Messung der Proton-Spinstrukturfunktion g_1 bis zu kleinstmöglichen Bjorken-x mit dem HERMES-Experiment

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

doctor rerum naturalium

(Dr. rer. nat.)

im Fach Physik

eingereicht an der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät I
der Humboldt-Universität zu Berlin
von

Diplom Physiker
Yvo Gärber
geboren am 05.07.1968 in Schwerin

Präsident der Humboldt-Universität zu Berlin
Prof. Dr. J. Mlynek

Dekan der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät I
Prof. Dr. B. Ronacher

Gutachter : 1. Prof. Dr. Thomas Lohse
2. Prof. Dr. Paul Söding
3. Prof. Dr. Klaus Rith

Tag der mündlichen Prüfung : 12. Juli 2001

Abriß

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Messung des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und der Spinstrukturfunktion g_1^{p} bis hin zu kleinstmöglichen Bjorken-x-Werten im kinematischen Bereich $0.0021 < x < 0.85$ und $0.1\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 12.5\ \mathrm{GeV}^2$. Die Daten wurden bei HERA aus der Streuung des longitudinal polarisierten Positronstrahls mit einer Energie von $E = 27.6\ \mathrm{GeV}$ an einem longitudinal polarisierten, reinen Wasserstoff-Target gewonnen. Die Erweiterung des kinematischen Bereiches zu kleinen x- und Q^2-Werten, $x < 0.021$ und $Q^2 < 1.2\ \mathrm{GeV}^2$, um jeweils eine Größenordnung verglichen mit dem bisherigen Meßbereich, erreicht die Grenzen der Leistungsfähigkeit des HERMES-Detektors. Dies stellt hohe experimentelle Anforderungen an die Datenanalyse. Es wurden zum Teil neuartige Methoden zur Identifizierung der inelastisch gestreuten Positronen und bei den systematischen Untersuchungen verwendet. Um eine hinreichend geschlossene Darstellung der Problematik zu erreichen, sind verschiedene Aspekte der Analyse im Anhang detaillierter dargelegt. Es wurden 7 weltweit neue Meßwerte für das Strukturfunktionsverhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ im erweiterten kinematischen Bereich erhalten, die mit kleiner werdendem x zu Werten nahe Null fallen. Im Standardbereich $x > 0.0212$ steigt $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ bis zu Werten um 0.6 bei großen x an. Es wurde keine signifikante Q^2-Abhängigkeit von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ im Vergleich mit den Weltdaten gefunden. Eventuelle höhere Twist- und Targetmasse-Effekte sowie VMD-Beiträge zu $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und g_1^{p} wurden im Zusammenhang mit kleinen Photon-Virtualitäten von $Q^2 \lesssim 1\ \mathrm{GeV}^2$ diskutiert. Die Genauigkeit der polarisierten Daten reicht bisher nicht aus, um nicht-partonische Beiträge der Ordnung $1/Q^2$ festzustellen. Das Integral von g_1^{p} im gemessenen Bereich wurde bei $Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2$ zu $\int_{0.0021}^{0.85} g_1^{\mathrm{p}}\, \mathrm{d}x = 0.129 \pm 0.004_{\mathrm{sta}} \pm 0.009_{\mathrm{sys}}$ bestimmt. Die Meßwerte aus dem erweiterten kinematischen Bereich $x < 0.021$ tragen mit 8 % zu diesem Wert bei, was die große Bedeutung der Analyse bei kleinen Bjorken-x-Werten hervorhebt. Die Extrapolation in die ungemessenen x-Bereiche ergab für das erste Moment von g_1^{p} einen Wert von $\Gamma_1^{\mathrm{p}}(Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2) = 0.132 \pm 0.004_{\mathrm{sta}} \pm 0.017_{\mathrm{sys}}$. Im Rahmen einer Twist-2-Interpretation des Momentes wurde unter Verwendung von pQCD-Korrekturen die Axialladung $a_0(Q^2 = 5\,\mathrm{GeV}^2) = 0.21 \pm 0.04_{\mathrm{sta}} \pm 0.18_{\mathrm{sys}}$ ermittelt. Eine Analyse der g_1-Weltdaten in NLO der störungstheoretischen QCD führte zu einem nur schwach von Q^2-abhängigen Weltmittelwert von $\langle a_0(Q^2 = 5\,\mathrm{GeV}^2)\rangle = 0.25 \pm 0.04_{\mathrm{sta}} \pm 0.19_{\mathrm{sys}}$ und favorisierte innerhalb großer Unsicherheiten einen positiven Zentralwert $\Delta G(Q^2 = 1\,\mathrm{GeV}^2) = 0.3 \pm 0.2_{\mathrm{sta}} \pm 1.0_{\mathrm{sys}}$ des Gluonbeitrages zum Nukleonspin.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

Die Untersuchung der jeweils kleinsten Bausteine der Materie war stets von großem Interesse in der Physik. Ein langer Weg von experimentellen und theoretischen Fortschritten führte zum gegenwärtigen "Standardmodell" der elektroschwachen und starken Wechselwirkung. In diesem Modell bilden 6 Quarks und 6 Leptonen – Fermionen mit Spin 1/2 – die fundamentalen Teilchen, die durch Austausch von Feldbosonen mit Spin 1 miteinander agieren (Gravitation wird hier nicht betrachtet). Die starke Kraft wirkt im Unterschied zur elektroschwachen nur zwischen den Quarks. Sie erlaubt nur gebundene Zustände der Quarks in Form der Hadronen, die ein reichhaltiges Elementarteilchenspektrum bilden. Die Theorie, welche die Phänomene der starken Wechselwirkung am erfolgreichsten beschreibt, ist die Quantenchromodynamik (QCD), deren Feldquanten die Gluonen sind.

Ein sehr wirksame Methode zur Aufklärung der inneren Struktur der Nukleonen ist die tief-inelastische Lepton-Nukleon-Streuung. Das Lepton fungiert als "Sonde" und der Viererimpulsübertrag Q^2 auf das Nukleon bestimmt, mit welcher "Auflösungstiefe" die Nukleonstruktur untersucht wird. Die in den 60er Jahre am SLAC beobachtete Q^2-Unabhängigkeit der unpolarisierten Strukturfunktion F_2 wurde erfolgreich im Quark-Parton-Modell (QPM) beschrieben. Das Bild der Streuung an nicht wechselwirkenden Quarks und Antiquarks reicht jedoch zur Erklärung zahlreicher am SLAC, CERN und DESY untersuchter Phänomene nicht aus. Beispiele dafür sind u.a. die Skalenverletzung der unpolarisierten Strukturfunktion F_2, 3-Jet-Ereignisse und die Beobachtung, daß die Quarks nur etwa 50 % des Impulses des Nukleons tragen. Die Modellierung der Wechselwirkung zwischen den Quarks durch Gluonaustausch mit Methoden der störungstheoretischen QCD (pQCD) führte zur Erweiterung des QPM, das in der vorliegenden Arbeit als erweitertes QPM bezeichnet wird. Das erweiterte QPM beschreibt die Daten bei ausreichend hohen Q^2-Skalen sehr gut.

Die grundlegende Zweiteilung aller bekannten Teilchen in Fermionen und Bosonen zeigt, daß der Spin eine fundamentale Eigenschaft der Elementarteilchen ist. Das Studium der Spinstruktur der Hadronen, insbesondere der Nukleonen, erweist sich daher als unverzichtbar für ein besseres Verständnis des inneren Aufbaus der Nukleonen. Ein wichtige Frage in diesem Zusammenhang ist, wie sich der Spin der Nukleonen aus dem Spin der Quarks $\Delta\Sigma/2$ und Gluonen ΔG sowie deren relativen Drehimpulsen $L_{\mathrm{q,G}}$ zusammensetzt. Die Doppel-Spin-Asymmetrien der tief-inelastischen Streuung, gemessen mit polarisierten Leptonen und polarisierten Nukleonen, gewähren hier einen Zugang zum Anteil des Spins der Quarks am Nukleonspin, der sich meßbar in der Spinstrukturfunktion $g_1(x, Q^2)$ widerspiegelt. Die Bjorkensche Skalenvariable x kann vereinfacht als Impulsbruchteil desjenigen Partons angesehen werden, an welchem die Streuung erfolgt.

Während im relativistischen QPM etwa 60 % des Nukleonspins von den Quarks getragen werden (der Rest durch die relativen Drehimpulse), ergaben die vor allem in den 90er Jahren am SLAC, CERN und DESY durchgeführten Fest-Target-Experimente zur polarisierten tief-inelastischen Streuung einen Wert von etwa 30 % [E143:98, SMC:97]. Dies wird im erweiterten QPM durch einen positiven Gluonbeitrag ΔG über den Mechanismus der Axialanomalie [AlRo:88, CaCM:88, EfTe:88] erklärt. Obwohl erste experimentelle Ergebnisse auf einen positiven Gluonbeitrag hinweisen [HERM:00], bedarf die genaue Bestimmung von ΔG noch zukünftiger Experimente [PHEN:94, COMP:96]. Möglichkeiten zur Bestimmung des Bahndrehimpulses werden derzeit unter Theoretikern und Experimentatoren intensiv diskutiert.

Die vorliegende Arbeit widmet sich der Bestimmung der Spinstrukturfunktion g_1^{p} des Protons durch Messung des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ in Abhängigkeit von x und Q^2 aus den inklusiven Doppelspin-Asymmetrien der tief-inelastischen Streuung eines polarisierten Positronstrahls am polarisierten Wasserstofftarget des HERMES-Experimentes. Die Messung der inklusiven Asymmetrie, die nur auf die ladungsgewichtete *Summe* der Spinbeiträge aller im Nukleon vorkommenden Quarks (und Antiquarks) sensitiv ist, bildet eine grundlegende Voraussetzung für die bei HERMES möglichen semi-inklusiven Analysen der Hadron-Asymmetrien. Mit deren Hilfe können Spinbeiträge verschiedener Quarktypen voneinander unterschieden werden. Auch wenn bereits eine Vielzahl von g_1-Daten für Proton, Deuterium und Neutron aus Messungen am SLAC, CERN und DESY existieren, gibt es bisher nur sehr wenige Informationen über den Bereich von Bjorken-$x < 0.02$. Genaue Daten für kleine x sind aber zur Bestimmung des Quark-Spinbeitrages $\Delta\Sigma/2$ zum Nukleonspin erforderlich, der aus dem ersten Moment der Spinstrukturfunktion $\int_0^1 g_1 \, \mathrm{d}x$ abgeleitet werden kann. Einer der wesentlichen Punkte dieser Arbeit ist daher die Messung von g_1^{p} im x-Bereich $0.0021 < x < 0.0212$. Der bisher bei HERMES zugängliche Bereich $0.0212 < x < 0.85$ wird in diesem Zusammenhang unter Verwendung einiger neu entwickelter Analysemethoden reanalysiert.

Das x-Intervall $0.0021 < x < 0.0212$ ist bei HERMES kinematisch korreliert mit dem Q^2-Bereich $0.1\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1.2\ \mathrm{GeV}^2$. Bei kleinen Photonvirtualitäten $Q^2 = \mathcal{O}(1\ \mathrm{GeV}^2)$ ist die Beschreibbarkeit der Daten mittels des erweiterten QPM (Twist 2) nicht gesichert. Höhere Twist- und Targetmassebeiträge zu g_1 [SMMS:99, BlTk:99] sowie nichtstörungstheoretische Anteile aus dem Übergangsbereich der tief-inelastischen Region (große Q^2-Werte) zur Photoproduktion ($Q^2 = 0\ \mathrm{GeV}^2$) [BaKK:99] könnten eine wesentliche Rolle spielen. Alle derartigen Effekte jenseits der führenden Twist-Beschreibung im erweiterten QPM werden in der vorliegenden Arbeit unter dem Begriff nicht-partonisch zusammengefaßt. Das Studium der Q^2-Abhängigkeit von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und g_1^{p} liefert wichtige Hinweise über den Gültigkeitsbereich des erweiterten QPM zur Beschreibung der Spinstruktur des Nukleons. Untersuchungen zu diesem Thema runden die Arbeit ab.

Kapitel 2 gibt einen theoretischen Überblick der polarisierten tief-inelastischen Streuung unter Berücksichtigung der Spinstruktur im erweiterten QPM und nicht-partonischer Effekte. Kapitel 3 beschreibt Aufbau und Arbeitsweise des HERMES-Experimentes. Kapitel 4 stellt die Identifizierung der gestreuten Positronen dar. Die Bestimmung der inklusiven Asymmetrie ist in Kapitel 5 beschrieben. Die Analyse an den Grenzen der stabilen Meßmöglichkeiten des HERMES-Detektors erforderte detaillierte systematische Studien, die in Kapitel 6 dargelegt sind. Kapitel 7 enthält Ergebnisse und Interpretationen der inklusiven Asymmetrie-Analyse.

2. Spin des Nukleons

In diesem Kapitel wird ein theoretischer Überblick über die Spinstruktur des Nukleons gegeben, die durch polarisierte, tief-inelastische Lepton-Nukleon Streuung untersucht werden kann. Die vorliegenden Arbeit behandelt die inklusive Analyse. Hierfür werden zunächst die wichtigsten kinematischen Größen definiert und Eigenschaften des spinabhängigen, inklusiven Streuquerschnitts in der Ein-Photon-Näherung angegeben (s. Abschn. 2.1). In dieser Näherung werden verschiedene Aspekte der unbekannten Nukleonstruktur durch die unpolarisierten elektromagnetischen Strukturfunktionen F_1 und F_2 sowie den Spinstrukturfunktionen g_1 und g_2 parametrisiert. Anschließend wird die Zusammensetzung des Nukleonspins im Rahmen des QPM (s. Abschn. 2.2) sowie die Verallgemeinerung des QPM durch die störungstheoretische QCD (engl.: perturbative QCD, pQCD) zum erweiterten QPM vorgestellt (s. Abschn. 2.3). Eine wichtige Rolle bei der Beschreibung der Spinstruktur des Nukleons spielen Summenregeln (s. Abschn. 2.4), die jedoch die Kenntnis der Spinstruktur im gesamten Bjorken-x-Bereich $0 < x < 1$ erfordern. Der Bereich ist experimentell nicht vollständig zugänglich, so daß Extrapolationen der Daten in ungemessene Bereiche erforderlich sind (s. Abschn. 2.5). Ein Schwerpunkt der vorliegenden Analyse ist die Extraktion des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ des Protons in einem bisher noch nicht erschlossenen kinematischen Bereich kleiner Bjorken-x und Photonvirtualitäten Q^2, $0.0021 < x < 0.0212$ und $0.1\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1.2\ \mathrm{GeV}^2$. Bei kleinen $Q^2 \lesssim 1\ \mathrm{GeV}^2$ ist die partonische Interpretation der Daten im Rahmen der pQCD nicht gesichert und nicht-partonische Beiträge zur Spinstrukturfunktion g_1^{p} werden erwartet (s. Abschn. 2.6). Das Kapitel schließt mit einem Überblick über die gegenwärtige experimentelle Situation ab (s. Abschn. 2.7).

2.1. Polarisierte, tief-inelastische Lepton-Nukleon-Streuung

2.1.1. Kinematik der tief-inelastischen Streuung

In der tief-inelastischen Lepton-Nukleon-Streuung (engl.: deep inelastic scattering, DIS) wird die Wechselwirkung zwischen Lepton l und Nukleon N untersucht. Dabei wird ein hinreichend großer Viererimpuls $Q^2 = -q^2$ vom Lepton auf das Nukleon übertragen, so daß sich die invarianten Massen des hadronischen Anfangs- und Endzustandes N und X genügend unterscheiden. In niedrigster Ordnung der elektroschwachen Glashow-Weinberg-Salam Theorie (s. z.B. in [Quig:83] für einen Überblick) wird der Prozeß

$$l + N \to l' + X \tag{2.1}$$

durch den Ein-Photon-Austausch (Born-Näherung) beschrieben (s. Abb. 2.1 a)). Diese Näherung ist beim HERMES-Experiment aufgrund der niedrigen Schwerpunktenergie $\sqrt{s} = 7.5$ GeV gerechtfertigt. Beiträge zum Streuquerschnitt durch γZ^0-Interferenzen von Photon γ und Vektorboson Z^0 beginnen erst bei Photonvirtualitäten von $Q^2 \sim 100$ GeV^2 mit etwa 1 % eine Rolle zu spielen [Stöß:96]. Die hier analysierten Q^2-Werte liegen im Bereich von 0.1 GeV$^2 < Q^2 < 12.5$ GeV^2. Die Kinematik des inklusiven Lepton-Nukleon-Streuquerschnittes ist durch die Viererimpulse k und k' des einlaufenden und auslaufenden Leptons sowie durch den Viererimpuls P des Nukleons im Anfangszustand gegeben. Eine wesentliche Rolle in der Beschreibung des inklusiven Streuquerschnittes spielen die Lorentzinvarianten

$$Q^2 = -q^2 = (k'-k)^2 \overset{\text{lab}}{\approx} EE' \sin^2\frac{\Theta}{2} > 0 \,, \tag{2.2}$$

$$\nu = \frac{Pq}{M} \overset{\text{lab}}{=} E - E' \,, \tag{2.3}$$

$$y = \frac{Pq}{Pk} \overset{\text{lab}}{=} \frac{E-E'}{E} \,, \tag{2.4}$$

$$x = \frac{Q^2}{2Pq} \overset{\text{lab}}{=} \frac{Q^2}{2M\nu} \,, \tag{2.5}$$

$$W^2 = (q+P)^2 \overset{\text{lab}}{=} M^2 + 2M\nu - Q^2 \,, \tag{2.6}$$

wobei hier das Laborsystem "lab" eines Experimentes mit feststehendem Target (Fest-Target-Experiment) durch $P = (M, \vec{0})$ festgelegt ist. Wegen der Raumartigkeit des virtuellen Photons ist der Viererimpulsübertrag Q^2 positiv. Im Laborsystem stellt E' die Energie des mit dem Polarwinkel Θ gestreuten Leptons dar, wobei die z-Achse parallel zur Richtung $\vec{k}/|\vec{k}|$ des einlaufenden Leptons mit der Energie E gelegt wurde. Die Größe W bezeichnet die invariante Masse des Photon-Nukleon-Systems und M die Masse des Nukleons. Die Größen ν und y stellen im Laborsystem Energieübertrag bzw. relativen Energieübertrag des Leptons auf das Nukleon dar. Letztere Größe wird auch Inelastizität

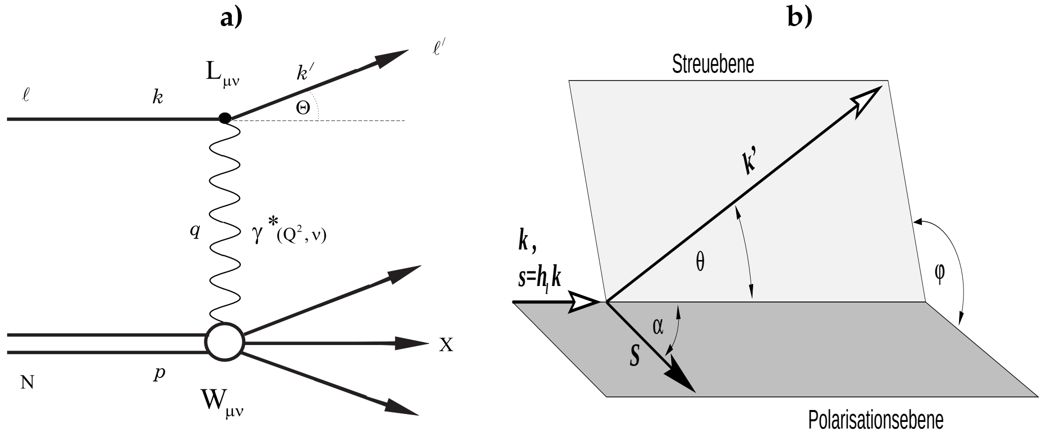


Abbildung 2.1.: a) Tief-inelastische Streuung in der Ein-Photon-Näherung. b) Definition der Polarisations- und Streuebene sowie der Winkel bei der Streuung polarisierter Leptonen an einem polarisierten Fest-Target.

genannt. Die dimensionslose Bjorkensche Skalenvariable x und Inelastizität y variieren aufgrund der Bedingungen $W^2 \geq M^2$ und $0 \leq E' \leq E$ im Intervall $0 \leq x, y \leq 1$. Die Masse des Leptons wurde vernachlässigt ($m_l^2 \ll Q^2$). Der tief-inelastische Bereich ist durch $W^2 \gg M^2$ und $Q^2 \gg M^2 \approx 1$ GeV^2 charakterisiert. Das in der vorliegenden Arbeit untersuchte Gebiet kleiner Q^2-Werte ist mit großen y- und W^2-Werten korreliert, die den inelastischen Bereich kennzeichnen.

Nur jeweils zwei der Lorentzinvarianten (2.2) – (2.6) sind kinematisch unabhängig. Der Variablensatz x und Q^2 oder auch x und y werden häufig zur Beschreibung des differentiellen inklusiven Streuquerschnittes verwendet. Es sei hier erwähnt, daß im Falle der elastischen Streuung die Einschränkung $W^2 = M^2$ zu $Q^2 \equiv 2M\nu$ bzw. zu $x \equiv 1$ führt, womit nur eine unabhängige Größe verbleibt, wie zum Beispiel Θ oder Q^2. Die tief-inelastische Streuung eignet sich zur Untersuchung der inneren Struktur des Nukleons mit einer Ortsauflösung in der Größenordnung der Wellenlänge des virtuellen Photons $\lambda = h/|\vec{q}| = \hbar/\sqrt{Q^2 + \nu^2}$ (Laborsystem). Typische HERMES-Werte von $Q^2 \sim 2$ GeV^2 und $\nu \sim 12$ GeV führen auf $\lambda \sim 10^{-16}$ m, was etwa 1/10 des Nukleonradius' entspricht.

2.1.2. Spinabhängiger, inklusiver Streuquerschnitt

Im Laborsystem kann der doppelt differentielle inklusive Streuquerschnitt der tief-inelastischen Streuung von polarisierten Leptonen an polarisierten Nukleonen in der Ein-Photon-Näherung geschrieben werden als (Notation nach [LePr:85]):

$$\left.\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}E'\,\mathrm{d}\Omega}\right|_{\mathrm{Born}} = \frac{\alpha^2}{2MQ^4}\frac{E'}{E} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} \quad . \tag{2.7}$$

Die Größen $\mathrm{d}\Omega$ und $[E', E' + \mathrm{d}E']$ stellen das Raumwinkelelement und das Energieintervall des gestreuten Leptons dar. Der Faktor α bezeichnet die elektromagnetische Feinstrukturkonstante. Der Streuquerschnitt faktorisiert in einen leptonischen Tensor $L_{\mu\nu}$ und einen hadronischen Tensor $W^{\mu\nu}$. Der Tensor $L_{\mu\nu}$ läßt sich wegen der Punktartigkeit der Leptonen exakt berechnen:

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= \sum_{s'} [\bar{u}(k', s')\gamma_\mu u(k, s)] \cdot [\bar{u}(k', s')\gamma_\nu u(k, s)] \\ &= L_{\{\mu\nu\}}(k, k') + iL_{[\mu\nu]}(k, k', s) \\ &= 2(k_\mu k'_\nu + k'_\mu k_\nu - g_{\mu\nu} kk') - i2\epsilon_{\mu\nu\rho\delta} q^\rho s^\delta \quad . \end{aligned} \tag{2.8}$$

Hier bezeichnen u den Dirac-Spinor mit dem Spinzustand s und s' des Leptons im Anfangs- bzw. Endzustand, s^δ den Viererspinvektor des einfallenden Leptons, $g_{\mu\nu}$ den metrischen Tensor und $\epsilon_{\mu\nu\rho\delta}$ den antisymmetrischen Levi-Cevita-Tensor. Über die beiden Spinzustände s' des Leptons im Endzustand wurde summiert. Der leptonische Tensor wurde in einen bezüglich μ, ν-Vertauschung symmetrischen, spinunabhängigen Teil $L_{\{\mu\nu\}}$ und einen antisymmetrischen, spinabhängigen Teil $L_{[\mu\nu]}$ zerlegt. Der hadronische Tensor

$$W^{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} \sum_X (2\pi)^4 \delta^4(P + q - P_X) \langle P, S|J^\mu(0)|X\rangle\langle X|J^\nu(0)|P, S\rangle \tag{2.9}$$

beschreibt den Absorptionsprozeß des virtuellen Photons durch das Nukleon, und $|P, S\rangle$ kennzeichnet den polarisierten Anfangszustand des Nukleons mit dem Viererspinvektor S. Die hadronischen Endzustände $|X\rangle$ wurden aufsummiert. Der hadronische Tensor läßt sich aufgrund der bisher nicht genau bekannten Nukleonstruktur, die in dem hadronischen Strom $J^\nu(0)$ verborgen ist, nicht exakt berechnen. Die innere Struktur wird daher durch Strukturfunktionen beschrieben. Verschiedene Forderungen an den hadronischen Tensor $W^{\mu\nu}$ – wie Paritäts-, Zeitumkehr- und Translationsinvarianz, Hermitizität und Stromerhaltung – führen zur Reduktion der vielfältigen Möglichkeiten der Bildung eines allgemeinen Tensors zweiter Stufe aus den beteiligten physikalischen Größen P, q und S sowie den Tensoren $g_{\mu\nu}$ und $\epsilon_{\mu\nu\rho\delta}$. Es verbleiben in der Ein-Photon-Näherung vier unabhängige, lorentzinvariante Strukturfunktionen (s. z.B. in [AiHe:89]), so daß

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu} &= W^{\{\mu\nu\}} + iW^{[\mu\nu]} \\ &= F_1\left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}\right) + \frac{F_2}{p\cdot q}\left(p^\mu - \frac{p\cdot q\, q^\mu}{q^2}\right)\left(p^\nu - \frac{p\cdot q\, q^\nu}{q^2}\right) \\ &\quad + g_1 \frac{i}{p\cdot q}\epsilon^{\mu\nu\rho\delta} q_\rho S_\delta + g_2 \frac{i}{(p\cdot q)^2}\epsilon^{\mu\nu\rho\delta} q_\rho (p\cdot q\, S_\delta - S\cdot q P_\delta)\ . \end{aligned} \tag{2.10}$$

ebenfalls durch einen symmetrischen, spinunabhängigen Teil $W^{\{\mu\nu\}}$ und einen antisymmetrischen, spinabhängigen Teil $W^{[\mu\nu]}$ dargestellt werden kann. Die unpolarisierten Strukturfunktionen F_1 und F_2 sowie die Spinstrukturfunktionen g_1 und g_2 sind dimensionslos und hängen von zwei unabhängigen Lorentzinvarianten, wie zum Beispiel x und Q^2, ab. In der älteren Literatur werden häufig die dimensionsbehafteten Strukturfunktionen W_1, W_2, G_1 und G_2 verwendet, die mit den obigen Definitionen durch

$$MW_1 = F_1, \quad \nu W_2 = F_2, \quad M^2\nu G_1 = g_1, \quad M^2\nu G_2 = g_2 \tag{2.11}$$

verbunden sind. Durch die Kontraktion des leptonischen und des hadronischen Tensors in Gl. (2.7) verschwinden die Mischterme von symmetrischen und antisymmetrischen Tensoranteilen, so daß

$$L_{\mu\nu}W^{\mu\nu} = L_{\{\mu\nu\}}W^{\{\mu\nu\}}(F_1, F_2) + L_{[\mu\nu]}W^{[\mu\nu]}(g_1, g_2) \tag{2.12}$$

verbleibt. Ein polarisierter Anteil am Streuquerschnitt zur Bestimmung von g_1 bzw. g_2 erfordert daher sowohl einen polarisierten Leptonstrahl als auch ein polarisiertes Target. Die Kontraktion des symmetrischen Terms von Gl. (2.12) ergibt den unpolarisierten inklusiven Streuquerschnitt:

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma^0}{\mathrm{d}Q^2\,\mathrm{d}x} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4 x}\left[\left(1 - \frac{Q^2}{2MEx} - \frac{Q^2}{4E^2}\right)F_2(x, Q^2) + \frac{Q^4}{4M^2E^2x}F_1(x, Q^2)\right]\ . \tag{2.13}$$

Die Kontraktion des antisymmetrischen Terms führt zum polarisierten Anteil σ^{p} des spinabhängigen Streuquerschnittes [1] $\sigma = \sigma^0 + \sigma^{\mathrm{p}}$. Der polarisierte Anteil σ^{p} kann experimentell aus der Differenz der polarisierten Streuquerschnitte

$$\Delta\sigma = 2\sigma^{\mathrm{p}} = \sigma(s, S) - \sigma(s, -S) = \sigma(s, S) - \sigma(-s, S) \tag{2.14}$$

[1] Mit σ bzw. $\sigma^{0(\mathrm{p})}$ ist der doppelt differentielle Streuquerschnitt gemeint.

mit entgegengesetzter relativer Spinorientierung von Lepton und Nukleon bestimmt werden, da sich der unpolarisierte Anteil heraushebt.

Alle Experimente zur polarisierten, tief-inelastischen Lepton-Nukleon-Streuung waren bisher Fest-Target-Experimente (s. Abschn. 2.7). Der Leptonstrahl muß longitudinal polarisiert sein, da bei transversaler Polarisation der polarisierte Anteil σ^{p} am Streuquerschnitt mit dem inversen Lorentzfaktor m_{l}/E ($\sim\ 1/54000$ bei HERMES) kinematisch unterdrückt und somit nicht meßbar ist. Es wird daher stets longitudinale Lepton-Polarisation $\vec{s}||\vec{k}$ angenommen. Bei beliebiger Spinorientierung des Targets im Laborsystem kann die Streuquerschnittsdifferenz in Abhängigkeit vom Winkel α zwischen dem Impuls des einfallendenden Leptons und dem Targetspin (s. Abb. 2.1 b)) aufgeteilt werden (Notation nach [Jaff:90]):

$$\Delta\sigma(\alpha) = \sigma(\alpha) - \sigma(\alpha+\pi) = \cos\alpha\Delta\sigma_{||} + \sin\alpha\Delta\sigma_{\perp}\ . \tag{2.15}$$

Die Größe $\Delta\sigma_{||}$ ist die Streuquerschnittsdifferenz von antiparalleler und paralleler relativer Spinorientierung von Lepton und Nukleon ($\vec{S}||\vec{k}$, $\alpha = 0, \pi$) und $\Delta\sigma_{\perp}$ diejenige von zwei entgegengesetzten, transversal zum Leptonstrahl orientierten Nukleonspinzuständen ($\vec{S} \perp \vec{k}$, $\alpha = \pi/2, 3\pi/2$). Die entsprechenden differentiellen Streuquerschnitte [2] sind:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}^2\Delta\sigma_{||}}{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}Q^2} &= \frac{16\pi\alpha^2 y}{Q^4}\left[\left(1-\frac{y}{2}-\frac{\gamma^2y^2}{4}\right)g_1(x,Q^2) - \frac{\gamma^2 y}{2}g_2(x,Q^2)\right], && (2.16)\\
\frac{\mathrm{d}^3\Delta\sigma_{\perp}}{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}Q^2\,\mathrm{d}\phi} &= -\cos\phi\,\frac{8\alpha^2 y}{Q^4}\,\gamma\sqrt{1-y-\frac{\gamma^2y^2}{4}}\,\left(\frac{y}{2}g_1(x,Q^2)+g_2(x,Q^2)\right)\ , && (2.17)
\end{aligned}$$

wobei ϕ den Winkel zwischen Polarisations- und Streuebene (s. Abb. 2.1 b)) bezeichnet. Der Faktor

$$\gamma^2 = \frac{4M^2x^2}{Q^2} = \frac{Q^2}{\nu^2} \tag{2.18}$$

geht im Bjorken-Limes ($Q^2, \nu \to \infty,\ x = \mathrm{const.}$) gegen Null. Zur Bestimmung der Spinstrukturfunktion g_1 bietet sich die (anti)parallele Spinkonfiguration an ($\Delta\sigma(\alpha=0) = \Delta\sigma_{||}$). Der g_2-Term in Gl. (2.16) wird kinematisch unterdrückt, da γ^2 bereits bei Strahlenergien von $E > 10$ GeV klein wird. Zudem zeigen Messungen [E143:98, E155x:00], daß die Spinstrukturfunktion g_2 klein im Vergleich zu g_1 ist. Somit wird die Streuquerschnittsdifferenz $\Delta\sigma_{||}$ durch den Beitrag der Spinstrukturfunktion g_1 dominiert. In der transversalen Spinkonfiguration tragen nach Gl. (2.17) der g_1- und g_2-Term in gleicher Größenordnung zu $\Delta\sigma_{\perp}$ bei. Diese Variante eignet sich bei bekannter Spinstrukturfunktion g_1 zur Bestimmung der Spinstrukturfunktion g_2.

