texas at Austin, may 1998.

[31] J. Carvalho. RICH Rings Pattern Recognition Algorithms - a Few Preliminary Tests. Technical report, LIP-Coimbra, University of Coimbra, Portugal, jan 1999.

[32] D. Cozza et al. Development of a Pattern Recoqnition Method for the HMPID in ALICE (I). Technical report, sep 1998.

[33] H.R. Schwarz. *Numerische Mathematik.* B.G.Teubner Stuttgart, 1986.

[34] N. Akopov et al. A Ring Imaging Cerenkov Detector for the HERMES Experiment. *Nucl. Inst. and Meth.*, ..., ...

[35] K. Negodaeva. Inclusion of the Aerogel Boundary Refraction into the HERMES RICH Reconstruction. Technical report, August 1999.

[36] K. Van de Kerckhove D. De Schepper, B. Hommez. Report on RICH Mirror Alignment. Technical report, March 1999.

[37] B. Hommez D. De Schepper. Report on RICH Mirror Alignment. Technical report, March 1999.

[38] J. Stoer. *Einführung in die Numerische Mathematik I+II.* Springer-Verlag, 1983.

[39] F. Sato. Study of the RICH Mirror Reflectivity. Technical report, Tokyo Institute of Technology, 2000.

[40] R. Kaiser. Myon Identification with the HERMES RICH. Technical report, jul 1999.

[41] E. Cisbani D. De Schepper, R. Kaiser. Particle Identification with the HERMES RICH Detector. Technical report, March 1998.

[42] V. Djordjadze. priv. communications.

[43] A. Maas. priv. communications.

[44] D. De Schepper. priv. communications.

[45] R. Kaiser. Conventions for the HERMES RICH Particle Identification. Technical report, mar 1999.

[46] M. Kolstein. *Exclusive ρ^0-Meson Elektroproduction at HERMES.* PhD thesis, Universität Amsterdam, okt 1998.

[47] F. Meißner. *Measurement of the J/ψ-Cross Section and Double-Spin Asymmetries in Vector Meson Production in Polarised Lepton-Nucleon Scattering at HERMES.* PhD thesis, Humboldt-Universität zu Berlin, 2000.

[48] K. Negodaeva. priv. communications.

Danksagung

Mein erster Dank gilt Herrn Prof. Dr. Thomas Lohse, der mir diese Diplomarbeit in der HERMES-Gruppe am DESY ermöglichte.
Ich möchte mich bei meinen beiden Diplom-Betreuern Ralf Kaiser und Wolf-Dieter Nowak für ihre durchgehende Hilfe bedanken. Sie haben mir die Freiheit gegeben, meine eigenen Vorstellungen und Konzepte in zum Teil hier präsentierten Ansätzen und Methoden, vor allem aber auch in der RICH-Software-Entwicklung zu verfolgen. Dadurch war es mir möglich, das HERMES-Experiment und dessen Physik von vielen Seiten kennen zu lernen und mich auf die Punkte zu konzentrieren, die mich dabei am meisten interessiert haben.
Vor allem aber möchte ich meiner Freundin und meinem Sohn für ihre Geduld danken, die sie gezwungenermaßen während dieser Zeit, den vielen ausgefallenen Wochenenden und zum Schluß durchgearbeiteten Nächten haben mußten. Durch ihre Unterstützung und den gebotenden Freiraum war es mir möglich, die mit dieser Arbeit verbundenen Schwierigkeiten zu meistern.
Ich will auch die anderen Mitglieder, größtenteils aus der Zeuthener HERMES-Gruppe, erwähnen, die mir mit praktischer Hilfe und Ideen zur Seite standen. Sie hatten trotz ihrer eigenen Arbeit immer ein offenes Ohr für mich. Zu ihnen gehören vor allem Katerina Negodaeva, Elke Aschenauer, Vassili Djordjadze, Uta Stößlein, Helmut Böttcher, Axel Maas, Frank Ellinghaus, Patricia Liebing und Markus Ehrenfried. Ich will auch Vladislav Korotkov danken, der während dieser Zeit ein Teil meiner Schichten übernommen hat.
Insbesondere möchte ich hier aber auch festhalten, daß Falk Meissner, Delia Hasch und Yvo Gärber, die mir den frühen Einstieg in das HERMES-Experminent als DESY-Sommerstudent und in der Zeit danach ermöglicht haben, mich zu dem Schritt in dieses Gebiet der Physik motiviert haben.
Zum Schluß will ich noch hinzufügen, daß ohne die ideelle aber auch finanzielle Hilfe meiner Eltern es nicht möglich gewesen wäre, im Auf-und-Ab dieser Jahre das Studium trotzdem mit der dafür notwendigen Ruhe und Sicherheit zu beenden.

und und und und

Danke für die Geduld vieler Freunde, die so manches Bier ohne mich trinken mußten ...

Hiermit erkläre ich, daß ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfaßt, und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe

Peter Jung