[2] In Gl. (2.13) und Gl. (2.16) wurde wegen der ϕ-Symmetrie in den entsprechenden differentiellen Streuquerschnitten über ϕ integriert.

2.1.3. Streuquerschnittsasymmetrien

Experimentell werden die Spinstrukturfunktionen g_1 und g_2 durch Messung der Streuquerschnittsasymmetrien

$$A_{\parallel} = \frac{\sigma^{\overset{\rightarrow}{\Leftarrow}} - \sigma^{\overset{\rightarrow}{\Rightarrow}}}{\sigma^{\overset{\rightarrow}{\Leftarrow}} + \sigma^{\overset{\rightarrow}{\Rightarrow}}} = \frac{\Delta\sigma_{\parallel}}{2\sigma^0}\,, \qquad A_{\perp} = \frac{\sigma^{\rightarrow\Downarrow} - \sigma^{\rightarrow\Uparrow}}{\sigma^{\rightarrow\Downarrow} + \sigma^{\rightarrow\Uparrow}} = \frac{\Delta\sigma_{\perp}}{2\sigma^0} \tag{2.19}$$

bestimmt (s. z.B. [EMC:89, SMC:98, E143:98, HERM:98]), da sich spinunabhängige Einflüsse des Detektors bei dem Streuquerschnittsverhältnis (2.19) herausheben, wie z.B. Effizienzen und geometrische Akzeptanzen (s. Abschn. 5.2.1). Die Größen $\sigma^{\overset{\rightarrow}{\Leftarrow}}$ und $\sigma^{\overset{\rightarrow}{\Rightarrow}}$ stellen die inklusiven, differentiellen Streuquerschnitte der Streuung des longitudinal polarisierten Leptonstrahls "$\rightarrow$" an einem longitudinal polarisierten Target mit antiparalleler "$\Leftarrow$" bzw. paralleler "$\Rightarrow$" Spinorientierung dar und $\sigma^{\rightarrow\Uparrow}$ und $\sigma^{\rightarrow\Downarrow}$ diejenigen Streuquerschnitte mit den beiden entgegengesetzt gerichteten transversalen Targetspinorientierungen "$\Uparrow$" und "$\Downarrow$". Die Größen $A_{\parallel}$ und $A_{\perp}$ werden als inklusive Asymmetrien bezeichnet.

Zur Untersuchung einer der o.a. Strukturfunktionen genügt die Analyse der Absorption des virtuellen Photons γ^* vom Nukleon, anstatt den gesamten Prozeß der Lepton-Nukleon-Wechselwirkung zu betrachten. Das Lepton kann in diesem Sinn als Strahlungsquelle der virtuellen Photonen angesehen werden [HaMa:84]. Vor allem die vorwärts gerichtete Compton-Streuung von virtuellen Photonen an Nukleonen, kurz Vorwärts-Compton-Streuung, die den Fall gleicher Anfangs- und Endzustände des Photon-Nukleon-Systems (Impulse des virtuellen Photons und Nukleons sowie die Gesamthelizität) beschreibt, wird in diesem Zusammenhang betrachtet. Eine elegante Formulierung der Streuquerschnittsanteile wird durch das optische Theorem ermöglicht (s. z.B. in [PeSc:95]). Es verbindet den imaginären Anteil der Streuamplitude $\mathrm{Im}\, M(\gamma^* N \to \gamma^* N)$ der Vorwärts-Compton-Streuung mit dem totalen Absorptionsstreuquerschnitt $\sigma(\gamma^* N \to X)$ virtueller Photonen von Nukleonen, kurz Absorptionsstreuquerschnitt, durch

$$\mathrm{Im}\, M(\gamma^* N \to \gamma^* N) = 2\sqrt{s}|\vec{P}_{\mathrm{cms}}|\sigma(\gamma^* N \to X) \tag{2.20}$$

miteinander. Hierbei sind $\sqrt{s}$ die Schwerpunktenergie von Photon und Nukleon und $|\vec{P}_{\mathrm{cms}}|$ der Betrag des Dreierimpulses des Nukleons (oder Photons) im Schwerpunktsystem. Der hadronischen Tensor $W_{\mu\nu}$ steht mit dem imaginären Anteil der Streuamplitude M durch

$$\mathrm{Im} M_{\lambda_\gamma \lambda_N, \lambda'_\gamma \lambda'_N} = \epsilon^{\mu\dagger}(\lambda_\gamma)\epsilon^{\nu}(\lambda'_\gamma) W_{\mu\nu} \tag{2.21}$$

in Beziehung. Die Indizes $\lambda_\gamma = \pm 1, 0$ und $\lambda_N = \pm 1/2$ bezeichnen die Photon- und Nukleonhelizitäten im Anfangszustand und λ'_γ und λ'_N die entsprechenden Helizitäten im Endzustand. Die Quantisierungsachse des Spins bildet hier die Impulsrichtung $\vec{q}/|\vec{q}|$ des virtuellen Photons, die Photonachse genannt wird. Die Größe ϵ^μ bezeichnet den Vierer-Polarisationsvektor der Photonen:

transversal (zirkular) polarisiert, $\lambda_\gamma = \pm 1: \quad \epsilon^\mu = \mp 1/\sqrt{2}(0, 1, \pm i, 0)$,
longitudinal polarisiert, $\lambda_\gamma = 0: \quad \epsilon^\mu = 1/\sqrt{-q^2}(\sqrt{\nu^2 - q^2}, 0, 0, \nu)$.

Photonen mit $\lambda_\gamma = \pm 1$ (0) werden kurz als transversale (longitudinale) Photonen bezeichnet. Es gibt vier unabhängige Streuamplituden der Vorwärts-Compton-Streuung [PuWi:95], so daß folgende Absorptionsstreuquerschnitte gebildet werden können:

$$\begin{aligned} \sigma^{\mathrm{T}}_{\frac{1}{2}} &= \frac{4\pi^2\alpha}{K}\mathrm{Im}M_{1\frac{1}{2},1\frac{1}{2}} \ , \quad \sigma^{\mathrm{T}}_{\frac{3}{2}} = \frac{4\pi^2\alpha}{K}\mathrm{Im}M_{1-\frac{1}{2},1-\frac{1}{2}} \ , \\ \sigma^{\mathrm{L}} &= \frac{4\pi^2\alpha}{K}\mathrm{Im}M_{0\frac{1}{2},0\frac{1}{2}} \ , \quad \sigma^{\mathrm{TL}} = \frac{4\pi^2\alpha}{K}\mathrm{Im}M_{0\frac{1}{2},0-\frac{1}{2}} \ . \end{aligned} \tag{2.22}$$

Der Faktor $K = (W^2 - M^2)/(2M) = \nu + q^2/(2M)$ repräsentiert den Fluß der virtuellen Photonen nach der Konvention von Hand [Hand:63]. Diese Konvention erhält die Form der invarianten Masse $W^2 = (P + q)^2 = M^2 + 2MK$ des hadronischen Endzustandes der Photon-Nukleon-Streuung sowohl für reelle Photonen mit $K = \nu$ als auch für virtuelle Photonen. Die Größen $\sigma^{\mathrm{T}}_{1/2}$ bzw. $\sigma^{\mathrm{T}}_{3/2}$ beschreiben die Absorption transversaler, virtueller Photonen, wobei je nach relativer Orientierung des Photon- und Nukleonspins die Projektion des Gesamtspins des Photon-Nukleon-Systems auf die Photonachse $1/2$ bzw. $3/2$ beträgt. Der gesamte transversale Absorptionsstreuquerschnitt σ^{T} wird durch die Mittelung

$$\sigma^{\mathrm{T}} = \frac{1}{2}(\sigma^{\mathrm{T}}_{\frac{1}{2}} + \sigma^{\mathrm{T}}_{\frac{3}{2}}) \tag{2.23}$$

definiert. Der Absorptionsstreuquerschnitt σ^{L} beschreibt die Absorption longitudinaler Photonen und σ^{TL} ist ein Term, der sich aus der Interferenz transversaler und longitudinaler Amplituden ergibt. Aus den vier Absorptionsstreuquerschnitten werden drei relative Größen gebildet. Diese sind das Streuquerschnittsverhältnis R der Absorptionsstreuquerschnitte von longitudinalen und transversalen virtuellen Photonen durch Nukleonen sowie die Asymmetrien A_1 und A_2 der Absorption virtueller Photonen durch Nukleonen, die hier kurz als Absorptionsasymmetrien bezeichnet werden:

$$R(x, Q^2) = \frac{\sigma^{\mathrm{L}}}{\sigma^{\mathrm{T}}} = (1 + \gamma^2)\frac{F_2(x, Q^2)}{2xF_1(x, Q^2)} - 1 \overset{\gamma^2 \to 0}{\approx} \frac{F_2(x, Q^2)}{2xF_1(x, Q^2)} - 1 \ , \tag{2.24}$$

$$A_1(x, Q^2) = \frac{\sigma^{\mathrm{T}}_{\frac{1}{2}} - \sigma^{\mathrm{T}}_{\frac{3}{2}}}{2\sigma^{\mathrm{T}}} = \frac{g_1(x, Q^2) - \gamma^2 g_2(x, Q^2)}{F_1(x, Q^2)} \overset{\gamma^2 \to 0}{\approx} \frac{g_1}{F_1} \ , \tag{2.25}$$

$$A_2(x, Q^2) = \frac{\sigma^{\mathrm{TL}}_{\frac{1}{2}}}{\sigma^{\mathrm{T}}} = \gamma\frac{g_1(x, Q^2) + g_2(x, Q^2)}{F_1(x, Q^2)} \ . \tag{2.26}$$

Der Kürze halber wird das Streuquerschnittsverhältnis R in dieser Arbeit ebenfalls als unpolarisierte Strukturfunktion bezeichnet, wobei nur zwei unpolarisierte Strukturfunktionen voneinander unabhängig sind (s. Gl. (2.24)). Die Verknüpfungen mit den Strukturfunktionen F_1, F_2, g_1 und g_2 ergeben sich aus Gl. (2.21) unter Berücksichtigung von Gl. (2.10). Insbesondere folgt aus Gl. (2.25):

$$\sigma^{\mathrm{T}}_{\frac{1}{2}} - \sigma^{\mathrm{T}}_{\frac{3}{2}} \propto g_1 \ , \qquad \sigma^{\mathrm{T}}_{\frac{1}{2}} + \sigma^{\mathrm{T}}_{\frac{3}{2}} \propto F_1 \ . \tag{2.27}$$

Die Absorptionsasymmetrien A_1 und A_2 genügen den Positivitätsrelationen

$$|A_1| < 1, \qquad |A_2| < \sqrt{R}\,. \tag{2.28}$$

Die experimentell zugänglichen inklusiven Asymmetrien $A_{||}$ und $A_{\perp}$ (s. Gl. (2.19)) lassen sich mittels Substitution von Gl. (2.25) und Gl. (2.26) in Gl. (2.19) durch die Absorptionsasymmetrien A_1 und A_2 ausdrücken:

$$A_{||} = D(A_1 + \eta A_2)\ , \qquad A_{\perp} = d(A_2 - \xi A_1) \tag{2.29}$$

und enthalten folgende kinematische Faktoren:

$$D = \frac{1-(1-y)\epsilon}{1+\epsilon R}, \qquad \epsilon = \frac{4(1-y)-\gamma^2 y^2}{2y^2+4(1-y)+\gamma^2 y^2}\ , \tag{2.30}$$

$$\eta = \gamma \frac{1-y-\gamma^2 y^2/2}{(1-y/2)(1+\gamma^2 y/2)}\ , \tag{2.31}$$

$$d = D\sqrt{\frac{2\epsilon}{1+\epsilon}}\ , \tag{2.32}$$

$$\xi = \eta \frac{1+\epsilon}{2\epsilon}\ . \tag{2.33}$$

Die Größe ϵ beschreibt das Flußverhältnis von longitudinalen zu transversalen virtuellen Photonen und $1 - D$ die Depolarisation des virtuellen Photons. Diese resultiert primär aus den unterschiedlichen Richtungen des einfallenden Leptons und des abgestrahlten Photons, $\vec{k} \neq \vec{q}$. Der Depolarisationsfaktor D ist dabei im wesentlichen proportional zur Inelastizität y.

Durch Messung von $A_{||}$ wird das Strukturfunktionsverhältnis g_1/F_1 bzw. die Absorptionsasymmetrie A_1 bestimmt, wie sich durch Einsetzen von Gl. (2.26) und Gl. (2.25) in Gl. (2.29) ergibt:

$$\frac{g_1(x,Q^2)}{F_1(x,Q^2)} = \frac{1}{1+\gamma^2}(A_1 + \gamma A_2) = \frac{1}{1+\gamma^2}\left[\frac{A_{||}}{D} + (\gamma - \eta)A_2\right]\ . \tag{2.34}$$

Der Faktor η ist wegen der Proportionalität zu γ ebenfalls eine kleine Größe. Es gilt daher in guter Näherung $1 + \gamma^2 \approx 1$ und $(\gamma - \eta)A_2 \approx 0$, so daß

$$\frac{g_1}{F_1} \approx A_1 \approx \frac{A_{||}}{D} \tag{2.35}$$

ist (s. Abb. G.1). Die inklusive Asymmetrie $A_{||}$ wird mit wachsender Energie E' des gestreuten Leptons im Laborsystem, d.h. sinkender Energie des virtuellen Photons, klein ($E \to E$ bzw. $\nu \to 0$, ergo $y \to 0$ und $D \to 0$). Die Analysekraft zur Bestimmung der Absorptionsasymmetrie A_1 bzw. des Strukturfunktionsverhältnisses g_1/F_1 aus der inklusiven Asymmetrie $A_{||}$ fällt daher in etwa proportional zu y ab. Die Bestimmung von

g_1 erfolgt mittels Annahmen über die weitgehend bekannten unpolarisierten Strukturfunktionen durch

$$g_1(x, Q^2) = \frac{g_1}{F_1} F_1(x, Q^2) = \frac{g_1}{F_1} \frac{(1+\gamma^2) F_2(x, Q^2)}{2x(1 + R(x, Q^2))} \ . \tag{2.36}$$

Bisherige Messungen [E143:98, E155:00, SMC:98, HERM:98] zeigen, daß A_1 nur sehr wenig mit Q^2 variiert (im Vergleich zu den unpolarisierten Strukturfunktionen F_1 und F_2). Die Q^2-Abhängigkeit der Spinstrukturfunktion g_1 ist daher mit derjenigen der unpolarisierten Strukturfunktion F_1 vergleichbar.

2.2. Quark-Parton-Modell

2.2.1. Skaleninvarianz und Skalenverletzung

Die Messungen zur tief-inelastischen Lepton-Nukleon-Streuung am SLAC Ende der 60er Jahre zeigten, daß im kinematischen Gebiet $1\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 7\ \mathrm{GeV}^2$ und $W^2 > 4\ \mathrm{GeV}^2$ bei x-Werten von $x \approx 0.25$ die Funktion $\nu W_2(Q^2, \nu)$ nur von der Skalenvariablen $\omega = 1/x = 2M\nu/Q^2$ abhängt [Brei$^+$:69]. Diese beobachtete Unabhängigkeit der Strukturfunktion $F_2 = \nu W_2$ von der "Auflösungskale" Q^2 wird als Skaleninvarianz [3] bezeichnet.

Bereits 1964 zeigten M. Gell-Mann und G. Zweig, daß sich die Spektren der leichten Hadronen als Multipletts einer $SU(3)_\mathrm{F}$-Symmetriegruppe erklären lassen [Gell:64, Zwei:64]. Die hadronischen Zustände wurden zunächst formal aus dem fundamentalen $SU(3)_\mathrm{F}$-Triplett dreier Spin-1/2-Teilchen, den *up*, *down* und *strange* Quarks ($q_f = u, d, s$) aufgebaut. Der Index "F" steht für Geschmack (engl.: flavour). J. D. Bjorken sagte das o.a. Skalenverhalten der unpolarisierten Strukturfunktion bereits 1968 voraus [Bjor:69]. Basierend auf der "Quark-inspirierten" $U(6) \otimes U(6)$-Strom-Algebra der Vektor- und Axialvektor-Oktetts [FeGZ:64] leitete er formal die *asymptotische* Skaleninvarianz ab, indem er die Existenz der Grenzwerte $\lim_{Q^2,\nu\to\infty} MW_1(\nu, Q^2) \ \to\ F_1(\omega)$ und $\lim_{Q^2,\nu\to\infty} \nu W_2(\nu, Q^2) \to F_2(\omega)$ mit konstantem $\omega = 1/x$ bewies.

Spätere experimentelle Beobachtungen über einen größeren x- und Q^2-Bereich zeigten, daß die Strukturfunktionen $F_{1,2}$ und $g_{1,2}$ im tief-inelastischen Regime im allgemeinen eine schwache Q^2-Abhängigkeit in logarithmischer Form aufweisen (s. Abb. 2.2):

$$F_{1,2}(x, Q^2) \approx F_{1,2}(x, \ln Q^2)\ , \qquad g_{1,2}(x, Q^2) \approx g_{1,2}(x, \ln Q^2)\ , \tag{2.37}$$

die als Skalenverletzung bezeichnet wird (s. Abb. 2.2). Der Ausdruck "schwach" bezieht sich hier auf den Vergleich mit den bei steigenden Q^2 um mehrere Größenordnungen abfallenden elektrischen und magnetischen Formfaktoren $G_\mathrm{E}(Q^2)$ und $G_\mathrm{M}(Q^2)$ der elastischen Lepton-Nukleon-Streuung (s. zB. in [HaMa:84]).

[3] Mit Skaleninvarianz wird in der Theorie die Unabhängigkeit des hadronischen Tensors $W^{\mu\nu}$ und somit der dimensionslosen Strukturfunktionen von der Skalentransformation aller unabhängigen Größen

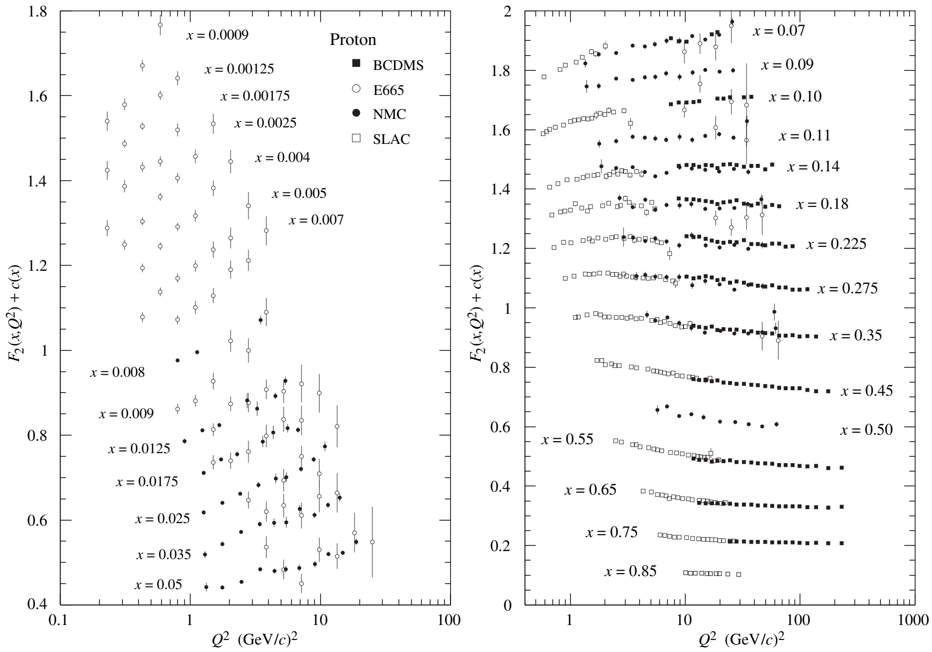


Abbildung 2.2.: Q^2-Abhängigkeit der unpolarisierten Strukturfunktion F_2^{p} des Protons gemessen in tief-inelastischer Streuung von Elektronen (SLAC) und Müonen (BCDMS,E665,NMC) [PDG:98]. Es wurde eine x-abhängige Konstante $c(x)$ addiert.

2.2.2. Strukturfunktionen im Quark-Parton-Modell

R. P. Feynman erklärte die bei $x \approx 0.25$ beobachtete Skaleninvarianz der unpolarisierten Strukturfunktionen intuitiv durch *elastische Streuung* der Leptonen an freien, punktartigen, elektrisch geladenen Konstituenten, den Partonen, aus denen das Nukleon aufgebaut sein sollte. Nach heutigem Wissenstand werden die elektrisch geladenen Partonen mit den Quarks q und Antiquarks $\bar{q}$ und die elektrisch neutralen Partonen mit den Feldquanten der Quantenchromodynamik (QCD), den Gluonen, identifiziert. Die kinematischen Voraussetzungen für die Annahme freier Partonen sind im Quark-Parton-Modell (QPM) durch ein Bezugssystem gegeben, in dem der Betrag des longitudinalen Dreierimpulses $\vec{P} = (0, 0, P)$ des Nukleons gegen unendlich geht (engl.: infinite momentum frame, IMF) [Feyn:72, BjPa:69]. Bei hohen Impulsüberträgen Q^2 ist das Schwerpunktsystem von virtuellem Photon und Nukleon eine gute Näherung für das IMF. Die mittlere Lebenszeit τ_{qq}^0 virtueller Quark-Antiquark Zustände im Ruhesystem des Nukleons kann als typische Zeitskale der Quark-Quark-Wechselwirkung betrachtet werden. Die Zeitskale der Lepton-Quark-Streuung im IMF ist durch die Durchgangszeit τ_{lq} des Leptons durch das lorentzkontrahierte Nukleon gegeben [CTEQ:95]. Wegen der Zeitdilatation kann $\tau_{lq} \ll \tau_{qq} = \tau_{qq}^0 \gamma$ angenommen werden, wobei γ der Lorentzfaktor des Nukleonsystems bezüglich des Lepton-Nukleon-Schwerpunktsystem ist. Die Wechsel-

$P \to \kappa P$, $S \to \kappa S$, $q \to \kappa q$, und $M \to \kappa M$ bezeichnet (s. z.B. in [Jaff:90, MaSh:92]). Die Bjorken Skalenvariable x ist wegen $x' = (\kappa p)(\kappa q)/(\kappa^2 Q^2) = pq/Q^2 = x$ per Definition skaleninvariant. Der Bjorken-Limes $Q^2, \nu \to \infty$, $x = \mathrm{const.}$ ist äquivalent dem Limes $\kappa \to \infty$.

wirkung zwischen den Quarks beeinflußt daher nicht den DIS-Prozeß und die Quarks können im harten Streuprozeß effektiv als freie Teilchen betrachtet werden. Zusätzlich wird angenommen, daß sich die Quarks im IMF kollinear bewegen. Dasjenige Quark, welches dem harten Streuprozeß unterzogen wird, hat den Impuls $p = \xi P$. Die nicht wechselwirkenden "Zuschauer-Partonen" tragen den Restimpuls $(1-\xi)P$ des Nukleons. Die Größe $\xi = 2x/(1+\sqrt{4M^2x^2/Q^2})$ wird Nachtmann-Variable [Nach:73] genannt. Im Grenzwert $M^2/Q^2 \rightarrow 0$ (Bjorken-Limes oder $M \rightarrow 0$), geht ξ in die Bjorkensche Skalenvariablen x über. Im weiteren wird die Targetmasse M als Null angenommen. Konsequenterweise werden ebenso die Quark-Massen der drei leichten u-, d, und s-Quarks vernachlässigt. Die gegenwärtig bekannten weiteren Quarkflavours *charm*, *bottom*, *top* ($q_f = c, b, t$) werden in dieser Analyse aufgrund großer Quark-Massen im Vergleich zu den leichten u, d und s-Quarks nicht als Nukleonkonstituenten berücksichtigt. Targetmasse-Effekte werden im Abschnitt 2.6.2 diskutiert. Mit den Annahmen des QPM ergibt sich der tief-inelastische Lepton-Nukleon-Streuquerschnitt aus der inkohärenten Summe aller Lepton-Parton-Wechselwirkungen, so daß der hadronische Tensor $W^{\mu\nu}$ (Notation nach [LePr:85]) durch

$$W^{\mu\nu}(q,P,S) = \sum_{f,s}^{N_\mathrm{f}} e_f^2 \frac{1}{2Pq} \int_0^1 \frac{\mathrm{d}x'}{x'} \delta(x'-x) q_f(x',s,S) w^{\mu\nu}(x',q,s,S) \;, \tag{2.38}$$

ausgedrückt werden kann. Dabei stellt q_f die Anzahldichte oder auch Partonverteilung für Quarks und Antiquarks der Flavour f mit der Ladung e_f in Einheiten der Elementarladung e, dem Impulsbruchteil x' und dem Spinzustand $s = \pm 1/2$ innerhalb des Nukleons mit dem Spinzustand S dar. Da Quarks, wie die Leptonen, punktförmige Spin-1/2-Teilchen sind, ist der Tensor $w^{\mu\nu}$ das Quark-Äquivalent des leptonischen Tensors $L^{\mu\nu}$ in Gl. (2.8). Die Summe$\sum_{f,s}$ läuft über alle N_f aktiven Flavours und die möglichen Quarkspinzustände $s = \pm S$.

Alternativ werden Partonverteilungen auch getrennt nach Quarks und Antiquarks definiert. Da aber im inklusiven Streuquerschnitt eine Unterscheidung zwischen Quarks- und Antiquarks nicht möglich ist, wird in dieser Arbeit die Definition der Partonverteilungen verwendet, die Quarks und Antiquarks einschließt (Quarkverteilungen). Falls Quarks von Antiquarks unterschieden werden, wird das explizit angegeben.

Da die Quarkverteilung $q_f^{+(-)}(x) = q_f(x, s = +(-)S, S)$ mit parallel (antiparallel) zum Nukleonspin gerichtetem Quarkspin nicht von der Quantisierungsrichtung abhängen kann, ist sie nur vom Impulsbruchteil x abhängig. Die unpolarisierten und polarisierten Quarkverteilungen der Flavour f sind dann gegeben durch:

$$q_f(x) = q_f^+(x) + q_f^-(x) \;, \quad \Delta q_f(x) = q_f^+(x) - q_f^-(x) \;, \qquad f = 1 \cdots N_\mathrm{f} \;, \tag{2.39}$$

wobei letztere auch als Quark-Helizitätsverteilungen bezeichnet werden. Über die Quarkverteilungen selbst werden im QPM keine Aussagen getroffen. Sie werden als Eingangsgrößen vorausgesetzt. Die Strukturfunktionen ergeben sich im QPM durch Einsetzen von Gl. (2.38) in Gl. (2.7) sowie Koeffizientenvergleich mit Gl. (2.13) und Gl. (2.16):

$$F_1(x) = \ = \ \frac{1}{2}\sum_f^{N_\mathrm{f}} e_f^2 q_f(x) \ , \quad F_2(x) = x\sum_f^{N_\mathrm{f}} e_f^2 q_f(x) \ , \tag{2.40}$$

$$g_1(x) \ = \ \frac{1}{2}\sum_f^{N_\mathrm{f}} e_i^2 \Delta q_f(x) \ , \quad g_2(x) \equiv 0 \ . \tag{2.41}$$

Die unpolarisierte Strukturfunktion $F_1(x)$ beschreibt im QPM die Flavour-Summe der ladungsgewichteten Dichteverteilungen der Quarks. $F_2(x)$ berücksichtigt den relativen Quarkimpuls als Wichtungsfaktor. Die Spinstrukturfunktion $g_1(x)$ reflektiert die Differenz der ladungsgewichteten Dichteverteilungen von Quarks mit gleicher bzw. dem Nukleon entgegengesetzter Helizität und liefert damit ein Maß für den Anteil von Quarkspins am Spin des Nukleons. In der kinematischen Region $x > 0.1$ wird ein polarisiertes Nukleon durch die polarisierten Valenzquarkverteilungen $\Delta u_\mathrm{v}(x)$ und $\Delta d_\mathrm{v}(x)$ dominiert, die am Beispiel der Flavour u durch die Aufspaltung $\Delta u(x) = \Delta u_\mathrm{v}(x) + \Delta u_\mathrm{sea}(x) + \Delta\bar{u}(x)$ definiert sind. Dabei bezeichnen $\Delta\bar{u}(x)$ die polarisierte Antiquark- und $\Delta u_\mathrm{sea}(x)$ die polarisierte Seequarkverteilung ohne Antiquarks. Analoges gilt für die Flavour d und die unpolarisierten Valenzquarkverteilungen. Das Nukleon hat die *strange*-Quantenzahl Null, deshalb ist $s_\mathrm{v}(x) = \Delta s_\mathrm{v}(x) = 0$.

Der Vergleich von Gl. (2.40) und Gl. (2.41) mit den Absorptionsstreuquerschnitten (2.27) führt zu den Proportionalitäten:

$$\sigma^\mathrm{T}_{1/2}(x) \propto \sum_{f=1}^{N_\mathrm{f}} e_f^2 q_f^+(x), \quad \sigma^\mathrm{T}_{3/2}(x) \propto \sum_{f=1}^{N_\mathrm{f}} e_f^2 q_f^-(x) \ . \tag{2.42}$$

Da Quarks Spin-1/2-Teilchen sind, können aufgrund der Helizitätserhaltung Photonen nur von Quarks absorbiert werden, deren Spinprojektion auf die Photonachse der des Photons entgegengesetzt gerichtet ist. Quarks mit paralleler bzw. antiparalleler Spinorientierung relativ zum auf die Photonachse projizierten Nukleonspin ergeben daher gerade die transversalen Komponenten des Absorptionsstreuquerschnittes σ^T von transversalen Photonen und Nukleonen. Eine weitere Folgerung aus dem Quarkspin $1/2$ ist, daß im QPM wegen der vorausgesetzten Kollinearität der (unendlichen) Quarkimpulse zur Photonachse, der Absorptionsstreuquerschnitt von longitudinalen virtuellen Photonen und Nukleonen $\sigma^\mathrm{L} = 0$ ist, was durch die Callan-Gross-Relation [CaGr:69] $F_2(x) = 2xF_1(x)$ ausgedrückt wird. Messungen des Verhältnisses $2xF_1(x)/F_2(x)$ am SLAC (s. z.B. in [Perk:91]) deuteten darauf hin, daß elektrisch geladene Partonen den Spin $1/2$ haben. Spin 0 konnte ausgeschlossen werden.

Da im QPM die Quarks im Grundzustand keine Bahndrehimpulse haben, ergibt sich der projizierte Gesamtspin des Nukleons $\langle S_z\rangle$ nur aus der Summe der Gesamthelizitäten $\Delta q_f = \int_0^1 \mathrm{d}x\, \Delta q_f(x)$ der polarisierten Quarkverteilungen aller aktiven Flavour f:

$$\langle S_z\rangle \stackrel{\mathrm{QPM}}{=} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\Delta\Sigma = \frac{1}{2}\sum_f^{N_\mathrm{f}} \Delta q_f = \frac{1}{2}(\Delta u + \Delta d + \Delta s) \ , \tag{2.43}$$

wobei das erste Moment $\Delta\Sigma = \int_0^1 \mathrm{d}x \Delta\Sigma(x)$ der Quark-Singlettverteilung die Gesamthelizität aller Quarks im Nukleon darstellt. Aus Gl. (2.43) folgt $\Delta\Sigma = 1$. In einem relativistischen Quark-Parton-Modell sind die Bahndrehimpulse der Quarks nicht vernachlässigbar, was zu einer Reduzierung der Gesamthelizität der Quarks zu etwa $\Delta\Sigma \approx 0.58$ führt.

2.2.3. Inkonsistenzen der polarisierten Daten mit dem QPM

Obwohl das Quark-Parton-Modell wesentliche Eigenschaften der Nukleonstruktur beschreibt, zeigen die folgenden experimentellen Tatsachen, daß die durch die QCD beschriebene Quark-Gluon-Wechselwirkung im Nukleon nicht vernachlässigt werden kann:

- Die Annahmen von kollinearen Quarkimpulsen und freien Quarks führen dazu, daß die Spinstrukturfunktion $g_2 \equiv 0$ ist. Dies widerspricht den Meßwerten [E143:98, E155x:00, SMC:98]. Die Einführung von Transversalimpulsen und Wechselwirkungen zwischen Quarks innerhalb des QPM sind von Modellannahmen abhängig und erzeugen nur inkonsistente, teilweise einander widersprechende Ergebnisse für g_2 [Jaff:90]. Wie in Abschn. 2.4.4 (und Anhang F) dargelegt wird, spielt gerade die Quark-Gluon-Dynamik eine wesentliche Rolle bei der Erklärung von g_2.
- Die beobachteten Skalenverletzungen werden im QPM nicht wiedergegeben. Sie ist im Rahmen der QCD eine Folge der Strahlungskorrekturen (Emission von Gluonen, Paarbildung von Quarks), was in Abschn. 2.3.3 näher erläutert wird.
- Die gegenwärtigen Messungen der Gesamthelizität der Quarks im Nukleon nach [E143:98], $\Delta\Sigma = 0.29 \pm 0.09$, liegen immer noch etwa um die Hälfte unter der Voraussage des relativistischen QPM, $\Delta\Sigma = 0.58$, das die orbitalen Drehimplulse der Quarks berücksichtigt. Die Gluonen (Spin 1) sowie deren orbitale Drehimpulse müssen daher zum Spin des Nukleon beitragen, worauf in Abschn. 2.3.4 eingegangen wird.

2.3. Spin im erweiterten QPM

Die vollständige Bilanzgleichung für den Nukleonspin unter Berücksichtigung des Gluonanteils ΔG sowie der orbitalen Gesamtdrehimpulse L_q und L_G der Quarks und Gluonen lautet:

$$\langle S_z \rangle = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\Delta\Sigma + \Delta G + L_\mathrm{q} + L_\mathrm{G} \ . \qquad (2.44)$$

Die Gesamthelizität der Gluonen ΔG ist analog der der Quarks definiert:

$$\Delta G(Q^2) = \int_0^1 \mathrm{d}x\, \Delta G(x, Q^2) = \int_0^1 \mathrm{d}x\, G^+(x, Q^2) - G^-(x, Q^2) \ . \qquad (2.45)$$

Im allgemeinen sind alle Komponenten der rechten Seite von Gl. (2.44) aufgrund der Quark-Gluon-Wechselwirkung von Q^2 abhängig, und zwar derart, daß $\langle S_z \rangle$ unabhängig von Q^2 ist. Im folgenden werden die wesentlichen Eigenschaften des erweiterten QPM dargelegt.

2.3.1. Quantenchromodynamik

Die Prozesse der starken Wechselwirkung werden durch die QCD beschrieben, die auf dem von Yang und Mills 1954 entwickelten Konzept der nicht-abelschen Eichfeldtheorie [YaMi:54] basiert. Die Forderung nach der Eichinvarianz der starken Wechselwirkung bei lokalen $SU(3)_\mathrm{C}$-Phasentransformationen der in $N_\mathrm{C} = 3$ Farbladungszuständen (engl: colour) auftretenden Quarkfelder ψ_α ($\alpha = 1 \cdots 3$: *rot, grün, blau*) führt zur Einführung von $N_\mathrm{C}^2 - 1 = 8$ unabhängigen Spin-1 Eichfeldern A_μ^a ($a = 1 \cdots 8$), den Gluonen. Der experimentelle Nachweis für die Spin-1 Eigenschaft der Gluonen gelang am TASSO-Experiment [TASS:80] durch Analyse der Winkelverteilung von 3-Jet-Ereignissen am e^+e^--Collider PETRA am DESY. Die Gluonen tragen infolge der nichtabelschen Struktur der $SU(3)_\mathrm{C}$ selbst Farbladungen und koppeln somit nicht nur an die Farbladungen der Quarks wie die Photonen an die elektrische Ladung, sondern wechselwirken auch mit sich selbst. Die Kopplung wird analog der Feinstrukturkonstanten der QED durch eine Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung $\alpha_\mathrm{s} = g_\mathrm{s}^2/4\pi$ ausgedrückt, wobei die Kopplungsstärke g_s für alle Farben gleich ist.

Zwei wesentliche Eigenschaften der QCD führen dazu, daß das QPM mit QCD-Korrekturen als erweitertes QPM beibehalten werden kann. Die starke Kopplungskonstante α_s fällt mit steigenden Viererimpulsübertrag Q^2 logarithmisch ab (laufende Kopplungskonstante, s. Abschn. 2.3.2). Daraus folgt, daß die Quarks im Grenzwert $Q^2 \to \infty$ als freie Teilchen angenommen werden können (*asymptotische Freiheit*). QCD-Korrekturen können bei genügend großen Q^2 störungstheoretisch bestimmt werden. Um die in der Störungstheorie berechneten Größen von Infrarot-Divergenzen zu befreien, wird die *Faktorisierung* von langreichweitigen Prozessen in der Quark-Gluon-Wechselwirkung und den kurzreichweitigen Prozessen angenommen. Die Berücksichtigung der Quark-Gluon-Wechselwirkung ermöglicht die Beschreibung der Skalenverletzung durch die *Q^2-Evolution* der Partonverteilungen (s. Abschn. 2.3.3).

2.3.2. Laufende Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung

Die Berechnung von Feynmandiagrammen in höheren Ordnungen α_s führt ebenso wie in der QED zu unphysikalischen Ausdrücken, wenn der zu integrierende Schleifenimpuls gegen unendlich geht (UV-Divergenz). Die Ursache der UV-Divergenzen ist die Annahme von "bloßen" Größen in der Lagrangedichte ohne die Berücksichtigung der Selbstwechselwirkung der Felder. Diese Selbstwechselwirkung erzeugt dynamische Beiträge zum Potential zwischen den Teilchen, zu den Kopplungen der Felder an Einteilchenzustände und zu den Teilchenmassen. Die QCD ist als nichtabelsche Eichfeldtheorie renormierbar [Hoof:71, HoVe:72]. Um physikalisch sinnvolle Ausdrücke zu erhalten, werden die UV-divergenten Integrale regularisiert. Die UV-divergenten Integralanteile können durch Renormierung der Theorieparameter absorbiert werden [Coll:84] und die renormierten Parameter werden mit den physikalischen, endlichen Parametern identifiziert. Die Subtraktion der Divergenzen kann dabei an einer willkürlich wählbaren, endlichen Skale vorgenommen werden, der *Renormierungsskale* μ (Einheit Masse). Das Regelwerk zur Definition von μ wird *Renormierungsschema* genannt. Meßbare physikalische Observablen, insbesondere Streuquerschnitte, die in allen Ordnungen der Störungstheorie berechnet wurden, dürfen nicht von der willkürlichen Renormierungskale μ abhängen. In der Praxis wird jedoch durch den Abbruch der störungstheoretischen Entwicklungreihe eine Abhängigkeit berechneter physikalischer Observablen vom Renormierungsschema erzeugt.

Wenn eine Observable nicht vom Renormierungsschema abhängt (Fall der unendlichen Entwicklungsreihe), ist sie invariant unter den endlichen Skalentransformationen $\mu' = \kappa\mu$. Die Menge dieser Skalentransformationen bildet die *Renormierungsgruppe*. Eine Änderung von μ wird durch Änderungen der Theorieparameter kompensiert, was durch die *Renormierungsgruppengleichungen* [StPe:53, GeLo:54] beschrieben wird (in [GrWi:73] sind z.B. Renormierungsgruppengleichungen für die QCD angegeben). Theorieparameter, wie z.B. die Kopplungsstärke der QCD g_s, sind somit von der Renormierungsskale μ abhängig. Diese Aussagen bedeuten beispielsweise für eine μ-unabhängige Streumatrix S ohne Massenterme:

$$\begin{aligned} S(\mu', g_\mathrm{s}(\mu')) &= S(\mu, g_\mathrm{s}(\mu)) \\ \rightarrow \mu\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\mu} &= \left(\mu\frac{\partial}{\partial\mu} + \beta(g)\frac{\partial}{\partial g_\mathrm{s}}\right) S(\mu, g(\mu)) = 0\ , \qquad \beta(g_\mathrm{s}) = \mu\frac{\mathrm{d}g_\mathrm{s}(\mu)}{\mathrm{d}\mu}\ . \end{aligned} \tag{2.46}$$

Die Renormierungsgruppenfunktion $\beta(g_\mathrm{s})$ bestimmt das Q^2-Verhalten von g_s. Wenn alle externen Impulse p_i einer Skalentransformation

$$p_i' = \kappa p_i\ , \quad \kappa = e^t\ , \quad t = \ln\frac{Q^2}{\mu^2} \tag{2.47}$$

unterzogen werden, ist dies äquivalent einer effektiven Q^2-abhängigen Kopplungstärke $\bar{g}_\mathrm{s}(Q^2)$ ohne Änderung der Impulse p_i ($e^t p_i,\ g_\mathrm{s}(\mu) \rightarrow p_i,\ \bar{g}_\mathrm{s}(Q^2)$). Die effektive Kopplungsstärke $\bar{g}_\mathrm{s}(Q^2)$ genügt der Gleichung [Coll:84, GrWi:73]:

$$\frac{\mathrm{d}\bar{g}_\mathrm{s}(t)}{\mathrm{d}t} = \bar{g}_\mathrm{s}\beta(\bar{g}_\mathrm{s}) \quad \mathrm{mit} \quad \mathrm{\bar{g}_s(t=0) = g_s}\ . \tag{2.48}$$

Die β-Funktion der QCD kann störungstheoretisch in Potenzen der Kopplungskonstante $\alpha_\mathrm{s}(\mu^2)$ an der Renormierungskale μ entwickelt werden:

$$\beta\big(g_\mathrm{s}(\mu)\big) = -g_\mathrm{s}(\mu)\left(\beta_0\frac{\alpha_\mathrm{s}(\mu)}{4\pi} + \beta_1\frac{\alpha_\mathrm{s}^2(\mu)}{(4\pi)^2} + \cdots\right) \tag{2.49}$$

Im minimalen Subtrakionsschema (MS) [Hoof:73, Bura:80] sind die Koeffizienten β_0 und β_1 der QCD ($N_\mathrm{C} = 3$) mit N_f aktiven Flavours [Poli:73, GrWi:73, Cas:74]:

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}N_\mathrm{f}\ , \qquad \beta_1 = 102 - \frac{38}{3}N_\mathrm{f}\ . \tag{2.50}$$

In erster Ordnung α_s^1 (engl.: leading order, LO) ergibt sich die effektive starke Kopplungskonstante $\alpha_s(Q^2)$ und ihre logarithmische Q^2-Abhängigkeit aus der Integration von Gl. (2.48) unter Einsatz des β_0-Terms aus Gl. (2.49) zu

$$\alpha_s(Q^2) \stackrel{\mathrm{LO}}{=} \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda^2)} , \qquad \Lambda \stackrel{\mathrm{LO}}{=} \mu \exp^{-2\pi/(\beta_0 \alpha_s(\mu^2))} . \tag{2.51}$$

Aufgrund der Selbstwechselwirkung der Gluonen ist β_0 für $N_f \leq 16$ positiv, was die asymptotische Freiheit $\lim_{Q^2\to\infty} \alpha_s(Q^2) \to 0$ im Standardmodell ($N_f = 6$) bewirkt. Das Ansteigen von α_s bei kleinen Q^2 beschreibt hingegen das sogenannte *Colour-Confinement* (keine Beobachtung von freien Quarks oder Gluonen). Der Λ-Parameter "trennt" dabei Q^2-Bereiche, bei denen die starke Kopplungskonstante $\alpha_s(Q^2)$ klein genug für die Störungstheorie ist, von den Bereichen, wo $\alpha_s(Q^2)$ zu groß für eine störungstheoretische Entwicklung wird. In höheren Ordnungen wird α_s im allgemeinen in einer Potenzreihe in $1/\ln(Q^2/\Lambda^2)$ dargestellt. So ist in der zweiten Ordnung α_s^2 (engl.: next to leading order, NLO) die effektive Kopplungskonstante gegeben durch

$$\frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \stackrel{\mathrm{NLO}}{=} \frac{1}{\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda^2)} - \frac{\beta_1}{\beta_0^3} \frac{\ln[\ln(Q^2/\Lambda^2)]}{\ln^2(Q^2/\Lambda^2)} . \tag{2.52}$$

In LO kann der Λ-Parameter durch Vergleiche von QCD-Vorhersagen mit den experimentellen Daten fixiert werden. Bereits in NLO reicht dies jedoch nicht aus, da Beiträge der Form $c/[\ln^2(Q^2/\Lambda^2)]$ von einem umdefinierten Λ absorbiert werden können, was eine Abhängigkeit der frei wählbaren Skalen von dem Renormierungschema zur Folge hat [CTEQ:95, Bura:80]. In der vorliegenden Arbeit wird zur Berechnung einiger Größen im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema [MeNe:96] ein NLO-Wert von [GlRV:95]

$$\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}} = 248 \pm 65\,\mathrm{MeV} \tag{2.53}$$

für $N_f = 3$ angenommen. Der Fehler von Λ wurde aus Variation von $\alpha_s(\mu^2 = m_{Z^0}^2) = 0.118 \pm 0.003$ [Barn+:96] um die angegebene Unsicherheit mit der NLO-Approximation (2.52) bestimmt, wobei $m_{Z^0} = 91.187$ GeV die Z^0-Masse darstellt.

2.3.3. Faktorisierung und Q^2-Evolution

Durch die Renormierung werden nur die UV-Divergenzen absorbiert. Die Infrarot-Divergenzen (IR-Divergenz) bei Berechnung von Feynmandiagrammen in höheren Ordnungen α_s werden dort nicht betrachtet. Es existieren zwei Typen von IR-Divergenzen. Die *weiche Divergenz* beruht auf der Masselosigkeit der Gluonen und tritt in der Integration über Gluonenimpulse k in Schleifendiagrammen auf, wenn $k \to 0$ geht. Die kollineare Divergenz oder Massesingularität wird erzeugt, wenn masselose Quarks oder Gluonen mit dem Impuls p_μ Gluonen mit dem kollinearen Impuls $k_\mu = z p_\mu$ abstrahlen (s. z.B. in [CTEQ:95, Sope:96]). Andererseits verbleibt nach [Ster:78] ein reelles masseloses

Quark oder Gluon auf der Massenschale, wenn es masselose *reelle* Gluonen (Gluonbremsstrahlung) mit $k_\mu = 0$ oder $k_\mu = zp_\mu$ abstrahlt [4]. Das führt zur Entartung der Energie-Eigenzustände der Quarks im Anfangs- und Endzustand (s. z.B. in [Muta:87]). Bereits im QPM wurde angenommen, daß die Nukleonkonstituenten im allgemeinen nicht auf der Masseschale liegen. Nach dem Kinoshita-Poggion-Quinn-Theorem [KiPQ:76] sind auf dieser Basis störungstheoretisch berechnete Größen zumindest frei von weichen Divergenzen, wenn über alle entarteten Anfangs- und Endzustände summiert wird.

Die bei kleinen α_s störungstheoretisch berechneten QCD-Korrekturen des QPM sollen frei von den verbleibenden kollinearen IR-Divergenzen sein, die mit langreichweitigen Prozessen korreliert sind. Dies wird durch das *Faktorisierungstheorem* [GrWi:74, GePo:74] gewährleistet. Danach faktorisieren im harten Streuprozeß kurzreichweitige von langreichweitigen QCD-Prozessen ohne quantenmechanische Interferenzen, womit eine dem QPM äquivalente Darstellung der Strukturfunktionen erreicht wird. Die unpolarisierte bzw. polarisierte Strukturfunktion F_1 bzw. g_1 nehmen in der störungstheoretischen QCD die folgende Gestalt an [Alta:81]:

$$F_1(x,Q^2) = \frac{\langle e^2\rangle}{2}\left(C^\mathrm{S}\otimes\Sigma|_x + C^\mathrm{NS}\otimes q^\mathrm{NS}|_x + 2N_\mathrm{f}C^\mathrm{G}\otimes G|_x\right)\ , \tag{2.54}$$

$$g_1(x,Q^2) = \frac{\langle e^2\rangle}{2}\left(\Delta C^\mathrm{S}\otimes\Delta\Sigma|_x + \Delta C^\mathrm{NS}\otimes \Delta q^{NS}|_x + 2N_\mathrm{f}\Delta C^\mathrm{G}\otimes \Delta G|_x\right) \tag{2.55}$$

mit der Faltung bezüglich x

$$f\otimes g|_x = \int_x^1 \frac{\mathrm{d}x'}{x'} f(\frac{x}{x'})g(x')\ . \tag{2.56}$$

Die Größe $\langle e^2\rangle = \sum_{f=1}^{N_\mathrm{f}} e_f^2/N_\mathrm{f}$ ist die über alle aktiven Quark-Flavours gemittelte quadratische Ladung. Die $\Delta C^\mathrm{S,NS,G}(x,Q^2)$ sind die polarisierten Koeffizientenfunktionen der polarisierten Singlett- und Nonsinglett-Quarkverteilungen $\Delta\Sigma(x,Q^2)$, $\Delta q^\mathrm{NS}(x,Q^2) = \sum_{f=1}^{N_\mathrm{f}}(e_f^2/\langle e^2\rangle - 1)\Delta q_f(x,Q^2)$ sowie der polarisierten Gluonverteilung $\Delta G(x,Q^2)$. Die unpolarisierten Größen $C^\mathrm{S,NS,G}(x,Q^2)$, $\Sigma(x,Q^2)$ und $G(x,Q^2)$ sind analog definiert. Der Gluonterm in Gl. (2.55) stellt den anomalen Gluonbeitrag zur Spinstrukturfunktion g_1 dar (s. Abschn. 2.3.4). Singlett- und Nonsinglett bezieht sich auf den $SU(3)_\mathrm{F}$-Zustand der entsprechenden Quarkverteilungen.

Die obigen Partonverteilungen enthalten alle langreichweitigen, nicht störungstheoretisch bestimmbaren Wechselwirkungen zwischen Quarks und Gluonen. Inbesondere werden die IR-Sensitivitäten absorbiert. Es sind die kollinearen IR-Divergenzen in der Gluonabstrahlung und Konversion von Gluonen in (masselose) Quark-Antiquark-Paare (s. Abb. 2.4), die zu logarithmischen α_s-Korrekturen führen und somit die Ursache für die Skalenverletzung darstellen. Die Koeffizientenfunktionen enthalten dagegen alle kurzreichweitigen QCD-Prozesse (QCD-Strahlungskorrekturen), die die harte Streuung beeinflussen. Die Koeffizientenfunktionen sind in der Störungstheorie berechenbar und *frei* von kollinearen IR-Divergenzen. Der harte Streuprozeß hängt nicht von den langreichweitigen Phänomenen der Partonverteilungen ab und umgekehrt. Die Regularisierung der IR-Divergenzen führt analog der Renormierung zu einer willkürlich festlegbaren

[4] Confinement der Gluonen liegt außerhalb des Rahmens der störungstheoretischen QCD.

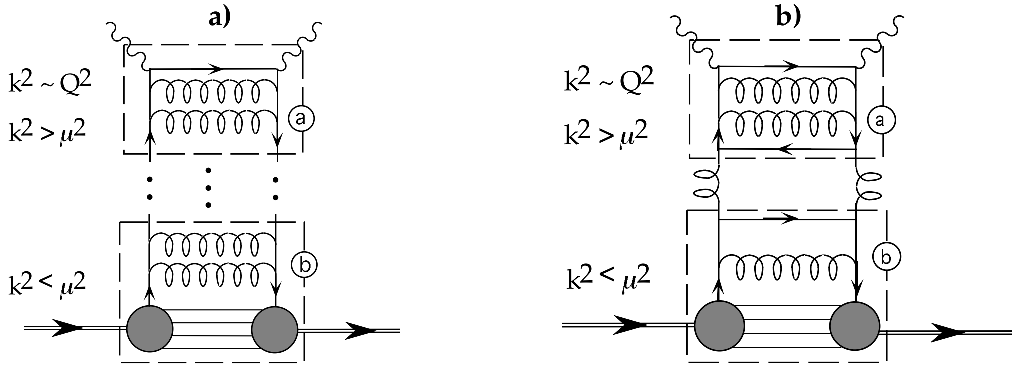


Abbildung 2.3.: Leiterdiagramme zur Veranschaulichung der Faktorisierung ($\mu = \mu_{\text{fact}}$). Quark- und Gluonpropagatoren mit Viererimpulsen $k^2 > \mu^2$ gehen als QCD-Strahlungskorrekturen in die Koeffizientenfunktionen a) $\Delta C^{\text{S,NS}}$ bzw. b) ΔC^{G} ein. Propagatoren mit $k^2 < \mu^2$ werden in die Partonverteilungen absorbiert. Die Abbildung wurde [Jaff:90]) entnommen.

Faktorisierungsskale μ_{fact}, die die langreichweitigen QCD-Prozesse von den kurzreichweitigen trennt (s. Abb. 2.3). Die Berechnung von QCD-Korrekturen des harten Streuprozesses im Rahmen der Störungstheorie (pQCD-Konzept) erfordert harte Q^2-Skalen, die sowohl $Q^2 > \mu^2_{\text{fact}}$ als auch $\alpha_{\text{s}}(Q^2) \ll 1$ erfüllen müssen. Gegenwärtig werden Skalen von $Q^2 \gtrsim 1\ \text{GeV}^2$ diskutiert (s. Abschn. 2.6). Das Regelwerk zur Definition von μ_{fact} wird Faktorisierungsschema genannt. Häufig wird $\mu = \mu_{\text{fact}}$ gesetzt und Renormierungs- sowie Faktorisierungsschema miteinander identifiziert, so auch in dieser Arbeit. Die Willkür in der Festlegung der Faktorisierungsskale entspricht dem Verschieben endlicher Anteile der Koeffizientenfunktionen in die Partonverteilungen genau in dem Maße, daß die observablen Strukturfunktionen F_1 bzw. g_1 invariant bleiben.

Die Faktorisierung hat eine der Renormierung ähnliche, bedeutende Eigenschaft. Wie beispielsweise aus der Bekanntheit der effektiven starken Kopplungskonstante α_{s} an einer Skale $Q^2 = \mu^2$ aus Gl. (2.48) die Kenntnis von α_{s} an jeder anderen Skale Q^2 folgt, wird die Q^2-Evolution der unpolarisierten und polarisierten Partonverteilungen durch die integro-differentialen Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi-Gleichungen (DGLAP) [GrLi:72, Doks:77, AlPa:77] beschrieben. Sie sind hier in Abhängigkeit von $t = \ln(\frac{Q^2}{\mu^2})$ für die unpolarisierten Partonverteilungen angegeben:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{pmatrix} q^{\text{NS}}(x,t) \\ \Sigma(x,t) \\ G(x,t) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_{\text{s}}(t)}{2\pi}\begin{pmatrix} P^{\text{NS}}_{\text{qq}} & 0 & 0 \\ 0 & P_{\text{qq}} & 2N_{\text{f}}P_{\text{qG}} \\ 0 & P_{\text{Gq}} & P_{\text{GG}} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} q^{\text{NS}}(x,t) \\ \Sigma(x,t) \\ G(x,t) \end{pmatrix}. \tag{2.57}$$

Die polarisierten Partonverteilungen entwickeln sich formal gleich. Die entsprechenden DGLAP-Gleichungen werden durch Ersetzen von Σ, G und q^{NS} durch $\Delta\Sigma$, ΔG und Δq^{NS} sowie durch Austauschen der unpolarisierten QCD-Aufspaltungsfunktionen (engl.: splitting functions) P_{ik} $(i,k = \text{q},\text{G})$ durch die polarisierten Aufspaltungsfunktionen ΔP_{ik} erhalten. Im Unterschied zu den Singlett- und Gluonverteilungen entkoppeln die Nonsinglettverteilungen in der Q^2-Entwicklung von den Gluonen. Die QCD-Aufspaltungsfunktionen P_{ik} $(i,k = \text{q},\text{G})$ sind ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, daß

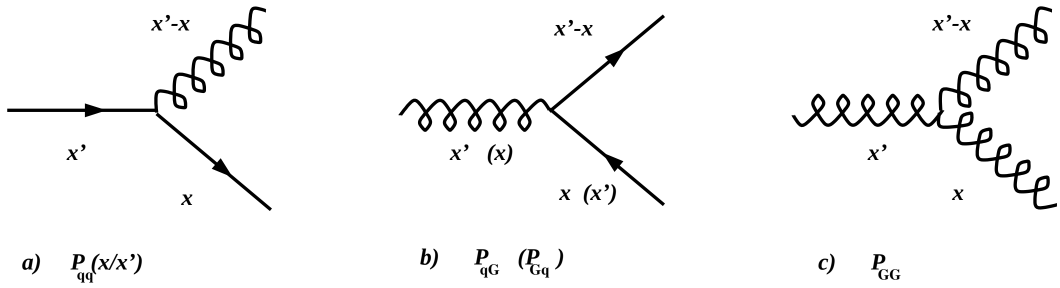


Abbildung 2.4.: Feynmangraphen der grundlegenden Aufspaltungsprozesse.

ein Parton i mit dem Bruchteil x des Nukleonimpulses von einem Parton k mit dem Bruchteil $x' > x$ stammt (s. Abb. 2.4). So berücksichtigt $P_{\rm qq}$ die Abstrahlung von Gluonen durch die Quarks, $P_{\rm qG}$ die Quark-Antiquark-Aufspaltung von Gluonen und $P_{\rm GG}$ die Gluonselbstwechselwirkung.

Die Gleichungen (2.54) – (2.57) gelten in allen Ordnungen der Störungstheorie und für alle Faktorisierungsschemen. Der Einsatz der LO-Koeffizientenfunktionen

$$C^{\rm S} \overset{\rm LO}{=} C^{\rm NS} \overset{\rm LO}{=} \Delta C^{\rm S} \overset{\rm LO}{=} \Delta C^{\rm NS} \overset{\rm LO}{=} \delta(1-\frac{x'}{x}) \ , \qquad C^{\rm G} \overset{\rm LO}{=} \Delta C^{\rm G} \overset{\rm LO}{=} 0 \ . \tag{2.58}$$

verifiziert die QPM-Gleichungen auf höherem Niveau:

$$F_1(x,t) \overset{\rm LO}{=} \frac{1}{2}\sum_f e_f^2 q_f(x,t) \ , \qquad g_1(x,t) \overset{\rm LO}{=} \frac{1}{2}\sum_f e_f^2 \Delta q_f(x,t) \ , \tag{2.59}$$

denn die logarithmische Q^2-Abhängigkeit ist durch die DGLAP-Gleichungen bereits in der führenden Ordnung enthalten. Da die Gluon-Koeffizientenfunktion $C_{\rm G}$ bzw. $\Delta C_{\rm G}$ (harter Photon-Gluon-Streuquerschnitt) erst ab dem Zweischleifen-Niveau der NLO auftreten (s. Abb. 2.3 b)) wird in der LO der (anomale) Gluonenbeitrag G bzw. ΔG in den Strukturfunktionen F_1 und g_1 noch nicht berücksichtigt ($C^{\rm G} \overset{\rm LO}{=} \Delta C^{\rm G} \overset{\rm LO}{=} 0$), der aber eine wesentliche Rolle in Interpretation der Meßergebnisse spielt (s. Abschn. 2.3.4).

In höheren Ordnungen $\alpha_{\rm s}$ werden die Koeffizientenfunktionen und die Partonverteilungen abhängig vom Faktorisierungsschema. Diese Schemenabhängigkeit bleibt im allgemeinen auch bei einer unendlichen störungstheoretischen Reihe erhalten. Dies unterstreicht, daß die Partonverteilungen und Koeffizientenfunktionen *keine* Observablen sind. Besonders deutlich wird die Schemenabhängigkeit beim Auftreten der Axialanomalie in der polarisierten Photon-Gluon-Streuung ab der NLO (s. Abschn. 2.3.4). Erst die Faltung (bzw. Produkt im Momentenraum) von Koeffizientenfunktion und Partonverteilung führt zu physikalischen Observablen, wie die Strukturfunktionen F_1 und g_1 bzw. deren Momente. Die Observablen sind unabhängig vom verwendeten Faktorisierungsschema (bis auf o.a. Abhängigkeiten durch den Abbruch der störungstheoretischen Entwicklungsreihe). Die Angabe des verwendeten Faktorisierungsschemas für Koeffizientenfunktionen und Partonverteilungen ist daher ab der NLO stets notwendig. Die Ergebnisse eines Schemas lassen sich aber stets in andere Schemen umrechnen.

Die polarisierten Singlett- und Nonsinglett-Koeffizientenfunktionen sind bis zur Ordnung α_s^3 (NNLO) bzw. α_s^4 bekannt (s. Abschn. 2.4.1). Obwohl die polarisierten Aufspaltungsfunktionen in der LO bereits lange bekannt sind [AhRo:76, AlPa:77], gelang die Berechnung der polarisierten Aufspaltungsfunktionen in der NLO im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema erst in den 90er Jahren. Sie sind in [ZiNe:94, MeNe:94, Voge:96] angegeben. Eine konsistente pQCD-Analyse der Meßwerte der Spinstrukturfunktion g_1 ist derzeit daher bis zur NLO möglich (s. z.B. [GRSV:96, BaFR:96, E154:97a, SMC:98b]).

Die polarisierten und unpolarisierten Aufspaltungsfunktionen unterscheiden sich mit Ausnahme von P_{qq} vor allem in den Werten bei kleinen x. Daraus resultiert in der QCD im allgemeinen eine Q^2-Abhängigkeit des Verhältnisses g_1/F_1. Im kinematischen Bereich $x > 0.1$ wird jedoch erwartet, daß die durch die DGLAP-Gleichungen beschriebenen Q^2-Abhängigkeiten der Strukturfunktionen F_1 und g_1 ähnlich sind, so daß die Q^2-Abhängigkeit Strukturfunktionsverhältnisses g_1/F_1 klein ist im Vergleich zur Skalenverletzung von F_1 bzw. g_1. Die bisherigen g_1/F_1-Messungen deuten darauf hin (s. Abschn. 2.1.3).

2.3.4. Anomaler Gluonbeitrag zur Spinstruktur des Nukleons ab NLO

Die Herkunft des (anomalen) Gluonbeitrages $\Delta G(Q^2) = \int_0^1 \Delta G(x, Q^2)\,\mathrm{d}x$ zum ersten Moment $\Gamma_1(Q^2) = \int_0^1 g_1\,\mathrm{d}x$ der Spinstrukturfunktion $g_1(x, Q^2)$ (s. Abschn. 2.4.1) beruht auf der Axialanomalie [AlRo:88, CaCM:88, EfTe:88] in der polarisierten Photon-Gluon-Streuung (s. Abb. 2.5 a)), die einen der NLO-Beiträge darstellt. Im Grenzwert verschwindender Quarkmassen $m_{q_f} \to 0$ ist die Lagrangedichte *freier* Quarkfelder ψ_f einer beliebigen Flavour f invariant unter der axialen $U(1)$-Transformation $\psi'_f = e^{-i\gamma_5\theta}\psi_f$, woraus nach dem Noethertheorem ein erhaltener Singlett-Axialstrom

$$J_5^\mu = \sum_{f=1}^{N_\mathrm{f}} \bar{\psi}_f \gamma^\mu \gamma_5 \psi_f \tag{2.60}$$

und eine erhaltene (Q^2-unabhängige) Singlett-Axialladung a_0 folgt. Der Wert für a_0 ist durch den Nukleonerwartungswert $\langle P, S | J_5^\mu | P, S\rangle = S^\mu a_0$ definiert (s. Abschn. 2.4.1). In der QCD gilt die Erhaltung von a_0 aufgrund der Gluonwechselwirkung nicht, denn die Divergenz der Axialstromoperatoren ist (Axialanomalie)

$$\partial_\mu J_5^\mu = N_\mathrm{f} \frac{\alpha_\mathrm{s}}{4\pi} G\tilde{G}\ , \quad m_q = 0\ . \tag{2.61}$$

Hier ist $G\tilde{G} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} G^a_{\mu\nu} G^a_{\lambda\rho}$, $a = 1 \cdots 8$, wobei $G^a_{\mu\nu}$ den gluonischen Feldstärketensor mit dem Farbindex a kennzeichnet. Ausgehend vom Leitergraphen in Abb. 2.3 b), ergibt sich in der NLO das Box-Diagramm in Abb. 2.5 a), das in führender Ordnung in den polarisierten Photon-Gluon-Streuquerschnitt $\Delta\sigma^{\gamma G}$ eingeht. Die Größe $\Delta\sigma^{\gamma G}$ wird in einen harten, infrarot-sicheren und einen weichen kollinear IR-divergenten Anteil in Abhängigkeit von der Faktorisierungsskale μ_fact aufgeteilt,

$$\Delta\sigma^{\gamma G} = \Delta\sigma^{\gamma G}_\mathrm{hard}(|k_\mathrm{T}| \gtrsim \mu_\mathrm{fact}) + \Delta\sigma^{\gamma G}_\mathrm{soft}(|k_\mathrm{T}| \lesssim \mu_\mathrm{fact})\ , \tag{2.62}$$

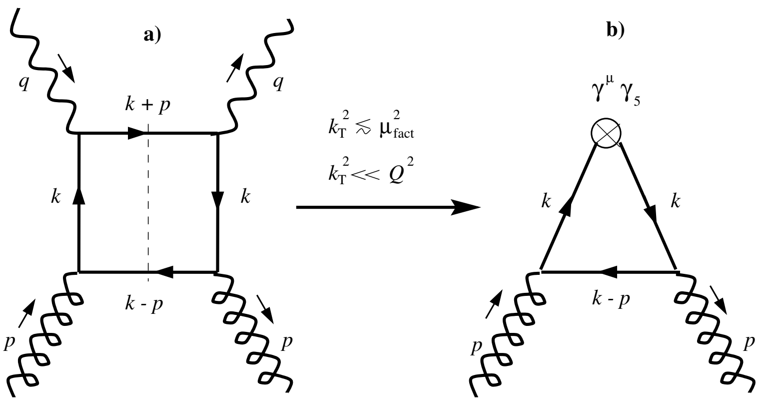


Abbildung 2.5.: Das a) Box-Diagramm der polarisierten Photon-Gluon-Streuung in führender Ordnung ($\mathcal{O}(\alpha_s^2)$) wird für Schleifenimpulse bis $k_T^2 \lesssim \mu_{fact}^2$ und kollinearer Näherung ($k_T^2 \ll Q^2$) der Quark-Antiquark-Erzeugung vom Gluon zum b) Dreiecksgraphen mit dem Vertex $\gamma^\mu\gamma^5$ reduziert. Der kollinear divergente Anteil des Photon-Gluonstreuquerschnittes $\Delta\sigma_{soft}(k_T^2 \lesssim \mu_{fact}^2) = \Delta q^G(\mu_{fact})$ kann aus dem Dreiecksgraphen mit der Axialanomalie $\partial_\mu J_5^\mu = G\tilde{G}$ bestimmt werden.

wobei $\Delta\sigma_{hard}^{\gamma G} = 2N_f \Delta C_1^G$ (s. z.B. [Chen:96]) und k_T der Transversalimpuls der Quarks und Antiquarks (x, y-Komponenten) relativ zum externen Gluonimpuls $p^\mu = (p_0, 0, 0, p_3)$ sind. Der kollinear IR-divergente Anteil $\Delta\sigma_{soft}^{\gamma G}(|k_T| \lesssim \mu_{fact})$ kann aus dem Dreiecksgraphen nach Abb. 2.5 b) bestimmt werden. Der Teil $\Delta\sigma_{soft}^{\gamma G}(\mu_{fact})$ entspricht daher der polarisierten Seequarkverteilung $\Delta q^G(\mu_{fact})$ (Quark-Antiquark-Paare), die von störungstheoretisch behandelbaren Gluonen erzeugt wurde.

Die Interpretation des Gluonbeitrages zum ersten Moment Γ_1 der Spinstrukturfunktion g_1 durch die Axialanomalie ist streng mit dem Faktorisierungsschema korreliert. Aufgrund der Axialanomalie im Dreiecksgraphen 2.5 b) können die Faktorisierungsschemen nicht gleichzeitig Eichinvarianz und chirale Symmetrie erhalten [Chen:96]. Im eichinvarianten $\overline{\text{MS}}$-Schema haben wegen der Verletzung der chiralen Symmetrie die vom Gluon erzeugten Quark-Antiquark-Paare die *gleiche* Helizität, so daß eine negative Seequark-Helizität $\Delta q_{\overline{\text{MS}}}^{\text{G}}(Q^2) < 0$ von einer positiven Gluonhelizität $\Delta G(Q^2)_{\overline{\text{MS}}} > 0$ erzeugt wird [Chen:96]. Das erste Moment des harten Photon-Gluon-Streuquerschnittes verschwindet dagegen im $\overline{\text{MS}}$-Schema [BaFR:96]:

$$\Delta C_1^{\text{G}}(Q^2)_{\overline{\text{MS}}} \equiv 0 \; . \tag{2.63}$$

Die Gluonpolarisation trägt nicht explizit zu Γ^1 bei, sondern geht vollständig in $\Delta q_{\overline{\text{MS}}}^{\text{G}}$ über. Im chiral invarianten AB-Schema [BaFR:96] hingegen wird $\Delta q_{\text{AB}}^{\text{G}}(Q^2) \equiv 0$, da die erzeugten Quark-Antiquark-Paare stets entgegengesetzte Helizitäten haben. Die Singlett-Helizität bleibt im AB-Schema erhalten, $\Delta\Sigma(Q^2)_{\text{AB}} = \text{const.}$ [BaFR:96]. Dafür erzeugt das von Null verschiedene erste Moment der Gluon-Koeffizientenfunktion [AlRo:88]

$$\Delta C_1^{\text{G}}(Q^2)_{\text{AB}} = -\frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \; , \tag{2.64}$$

einen expliziten Gluonbeitrag zu Γ_1. Dieser Unterschied in der Interpretation wird reflektiert durch die Transformationsgleichung der ersten Momente der Singlett- und Gluonverteilungen vom $\overline{\mathrm{MS}}$- zum AB-Schema [LeSS:98]:

$$\begin{aligned} \Delta G(Q^2)_{\overline{\mathrm{MS}}} &= \Delta G(Q^2)_{\mathrm{AB}} , & (2.65)\\ a_0(Q^2) = \Delta\Sigma(Q^2)_{\overline{\mathrm{MS}}} &= \Delta\Sigma_{\mathrm{AB}} - 2N_{\mathrm{f}}\frac{\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2)}{4\pi}\Delta G(Q^2) . & (2.66) \end{aligned}$$

Der Gluonbeitrag zu Γ_1 kann durch die Singlett-Axialladung a_0 (s. Abschn. 2.4.1) ausgedrückt werden. Diese ist unabhängig vom Faktorisierungsschema. Während im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema der kleine Wert der Axialladung bzw. Singlett-Helizität $a_0 = \Delta\Sigma_{\overline{\mathrm{MS}}} \approx 0.3$ (s. Gl. (2.15)) unter anderem durch das negative $\Delta q^{\mathrm{G}}_{\overline{\mathrm{MS}}}$ erklärt werden kann, wird im AB-Schema hierfür die Reduzierung von $\Delta\Sigma_{\mathrm{AB}}$ durch ein positives Gluon $\Delta G(Q^2)$ entsprechender Größe ($\mathcal{O}(1)$) angeführt, ohne notwendigerweise eine hohe negative Seequark-Polarisation zu fordern. Im allgemeinen verschiebt eine Änderung des Faktorisierungsschemas den durch die Axialanomalie bedingten Gluonbeitrag zwischen Singlett-Helizität $\Delta\Sigma(Q^2)$ und dem harten Photon-Gluon-Streuquerschnitt $2N_{\mathrm{f}}\Delta C_1^{\mathrm{G}}(Q^2)$ genau in dem Maße, daß Γ_1 bzw. a_0 invariant bleiben. Die Größe von $\Delta C_1^{\mathrm{G}}(Q^2)$ oder $\Delta\Sigma(Q^2)$ ist nur eine Frage der verwendeten Faktorisierung [BoQi:90].

Eine wichtige Eigenschaft von $\Delta G(Q^2)$ ist, daß die Größe $\alpha_{\mathrm{s}}\Delta G$ in der führenden Ordnung der Q^2-Entwicklung in der pQCD erhalten ist: [CaCM:88, EfTe:88]:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\ln Q^2}(\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2)\Delta G(Q^2)) = \mathcal{O}(\alpha_{\mathrm{s}}^2(Q^2)) . \tag{2.67}$$

$\Delta G(Q^2)$ steigt mit $\ln Q^2$ während α_{s} proportional zu $1/\ln Q^2$ fällt. Der logarithmische Anstieg von $\Delta G(Q^2)$ beruht auf der Abstrahlung polarisierter Gluonen von polarisierten Quarks, die mit steigendem Q^2 anwächst. In der Konsequenz bleibt der Unterschied zwischen den Faktorisierungsschemen sowie der Beitrag der Gluonen zum ersten Moment Γ_1 der Spinstrukturfunktion g_1 auch im asymptotischen Limes $Q^2 \to \infty$ erhalten. Normalerweise verschwinden die meisten QCD-Effekte in diesem Grenzwert.

Der Anstieg von $\Delta G(Q^2) \propto 1/\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2)$ wird durch ein Anwachsen des orbitalen Drehimpulses kompensiert, um die Erhaltung des Nukleonspins (2.44) zu gewährleisten. In [JiTa:97] wurde gezeigt, daß für $Q^2 \to \infty$ der totale Anteil $\frac{1}{2}\Delta\Sigma + L_q$ der Quarks am Nukleonspin schemenunabhängig ist, da der Axialanomalie-Beitrag zu $\Delta\Sigma$ durch einen entsprechenden Wert in den Quarkdrehimpulsen L_q kompensiert wird. Der Nukleonspin teilt sich in diesem Grenzfall in nahezu gleiche Teile zwischen Quarks und Gluonen auf:

$$\begin{aligned} J_q &= \frac{1}{2}\Delta\Sigma + L_q \overset{Q^2\to\infty}{=} \frac{1}{2}3N_{\mathrm{f}}/(16+3N_{\mathrm{f}}) \approx \frac{1}{4} , \quad (N_{\mathrm{f}} = 5,6)\\ J_G &= \Delta G + L_G \overset{Q^2\to\infty}{=} \frac{1}{2}16/(16+3N_{\mathrm{f}}) \approx \frac{1}{4} , \quad (N_{\mathrm{f}} = 5,6) . \end{aligned} \tag{2.68}$$

Es wird hier angemerkt, daß eine pQCD-Analyse der Meßdaten der Spinstrukturfunktion g_1 aufgrund der Kopplung von $\Delta\Sigma$ und ΔG in den DGLAP-Gleichungen (2.57) einen indirekten Zugang zur Gluonhelizität ΔG über die Skalenverletzung gestattet. Die pQCD-Analysen in NLO berücksichtigen dabei die Bedingung der Axialanomalie zur Beschreibung des Gluonanteils am Nukleonspin. Tatsächlich scheinen die Daten durch pQCD-Analysen in NLO besser beschrieben zu werden, was sich in einer (leichten) Verbesserung der Anpassungsgüte χ^2 der Anpassungen beim Übergang von LO zu NLO ausdrückt (z.B. Vergleich von LO und NLO in [GRSV:96, GeSt:96, Goto$^+$:00]). Obwohl die inklusive Analyse nur eine schwache Einschränkung des Gluonbeitrages zum Nukleonspin liefert, scheinen die pQCD-Anpassungen an die g_1-Weltdaten (s. Abschn. 2.7) einen positiven Gluonbeitrag um $\Delta G(Q^2) = \mathcal{O}(1)$ zu favorisieren. Jüngste Messungen am HERMES-Experiment mit dem direkteren Zugang zu $\Delta G/G$ über den Prozeß der Photon-Gluon-Fusion deuten ebenfalls in diese Richtung [HERM:00]. Die genaue Bestimmung von ΔG obliegt dem Experiment und ist Gegenstand aktueller Diskussionen (s. z.B. in [PHEN:94, COMP:96]).

2.4. Summenregeln

Eine alternative Methode zur Darstellung der Spinstruktur des Nukleons und Ableitung von Momenten und Summenregeln aus der QCD ist die Operator-Produkt-Entwicklung (OPE), in der das zeitgeordnete, bilokale Produkt der hadronischen Ströme in eine Reihe lokaler Operatoren der Quark- und Gluonfelder entwickelt wird. Dieses Verfahren wurde von K. G. Wilson zur Beschreibung des kurzreichweitigen Verhaltens der starken Wechselwirkung im Rahmen der Strom-Algebra eingeführt [Wils:69]. Im Abschnitt F ist ein Überblick über die OPE angegeben. Hier werden nur die wesentlichen Ergebnisse skizziert.

Zur Bestimmung der Momente der Spinstrukturfunktionen g_1 und g_2 ist nur die OPE des spinabhängigen, antisymmetrischen Teils $t_{[\mu\nu]}$ des zeitgeordneten Produktes $t_{\mu\nu} = i \int \mathrm{d}^4\xi q^{iq\xi} \mathcal{T}(J_\mu(\xi) J_\nu(0))$ der hadronischen Ströme J_μ notwendig, wobei $t_{[\mu\nu]} = (t_{\mu\nu} - t_{\nu\mu})/2$ ist. Wenn nur Operatoren mit führendem Twist betrachtet werden, kann die OPE von $t_{[\mu\nu]}$ in der Notation nach [Mano:92] geschrieben werden als

$$t_{[\mu\nu]} = 2 \sum_{n=1,3,\cdots} i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \left(\frac{2}{-q^2}\right)^n q_{\mu_1} \cdots q_{\mu_{n-1}} \sum_i \Delta C_i^n \Theta_i^{\sigma\{\mu_1\cdots\mu_{n-1}\}}. \tag{2.69}$$

Die i-Summe läuft über alle Quark- und Gluonoperatoren Θ_i des führenden Twists ($i = 0$: Singlett, $i = 1\cdots 8$ Nonsinglett, $i = \mathrm{G}$: Gluon, vgl. mit Gl. (F.3)). Die geschweifte Klammer $\{\cdots\}$ kennzeichnet die Symmetrisierung der eingeschlossenen Lorentzindizes. Die Operatoren in Gl. (2.69) sind nicht vollständig symmetrisch und haben keinen definierten Twist (s. Anh. F). Die $\Theta_i^{\sigma\{\mu_1\cdots\mu_{n-1}\}}$ können in total symmetrische Operatoren $\Theta^{\tau=2}$ mit Twist-2 und Operatoren mit gemischter Symmetrie $\Theta^{\tau=3}$ (Lorentzindizes weggelassen) aufgespalten werden, die sich durch Dimensionsanalyse als Twist-3-Operatoren herausstellen [Koda$^+$:79]:

$$\Theta_i^{\sigma\{\mu_1\cdots\mu_{n-1}\}} = \Theta^{\tau=2} + \Theta^{\tau=3} \, . \tag{2.70}$$

Die Bildung des Nukleonerwartungswertes von $t_{[\mu\nu]}$ in der OPE (2.69) unter Berücksichtigung von Gl. (2.70) führt zu einer Reihe in $(1/x)^n$ (vgl. mit. Gl. F.5). Diese konvergiert nur in der unphysikalischen Region $x > 1$. Durch Anwendung von Dispersionsrelationen und dem optischen Theorem $2\pi W_{\mu\nu} = \mathrm{Im}\langle P,S|\; t_{\mu\nu}|P,S\rangle$ kann der unphysikalische Bereich mit der physikalischen Region $x < 1$ des hadronischen Tensors verbunden werden. Dies führt zur Beschreibung der n'ten Momente der Spinstrukturfunktionen g_1 und g_2 (s. z.B. in [Mano:92, Muta:87]):

$$\int_0^1 \mathrm{d}x\, x^{n-1} g_1(x,Q^2) \;=\; \frac{1}{2}\sum_i \Delta C_n^i a_i^n\;, \quad n = 1,3,5\cdots\;, \tag{2.71}$$

$$\int_0^1 \mathrm{d}x\, x^{n-1} g_2(x,Q^2) \;=\; \frac{1}{2}\frac{n-1}{n}\sum_i \Delta C_n^i (a_i^n - d_i^n)\;, \quad n = 3,5,\cdots\;. \tag{2.72}$$

Die Größen a_i^n und d_i^n werden als (unbekannte) reduzierte Matrixelemente der lokalen Twist-2- und Twist-3- Operatoren $\Theta^{\tau=2}$ und $\Theta^{\tau=3}$ bezeichnet.

2.4.1. Erstes Moment der Spinstrukturfunktion g_1

Wichtige Information über die Spinstruktur des Nukleons können aus dem ersten Moment $\Gamma_1^{\mathrm{p(n)}}$ der Spinstrukturfunktion $g_1^{\mathrm{p,n}}$ erhalten werden. Die Indizes "p(n)" charakterisieren hier Proton und Neutron. Ausgehend von Gl. (2.71) für $n = 1$ und unter Berücksichtigung der Isospinsymmetrie kann $\Gamma_1^{\mathrm{p(n)}}$ nach [Koda$^+$:79, Lari:94] wie folgt dargestellt werden:

$$\Gamma_1^{\mathrm{p(n)}} = \frac{\Delta C_1^{\mathrm{NS}}(\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2))}{9}\left[+(-)\frac{3}{4}a_3 + \frac{1}{4}a_8\right] + \frac{\Delta C_1^{\mathrm{S}}(\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2))}{9}a_0(Q^2)\;. \tag{2.73}$$

Der obere Index $n = 1$ für das erste Moment an den reduzierten Nonsinglett-Matrixelementen a_3 und a_8 und an dem reduzierten Singlett-Matrixelement (Axialladung) a_0 wurde weggelassen. Die relevanten lokalen Twist-2-Operatoren des Quarkfeldes ψ (u, d, s-Flavour-Vektor) für $n = 1$ sind gerade die Axialvektor-Stromoperatoren (s. Gl. (F.3)):

$$J_\rho^{5,i}(0) = \bar{\psi}(0)\gamma_\rho\gamma_5\frac{\lambda_i}{2}\psi(0)\;, \quad i = 0,3,8\;. \tag{2.74}$$

Die reduzierten Matrixelemente der Axialvektor-Ströme der Quarkfelder ψ_f der Flavour f,

$$\langle P,S|\bar{\psi}_f\gamma_\rho\gamma_5\psi_f|P,S\rangle = a_{q_f}(Q^2)S_\rho = \Delta q_f(Q^2)S_\rho\;, \qquad q_f = u,d,s\;, \tag{2.75}$$

werden mit den ersten Momenten $\Delta q_f(Q^2) = \int_0^1 \mathrm{d}x\,\Delta q_f(x,Q^2)$ der polarisierten Quarkverteilungen $\Delta q_f(x,Q^2)$ der Faktorisierung identifiziert. Daraus folgt:

$$\langle PS|J_\rho^{5,0}|PS\rangle \;=\; S_\rho a_0(Q^2) = S_\rho\Delta\Sigma(Q^2) = S_\rho(\Delta u + \Delta d + \Delta s)\;,$$

$$\begin{aligned}
\langle PS|J_\rho^{5,3}|PS\rangle &= \frac{S_\rho}{2}a_3 = \frac{S_\rho}{2}(\Delta u - \Delta d)\ , \\
\langle PS|J_\rho^{5,8}|PS\rangle &= \frac{S_\rho}{2\sqrt{3}}a_8 = \frac{S_\rho}{2\sqrt{3}}(\Delta u + \Delta d - 2\Delta s)\ .
\end{aligned} \tag{2.76}$$

Im Rahmen der OPE leistet das Gluon *unabhängig* von der Ordnung der Störungstheorie keinen Beitrag zum ersten Moment der Spinstrukturfunktion g_1. Dies ist eine Konsequenz der Eichinvarianz der OPE, in der es *keinen* eichinvarianten Twist-2-Gluon-Operator (s. Gl. (F.3)) für $n = 1$ gibt [Chen:96, Lari:94]. Der Gluonbeitrag zu Γ_1 manifestiert sich in der OPE durch die Skalenabhängigkeit der Singlett-Helizität $\Delta\Sigma(Q^2) = a_0(Q^2)$ aufgrund der Axialanomalie [Fort:95]. Dies wurde bereits im Abschn. 2.3.4 diskutiert. Die explizite Unabhängigkeit des ersten Momentes von g_1 vom Gluonspin im Rahmen der OPE findet sich im eichinvarianten $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema ($\Delta C_1^{\mathrm{G}}(Q^2) = 0$, $\Delta\Sigma(Q^2) = a_0(Q^2)$) in allen Ordnungen Störungstheorie) wieder. Durch Faktorisierung im AB-Schema, in dem alle Q^2-Abhängigkeiten von den Quarkverteilungen absorbiert werden ($\Delta C_1^{\mathrm{S}} = C_1^{\mathrm{NS}} = 1$), führt die Bedingung der Axialanomalie zur Darstellung von a_0 laut Gl. (2.66) und zu der Beziehung $\Delta C_1^{\mathrm{G}} = -\frac{\alpha_{\mathrm{s}}}{4\pi}\Delta C_1^{\mathrm{S}}$ (s. u.a. in [BaFR:96]). Der OPE-Ausdruck (2.73) für $\Gamma_1^{\mathrm{p(n)}}$ bleibt somit unabhängig vom Faktorisierungsschema.

Die ersten Momente der Singlett- und Nonsinglett-Koeffizientenfunktionen, die von der Anzahl der betrachteten Flavours abhängen, wurden im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema bis zur Potenz α_{s}^2 bzw. α_{s}^3 (3. bzw. 4. Ordnung Störungstheorie) berechnet [LaTV:91, Lari:94, KaSt:95]. Für $N_{\mathrm{f}} = 3$ sind sie:

$$\begin{aligned}
\Delta C_1^{\mathrm{S}}(\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2)) &= 1 - \frac{\alpha_{\mathrm{s}}}{\pi} - 1.096\left(\frac{\alpha_{\mathrm{s}}}{\pi}\right)^2 - \mathcal{O}(3.7)\left(\frac{\alpha_{\mathrm{s}}}{\pi}\right)^3\ , \\
\Delta C_1^{\mathrm{NS}}(\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2)) &= 1 - \frac{\alpha_{\mathrm{s}}}{\pi} - 3.583\left(\frac{\alpha_{\mathrm{s}}}{\pi}\right)^2 - 20.22\left(\frac{\alpha_{\mathrm{s}}}{\pi}\right)^3 - \mathcal{O}(130)\left(\frac{\alpha_{\mathrm{s}}}{\pi}\right)^4\ .
\end{aligned} \tag{2.77}$$

Im Gegensatz dazu hängen a_3 und a_8 nicht von Q^2 ab [Fort:95, BaFR:96]. Diese Matrixelemente können unter der Annahme der $SU(3)_{\mathrm{F}}$-Symmetrie der Axialvektor-Oktett-Ströme durch die aktualisierten Konstanten $F = 0.463 \pm 0.008$ und $D = 0.804 \pm 0.008$ [PDG:98] der semileptonischen Hyperon-Zerfälle bei sehr kleinem Q^2 ausgedrückt werden. Außerdem ist das Matrixelement a_3 gleich der β-Zerfallskonstanten $|g_{\mathrm{A}}/g_{\mathrm{V}}| = 1.267 \pm 0.003$ [PDG:98] des Neutrons, falls nur Isospinsymmetrie angenommen wird:

$$a_3 = \left|\frac{g_{\mathrm{A}}}{g_{\mathrm{V}}}\right| = F + D = 1.267 \pm 0.003\ , \quad a_8 = 3F - D = 0.58 \pm 0.15\ . \tag{2.78}$$

Der a_3-Fehler kann gegenüber dem a_8-Fehler vernachlässigt werden, dessen Abschätzung [KaLi:99] entnommen wurde.

Ob die Annahme der $SU(3)_{\mathrm{F}}$-Symmetrie, die auch bei der Extraktion von F und D verwendet wurde, gerechtfertigt ist, wird derzeit in der Literatur diskutiert. So wird z.B. in [CTEQ:00] bemerkt, daß die unpolarisierten See-(Antiquark)verteilungen flavourunsymmetrisch sind $\left(\bar{d}(x) > \bar{u}(x)\right)$. Aufgrund der Positivitätsrelation $\Delta q(x) < q(x)$ kann dies auch für die polarisierten Verteilungen möglich sein. In [GRSV:00] wurde betont, daß der flavourverändernde Hyperon-β-Zerfall nur die Gesamthelizität der Valenzquarks Δq_v fixiert. Die pQCD-Analyse [GRSV:00] in einem $SU(3)_\mathrm{F}$-symmetrischen Szenario und einem Valenzquark-Modell mit total gebrochener $SU(3)_\mathrm{F}$-Symmetrie erbrachte jedoch keine signifikanten Unterschiede in den Singlett-Helizitäten ($\Delta\Sigma = 0.259$ und 0.248 für Flavour-Symmetrie und Flavour-Asymmetrie). Da die Genauigkeit der polarisierten DIS-Daten gegenwärtig nicht ausreicht, um diesbezügliche Informationen zu liefern, wird in der vorliegenden Analyse die $SU(3)_\mathrm{F}$-Symmetrie angenommen (s. Kap. 7).

2.4.2. Bjorken-Summenregel

Die Bjorken-Summenregel [Bjor:66] wurde zuerst von Bjorken aus der $U(6)\times U(6)$-Strom-Algebra im asymptotischen Limes $Q^2 \to \infty$ unter der Annahme der Isospinsymmetrie abgeleitet. Sie folgt mit QCD-Korrektur unmittelbar aus Gl. (2.73)

$$\Gamma_1^\mathrm{p} - \Gamma_1^\mathrm{n} = \frac{1}{6}\left|\frac{g_\mathrm{A}}{g_\mathrm{V}}\right| \Delta C_1^\mathrm{NS}(\alpha_\mathrm{s}(Q^2)) \ . \tag{2.79}$$

Die Bjorken-Summenregel liefert durch die Forderung $\lim_{Q^2\to\infty} \Delta C_1^\mathrm{NS} \to 1$ eine Voraussage der QCD im asymptotischen Limes. Im Weiteren ist es möglich, die Messung der Summenregel zur Bestimmung von $\alpha_\mathrm{s}(Q^2)$ bei kleineren $Q^2 = \mathcal{O}(5\,\mathrm{GeV}^2)$ zu nutzen [ElKa:95] oder die pQCD zu testen, wenn $\alpha_\mathrm{s}(Q^2)$ als bekannt vorausgesetzt wird. So ergibt sich in dritter Ordnung Störungstheorie (NNLO) unter Verwendung von $\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}} = 248 \pm 65$ MeV sowie den $\overline{\mathrm{MS}}$-Koeffizientenfunktionen (2.77) bis zur Potenz α_s^2 für die Bjorken-Summenregel $\Gamma_1^{\mathrm{p}-\mathrm{n}}(Q^2{=}5\,\mathrm{GeV}^2) = 0.190 \pm 0.003$. Es wurde konsistenterweise die NNLO-Ordnung von α_s verwendet, die [Barn$^+$:96] entnommen wurde. Der Wert der NNLO-Ordnung von $\alpha_\mathrm{s}(Q^2{=}5\,\mathrm{GeV}^2) = 0.242$ unterscheidet sich von der NLO-Ordnung (2.52) nur unwesentlich um 4 %. Im Gegensatz dazu beträgt der Unterschied zur LO-Ordnung von α_s etwa 27 %. Dies unterstreicht die Notwendigkeit der Verwendung der gleichen Ordnungen von α_s und pQCD-Korrektur, wenigstens jedoch die Anwendung von α_s in der NLO bei pQCD-Korrekturen ab der NLO aufwärts. Der Weltmittelwert $\Gamma_1^{\mathrm{p}-\mathrm{n}}(Q^2{=}5\,\mathrm{GeV}^2) = 0.170 \pm 0.012$ nach [E143:98] weicht von dem theoretischen NNLO-Wert um eine etwa anderthalbfache Standardabweichung ab. Die Hauptunsicherheit der theoretischen Voraussage besteht in der Wahl des $\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}}$-Wertes. Unter der Annahme, daß α_s in dritter Ordnung eine hinreichend gute Näherung auch für die vierte Ordnung Störungstheorie darstellt, ergibt sich aus Gl. (2.77) bis zur vierten Ordnung $\Gamma_1^{\mathrm{p}-\mathrm{n}}(Q^2{=}5\,\mathrm{GeV}^2) = 0.188 \pm 0.003$, was sich nur unwesentlich von der dritten Ordnung unterscheidet.

2.4.3. Ellis-Jaffe-Summenregel

Im Rahmen des QPM läßt sich Gl. (2.73) schreiben als

$$\Gamma_1^{\mathrm{p(n)}} = +(-)\frac{1}{12}(F+D) + \frac{5}{36}(3F-D) + \frac{1}{3}a_s \ . \tag{2.80}$$

Diese Beziehung wurde von 1974 von J. Ellis und R. Jaffe auf der Basis der $SU(3)_{\mathrm{F}}$-Symmetrie und der Annahme freier Quarks auf dem Lichtkegel abgeleitet [ElJa:74]. Unter der weiteren Annahme, daß der "strange" See nicht polarisiert ist, $\Delta s = a_s = 0$, was gleichbedeutend mit $\Delta\Sigma = a_0 = a_8 = 3F - D$ ist, kann mit Gl. (2.78) eine Schätzung von $\Gamma_1^{\mathrm{p(n)}} = 0.186\,(-0.025)$ erhalten werden. Es ergibt sich unter Berücksichtigung der pQCD-Korrekturen die Ellis-Jaffe-Summenregel:

$$\Gamma_1^{\mathrm{p(n)}} = \Delta C_1^{\mathrm{NS}} \left[+(-)\frac{1}{12}(F+D) + \frac{1}{36}(3F-D) \right] + \frac{1}{9}\Delta C_1^{\mathrm{S}}(3F-D) \;, \quad a_s = 0 \;. \tag{2.81}$$

J. Ellis und R. Jaffe erwarteten selbst nicht, daß die Voraussage exakt ist. Die QCD ergibt in NNLO für das Ellis-Jaffe-Integral des Protons $\Gamma_1^{\mathrm{p}}(Q^2{=}\,5\,\mathrm{GeV}^2) = 0.169 \pm 0.006$ (analog wie in Abschn. 2.4.2 bestimmt). Der Vergleich mit dem Weltmittelwert $\Gamma_1^{\mathrm{p}} = 0.130 \pm 0.006$ beim gleichem Q^2 nach [E143:98], zeigt einen Unterschied von einer etwa 6-fachen Standardabweichung. Dies kann auf den Gluonbeitrag durch die oben diskutierte Axialanomalie zurückgeführt werden.

2.4.4. Spinstrukturfunktion g_2

Die Burkhardt-Cottingham-Summenregel [BuCo:70] basiert auf der nicht unumstrittenen Annahme, daß die Spinstrukturfunktion g_2 für kleine x und große Q^2 der Regge-Theorie folgt. Sie sagt das Verschwinden des ersten Momentes der Spinstrukturfunktion g_2 voraus [BuCo:70]:

$$\int_0^1 \mathrm{d}x\, g_2(x,Q^2) = 0 \;. \tag{2.82}$$

Die Burkhardt-Cottingham-Summenregel ergibt sich aus der OPE unter der Annahme, daß die Fortsetzung der Gl. (2.72) zu $n = 1$ gültig ist [Jaff:96, Koda$^+$:79]. Andererseits wurde in [AnEL:95, Jaff:90] betont, daß diese Fortsetzung nicht korrekt ist, und die OPE keine Aussage über das erste Moment von g_2 trifft. Experimentelle Ergebnisse [E143:98] für die Integrale $\int_{0.03}^1 \mathrm{d}x\, g_2^{\mathrm{p}}(x) = -0.014 \pm 0.028$ und $\int_{0.03}^1 \mathrm{d}x\, g_2^{\mathrm{d}}(x) = -0.034 \pm 0.082$ für Proton und Deuteron sind im Bereich $0.03 < x < 1$ innerhalb des Fehlers konsistent mit Null.

Aus dem Vergleich der n'ten Momente der Spinstrukturfunktionen g_1 in Gl. (2.71) und g_2 in Gl. (2.72) kann entnommen werden, daß die Twist-2-Matrixelemente a_i^n, die Momente von g_1 bestimmen, neben den Twist-3-Matrixelementen d_i^n in den Momenten von g_2 auftreten. Die Spinstrukturfunktion g_2 setzt sich demnach aus einem Twist-2-Anteil, der durch die Spinstrukturfunktion g_1 gegeben ist, und einen Twist-3-Anteil $\bar{g}_2(x,Q^2)$ zusammen. Dies wird durch die Wandzura-Wilczek-Beziehung [WaWi:77] beschrieben:

$$g_2(x,Q^2) = -g_1(x,Q^2) + \int_x^1 \frac{\mathrm{d}y}{y} g_1(y,Q^2) + \bar{g}_2(x,Q^2) \;. \tag{2.83}$$

Die Twist-3-Momente $\int_0^1 \mathrm{d}x x^{n-1} \bar{g}_2(x, Q^2) = (n-1)/(2n) \sum_i \Delta C_n^i d_i^n$ stellen ein Maß für die Quark-Gluon-Korrelation dar, wie von Shuryak und Vainshteyn [ShVa:82] gezeigt wurde. Neue Messungen der Spinstrukturfunktion g_2 von E155x deuten jedoch darauf hin, daß der Twist-3-Beitrag nahe Null ist und g_2 durch den Twist-2-Term der Wandzura-Wilczek-Beziehung (2.83) gut beschrieben wird [E155x:00].

2.5. Verhalten von g_1 bei großen und kleinen x

Die Messung von g_1 wird durch die kinematischen Gegebenheit beeinträchtigt, daß in der tief-inelastischen Streuung der meßbare x-Bereich beschränkt ist, $0 < x_{\mathrm{min}} \leq x \leq x_{\mathrm{max}} < 1$, wobei x_{min} und x_{max} in Abhängigkeit von den experimentellen Situationen beträchtlich variieren. Die präzise Kenntnis der Spinstrukturfunktion g_1 bei großen und kleinen x ist jedoch zur Bestimmung des ersten Momentes von g_1 erforderlich. Es werden daher Extrapolationen (s. z.B. in [E143:98, SMC:98]) in die ungemessenen Bereiche $x \to 1$ und $x \to 0$ auf der Basis verschiedener Modelle durchgeführt, die das Verhalten der Spinstrukturfunktion g_1 für große bzw. kleine x beschreiben.

2.5.1. Verhalten von g_1^{p} bei großen x

Die Extrapolation von g_1 zur elastischen Grenze $x \to 1$ erweist sich als unkritischer Beitrag zu Γ_1, da g_1 gegen Null geht. Die Abschätzung basiert auf den folgenden Methoden:

- Das Abfallen der Spinstrukturfunktion für große x wird durch die Anzahlregel (engl: counting rule) $\lim_{x\to 1} g_1 \propto (1-x)^{2n-1+2\Delta\lambda}$ minimal verbundener Feynmangraphen beschrieben, wobei n die Anzahl der "Zuschauerquarks" und $\Delta\lambda$ die Helizitätsdifferenz des hart gestreuten Quarks und des Nukleons ist [BrBS:95]. Der führende Beitrag ist gegeben durch die kleinstmögliche Anzahl von Zuschauerquarks $n = 2$ und $\Delta\lambda = 0$,

$$\lim_{x\to 1} g_1 \propto (1-x)^3 \; . \tag{2.84}$$

  Bei großen x tendiert das hart gestreute Quark dazu, den gleichen Spinzustand wie das polarisierte Nukleon einzunehmen, woraus für die Absorptionsasymmetrie A_1 transversaler, virtueller Photonen $\lim_{x\to 1} A_1 \to 1$ folgt.

- Dies ist konsistent mit der Beschreibung des Protons im Rahmen eines Valenzquark-Modells [ClRo:93], das $A_1^{\mathrm{p}} = A_0[(19 - 16F_1^{\mathrm{n}}/F_1^{\mathrm{p}})/15]$ voraussagt, wobei A_0 im Bereich von 0.75 – 1.0 variiert. Diese Variation von A_0 führt für große x (etwa $x > 0.85$) zu A_1^{p}-Werten im Bereich von

$$\lim_{x\to 1} A_1^p = 0.6 \cdots 1 \; . \tag{2.85}$$

2.5.2. Verhalten von g_1^{p} bei kleinen x

Problematischer ist das Verhalten von g_1 im Bereich $x \to 0$, da die Modelle zu teilweise stark unterschiedlichen Vorhersagen führen. Folgende Verhaltensweisen werden für $x \to 0$ und festem Q^2 in der Literatur diskutiert:

- Basierend auf der Regge-Theorie wird für g_1 ein Verhalten

$$\lim_{x\to 0} g_1 \propto x^{-\alpha} \,, \quad -0.5 \le \alpha \le 0 \,., \tag{2.86}$$

  vorausgesagt [Heim:73, Kaur:77]. Bei einem bestimmten Q^2 bleibt demnach die Spinstrukturfunktion g_1 konstant für $x \to 0$ oder fällt maximal nach einem Wurzelgesetz.

- Andere auf die Regge-Theorie bezogene Betrachtungen ergeben eine logarithmische Abhängigkeit [ClRo:94],

$$\lim_{x\to 0} g_1 \propto \ln(1/x) \,. \tag{2.87}$$

- In [BaER:96] wurde aus pQCD-Berechnungen ebenfalls ein potenzartiges Verhalten in Abhängigkeit des Polarisationszustandes zweier ausgetauschter Gluonen in der Vorwärts-Streuamplitude abgeleitet:

$$\text{(a)} \; \lim_{x\to 0} g_1^{\mathrm{p}} \propto x^{-a} \,, \qquad \text{(b)} \; \lim_{x\to 0} g_1^{\mathrm{p}} \propto x^{1-a} \,, \qquad a = \mathcal{O}\left(\sqrt{\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2)}\right) \,, \tag{2.88}$$

  wobei in (a) der Austausch von einem longitudinalen und einem transversalen Gluon und in (b) von zwei transversalen Gluonen angenommen wird.

- Eine weitere Möglichkeit der Extrapolation von g_1 ist die Verwendung von Parametrisierungen der polarisierten Partonverteilungen auf der Basis von pQCD-Analysen von Meßdaten. Auf pQCD-Anpassungen basierende Parametrisierungen sind z.B. in [GRSV:96, BaFR:96, GeSt:96] gegeben. Diese verwenden bei kleinen x ein potenzartiges x^{α}-Verhalten der polarisierten Partonverteilungen.

Der vorletzte Punkt impliziert, daß pQCD-Analysen für die Bestimmung des ersten Momentes von g_1 genutzt werden können, was von einigen Kollaborationen [E154:97a, SMC:98b] und in dieser Analyse (s. Abschn. 7.4) getan wurde. Da aber die Kombination der Daten mehrerer Experimente (s. Tabelle 2.1) nötig ist, um eine ausreichende Statistik und einen möglichst großen Q^2-Bereich zu gewährleisten, reflektiert jedes der Ergebnisse die Daten aller Experimente.

Nur die Messung von g_1^{p} bei kleinen x kann die modellbedingten Extrapolationsunsicherheiten von g_1 bzw. des ersten Momentes Γ_1 verringern und eventuell auch Beiträge zur Bestätigung oder Ablehnung von Modellen liefern. Allerdings sind bei fester Schwerpunktenergie kleine Werte von Bjorken-x kinematisch korreliert mit kleinen Werten von Q^2. Für alle bisherigen Fest-Targetexperimente zur polarisierten Lepton-Nukleon-Streuung (s. Abschn. 2.7) werden für $x < 0.02$ Photonvirtualitäten von $Q^2 < 3\ \mathrm{GeV}^2$ und konkret bei HERMES $Q^2 < 1\ \mathrm{GeV}^2$ erhalten. Die bei kleinen Q^2-Werten zu berücksichtigenden Besonderheiten werden im folgenden Abschnitt diskutiert.

2.6. Verwendbarkeit der Daten bei kleinen Q^2

Ein wesentlicher Teil der vorliegenden Arbeit besteht in der Ausdehnung der Messung der Spinstrukturfunktion g_1^{p} mit dem HERMES-Experiment in eine neue kinematische Region zu kleinen x und Q^2, $0.0021 < x < 0.021$ und $0.1\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1.2\ \mathrm{GeV}^2$. In diesem x, Q^2-Bereich existieren bisher keine Messungen, so daß die Werte zur Vervollständigung der Vermessung der Spinstruktur des Protons im Weltmaßstab beitragen. Ein genereller Aspekt der Analyse im erweiterten Bereich ist es, neue Meßpunkte zum Studium der Skalenverletzung der Spinstrukturfunktion g_1^{p} zu liefern. Die Interpretation einer Skalenverletzung bei kleinen x im Rahmen der QCD würde auf Grund der Quark-Gluon-Wechselwirkung prinzipiell die Extraktion von Informationen über ΔG in diesem Bereich ermöglichen, sei es mit störungstheoretischen (pQCD) oder nicht-störungstheoretischen Methoden (Gitterrechnungen). Zur Zeit ist aus theoretischer Sicht noch nicht klar, ob pQCD-Beschreibungen anwendbar wären.

Die kürzlich veröffentlichten SMC-Werte für g_1^{p} [SMC:99], die auf der Analyse von Ereignissen eines speziellen Hadron-Triggers basieren, reichen hinab bis zu Werten von $Q^2 = 0.01\ \mathrm{GeV}^2$ und $x = 6 \cdot 10^{-5}$. Die Daten zeigen mit begrenzter statistischer Genauigkeit Absorptionsasymmetrien nahe Null für Proton und Neutron und schließen im Rahmen der Genauigkeit negative Werte für die Spinstrukturfunktion g_1^{p} nicht aus. Diese Studien verdeutlichen das zunehmende Interesse an der Untersuchung des Verhaltens der Spinstrukturfunktion g_1 bei kleinen Photonvirtualitäten, wo ein Übergang der Leptoproduktion zur Photoproduktion ($Q^2 = 0$) erfolgen muß.

2.6.1. Gültigkeit der pQCD-Interpretation der Daten

Eine wichtige Frage in diesem Rahmen ist jene nach dem Gültigkeitsbereich des pQCD-Konzeptes. Die QCD-Störungstheorie ist nur anwendbar bei ausreichend hohen Q^2-Skalen des harten Streuprozesses (s. Abschn. 2.3.3). So wurden vor wenigen Jahren in der inklusiven Physik noch hohe Viererimpulsüberträge von $Q^2 \gtrsim 4\ \mathrm{GeV}^2$ gefordert. Demgegenüber steht die heutige Erfahrung, daß viele der bei kleineren Photonvirtualitäten $Q^2 \gtrsim 1\ \mathrm{GeV}^2$ genommenen Daten in der polarisierten Lepton-Nukleon-Streuung mit Partonverteilungen, störungstheoretischen Berechnungen sowie $1/Q^2$-Potenzkorrekturen, die aus höheren Twist-Beiträgen und Targetmasse-Effekten erwachsen (s. Abschn. 2.6.2), beschrieben werden können. Andere Ansätze beschreiben g_1 als Zusammensetzung eines partonischen (Twist-2) Anteils und eines Anteils, der durch das Vektormeson-Dominanz-Modell beschrieben wird (s. Abschn. 2.6.3).

In modernen pQCD-Analysen der Meßdaten werden Anfangsskalen Q_0^2 der mit den DGLAP-Gleichungen entwickelten Parametrisierungen der polarisierten (Twist-2) Partonverteilungen mit $Q_0^2 = 0.23 – 1\ \mathrm{GeV}^2$ [GRSV:96, E154:97a, SMC:98b] sehr klein angenommen. Das $\ln Q_0^2/\Lambda^2_{\overline{\mathrm{MS}}}$-Verhältnis von etwa $1.5 – 3$ ergibt nach Gl. (2.52) ein α_{s} von etwa $\alpha_{\mathrm{s}}(Q_0^2) = 0.9 – 0.4$ mit starker Abhängigkeit vom verwendeten $\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}}$-Wert. Ob die Parametrisierungen dieser Twist-2-Verteilungen nahe der Anfangsskale noch eine sinnvolle Beschreibung der Meßdaten liefern, ist noch in der Diskussion. Zudem ist gegenwärtig noch nicht sicher, ob das partonische (Twist-2) Bild bei Q^2-Werten $Q^2 < 1\ \mathrm{GeV}^2$ überhaupt definiert ist, da es auf den harten Q^2-Skalen der pQCD basiert. Bei kleinen Q^2-Werten ist das Faktorisierungstheorem in langreichweitige und kurzreichweitige Prozesse nicht mehr sicher erfüllt und α_s wird zu groß für die Störungstheorie. In diesem Zusammenhang erscheint es vom Standpunkt einer experimentellen Datenanalyse her gerechtfertigt, daß die in dieser Arbeit vorgestellten Meßpunkte des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ aus dem erweiterten Bereich mit einem mittleren Q^2-Wert von etwa $\langle Q^2 \rangle = 0.4$ GeV^2 zu phänomenologischen Tests des pQCD-Konzeptes herangezogen werden können (s. Abschn. 7.4).

2.6.2. Höhere Twist- und Targetmasse-Beiträge zu g_1

Das mittlere Q^2 des kinematischen Bereiches der vorliegenden Analyse beträgt $\langle Q^2 \rangle = 2.2\,\mathrm{GeV}^2$. In dieser Region können die dynamischen höheren Twist-Beiträge (HT) zur Spinstrukturfunktion g_1 sowie Targetmasse-Effekte (TM) nicht a priori vernachlässigt werden. Im Rahmen der OPE bildet die Berücksichtigung der Targetmasse M einen Beitrag der Ordnung $(M^2/Q^2)^k$ zur Potenzkorrektur. Die dynamischen HT-Korrekturen sind nicht-partonischer Natur, in dem Sinne, daß sie Quark-Gluon-Korrelationen (s. Abschn. 2.4.4) und nicht mehr die Streuung an *einem* Parton, wie beim führenden Twist, beschreiben. Im Unterschied zu den dynamischen HT-Korrekturen kann der kinematische TM-Anteil der Strukturfunktionen in geschlossener Form aus allen Ordnungen $(M^2/Q^2)^k$ bestimmt werden. Dies wurde in [BlTk:99] durch Aufsummierung der Massenterme in den Nukleon-Matrixelementen der führenden Twist-2- und Twist-3-Operatoren für alle elektroschwachen Strukturfunktionen durchgeführt. In Gegenwart der Targetmasse enthält die Spinstrukturfunktion g_1 einen Twist-3-Anteil, der im masselosen Grenzwert nur in g_2 auftritt. In Abb. 2.6 a) [StTk:99] ist der aufsummierte Targetmasse-Effekt des Twist-2-Anteils der Spinstrukturfunktion g_1 in Form des Verhältnisses $g_{1,\mathrm{TMC}}^{\tau=2}/g_1^{\tau=2}$ für verschiedene Werte Q^2 nach [BlTk:99] in Abhängigkeit von x dargestellt. Aus der Abbildung kann entnommen werden, daß in der HERMES-Kinematik (s. Tab. G.1) kein großer Twist-2-TM-Beitrag zur Spinstrukturfunktion g_1 erwartet wird. Im Bereich $x < 0.3$ und $Q^2 < 1$ GeV^2 verschwindet der Effekt ($g_{1,\mathrm{TMC}}^{\tau=2}/g_1^{\tau=2} \to 1$). TM-Korrekturen von g_1 spielen nur bei großen x und kleinen Q^2 eine Rolle. Für $x > 0.5$ liegen die Q^2-Werte in dieser Analyse jedoch über $Q^2 > 5$ GeV^2.

Zudem wird erwartet, daß sich die HT- und TM-Beiträge der Strukturfunktionen F_1 und g_1 im Verhältnis g_1/F_1 für $Q^2 \gtrsim 1$ GeV^2 größtenteils aufheben [GRSV:96, VoSt:00]. Der Vergleich der Meßergebnisse des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ des erweiterten Bereiches $x < 0.0021$, $Q^2 < 1.2$ GeV^2, mit den SMC-Daten [SMC:98] desselben x-Bereiches kann wegen des Q^2-Unterschiedes von einer Größenordnung im Rahmen der Meßgenauigkeit Aufschluß darüber gegeben, inwiefern die Aufhebung der HT- und TM-Beiträge auch für $Q^2 < 1$ GeV^2 gilt. Zur Bestimmung von g_1 werden Parametrisierungen der unpolarisierten Strukturfunktionen F_2 und R gemäß Abschn. 3.5 verwendet, die rein phänomenologisch an F_2- und R- Messungen angepaßt wurden. Mögliche Targetmasse- und höhere Twist-Beiträge zu g_1 würden daher primär durch die F_2- und R-Parametrisierungen eingebracht. Eine vollständig konsistente Beschreibung erfordert eine gemeinsame Behandlung von TM- und HT-Beiträgen in gleicher Ordnung $(1/Q^2)^n$. Zur Zeit ist aber nur wenig über die relative Größe der HT-Anteile bekannt. Das Gebiet

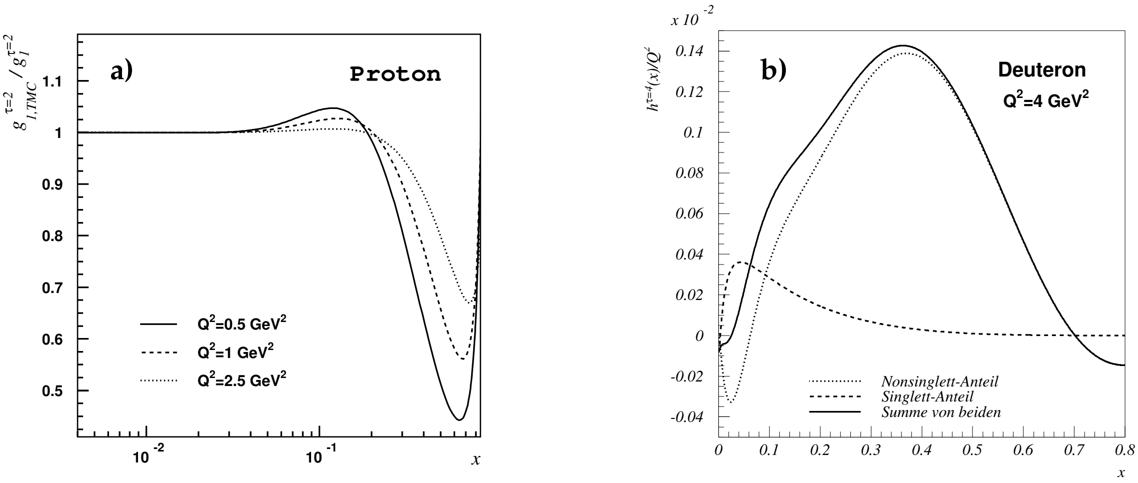


Abbildung 2.6.: Aufsummierter Twist-2-Targetmasse-Anteil und LO-Twist-4-Beitrag der Spinstrukturfunktion g_1 in Abhängigkeit von x. In a): Verhältnis $g_{1,\mathrm{TMC}}^{\tau=2}/g_1^{\tau=2}$ für verschiedene Q^2 [StTk:99]. In b): LO-Twist-4-Beitrag $h^{\tau=4}/Q^2$ von xg_1^{d} für ein Deuterontarget bei $Q^2 = 4$ GeV [SMMS:99].

der Twist-Analyse ist Gegenstand aktueller theoretischer Untersuchungen. So wurden erst kürzlich Fortschritte auf dem Gebiet der Twist-4-Korrekturen der unpolarisierten und polarisierten Strukturfunktionen erzielt [SMMS:99] (und enthaltene Referenzen). Die Spinstrukturfunktion g_1 kann bis zur Ordnung $1/Q^4$ geschrieben werden als (Notation nach [SMMS:99]):

$$\begin{aligned} xg_1(x,Q^2) &= xg_1^{\tau=2}(x,Q^2) \\ &\quad + \frac{1}{Q^2}\left[h_{\mathrm{TMC}}^{\tau=2}(x,Q^2) + h_{\mathrm{TMC}}^{\tau=3}(x,Q^2)\right] \\ &\quad + \frac{1}{Q^2}h^{\tau=4}(x,Q^2) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^4}\right) . \end{aligned} \tag{2.89}$$

Dabei stellen $xg_1^{\tau=2}$ den führenden Twist-2-Anteil und $h^{\tau=4}/Q^2$ die Twist-4-Korrektur dar, während $h_{\mathrm{TMC}}^{\tau=2}$ und $h_{\mathrm{TMC}}^{\tau=3}$ die Twist-2 und Twist-3 Targetmasse-Beiträge der Ordnung $1/Q^2$ beschreiben [5]. Es wird ebenfalls versucht, HT-Korrekturen mit den Mitteln der Störungstheorie zu bestimmen. Somit treten die oben beschriebenen Probleme des pQCD-Konzeptes bei kleinen Q^2-Skalen hier ebenso auf. Die Abbildung 2.6 b), die [SMMS:99] entnommen wurde, zeigt die Vorhersage des LO-Twist-4-Anteils $h^{\tau=4}/Q^2$ der polarisierten Spinstrukturfunktion xg_1^{d} für ein Deuterontarget bei $Q^2 = 4\ \mathrm{GeV}^2$. Der LO-Twist-4-Beitrag liegt für mittlere x bei etwa 6 % und könnte somit auch für das Proton wichtig sein. Es wurde in [SMMS:99] jedoch hervorgehoben, daß beim Übergang von LO- zu NLO- und weiter zu pQCD-Analysen in NNLO die absolute Größe der Twist-4-Korrektur für die unpolarisierten Strukturfunktionen abfällt, und daß eine analoge Analyse der Twist-4-Korrektur der Spinstrukturfunktion g_1 in höheren Ordnungen der Störungstheorie eher eine Aussage über die tatsächliche relative Stärke der HT-Beiträge zu g_1 geben würde.

[5] Der Targetmasse-Effekt für Twist-4 beginnt ab der Ordnung $1/Q^4$.

2.6.3. Vektormeson-Beitrag zu g_1^{p}

Bei kleinen Q^2-Werten wird erwartet, daß der Vektormeson-Dominanz (VMD) Mechanismus [BSYP:78] in der Lepton-Nukleon-Streuung eine wichtige Rolle spielen könnte. In [BaKK:99] wird die Spinstrukturfunktion g_1 dargestellt durch einen partonischen und einen nicht-störungstheoretischen VMD-Anteil:

$$g_1(x, Q^2) = g_1^{\mathrm{part}}(x, Q^2) + g_1^{\mathrm{VMD}}(x, Q^2) \; . \tag{2.90}$$

Der partonische Anteil entspricht der störungstheoretischen Twist-2 Beschreibung (2.55) von g_1. Er wird dargestellt durch polarisierte Partonverteilungen, die nicht über die Transversalimpulse bezüglich des longitudinalen Nukleonimpulses integriert wurden. Mit dem Formalismus der nicht-integrierten Partonverteilungen kann $g_1^{\mathrm{part}}(x, Q^2)$ stetig in die Region kleiner Q^2-Werte (bei festem W^2) einschließlich des Photoproduktionspunktes $Q^2 = 0$ extrapoliert werden. Die Beschreibung des partonischen Twist-2-Anteils von g_1 ist in diesem Ansatz auch bei kleinen Photonvirtualitäten mathematisch definiert.

Der VMD-Anteil g_1^{VMD} kann durch die Summe

$$g_1^{\mathrm{VMD}} = \frac{pq}{4\pi} \sum_{V=\rho,\omega,\phi} \frac{1}{f_V^2} \frac{1}{(1 + Q^2/m_V^2)^2} \Delta\sigma_V(W^2) \tag{2.91}$$

über die beteiligten Vektormesonen dargestellt werden. Es sind f_V die Vektormeson-Kopplungskonstanten, m_V die Vektormeson-Massen und $\Delta\sigma_V = (\sigma_V^{3/2} - \sigma_V^{1/2})/2$, wobei $\sigma_V^{3/2}$ und $\sigma_V^{1/2}$ die totalen Vektormeson-Nukleon-Streuquerschnitte sind, bei denen die Projektionen des Gesamtspins auf den Vektormeson-Impuls gleich $3/2$ bzw. $1/2$ sind. Auch wenn die Vektormeson-Nukleon Streuquerschnitte unbekannt sind, so zeigt Gl. (2.91), daß ein g_1^{VMD}-Anteil bei großen Q^2 analog einem Twist-6 Beitrag mit $1/Q^4$ verschwindet, aber bei sehr kleinen Q^2-Werten große Beiträge liefern kann. In [BaKK:99] wurden Hinweise auf kleine VMD-Anteile in den E143-Daten [E143:98] für $Q^2 < 1$ GeV^2 (und große W^2) gefunden. Die statistische Genauigkeit der SMC-Daten [SMC:98, SMC:99] desselben Bereiches bei zum Teil sehr kleinen Q^2-Werten reichte nicht aus, um einen eventuellen VMD-Beitrag zu fixieren. Da in der in [BaKK:99] dargelegten Analyse keine eventuellen, $(1/Q^2)^n$ proportionalen HT- und TM-Beiträge (s. Gl. (2.89)) neben dem partonischen Twist-2-Anteil berücksichtigt wurden, wird hier die Auffassung vertreten, daß die in [BaKK:99] erhaltenen Ergebnisse für VMD-Modell-Annahmen generell auch HT- und TM- Anteile enthalten können. Mehr und präzisere experimentelle Meßergebnisse erweisen sich als notwendig.

2.7. Gegenwärtiger Stand der Experimente

Seit dem EMC-Experiment, das einen Singlettbeitrag zum Protonspin von Null nicht ausschloß [EMC:89], wurde eine Serie von weiteren Fest-Target-Experimenten zur genaueren Erforschung der Spinstruktur des Nukleons durchgeführt. Die Experimente zur polarisierten Lepton-Nukleon-Streuung wurden am Stanford Linear-Collider (SLAC-Experimente E142, E143, E154 uns E155), am Europäischen Kernforschungszentrum (CERN-Experimente EMC und SMC) und am Deutschen Elektronen Synchrotron (DESY-Experiment HERMES) durchgeführt, wobei HERMES, welches zudem semi-inklusive Analysen gestattet, das einzig gegenwärtig noch laufende Experiment ist. In Tabelle 2.1 sind die wichtigsten Parameter der Experimente angegeben. Eine neue Generation von Experimenten zur Untersuchung der Spinstruktur des Nukleons mit semi-inklusiven Kapazitäten beginnen derzeit am CERN und RHIC mit der Datennahme [PHEN:94, COMP:96].

Der Vergleich der theoretischen Vorhersage der wichtigsten Summenregeln der Spinstrukturfunktionen g_1 und g_2 mit den bisherigen Messungen wurde bereits im Abschnitt 2.4 diskutiert. Um einen vergleichenden Überblick zu geben, ist in Abb. 2.7 die x-Abhängigkeit der Spinstrukturfunktionen $g_1^{\mathrm{p,d,n}}$ von Proton, Deuterium und Neutron bei festem Q^2-Wert, $Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2$, dargestellt. Die abgebildeten Punkte basieren auf den in [E142:96, E143:98, E154:97, E155:99, E155:00, SMC:98, HERM:98] angegebenen g_1/F_1-bzw. A_1-Meßwerten. Die mit dem speziellen Hadron-Trigger genommenen SMC-Daten [SMC:99] bei sehr kleinen x und Q^2 wurden hier nicht abgebildet.

Für die Entwicklung zu $Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2$ wurde die Q^2-Unabhängigkeit des Strukturfunktionsverhältnisses g_1/F_1 angenommen, was im Rahmen der Fehler konsistent mit den Meßwerten ist. Die Q^2-Evolution zu den abgebildeten g_1-Werten für Proton, Deuteron und Neutron wurde durch Multiplikation von $F_1^{\mathrm{p,d,n}}(x, Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2)$ an die bei festem x über Q^2 gemittelten $(g_1/F_1)^{\mathrm{p,d,n}}$-Meßwerte erhalten. Falls nur A_1 angegeben war, wurde aus der Kinematik g_1/F_1 nach Gl. (2.34) bestimmt, wobei für das Proton die A_2-Parametrisierung laut Tabelle 3.2 verwendet wurde. Für Deuteron und Neutron wurde in Übereinstimmung mit den Meßwerten [E154:97, E143:98, SMC:98] $A_2^{\mathrm{d,n}} = 0$ angenommen. Aus den nur ungemittelt angegebenen $g_1^{\mathrm{p,d}}/F_1^{\mathrm{p,d}}$-Werten von [E155:99, E155:00] wurde wie in [E155:00] zuerst $g_1^{\mathrm{p,d}}$ bei $Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2$ bestimmt. Anschließend wurden die Werte mit gleichem x gemittelt. Die Strukturfunktion F_1 wurde nach Gl. (2.36) durch die unpolarisierten Strukturfunktionen F_2 und R unter Verwendung der Parametrisierungen aus [NMC:95] und [Whit$^+$:90] dargestellt.

Die Daten der verschiedenen Experimente liefern innerhalb der Statistik konsistente Ergebnisse. Die Proton-Daten in Abb. 2.7 a) sind positiv aufgrund der u-Quark-Dominanz, die Neutron-Daten in Abb. 2.7 c) negativ wegen der d-Quark-Dominanz. Die Deuteron-Werte in Abb. 2.7 b) bilden annähernd den Mittelwert der Proton- und Neutron-Daten, $g_1^{\mathrm{d}}/(1-1.5\omega_D) = 1/2(g_1^{\mathrm{p}}+g_1^{\mathrm{n}})$, wobei $\omega_D = 0.05 \pm 0.01$ die D-Zustandswahrscheinlichkeit des Deuterons ist. Die Proton-Daten sind bei kleinen x annähernd konstant oder wachsen leicht an, während die Neutron-Daten abfallen. Eine detailliertere Analyse der Proton-Spinstrukturfunktion g_1^{p} ist in Kap. 7 dargelegt.

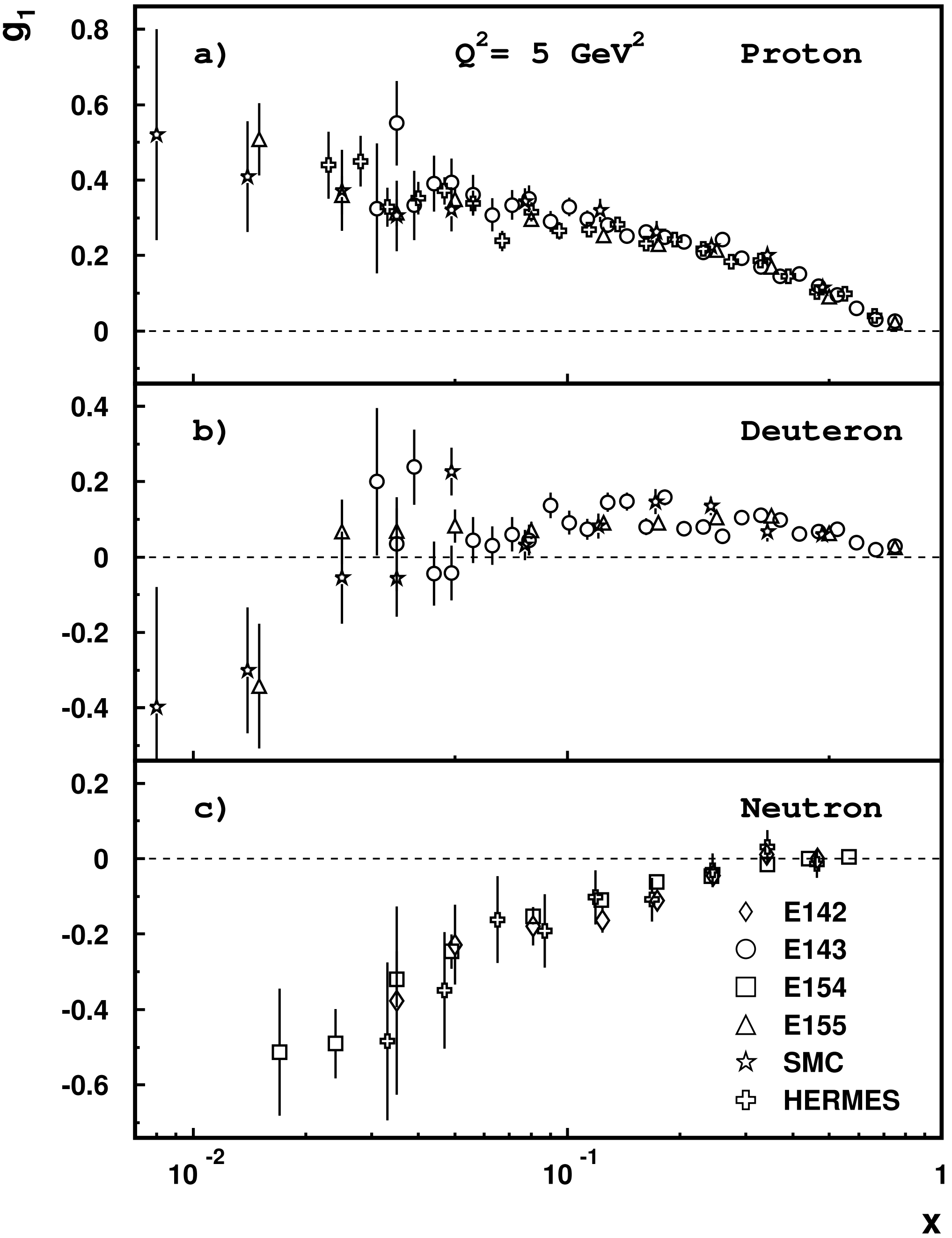


Abbildung 2.7.: Vergleich der x-Abhängigkeit der zu $Q^2 = 5$ GeV^2 entwickelten Spinstrukturfunktion g_1 von Proton, Deuteron und Neutron der angegebenen Experimente. Die Fehlerbalken zeigen die statistischen Fehler.

Kollaboration	Strahl			Target				kinem. Bereich		Publikation
		E [GeV]	P_{B} [%]		Material	f	P_{T} [%]	x	Q^2 [GeV^2]	
EMC (1985)	μ^-	100-200	79	p	NH_3	0.17	77 $\parallel$	0.010-0.70	1-200	[EMC:89]
SMC (1992-1996)	μ^+	100,190	78	p,d	Butanol	0.28	40 $\parallel$,$\perp$	0.003-0.70	1-60	[SMC:98]
E142 (1992)	e^-	19-26	36	n	^3He	0.11	33 $\parallel$, $\perp$	0.030-0.60	1-10	[E142:96]
E143 (1993)	e^-	10-29	84	p/d	NH_3/ND_3	0.15/0.23	70 $\parallel$,$\perp$/25 $\parallel$,$\perp$	0.029-0.80	1-10	[E143:98]
E154 (1995)	e^-	48	81	n	$^3He_3$	0.16	38 $\parallel$,$\perp$	0.014-0.70	1-17	[E154:97]
E155 (1997)	e^-	48	81	d	LiD	0.19	20 $\parallel$	0.014-0.90	1-17	[E155:99]
E155 (1997)	e^-	48	81	p	NH_3	0.15	80 $\parallel$	0.014-0.90	1-17	[E155:00]
E155 (1997)	e^-	39	81	p/d	NH_3/LiD	0.15/0.19	80 $\perp$ / 20 $\perp$	0.014-0.90	1-17	
HERMES(1995)	e^+	27.6	55	n	^3He	0.33	46 $\parallel$	0.021-0.85	1-10	[HERM:97]
HERMES(1996)	e^+	27.6	52	p	^1H	1	78 $\parallel$	0.021-0.85	1-10	
HERMES(1997)	e^+	27.6	55	p	^1H	1	89 $\parallel$	0.021-0.85	1-10	[HERM:98]
HERMES(1998-2000)	$e^{-,+}$	27.6	55	d	^2H	1	89 $\parallel$	0.021-0.85	1-10	

Tabelle 2.1.: Zusammenfassung aller bisherigen Experimente am SLAC, CERN und DESY zur polarisierten tief-inelastischen Lepton-Nukleon-Streuung. E ist die Strahlenergie. Die Symbole p,d,n symbolisieren Proton, Deuterium und Neutron. f bezeichnet den Verdünnungsfaktor. P_{T} und P_{B} kennzeichnen die mittlere Target- bzw. Strahlpolarisation, $\parallel$ und $\perp$ stehen für die parallele bzw. transversale Spinorientierung des Targets zur Messung der Spinstrukturfunktionen g_1 bzw. g_2.

3. HERMES-Experiment

Das HERMES-Experiment [HERM:93] wurde 1994/95 in der Halle Ost des HERA-Speicherrings (Hadron-Elektron-Ring-Anlage) zur Messung der Spinstruktur des Nukleons aufgebaut. Ein longitudinal polarisierter Positronstrahl wird an einem polarisierten internen Gastarget gestreut. Die in Vorwärtsrichtung gestreuten Teilchen werden in einem Magnetspektrometer nachgewiesen. Ein System aus Hodoskopen und elektromagnetischem Kalorimeter bildet eine Triggerarchitektur zur Vorselektion von tiefinelastischen Ereignissen. Das elektromagnetische Kalorimeter zur Energiemessung von hauptsächlich Positronen (Elektronen), Pionen und Photonen ist zudem Teil eines leistungsfähigen Teilchenidentifizierungssystems (PID-System) zur Trennung der Hadronen von den Positronen (Elektronen). Das PID-System gestattet zudem eine teilweise Separation der Hadronen in Protonen, Pionen und Kaonen. Die Spuren der geladenen Teilchen werden durch ein System von Spurkammern gemessen. Ein zentral gelegener Dipolmagnet dient der Impulsbestimmung. Die Luminosität wird durch ein Kalorimetersystem nahe dem Strahlrohr gemessen. Die Ereignisinformationen werden nach Auslese mittels entsprechender Elektronik über eine Rekonstruktionskette für die Analysen aufbereitet. Die einzelnen Komponenten der Anlage werden im folgenden näher erläutert.

3.1. Polarisierter Positronstrahl

Der HERA-Speicherring kann wahlweise mit Positronen oder Elektronen gefüllt werden, die auf $E = 27.57$ GeV beschleunigt werden (Schwerpunktenergie bei HERMES: $\sqrt{s} \approx 7.5$ GeV). Von 1995 – 1997 und 2000 wurden Positronen verwendet, auf die sich im folgenden bezogen wird. Während der Dauer einer typischen Positronfüllung von 8 – 10 h fällt die Strahlstromstärke I_{B} von etwa 50 mA auf etwa 5 mA. In Abbildung 3.1 ist der Positronring schematisch dargestellt. Die Experimente H1 und ZEUS im Norden bzw. Süden von HERA verwenden die Kollision des gegenläufig geführten 920 GeV Protonstrahls mit dem Positronstrahl zur Untersuchung der Nukleonstruktur in unpolarisierter Streuung ($\sqrt{s} \approx 300$ GeV). Das in der Westhalle befindliche HERA-B-Experiment untersucht die Physik der schweren Quarks, die durch die Streuung des Protonenstrahls an einem Fest-Target entstehen ($\sqrt{s} \approx 40$ GeV).

3.1.1. Aufbau der Strahlpolarisation

In einem Speicherring können Elektronen bzw. Positronen aufgrund einer kleinen Asymmetrie der Spinumklappraten bei der Emission von Synchronstrahlung antiparallel bzw.

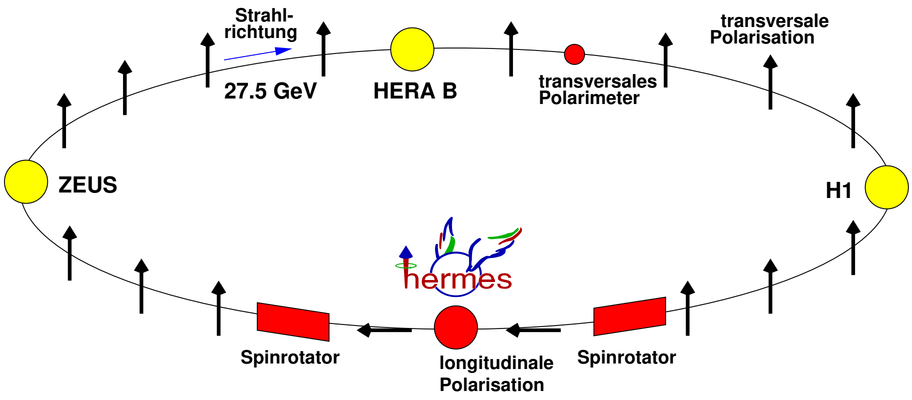


Abbildung 3.1.: Der Positronring von HERA mit den vier Experimenten ZEUS, HERA-B, H1 und HERMES. Die transversale Spinorientierung der Positronen wird durch den Spinrotator 1 in der HERMES-Region in longitudinale Richtung und durch den Spinrotator 2 wieder zurück gedreht. Die Strahlpolarisation wird durch die beiden Polarimeter gemessen.

parallel zum magnetischen Führungsfeld polarisiert werden [SoTe:64]. Die Strahlpolarisation P steigt bis zum Erreichen des Gleichgewichtszustandes der Polarisation P_∞ exponentiell an [Chao:81]:

$$P(t) = P_\infty \left(1 - e^{-t/\tau} \right) , \tag{3.1}$$

wobei τ die charakteristische Aufbauzeit der Polarisation ist. In einem "flachen" Speicherring würde eine maximal mögliche Gleichgewichtspolarisation von $P_{\mathrm{ST}} = 8/5\sqrt{3} \approx 0.92$ mit einer theoretischen Aufbauzeit von $\tau_{\mathrm{ST}} = P_{\mathrm{ST}} m_{\mathrm{e}} \rho^3/(r_{\mathrm{e}} \hbar \gamma^5)$ erreicht werden, wobei m_{e} die Elektronenmasse, r_{e} den klassischen Elektronenradius, $\gamma = E/m_{\mathrm{e}}$ den Lorentzfaktor und ρ den Bahnradius darstellen ($\tau_{\mathrm{ST}} \approx 40$ min bei HERA).

In einer realen Maschine jedoch führt der Energieverlust der Teilchen durch Emission von Synchrotronstrahlung zu Schwingungen um die Sollbahn (Synchrotron- und Betatronschwingungen). Die Teilchen werden daher beim Durchgang durch die Quadrupolmagneten wechselnden, senkrecht zum Spin orientierten magnetischen Feldkomponenten ausgesetzt, die den Spin aus der Vertikalen drehen. Dieser Spindiffusion genannte Prozeß wirkt dem Polarisationsaufbau entgegen. Durch Fehljustierungen der Magneten und durch Orbitschwingungen weicht im allgemeinen die Spinrichtung leicht von der Richtung des homogenen Führungsfeldes ab, so daß nach der Thomas-Bargman-Michel-Telegdi-Gleichung [BaMT:59] im Ruhesystems des Ringes der Spin $1 + a\gamma$ mal pro Umlauf um die Vertikale präzessiert. Es können daher Depolarisationsresonanzen mit den Bahnschwingungen auftreten, welche die Polarisation nahezu vollständig zerstören. Die Depolarisationseffekte werden durch eine Depolarisationszeit τ_{Dep} beschrieben, die in die Polarisationsaufbauzeit τ und in die maximale Polarisation P_∞ eingehen:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\mathrm{Dep}}} + \frac{1}{\tau_{\mathrm{ST}}}, \quad P_\infty = P_{\mathrm{ST}} \frac{\tau_{\mathrm{Dep}}}{\tau_{\mathrm{Dep}} + \tau_{\mathrm{ST}}} . \tag{3.2}$$

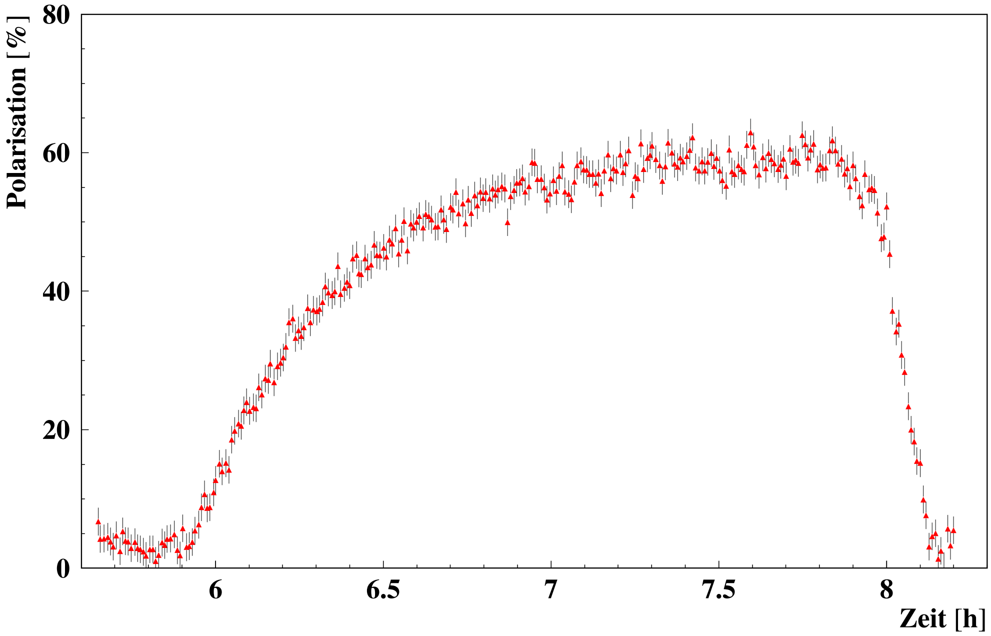


Abbildung 3.2.: Wachstumskurve der Strahlpolarisation im Positronring mit anschließender Depolarisation

Mit stärker werdender Depolarisation wird der Gleichgewichtszustand auf niedrigerem Niveau schneller erreicht. Bei HERA wurde der Arbeitspunkt speziell auf ein Erreichen hoher Strahlpolarisation abgestimmt. Vor und hinter der HERMES-Sektion sind Spinrotatoren angebracht [Buon:86], die den Spin in longitudinale Richtung drehen und nach Passieren der Region wieder zurück in die Vertikale, um den Strahl nicht zu depolarisieren. In Abbildung 3.2 ist der typische exponentielle Verlauf des Polarisationsaufbaus von HERA dargestellt. Die maximale Polarisation liegt bei HERA unter realen Bedingungen etwa bei 60 % mit einer Aufbauzeit von $\tau \approx 25$ min.

3.1.2. Messung der Strahlpolarisation

Bei HERA wird wie unter anderem auch am SLAC [John:83] und LEP [Assm$^+$:94], die Compton-Laser-Polarimetrie zur Messung der Polarisation des Positronstrahls verwendet. Diese Methode besitzt bei hohen Wechselwirkungsenergien eine gute Analysekraft, ohne den untersuchten Strahl merklich zu beeinflussen. Die Messungen werden bei HERA typischerweise im Minutentakt aktualisiert, was Orbitkorrekturen zur Maximierung der Strahlpolarisation ermöglicht. Das Verfahren beruht auf der Spinabhängigkeit der Comptonstreuung von zirkular polarisiertem Licht an polarisierten Positronen.

Es werden zwei unabhängige Polarimeter verwendet. Ein Polarimeter [Barb$^+$:93] befindet sich im Bereich der Westhalle. Es mißt die transversale Polarisation P_y des Positronstrahls über die Ortsasymmetrie von rückgestreutem Laserlicht links- und rechtshändiger zirkularer Polarisation, $S_{3\mathrm{L}} > 0$ bzw. $S_{3\mathrm{R}} < 0$. Dieses Polarimeter wird im folgenden als transversales Polarimeter bezeichnet. Die vertikale Ortsdifferenz Δy der Erwartungswerte $\langle y \rangle_{\rm L}$ und $\langle y \rangle_{\rm R}$ der Ortsverteilungen der beiden Zustände ist proportional zur transversalen Polarisation der Positronen:

$$\Delta y(E_\gamma) = \frac{\langle y \rangle_{\rm L} - \langle y \rangle_{\rm R}}{2} = \Delta S_3 P_y \Pi_y(E_\gamma) \ . \tag{3.3}$$

Hier sind E_γ die Energie des gestreuten Photons und $\Delta S_3 = (S_{3\rm L} - S_{3\rm R})/2$. Die Analysekraft $\Pi_y(E_\gamma)$ wird aus dem spinabhängigen Comptonstreuquerschnitt berechnet und hat bei $E_\gamma = 8$ GeV ein Maximum von 180 μm [Barb+:93]. Die Position und Energie jedes gestreuten Photons (Ein-Photon-Methode) wird durch ein vertikal geteiltes ortsauflösendes Sandwich-Wolfram-Szintillator-Kalorimeter bestimmt. Die polarisierten Photonen werden durch einen kontinuierlichen Argon-Ionen-Laser mit einer Leistung von 10 Watt und einer Wellenlänge von 514 nm erzeugt. Die Helizität der Photonen wird durch eine Pockelszelle mit einer Frequenz von 83.3 Hz umgeschaltet. Die Wahrscheinlichkeit, daß mehr als ein Photon zurückgestreut wird, liegt bei 1 %. Die transversale Strahlpolarisation P_y wird durch Anpassung an Gl. (3.3) mit rund 5×10^5 Photonen pro Minute bestimmt. Es wird dabei eine statistischen Genauigkeit von 1 – 2 % erreicht [Lore:97]. Die relative systematische Unsicherheit der Messung betrug 1997 $\Delta P_y/P_y = 3.4$ %. Dominiert wird der systematische Fehler von der systematischen Unsicherheit der Kalibration des Polarimeters mittels der Polarisationswachstumskurve (3.3 %). Hinzu kommen Anteile aus der Kalorimeterpositionierung und der Bestimmung der Laserpolarisation (zusammen 0.7 %) [Tipt:98].

Im Jahr 1996 wurde ein zweites Polarimeter in Betrieb genommen [Lore:97]. Es ist nach dem Spinrotator vor dem HERMES-Experiment positioniert und mißt die longitudinale Polarisation der Positronstrahls. Dieses Polarimeter wird als longitudinales Polarimeter bezeichnet. Die Polarisationsmessung beruht auf der Energieabhängigkeit der Asymmetrie $A(E_\gamma)$ der ortsintegierten, spinabhängigen Comptonstreuquerschnitte $\sigma(E_\gamma)_{\rm L}$ und $\sigma(E_\gamma)_{\rm R}$ der Streuung von links- und rechtshändig zirkular polarisierten Photonen an longitudinal polarisierten Positronen. Die Asymmetrie $A(E_\gamma)$ ist proportional zur longitudinalen Strahlpolarisation P_z:

$$A(E_\gamma) = \frac{\sigma(E_\gamma)_{\rm L} - \sigma(E_\gamma)_{\rm R}}{\sigma(E_\gamma)_{\rm L} + \sigma(E_\gamma)_{\rm R}} = \Delta S_3 P_z \Sigma_{2z/0}(E_\gamma) \ . \tag{3.4}$$

Die Analysekraft $\Sigma_{2z/0}$ ergibt sich aus der Ortsintegration des spinabhängigen Streuquerschnittes [Barb+:93]. Im Unterschied zum transversalen Polarimeter wird beim longitudinalen die Multi-Photon-Methode angewendet. Ein gepulster YAG-Laser mit einer Pulslänge von 3 ns erzeugt intensive polarisierte Laserlichtimpulse mit einer Wellenlänge von 532 nm. Die Helizität des Laserlichtes wird mit einer Frequenz von 100 Hz ebenfalls mittels einer Pockelszelle umgeschaltet. Die Lichtimpulse durchqueren die Positronpakete mit einem Winkel von 9 mrad. Einige tausend Comptonphotonen werden zurückgestreut. Sie deponieren ihre Energie in einem Kalorimeter, das aus vier $2.2 \times 2.2 \times 20$ cm^3 (Breite × Höhe × Tiefe) großen $\rm NaBi(Wo)_2$-Čerenkov-Kristallen (19.4 Strahlungslängen) besteht. Mit dem Kalorimeter wird somit die integrierte energiegewichtete Asymmetrie $A = \Delta S_3 P_z \int {\rm d}E_\gamma E_\gamma \Sigma_{2z/0}$ gemessen. Die longitudinale Polarisationsmessung wurde aus technischen Gründen auf die transversale Polarisationsmessung normiert, so daß von der relativen systematische Unsicherheit $\Delta P_z/P_z = 4.3\,\%$ der longitudinalen Polarisationsmessung des Jahres 1997 $3.4\,\%$ zur systematischen Unsicherheit der transversalen Polarisationsmessung korreliert sind. Innerhalb der verbleibenden systematischen Unsicherheit von $1\,\%$ stimmte die Messung nach der Normierung mit der des transversalen Polarimeters überein [Most:97].

Für diese Analyse der inklusiven Asymmetrie wurden die Daten des transversalen Polarimeters und dessen systematische Unsicherheit verwendet bis auf einen Teildatensatz, in dem nur das longitudinale Polarimeter in Betrieb war (vgl. Tab. 4.1). Die Strahlpolarisation wird von nun an stets mit P_B bezeichnet. Die mittlere Strahlpolarisation für den analysierten Datensatz mit $0.3 < P_\mathrm{B} < 0.8$ (s. Abschn. 4.2) betrug $\langle P_\mathrm{B}\rangle = 0.530 \pm 0.018$.

3.2. Polarisiertes Wasserstofftarget

HERMES verwendet ein internes Gastarget, bei dem polarisiertes Gas in eine dünnwandige, kryogenisch gekühlte Speicherzelle mit offenen Enden eingeleitet wird, welche zentriert zum Positronstrahl in eine Vakuumkammer eingebaut ist (s. Abb. 3.3). Der Vorteil des polarisierten Gastarget besteht darin, daß nur eine hochpolarisierte Atomsorte ohne Verdünnung durch Trägermaterialien oder Targetfenster vorliegt. 1995 wurde Helium-3 (^{3}He) verwendet, das durch optisches Pumpen und metastabile Spinaustauschstöße [CoSW:63] polarisiert wurde. Im Standardbetrieb wurden bei einer Targetflächendichte von $10^{15}/\mathrm{cm}^2$ Polarisationen von 40 – 54 % mit einer relativen systematischen Unsicherheit von 5 % erreicht [Sche$^+$:98]. 1996 und 1997 wurde das HERMES-Target mit Wasserstoff (^{1}H) bei Flächendichten von $7.5 \times 10^{13}/\mathrm{cm}^2$ betrieben, der durch

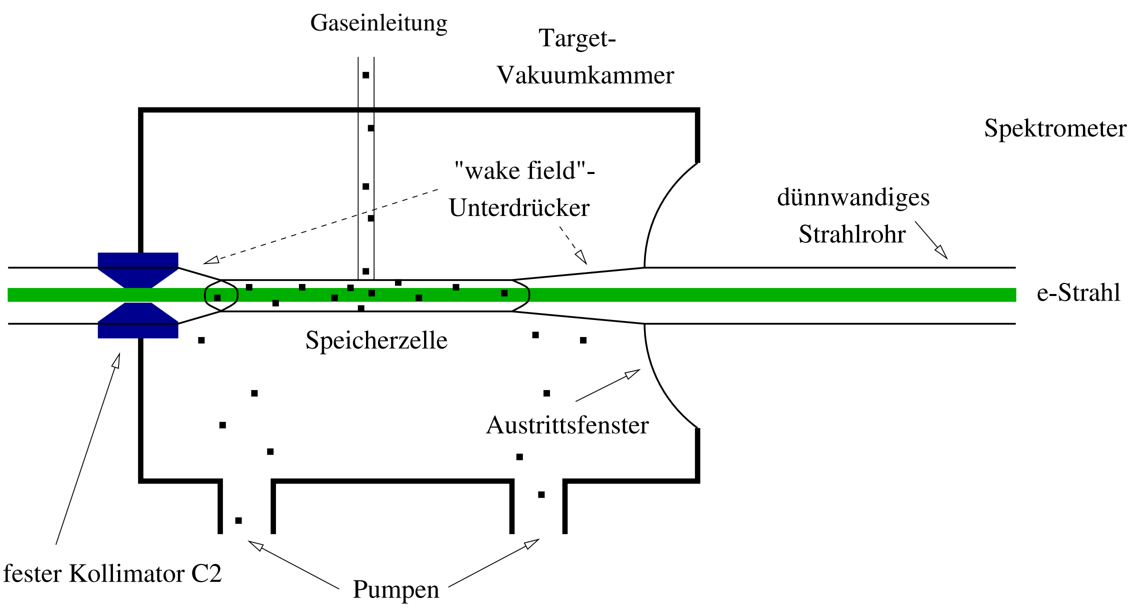


Abbildung 3.3.: Schematische Darstellung der Targetregion. Das Stichprobenrohr zum TGA und BRP (s. Text) wurde nicht eingezeichnet.

eine Atomstrahlquelle (engl.: atomic beam source, ABS) polarisiert wurde. Seit 1998 wird mittels modifizierter ABS polarisiertes Deuterium (^{2}H = D) bei einer Flächendichte von $1.5 \times 10^{15}/\mathrm{cm}^2$ benutzt. Zudem wurden zwischen 1997 und 1999 Datensätze mit den unpolarisierten Gasen H_2, D_2, ^{3}He, N_2 und Kr aufgenommen. Die Funktionsweise des polarisierten Targets wird im folgenden am Betrieb mit Wasserstoff näher erläutert. Für detaillierte Darstellungen sei beispielsweise auf [Brau:95, Kols:98, Bau:00] verwiesen.

3.2.1. Atomstrahlquelle

Die Polarisation des Wasserstoff in der ABS [Stoc$^+$:94] basiert auf der Stern-Gerlach-Aufspaltung der Spinzustände eines atomaren Wasserstoffstrahls im inhomogenen Magnetfeld und anschließenden Hyperfeinstrukturübergängen. Molekularer Wasserstoff wird mittels eines Hochfrequenzdissoziators dissoziiert und mit einer gekühlten Düse sowie anschließendem Skimmer und Kollimator zu einem Atomstrahl geformt. Der Strahl durchläuft ein inhomogenes Magnetfeld, das durch eine Anordnung von Sextupolmagneten erzeugt wird. Dabei erfolgt die Aufspaltung in die vier Hyperfeinstrukturzustände, die im Breit-Rabi-Diagramm 3.4 a) mit ihren Energieeigenwerten aufgeführt sind. Die Zustände $|1\rangle$, $|2\rangle$, mit Elekronenspin $m_s = +1/2$ [1] werden fokussiert, wohingegen Atome der Zustände $|3\rangle$, $|4\rangle$ mit $m_s = -1/2$ defokussiert und durch Pumpen in den Kreislauf zurückgeführt werden. Durch adiabatische Hochfrequenzübergänge, die

[1] Bei großen Magnetfeldern $B \gg B_c$ wird die Kopplung von Elektron- und Kernspin aufgebrochen ($\theta \to 0$), so daß $|2> \approx |+->$ und $|4> \approx -|-+>$ ist.

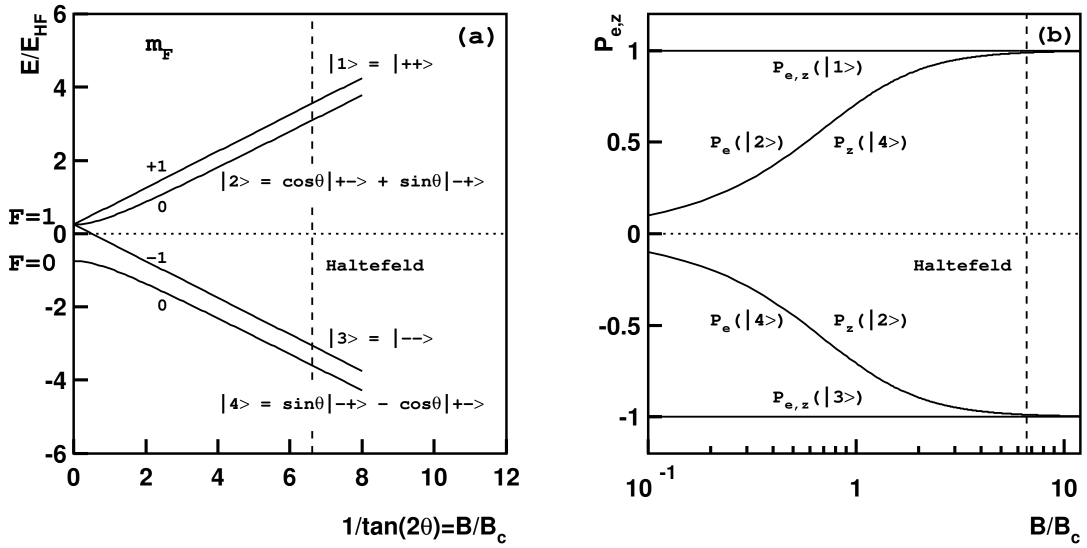


Abbildung 3.4.: (a): Breit-Rabi-Diagramm der Triplett- (F=1) und Singulett- (F=0) Hyperfeinstrukturzustände von Wasserstoff (kritisches Magnetfeld $B_c = 50.7\,\mathrm{mT}$, Hyperfeinstrukturenergie $E_{\mathrm{HF}} = 5.87\,\mu\mathrm{eV}$, Basis $|s\,i\rangle$ mit s als Elektronen- und i als Kernspin-Quantenzahl). (b): Polarisationserwartungswerte der Hüllenelektronen $P_e(|i\rangle)$ und des Kernes $P_z(|i\rangle)$ der Eigenzustände in Abhängigkeit vom angelegten Magnetfeld B ($i = 1, 2, 3, 4$).

die Populationen zwischen zwei Zuständen austauschen, wird ein Atomstrahl mit einer Kernpolarisation erzeugt, der durch ein Injektionsrohr in die Speicherzelle geleitet wird. Zur Aufrechterhaltung der Polarisation wird in der Speicherzelle ein statisches Magnetfeld (Haltefeld) in longitudinaler Richtung von $B_{\mathrm{z}} = 0.33$ T angelegt. Im Standardbetrieb wird eine hohe Kernpolarisation P_{z} und eine niedrige Polarisation P_{e} der Hüllenelektronen angestrebt. Eine niedrige Hüllenpolarisation dient vor allem der Vermeidung von Asymmetrien in der Bhabha-Streuung der Positronen an den Hüllenelektronen für die Luminositätsmessung (s. Abschn. 3.3.4). Die hohe Kern- und niedrige Hüllenpolarisation wird beim verwendeten Haltefeld durch den Übergang $|2\rangle \to |4\rangle$ für positive Kernpolarisation $m_i = +1/2$ bzw. $|1\rangle \to |3\rangle$ für negative Kernpolarisation $m_i = -1/2$ erreicht. Bei gleichen Besetzungszahlen der verbleibenden Zustände $|1\rangle, |4\rangle$ bzw. $|2\rangle, |3\rangle$ geht dann die mittlere Hüllenpolarisation gegen Null (s. Abb. 3.4 (b)). Dieser Betriebszustand der ABS wird rhx-Modus genannt. Die Umschaltung der Polarisation erfolgt im Minutentakt durch Zufallssteuerung zur Vermeidung von systematischen Effekten.

3.2.2. Speicherzelle

Die in den Jahren 1996/97 verwendete Speicherzelle besteht aus einer elliptisch geformten, 0.98 cm hohen, 2.9 cm breiten und 40.0 cm langen Röhre aus 75 μm dickem Aluminium. Die Speicherzelle ermöglichte eine hohe Flächendichte des polarisierten Wasserstoffs ($7.5 \times 10^{13}/\mathrm{cm}^2$), was die Flächendichte von freien Gasjet-Targets um zwei Größenordnungen übertrifft. Um die hohe Dichte zu erhalten, wurde die Zelle auf etwa 100 K gekühlt. Bei tieferer Zelltemperatur würde die Wandstoßrekombination von Gasatomen mit an der Zelloberfläche adsorbierten Atomen zu stark ansteigen [Kols:98, Heno:98]. Die Wandstoßrekombination bildet den dominierenden Anteil an der Rekombination der Wasserstoffatome. Die Rekombination der Gasatome untereinander ist dagegen vernachlässigbar. Zur Unterdrückung der Wandstoßrekombination wurde die Targetzelle mit einer Schicht aus Drifilm bedeckt [Brau:95]. Es wurde gefunden, daß eine zusätzliche Schicht von ein bis zwei Moleküllagen Wasser, das von der Zellwand während des normalen Betriebes adsorbiert wird, eine weitere Unterdrückung der Wandstoßrekombination bewirkt [Kols:98]. Der Kernpolarisationsverlust durch Wandstöße und Spinaustauschstöße der Gasatome [Brau:95] lag 1997 bei 1 % bzw. 2.5 % [Bau:98]. Eine resonante Targetdepolarisation durch die Hochfrequenzfelder der Positronpakete wurde durch die Wahl des Haltefeldes unterdrückt (< 1 %) [HERM:98b]. Die Wasserstoffatome diffundieren nach mehreren Wandstößen aus beiden Enden der Zelle heraus und werden durch ein differentielles Pumpsystem abgesaugt, um das Vakuum der Strahlröhre zu erhalten. Der Übergang zwischen Strahlrohr und Speicherzelle wurde mittels eines perforierten Rohres, dem "wake field suppressor", gestaltet, um eine Erhitzung durch die Hochfrequenzfelder zu verhindern, die von den Positronpaketen erzeugt werden. Strahlaufwärts vom Target befindet sich ein System von Kollimatoren C1 und C2, die das Target vor direkter Synchrotronstrahlung und den Detektor vor der Comptonstreuung niederenergetischer Synchrotronphotonen schützen. Das Targetaustrittsfenster für die gestreuten Teilchen besteht aus einer 0.3 mm dünnen Folie aus rostfreiem Stahl.

3.2.3. Messung der Targetpolarisation

Mit der Targetpolarisation P_{T} wird die Kernpolarisation des Wasserstoff in atomarer und molekularer Form in der Speicherzelle bezeichnet. Zur Bestimmung der Targetpolarisation werden ständig Stichproben entnommen. Eine geringe Menge Wasserstoff diffundiert aus der Speicherzelle durch ein Stichprobenrohr zu einem Breit-Rabi-Polarimeter (BRP) und einem Target-Gas-Analysator (TGA). Das Stichprobenrohr ist gegenüber dem Injektionsrohr um 30 Grad geneigt, um zu gewährleisten, daß die Probe größtenteils aus Atomen bzw. Molekülen besteht, die bereits Wandstöße erfahren haben.

Das BRP weist im wesentlichen den inversen Aufbau der ABS auf. Durch Hochfrequenzübergänge und Sextupolsystem werden Atomstrahlen eines Besetzungszustandes erzeugt. Nach Ionisierung des Strahls wird mittels eines Quadrupol-Massenspektrometers die Rate gemessen. Aus dem Ratenvergleich der einzelnen Atomzustände wird die als Atompolarisation $P_{\mathrm{A}} = c_s P_{\mathrm{BRP}}$ bezeichnete Kernpolarisation des atomaren Wasserstoff bestimmt, wobei c_s eine Korrektur der Stichprobeneffizienz zum BRP-Meßwert P_{BRP} ist [Bau:00].

Die Kernpolarisation der Moleküle $P_{\mathrm{M}} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \beta P_{\mathrm{A}}$ geht gewichtet mit dem Anteil

$$1 - \alpha_{\mathrm{R}} = 1 - \frac{N_{\mathrm{H}}}{N_{\mathrm{H}} + 2N_{\mathrm{H}_2}} \tag{3.5}$$

der Kerne, die durch Rekombination innerhalb der Speicherzelle in Wasserstoffmolekülen gebunden sind, in die Targetpolarisation ein. In der vereinfachten Definition (3.5) von α_{R} stellen N_{H} und N_{H_2} die Anzahl der Wasserstoffatome bzw. der Moleküle dar. Zudem muß der Anteil $1 - \alpha_0$ der Kerne berücksichtigt werden, die in undissoziierten und unpolarisierten Molekülen aus der ABS in die Speicherzelle gelangen. Die Targetpolarisation ergibt sich somit zu [Kols:98]:

$$P_{\mathrm{T}} = \alpha_0[\alpha_{\mathrm{R}} + (1 - \alpha_{\mathrm{R}})\beta)]P_{\mathrm{A}} \ . \tag{3.6}$$

Auf die Bestimmung des β-Faktors wird im Anhang B näher eingegangen. Die Atom- und Molekülraten werden im TGA durch das Massenspektrometer bestimmt. Der im TGA gemessene Wert $\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{TGA}}$ wird durch eine Stichprobenrohr-Korrektur [Heno:00, Bau:00] korrigiert, die die Rekombination im Stichprobenrohr sowie die Rekombination bei verschiedenen Oberflächenszenarios der Speicherzelle unter Betriebsbedingungen berücksichtigt. Die Rekombinationsgröße α_{R} wird aus dem arithmetischen Mittelwert

$$\alpha_{\mathrm{R}}(\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{TGA}}) = \frac{\alpha_{\mathrm{R}}^{\max} + \alpha_{\mathrm{R}}^{\min}}{2} \tag{3.7}$$

einer oberen Grenze $\alpha_{\mathrm{R}}^{\max}(\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{TGA}})$ und einer unteren Grenze $\alpha_{\mathrm{R}}^{\min}(\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{TGA}})$ berechnet. Die Grenzbedingungen werden im systematischen Fehler der Targetpolarisation berücksichtigt und bilden den dominanten Beitrag zur Unsicherheit. In Abbildung 3.5 a) ist die Stichprobenrohr-Korrektur dargestellt und in Abbildung 3.5 b) deren Einfluß auf die α_{R}-Verteilung durch Vergleich mit der $\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{TGA}}$-Verteilung veranschaulicht.

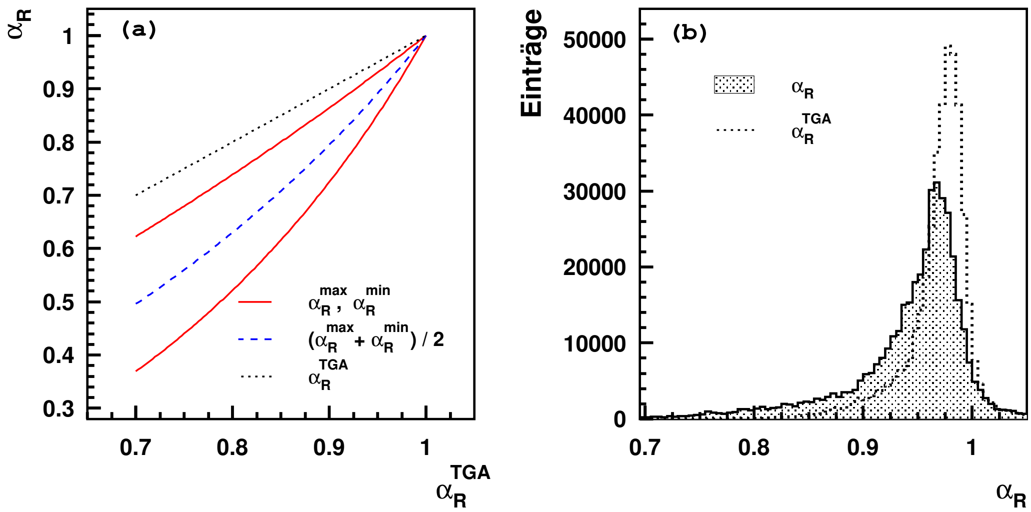


Abbildung 3.5.: In a) sind obere und untere Grenzen der Stichprobenrohr-Korrekturen von α_{R} dargestellt. Die gestrichelte Kurve stellt die angewendete Korrektur (Mittelwert) und die gepunktete die Identität $\alpha_{\mathrm{R}} = \alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{TGA}}$ dar. Der Vergleich der α_{R}-Verteilung mit der $\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{TGA}}$-Verteilung in (b) zeigt die resultierende Verkleinerung von α_{R}. Werte mit $\alpha_{\mathrm{R}} > 1$ folgen aus statistischen Fluktuationen der TGA-Messung.

Tabelle (3.1) zeigt die mittleren Werte aller Größen aus Gl. (3.6) für den polarisierten Datensatz 1997 nach Datenqualitätsschnitten (s. Abschn. 4.2). In dieser Arbeit wurde eine mittlere Targetpolarisation von $\langle P_{\mathrm{T}} \rangle = 0.855 \pm 0.034_{\mathrm{sys}}$ erhalten. Beim systematischen Fehler wurde die Korrelation zwischen der α_0- und α_{R}-Bestimmung berücksichtigt, die aus der gemeinsamen Teilchenflußmessung im TGA folgt [Kols:98]. Die Abweichungen der Werte in Tab. 3.1 zu den in [HERM:98] publizierten Zahlen beruhen auf seitdem durchgeführten Studien der Targetgruppe [BHKS:00], die vor allem die Stichprobenrohr-Korrektur betrafen. Die Analysen der Targetgruppe sind derzeit noch nicht abgeschlossen. Die in Tab. 3.1 angegebenen Ergebnisse sind vorläufige Werte.

$\langle P_{\mathrm{A}} \rangle \pm \Delta P_{\mathrm{A}}$	$\beta \pm \Delta\beta$	$\langle \alpha_{\mathrm{R}} \rangle \pm \Delta\alpha_{\mathrm{R}}$	$\langle \alpha_0 \rangle \pm \Delta\alpha_0$	$\langle P_{\mathrm{T}} \rangle \pm \Delta P_{\mathrm{T}}$
0.906 ± 0.019	0.6 ± 0.4	0.945 ± 0.036	0.965 ± 0.004	0.855 ± 0.034

Tabelle 3.1.: Mittelwerte der Größen zur Berechnung der Targetpolarisation nach Gl. (3.6) und deren systematische Unsicherheit [BHKS:00]. Der statistische Fehler ist bei Mittelung über den analysierten Datensatz vernachlässigbar .

3.3. Spektrometer

Das HERMES-Spektrometer [HERM:98a] ist ein Vorwärtsdetektor, der aus zwei unabhängigen spiegelsymmetrischen Hälften besteht, die oberhalb und unterhalb des Positronstrahlrohres angeordnet sind (s. Abb. 3.6). Im folgenden wird die obere Hälfte beschrieben. Das rechtshändige HERMES-Koordinatensystem mit der strahlabwärts zeigenden z-Richtung hat seinen Ursprung im Targetzentrum. Die horizontale, geometrische Akzeptanz erlaubt Streuwinkel von $|\Theta_x| < 170$ mrad in der x, z-Streuebene. Die vertikale, geometrische Akzeptanz von 40 mrad $< |\Theta_y| < 140$ mrad (y, z-Streuebene) wird nach unten durch eine Eisenplatte beschränkt, die den Positron- und Protonstrahl gegen das Dipolmagnetfeld mit einer integrierten Feldstärke von $\int B_y dz = 1.3$ Tm abschirmt. Feldklammern verringern den Einfluß des Randfeldes auf die nächstgelegenen Driftkammern.

3.3.1. Spurkammersystem

Das Spurkammersystem besteht im vorderen Teil aus zwei Mikrostreifen-Gaskammern VC1/2 (engl.: vertex chambers) und drei Driftkammern DVC und FC1/2 (engl.: drift vertex chamber, front chambers), gefolgt von drei Vieldraht-Proportionalkammern MC1-3 (engl.: magnet chambers) innerhalb des Magneten sowie 4 großflächigen Driftkammern BC1-4 (engl.: back chambers) im rückwärtigen Teil. Mit den 24 Drahtebenen im vorderen Teil werden Polar- und Azimutalwinkel Θ und ϕ der Spuren geladener Teilchen gemessen. Zur Bestimmung der Teilchenimpulse werden im rückwärtigen Teil die Spuren nach Ablenkung im Magnetfeld mit ebenfalls 24 Ebenen gemessen. Die neun Ebenen der Magnetkammern dienen der Impulsbestimmung von geladenen Teilchen, deren Bahnen aus dem Akzeptanzbereich der rückwärtigen Driftkammern abgelenkt wurden. In jedem Modul sind die Drahtebenen in drei Koordinaten angeordnet, senkrecht (x) und um die Stereowinkel $\beta = \pm 30$ Grad (u, v) geneigt. Die Vertex- und Magnetkammern verfügen je-

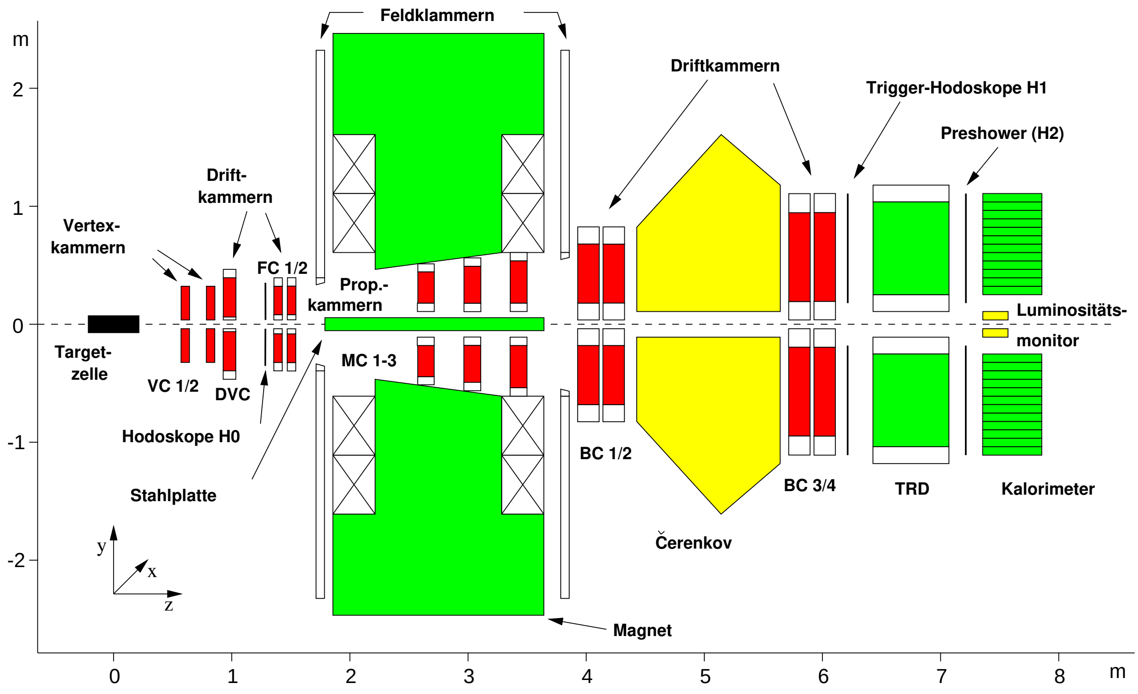


Abbildung 3.6.: Schematische Seitenansicht des HERMES-Spektrometers von 1997.

weils über drei Ebenen (u, v, x), die Driftkammern über sechs (uu', vv', xx'). Die gestrichenen Ebenen sind um eine halbe Driftzellenbreite gegenüber den ungestrichenen versetzt, um die Mehrdeutigkeiten der Driftkammerinformationen aufzulösen.

Die Driftkammerebenen der verschiedenen Module sind einander ähnlich. Eine detaillierte Beschreibung der hinteren Driftkammern befindet sich beispielsweise in [Bern$^+$:98]. Eine Kammerebene besteht aus einer Lage abwechselnd gespannter Kathoden- und Anodendrähte, die zwischen zwei Kathodenebenen aus aluminisiertem Mylar liegt. Unterschiede bestehen hauptsächlich in der Größe der nahezu quadratischen Driftzellen [2] mit 6×6 mm(Zellbreite $\times$ Zelltiefe) für die DVC's, 7×8 mm für die FC's und 15×16 mm für die BC's. Die Driftkammern werden mit einem Gasgemisch aus $\mathrm{Ar}(90\,\%)/\mathrm{C0_2}(5\,\%)/\mathrm{CF_4}(5\,\%)$ bei einer mittleren Feldstärke von 800 V/cm betrieben, womit eine mittlere Driftgeschwindigkeit von $v_\mathrm{D} = 70\ \mu\mathrm{m/ns}$ erreicht wird. Die Ortsauflösung der Driftebenen beträgt im Mittel 225 μm für die DVC's und FC's sowie 280 μm für die BC's bei einer über alle Impulse gemittelten Effizienz von 96 % für Hadronen und 99 % für Positronen. Die Proportionalkammern im Magneten arbeiten mit denselben Gaskomponenten wie die Driftkammern, wobei die Anteile für den Proportionalbetrieb zu $\mathrm{Ar}(65\,\%)/\mathrm{C0_2}(30\,\%)/\mathrm{CF_4}(5\,\%)$ geändert wurden.

Die Vertexkammern VC1/2 [Hune:97] sind wie folgt aufgebaut. Metallstreifen wurden auf ein 200 μm dünnes Glas-Substrat geätzt. Der Abstand zwischen den Anoden- und Kathoden-Metallstreifen beträgt 87.5 μm. Gegenüber dem Substrat befindet sich im Abstand von 3 mm eine Kathodenfläche, ähnlich wie bei den Driftkammern. Das Gasvolumen zwischen Substrat und Kathodenfläche ist mit einem Dimethyl-Ethylen(50 %)/Neon(50 %)-Gasgemisch gefüllt, das beim Teilchendurchgang ionisiert wird. Analog den Driftkammern driften die Elektronen-Cluster in einem Feld von 5 kV/cm zu den Anoden, wo die Gasverstärkung stattfindet. Diese Technologie ermöglicht eine Ortsauflösung von 65 μm bei einer mittleren Effizienz von 98 %. Zusammen mit den vorderen Driftkammern DVC, FC1 und FC2 gewährleisten sie eine genaue Messung der Streuwinkel und eine gute Bestimmung des primären Vertex (s. Abschn. 3.3.2).

3.3.2. Spurrekonstruktion und Alignement

Das HERMES-Rekonstruktionsprogramm (HRC) [Wand:96] verwendet zur Spurfindung die effiziente Methode des Baum-Such-Algorithmus' (engl.: tree-search) nach Treffermustern. Eine wichtige experimentelle Voraussetzung für eine hohe Rekonstruktionseffizienz sind die niedrigen Multiplizitäten bei HERMES mit im Mittel 1.4 gemessenen Spuren pro Ereignis. In jeder der Ebenenkoordinaten (u, v, x) werden im vorderen und hinteren Teildetektor zunächst die u-, v- und x-Korridore der Spurprojektionen gesucht. Dazu werden die Signale der Spurkammerebenen mit gültigen Treffermustern verglichen. Die gültigen Treffermuster basieren auf der Annahme gerader Spuren und berücksichtigen die Spurkammereffizienzen durch zugelassene Fehlstellen. Sie wurden in einer Datenbank gespeichert, deren Größe durch Ausnutzung von Treffermuster-Symmetrien stark reduziert werden konnte. Von einer Iterationstufe zur nächsten wird eine anfangs grob

[2] Die Zellbreite ist gegeben durch den Abstand zwischen zwei Kathodendrähten, die Tiefe durch den Abstand der Kathodenebenen.

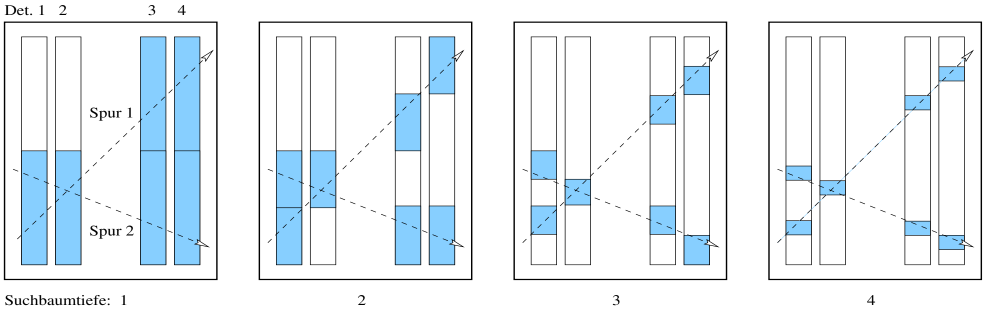


Abbildung 3.7.: Schematische Darstellung des Baum-Such-Algorithmus' (nach [Wand:96]).

gewählte Kammerauflösung (halbe Ebenenbreite) halbiert und die erlaubten Untermuster der vorigen Stufe (typischerweise 4-8) mit den Signalen verglichen. Zur Spurfindung reichen 11 Iterationen aus. Die Musterauflösung dieser Iterationstufe (Ebenenbreite/2^{11}) liegt etwa eine Größenordnung über der Auflösung der Ebenen. In Abb. 3.7 wurde das Verfahren schematisch dargestellt. Durch Vergleich der x-Projektion der Kombination der u- und v-Korridore mit dem x-Korridor, werden die Signale den räumlichen vorderen bzw. hinteren Teilspuren zugeordnet. Die Spurparameter $\vec{T} = (x_0, y_0, x_{\rm sl}, y_{\rm sl})$ werden durch χ^2-Minimierung bestimmt, wobei x_0, y_0 der Aufpunkt der Teilpur im Magnetzentrum bei $z_{\rm mag} = 275$ cm und $x_{\rm sl}$ und $y_{\rm sl}$ deren Anstiege in x- bzw. y-Richtung des HERMES-Koordinatensystems sind. Für die Gesamtspur wird gefordert, daß die Teilspuren innerhalb einer gewissen Umgebung im Magnetzentrum übereinstimmen. Der Impuls wird sehr schnell mittels einer Nachschlagetabelle und Interpolationen zwischen den Stützstellen direkt aus den Spurparametern der vorderen und hinteren Teilspur bestimmt. Die Streuwinkelauflösung $\sigma(\Theta)$ beträgt für Impulse $p < 4.1$ GeV ($y > 0.85$) etwa 1 mrad und verbessert sich für Impulse $p > 4.1$ GeV ($y < 0.85$) auf Werte unter 0.6 mrad. Die relative Impulsauflösung $\sigma(p)/p$ verschlechtert sich mit zunehmendem Impuls von 0.6 % ($p \approx 3$ GeV) auf 1.2 % ($p > 20$ GeV). Der primäre Vertex wird mit einer Genauigkeit von etwa 1 cm bestimmt.

Eine Alternative zur eben erläuterten Standardmethode der Rekonstruktion bildet die "Force-Bridge"-Methode, die im vorderen Teilbereich ausschließlich die Informationen von FC1/2 verwendet. Die Spuranpassung der vorderen Teilspur benötigt zum Erreichen ausreichender Genauigkeit den Spurdurchstoßpunkt der hinteren Teilspur im Magnetzentrum.

Zur Rekonstruktion der Kinematik der Streuereignisse wird eine präzise Kenntnis der Detektorgeometrie benötigt. Die Korrektur von Positionierungsfehlern der Spurkammern wird bei HERMES unterschieden in internes und externes Alignement (s. Anh. D.1). Mit internem Alignement wird hier die relative Positionierung der Spurkammern zueinander bezüglich einer definierten, jedoch unbekannten optischen Achse $\vec{A} = (A_{\rm x0}, A_{\rm y0}, A_{\rm xsl}, A_{\rm ysl})$ bezeichnet. Die optische Achse $\vec{A}$ beschreibt das externe Alignement, d.h. die reale Ausrichtung des Spurkammersystems im HERMES-Koordinatensystem und bewirkt eine systematische Verschiebung der Spuren falls $\vec{A} \neq \vec{0}$ (s. Abschn. 4.3). Eine wesentliche Aufgabe im Rahmen der Kollaboration war die Entwicklung eines Modells für interne Alignementkorrekturen [Gärb:96] und dessen rechen-

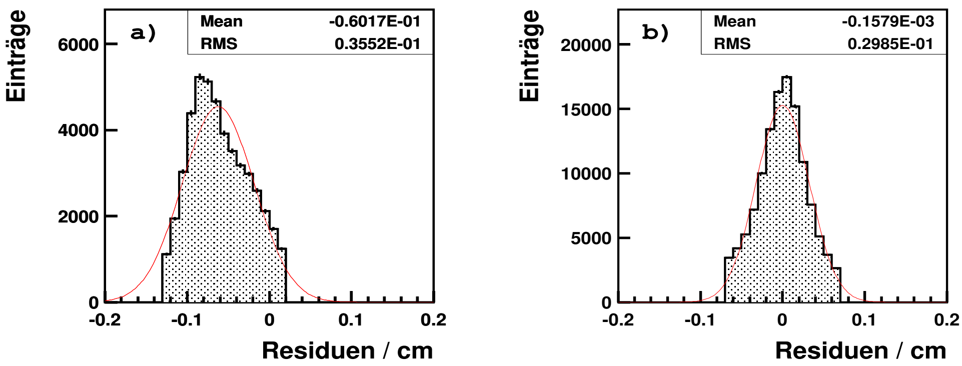


Abbildung 3.8.: Residuenverteilung einer FC-Driftebene (F2L1) a) ohne und b) mit interner Alignementkorrektur.

technische Umsetzung, das HERMES-Alignement-Programm (HALP). HALP berechnet schnell und stabil die dominanten lateralen und longitudinalen internen Alignementkorrekturen durch Analyse der Ebenen-Residuenverteilungen. Unter Residuum wird in diesem Zusammenhang die Differenz zwischen Ortsmeßwert und dem Durchstoßpunkt der angepaßten Spur im System einer Spurkammerebene bezeichnet. Es wurden spezielle Datensätze mit ausschließlich geraden Spuren verwendet, die bei ausgeschaltetem Magnetfeld gemessen wurden. Dies gestattete die Verwendung aller Spurkammern zur Anpassung gerader Spuren durch das gesamte Spektrometer. Damit konnte eine hohe Genauigkeit von etwa 20 μm für laterale und 300 μm für longitudinale Korrekturen erreicht werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die internen Alignementkorrekturen für aller HERMES-Datensätze seit 1995 erstellt. Die Korrekturen werden grundsätzlich in der Spurrekonstruktion verwendet. Dies führt zur Beseitigung geometrieabhängiger Impulsfehler (s. Abschn. D.2) und zur qualitativen Verbesserung der Residuenverteilungen (s. Abb. 3.8).

3.3.3. Teilchenidentifizierungssystem

Das HERMES-Teilchenidentifizierungssystem (engl.: particle identification, PID; s. z.B. in [Kais:97a] für eine detaillierte Beschreibung) gestattet eine hervorragende Trennung von Positronen und positiv geladenen Hadronen bzw. von Elektronen und negativ geladenen Hadronen. Es werden in den folgenden Erläuterungen der Kürze halber nur Positronen und (positiv geladene) Hadronen betrachtet. Aufgrund der guten Separationseigenschaften des PID-Systems konnte mit einer Wahrscheinlichkeitsanalyse ein nahezu reines DIS-Positronensemble mit einer Hadronkontamination von $h < 0.4$ % erzeugt werden (s. Abschn. 4.4.3). Das PID-System besteht aus vier Detektoren, einem Schwellen-Čerenkov-Zähler, einem Übergangsstrahlungsdetektor (engl.: transition radiation detector, TRD), einem Preshower-Detektor und einem elektromagnetischen Kalorimeter. Der Čerenkov-Zähler wurde im Frühjahr 1998 durch einen ringabbildenden Čerenkov-Detektor (engl.: ring imaging Cherenkov counter, RICH) ersetzt, um eine Unterscheidung von Pionen, Kaonen und Protonen im gesamten kinematischen Bereich des HERMES-

Experimentes für semi-inklusive Analysen zu ermöglichen [Cisb:98]. Die Ortsauflösung der PID-Detektoren reicht aus, um ihre Signale den von den Spurkammern gemessenen Teilchenspuren zuzuordnen.

Der Čerenkov-Zähler ist zwischen den hinteren Driftkammern BC2 und BC3 positioniert, was eine Radiatortiefe von 1.17 m gestattet. 1997 bestand der Radiator aus dem Gasgemisch $\mathrm{N_2(70\,\%)/C_4F_{10}(30\,\%)}$, womit zwischen der Pionenschwelle von 3.8 GeV und der Kaonschwelle von 13.6 GeV Pionen von Kaonen und Protonen (Schwelle: 25.6 GeV) unterschieden werden konnten. Das Čerenkov-Licht wird mittels eines Feldes von 20 sphärischen Spiegeln auf eine Matrix aus Photovervielfachern reflektiert. Der Čerenkov-Zähler hat nur im Impulsbereich unterhalb der Pionschwelle gute Separationseigenschaften von Positronen und Hadronen. Darüber geht die Anzahl der getroffenen Photovervielfacher ($\sim$ 7) in die Separation mit ein, die im Mittel leichte Unterschiede (1 – 2) zwischen Hadronen und Positronen aufweist.

Der hinter der BC4 eingebaute TRD besteht aus sechs Modulen. Jedes Modul setzt sich aus einem 6.35 cm tiefen Radiatorvolumen und einer 2.54 cm tiefen Proportionalkammer zusammen. Das Radiatorvolumen ist mit Plastikfasern gefüllt, die einen Durchmesser von 20 μm haben. Die Proportionalkammer wird mit dem Gasgemisch $\mathrm{Xe(90\,\%)/CH_4(10\,\%)}$ betrieben. Sie verfügt über 256 Drähte im Abstand von 1.27 cm [Kais:97]. Die hochrelativistischen Positronen erzeugen an der Grenze zwischen den beiden Dielektrika Luft und Plastikfaser wegen der unterschiedlichen Dielektrizitätskonstanten Übergangsstrahlung [ArYM:75]. Die typischerweise im Röntgenbereich liegenden Photonen werden unter einem kleinen Winkel von der Größe des inversen Lorentzfaktors $1/\gamma$ abgestrahlt und in der Proportionalkammer absorbiert, wobei sie das Gas zusammen mit den sie begleitenden Positronen ionisieren. Der Energieverlust der Positronen in einem Modul durch Übergangsstrahlung und Ionisierung ist mit $\Delta E \approx$ 20 – 40 keV im Mittel doppelt so groß wie der Energieverlust der Hadronen (s. Abb. 4.4 (b)), die nur das Kammergas ionisieren. Die TRD-Information liefert somit einen wesentlichen Beitrag zur Positron-Hadron-Trennung.

Der dem TRD folgende Preshower-Detektor H2 besteht aus 42 vertikalen überlappenden Szintillatorstäben der Dimension $9.3 \times 91 \times 1\ \mathrm{cm}^3$, denen strahlaufwärts ein 11 mm tiefer (2 Strahlungslängen), in 1.3 mm dicke Stahlbleche eingefaßter Bleiradiator vorgelagert ist. Dadurch werden elektromagnetische Schauer initiiert, die im Szintillatormaterial deutlich mehr Energie deponieren (20 – 40 MeV) als minimal ionisierende Teilchen ($\sim$ 2 MeV), was eine Unterscheidung zwischen Hadronen und Positronen erlaubt. H2 fungiert daher als Preshower-Detektor für das Kalorimeter. Das Szintillatorlicht wird durch Photovervielfacher ausgelesen, die mit Lichtleitern an die strahlabgewandten Stabenden montiert sind.

Am Ende des Spektrometers befindet sich das elektromagnetische Kalorimeter, das aus einem Feld von 42×10 strahlungsresistenten Bleiglasblöcken aufgebaut ist. Die $9 \times 9 \times 50\ \mathrm{cm}^3$ großen Blöcke (etwa 18 Strahlungslängen) werden am hinteren Ende durch Photovervielfacher ausgelesen. Die Leistung der Photovervielfacher wird mit einem Verstärkungsüberwachungssystem (engl.: gain monitoring system, GMS) überprüft. Das GMS strahlt Laserlicht verschiedener Intensität über Glasfasern in die Photovervielfacher ein und vergleicht deren Signale mit der Reaktion einer Referenz-Photodiode. Die

Ergebnisse werden zur Kalibration des Kalorimeters verwendet. An das GMS sind ebenso die Photovervielfacher der Hodoskope, des Čerenkov-Detektors und des nachfolgend beschriebenen Luminositätsmonitors angeschlossen. Die Separation von Positronen und Hadronen wird durch die unterschiedliche Schauerentwicklung möglich. Während die Energie der Positronen in einem engen Schauer (etwa 3×3 Blöcke) nahezu vollständig in nachweisbares Čerenkov-Licht dissipiert ($E/p \sim 1$), deponieren Hadronen nur etwa die Hälfte ihrer Energie in dieser Form (s. Abb. 4.4 b)). Das Kalorimeter hat eine Energieauflösung von $\sigma(E)/E = (5.1 \pm 1.1)/\sqrt{E[\mathrm{GeV}]} + (1.5 \pm 0.5)$ % [Avak+:98]. Die Signale von Preshower-Detektor, Szintillator-Hodoskopen H0 und H1 und Kalorimeter bei einer Mindestenergiedeposition von 1.4 GeV werden für den DIS-Trigger der ersten Stufe verwendet (s. Abschn. 4.1).

3.3.4. Luminositätsmessung

Die Grundlage der Luminositätsmessung [Ben:98, Weis:98] bildet bei einlaufenden Positronen die Bhabha-Streuung ($e^+e^- \to e^+e^-$) und die Paarvernichtung ($e^+e^- \to \gamma\gamma$) von Strahlpositronen und Hüllenelektronen des Wasserstofftargets bzw. bei Elektronfüllungen die Möller-Streuung ($e^-e^- \to e^-e^-$). Die unter einem Winkel von wenigen mrad gestreuten Teilchenpaare werden in Koinzidenz von 2 Kalorimetern nachgewiesen. Die beiden Kalorimeter sind im longitudinalen Abstand von 7.2 m zum Targetzentrum links- und rechtseitig der Strahlröhre montiert. Die $2.2 \times 2.2 \times 20\ \mathrm{cm}^3$ großen Blöcke aus strahlungsharten $\mathrm{NaBi(Wo)_2}$-Čerenkov-Kristallen sind als 3×4-Feld angeordnet. Das Čerenkov-Licht der Schauerteilchen wird mit Photovervielfachern ausgelesen, die durch Silizium-Fenster vor der harten Strahlung in Strahlrohrnähe geschützt sind. Die Koinzidenzforderung beider Kalorimeter mit einer Mindestenergiedeposition von $5\ \mathrm{GeV}$ in jeder Seite unterdrückt Untergrundereignisse, die meist nur in einem Kalorimeter Antworten erzeugen. Die Kalorimeter haben eine Auflösung von $\sigma(E)/E = (9.3 \pm 0.1)/\sqrt{E[\mathrm{GeV}]}$ %.

Der Streuquerschnitt für Bhabha-Streuung und Paarvernichtung $\mathrm{d}\sigma_{e^+e^-}/\,\mathrm{d}\Omega$ ist einschließlich Strahlungskorrekturen theoretisch gut bekannt und wird zur Berechnung der Luminosität $\mathcal{L}$ aus der Koinzidenzrate R_K verwendet [Ben:98]:

$$\mathcal{L} = \frac{R_\mathrm{K}}{\displaystyle\int \epsilon \mathcal{A}\, \frac{\mathrm{d}\sigma_{e^+e^-}}{\mathrm{d}\Omega} \mathrm{d}\Omega}\,, \tag{3.8}$$

wobei ϵ die Effizienz und $\mathcal{A}$ die Akzeptanz des Luminositätsmonitors darstellen. Die Luminosität ist bei Fest-Target-Experimenten zudem durch den Strahlstrom I_B und der Target-Flächendichte ρ gegeben:

$$\mathcal{L} = \frac{I_\mathrm{B}\rho}{e}\,. \tag{3.9}$$

Hier bezeichnet e die Elementarladung. Die Übertragung von Kernpolarisation auf die Hüllenelektronen der Wasserstoffatome durch Spinaustauschstöße [Brau:95] und Ineffizienzen in den HF-Übergängen führen auch im rhx-Modus zu einer leichten Hüllenelektronenpolarisation des Targets von 1 – 2 %, die sich in einer 0.3 – 0.4 %igen Bhabha-Asymmetrie niederschlägt (s. z.B. in [Weis:98, Hasc:99]). Aufgrund der Proportionalität der Luminosität zum Strom (konstante Target-Flächendichte), wird eine Konstante an das Luminositäts-Strahlstrom-Verhältnis $\mathcal{L}/I_{\mathrm{B}}$ angepaßt, womit die mit den Targetspinumklappungen gekoppelten Ratenunterschiede und auch statistische Schwankungen ausgeglichen werden. Die Auswirkung der Luminositätsmessung auf die Messung der inklusiven Asymmetrie wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersucht (s. Abschn. 6.1.2) und – es sei hier vorweggenommen – wurde mit weniger als 0.4 % in der systematischen Unsicherheit der Asymmetrie berücksichtigt.

3.4. Datennahme und Datendurchlauf

Die Datenauslese-Elektronik basiert auf VME und Fastbus-Modulen mit "CERN-Host-Interfaces" (CHI) als Master. Die CHI sind zur Leistungserhöhung größtenteils mit "Fastbus-Readout-Engines" (FRE) ausgestattet, die mit ein oder zwei Motorola Digital-Signal-Prozessoren (DSP) ausgerüstet sind. Die DSP's liefern die technischen Voraussetzungen für komplexere Trigger auf dem Ereignisniveau, die bisher aber nicht implementiert wurden. Die Driftkammersignale werden nach Passieren der auf die Kammermodule montierten "Amplifier/Shaper/Discriminator"-Karten (ASD) von "Time-Digital-Converter" (TDC) mit einer Zeitauflösung von 0.5 ns/Kanal ausgelesen. Die Signale des TRD und der Photovervielfacher werden über "Analog-Digital-Converter" (ADC) mit einer Auflösung von 50 fC/Kanal weitergeleitet. Die Magnetkammerauslese erfolgt durch ein PCOS4-System. Auf die Vertexkammern wurde aufgrund ihrer hohen Kanalanzahl (24800 von insgesamt 46880 Spurkammerkanälen) ein hochintegriertes "Analog-Pipeline-Chip"-Auslesesystem (APC) montiert, das die Signale zwischenspeichert und digitalisiert, um zu hohen Datentransfer zu vermeiden.

Die Ereignisinformationen werden durch die FRE's verarbeitet. Ein Online-Rechner (Alpha 3000X) im Kontrollraum, der mit Glasfaserkabeln und zwei SCSI-Schnittstellen mit der Ausleseelektronik verbunden ist, schreibt während der Datennahme die Rohdaten im "Experimental-Physics-Input-Output"-Format (EPIO) [CERN:93] auf Festplatten mit einer Gesamtkapazität von 56 GB. Eine Datei, Run genannt, enthält etwa 60000 Datensequenzen, was einer Datennahmezeit von rund 10 Minuten entspricht. Zwischen den Positronfüllungen werden die Daten über eine FDDI-Verbindung auf den Tape-Roboter im DESY-Rechenzentrum geschickt und gleichzeitig im Kontrollraum auf DLT-Bänder geschrieben, um die Sicherheit zu erhöhen. 1997 wurden insgesamt 7.5 TB Daten genommen. Die maximale Datennahmerate wird durch die Online-Rechenkapazität beschränkt und beträgt 300 Hz. Solange die Elektronik mit der Verarbeitung eines Trigger-Ereignisses beschäftigt ist, wird kein weiteres akzeptiert, was vor allem bei hohen Untergrundraten zum Abfall der Trigger-Lebenszeit führt. Diese ist definiert als das Verhältnis der von der Ausleseelektronik akzeptierten zu der im Detektor generierten Triggeranzahl über einen in der Datennahme vorgegebenen Zeitraum von 10 s, der Burst genannt wird:

$$\epsilon_{\mathrm{Tr}} = \frac{\text{Anzahl Tr}_{\text{acc}}}{\text{Anzahl Tr}_{\text{gen}}} \; . \tag{3.10}$$

Die Trigger-Lebenszeit wird zur Korrektur der Luminositäten (s. Abschn. 5.2.1) benötigt und war Gegenstand systematischer Untersuchungen (s. Kap. 6).

Die EPIO-Dateien werden auf einem LINUX-Cluster aus 10 Dual-Pentium PCs [FuWa:98] vom HERMES-Decoder (HDC) dekodiert, von HRC rekonstruiert und als "Data Summary Tapes" (DST's) auf einem Festplattensystem gespeichert. Die SLOW-CONTROL-Daten beschreiben den Zustand des Experimentes und ändern sich nur langsam, wie z.B. Strahlstrom und Polarisation. Diese Informationen liegen zum Teil in den dekodierten Runs und zum Teil in externen Quellen vor und werden zeitlich geordnet in separaten Dateien pro Positronfüllung zusammengefaßt [Funk:98]. Die physikalisch relevanten Ereignisdaten der DST's und wichtige SLOW-CONTROL-Informationen werden synchronisiert und gemeinsam in sogenannten μDST's gespeichert.

3.5. Simulation des Experimentes und Strahlungskorrekturen

Die Extraktion des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ aus der gemessenen inklusiven Asymmetrie erfordert eine theoretische Beschreibung des polarisierten Streuquerschnittes und des Detektors zur Bestimmung der Strahlungs- und Akzeptanzkorrekturen (s. Abschn. 5.3). Die Akzeptanz $\mathcal{A}$ ohne spezifizierenden Zusatz berücksichtigt in der vorliegenden Arbeit sowohl angewendete Schnitte an die Daten als auch die kinematischen Verschmierungen aufgrund der Wechselwirkung der gestreuten Teilchen mit dem Detektormaterial (s. Anh. E). Mit dem HERMES-Programmpaket GMC [Volk:99] wurde eine Monte-Carlo-Produktion durchgeführt. Es wurden insgesamt 118 Millionen Ereignisse innerhalb des in Tabelle 3.2 angegebenen kinematischen Bereiches generiert [Stöß:00]. Diese Generationsgrenzen umfassen die HERMES-Kinematik vollständig. Die Grundlage der Ereignisgeneration bildete der inklusive spinabhängige Streuquerschnitt in der Ein-Photon-Näherung (s. Abschn. 2.1.1).

Zur Beschreibung des Streuquerschnittes wurden Parametrisierungen der unpolarisierten Strukturfunktionen F_2^{p} und R verwendet. Für die Strukturfunktion F_2^{p} wurde die Parametrisierung nach [AbLe:97] gewählt, die eine gute Beschreibung für alle veröffentlichten F_2^{p}-Messungen im gesamten kinematischen Bereich $3 \times 10^{-6} < x < 0.85$ und $0 \leq Q^2 < 5000\ \mathrm{GeV}^2$ außerhalb der Resonanzregion für $W^2 > 3\ \mathrm{GeV}^2$ darstellt. Die Parametrisierung basiert auf einem Ansatz, der durch die Regge-Theorie motiviert wurde, mit einer Fortsetzung zu hohen Q^2, die QCD-Verhalten berücksichtigt. Diese F_2^{p}-Parametrisierung eignet sich durch die Beschreibung der Übergangsregion von harten zu weichen Streuprozessen bei kleinen Q^2 einschließlich der Photoproduktion zur Beschreibung des erweiterten kinematischen Bereiches von HERMES ($x < 0.02$ und $Q^2 < 1.2\ \mathrm{GeV}^2$). Die Simulation des Resonanzbereiches für $W^2 < 3\ \mathrm{GeV}^2$ wurde durch Anwendung einer Parametrisierung nach [Bode:84] realisiert.

Die unpolarisierte Strukturfunktion R wurde durch die Parametrisierung nach [Whit$^+$:90] (R1990) beschrieben, die aus Messungen am SLAC zwischen 1970 bis 1985 im kinematischen Bereich $0.1 \leq x \leq 0.9$ und $0.6\ \mathrm{GeV}^2 \leq Q^2 \leq 20.0\ \mathrm{GeV}^2$ bestimmt wurde. Die Form der Parametrisierung wurde für große Q^2 QCD-Vorhersagen nachemp-

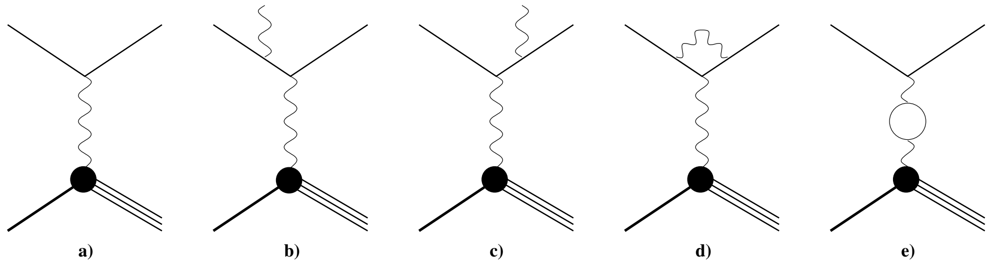


Abbildung 3.9.: Feynman-Diagramme: a) Bornscher Streuquerschnitt und b) – e) Strahlungskorrekturen zum Streuquerschnitt in führender Ordnung (Von d) und e) werden nur Interferenzterme mit a) verwendet).

funden. Eine Extrapolation zu kleinen Q^2-Werten außerhalb des Meßbereiches bis zu $Q^2 \sim 0.35\ \mathrm{GeV}^2$ ist angegeben. Für $Q^2 < 0.35\ \mathrm{GeV}^2$ wurde ein linearer Abfall mit Q^2 angenommen, $\mathrm{R1990}(x, Q^2) = \mathrm{R1990}(x, 0.35)Q^2/0.35$ (Q^2 in GeV^2), der durch die Bedingung der Photoproduktion $\sigma_\mathrm{L}(x, Q^2\!=\!0) = 0$ motiviert wurde. Die aktualisierte Parametrisierung nach [E143:99] (R1998), stimmt innerhalb der systematischen Unsicherheit mit R1990 überein (s. Abb. 6.12 a)).

Die Spinstrukturfunktionen g_1^p und g_2^p wurden durch Parametrisierungen des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ und der Absorptionsasymmetrie A_2^p dargestellt, die in Tab. 3.2 aufgeführt sind. Die $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$-Parametrisierung ist eine phänomenologische Anpassung eines Polynoms zweiten Grades in x an die $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$-Daten von [E143:98] und [SMC:97]. Für die Generation wurde auf die Beschreibung einer möglichen schwachen Q^2-Abhängigkeit des Verhältnisses $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ (s. Abschn. 2.1.3) verzichtet, welche aber im Rahmen der iterativen Bestimmung der inklusiven Bornschen Asymmetrie $A_{||}$ berücksichtigt wurde (s. Abschn. 5.3). Die Parametrisierungsform der Absorptionsasymmetrie A_2^p basiert auf der Proportionalität zu γ (s. Gl. 2.26) und wurde an die A_2^p-Meßwerte von [E143:98] und [SMC:97] angepaßt. Dieselben Parametrisierungen wurden konsistenterweise zur Extraktion von $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ und g_1^p aus den Daten verwendet.

Der experimentelle inklusive Positron-Nukleon-Streuquerschnitt enthält Strahlungskorrekturen zum Bornschen Streuquerschnitt. Die Feynman-Diagramme, die in führender Ordnung $\mathcal{O}(\alpha)$ zum inklusiven Streuquerschnitt beitragen, sind in Abb. 3.9 dargestellt. Bei den HERMES-Energien spielen diese die dominierende Rolle. Das sind die Photon-Abstrahlung im Anfangs- und Endzustand an der Positronlinie (s. Abb. 3.9 b) und c)) und Interferenzterme von den Einschleifendiagrammen der Vertexkorrektur und Vakuumpolarisation (s. Abb. 3.9 d) und e)) mit dem Born-Matrix-Element (s. Abb. 3.9 a)). Die Strahlungskorrekturen zum spinabhängigen Bornschen Streuquerschnitt wurden durch eine kinematisch fein unterteilte Nachschlagetabelle, der RC-Tabelle (engl.: radiative correction), in die Monte-Carlo-Simulation eingebunden. Die Berechnung der Stützstellen der RC-Tabelle wurde mit dem Programm POLRAD [AkSh:94, Akus$^+$:97] durchgeführt [Stöß:00], das auf der von Bardin und Shumeiko entwickelten Methode der kovarianten Aufhebung der Infrarotdivergenzen [BaSh:77, AkBR:99] basiert. Zur Beschreibung des Bornschen Streuquerschnittes wurden in POLRAD die oben angeführten Parametrisierungen der Strukturfunktionen verwendet. Die Strahlungsbeiträge wurden mittels der RC-Tabelle für jedes mit dem Bornschen Streuquerschnitt generierte Ereignis durch *Um-*

DIS-Streuquerschnitt	F_2	Parametrisierung [AbLe:97, Bode:84]
	R	Parametrisierung [Whit$^+$:90]
	g_1/F_1	$0.02021 + 1.808x - 1.28x^2$, Anpassung
	A_2	$0.5x/\sqrt{Q^2}$ (Q^2 in GeV^2), Anpassung
	RC-Tabelle	POLRAD [Akus$^+$:97], optional
Kinematik	E	27.57 GeV, Strahlenergie
	Q^2	$0.01 < Q^2 < 20\ \mathrm{GeV}^2$
	Θ	$35 < \Theta < 220$ mrad
	W^2	$0.95\ \mathrm{GeV}^2 < W^2 < 500\ \mathrm{GeV}^2$
	x	$0 < x < 1$
	y	$0 < y < 1$
Detektor	GMC (GEANT [ASG:94])	
Statistik	118 Millionen generierte Ereignisse	

Tabelle 3.2.: Parameter der inklusiven Monte-Carlo-Simulation.

wichtung berücksichtigt. Dies gestattete die Extraktion einer kombinierten Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur der gemessenen, inklusiven Asymmetrie (s. Abschn. 5.3). Die Verwendung einer RC-Tabelle anstatt der Einfaltung der Strahlungsbeiträge während der Generation ermöglichte es, die Strahlungskorrekturen im Rahmen der iterativen Bestimmung der Bornschen Asymmetrie zu ändern, ohne Ereignisse neu generieren zu müssen.

Die Wechselwirkung der gestreuten Positronen mit dem Detektor, wie z.B. Vielfachstreuung und Bremsstrahlung, wurde mit GMC auf der Basis des integrierten CERN-Programmpaketes GEANT [ASG:94] simuliert. Es wurden nur Einspurereignisse mit DIS-Positronen und keine Hadronen generiert, da die Hadronkontamination in den Daten klein ist. Infolgedessen war eine Teilchenidentifizierung im Monte-Carlo nicht notwendig, und es konnte auf die zeitaufwendige Clustergenerierung im Kalorimeter verzichtet werden. Die simulierten Detektorinformation durchliefen die gleiche Rekonstruktionskette wir die Daten. Die Signale wurden mit HDC dekodiert. Die Rekonstruktion der Ereignisse erfolgte durch HRC mit der Standardmethode (s. Abschn. 3.3.2). Die relevanten Informationen wurden im DST-Format gespeichert. Es wurden bis auf den DIS-Trigger die gleichen Reduktionschnitte wie für die Daten (s. Abschn. 4.1) verwendet.

4. Datenanalyse

Die Erweiterung des kinematischen Standardbereiches $0.0212 < x < 0.85$ und $0.8\,\mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 12.5\,\mathrm{GeV}^2$ zu kleinen Bjorken-x und Q^2, $0.0212 < x < 0.021$ und $0.1\,\mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1.2\,\mathrm{GeV}^2$ (erweiterter kinematischer Bereich), stellt eine große experimentelle Herausforderung dar, die sich in vier wesentliche Punkte zusammenfassen läßt:

- Die kinematischen Schnitte liegen im bisher nicht untersuchten Grenzbereich der stabilen Meßmöglichkeiten mit dem HERMES-Detektor. Das erfordert ein sehr gutes Verständnis der Detektors. Dies betrifft die Daten (s. Abschn. 4.1 u. 4.2), die Akzeptanz, insbesondere die Detektorgeometrie (s. Abschn. 4.3) und auch Effizienzen (s. Abschn. 4.4.3 u. 4.5).

- Im kinematischen Gebiet $x < 0.02$ und $Q^2 < 1.2\,\mathrm{GeV}^2$ wird ein großer hadronischer und ladungssymmetrischer Untergrund erwartet, was hohe Anforderungen an die Identifizierung der inelastisch gestreuten Positronen stellt (s. Abschn. 4.4).

- Die QED-Strahlungskorrekturen wachsen bei hohen y-Werten stark an. Sowohl die Modellierung des (strahlungskorrigierten) Streuquerschnittes und des Detektors in der Monte-Carlo-Simulation als auch die angewendeten Untergrund- und kinematischen Korrekturen des Positronensembles der Daten bedürfen einer Überprüfung in einem Daten-Monte-Carlo-Vergleich (s. Abschn. 4.6).

- Die zu erwartende inklusive Asymmetrie (s. Kap. 5) nimmt im erweiterten kinematischen Bereich sehr kleine Werte an, was detaillierte Untersuchungen zur Ermittlung der systematischen Fehlerbeiträge zum Strukturfunktionsverhältnis $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ und zur Spinstrukturfunktion g_1^p erfordert (s. Kap. 6).

Für die Messung der inklusiven Asymmetrie $A_{||}$ wurden nur Ereignisse des Datensatzes 1997 mit polarisiertem Wasserstofftarget bei einer Speicherzelltemperatur von $T_\mathrm{cell} \approx 100$ K verwendet. Diese Datenmenge wird in der vorliegenden Arbeit als *polarisierter Datensatz* bezeichnet (s. Tab. 4.1). Größere Zeiträume mit unpolarisiertem Target sowie ein längerer Zeitraum mit polarisiertem Wasserstoff bei einer hohen Speicherzelltemperatur von $T_\mathrm{cell} \approx 260$ K zur Bestimmung der Molekülpolarisation (s. Anh. B) werden hier nicht betrachtet.

Periode	Positronfüllung	Eigenschaften	
I	13 – 145	Strahlpol.: $\leftarrow$,	Hauptdatensatz
	194 – 275		
II	146 – 178	Strahlpol.: $\rightarrow$,	nur longitudinales Polarimeter
III	179 – 193	Strahlpol.: $\rightarrow$,	$\alpha_{\mathrm{TGA}} < 0.7$ bei $T_{\mathrm{cell}} \approx 260$ K

Tabelle 4.1.: Periodenunterteilung nach zusammenhängenden Positronfüllungen mit polarisiertem Wasserstofftarget und ähnlichen Experimentbedingungen (1997). Der Pfeil symbolisiert die Helizität der Strahlpositronen. Der polarisierte Datensatz zur Messung der inklusiven Asymmetrie $A_{\|}$ wird durch die Perioden I und II gebildet.

4.1. Datenreduktion

Die Ereignisse, die in die Analyse der inklusiven Asymmetrie $A_{\|}$ eingehen, durchlaufen eine Reihe von Filterbedingungen zur Reduktion der Datenmenge, zur Einhaltung hoher Datenqualität und zur Identifizierung des Positronensembles. Auf die Behandlung der Rohdaten und Synchronisation der SLOW-CONTROL-Information im Rahmen des Datendurchlaufs, die der Verkleinerung der Datenmenge ohne Informationsverlust physikalisch wichtiger Größen dienen, wurde bereits im Abschnitt 3.4 eingegangen. Im folgenden werden Bedingungen und Schnitte an die Eigenschaften der Ereignisse erläutert, die die Datenmenge bis zum μDST-Niveau weiter reduzieren.

Ereignisdefinition: Ein Ereignis im Detektor wird durch die Logik des ausgelösten Triggers definiert. Für die inklusive Analyse werden nur Ereignisse des polarisierten Datensatzes verwendet, die den DIS-Trigger ausgelöst haben. Dieser erfordert die Koinzidenz der Signale der Hodoskope (H0, H1), des Preshower-Detektors (Pre) und des Kalorimeters (Kalo) innerhalb des durch die HERA-Uhr vorgegebenen Zeitfensters des Durchgangs eines Positronpaketes durch das HERMES-Experiment:

$$\mathrm{T_{DIS}} = \mathrm{H0} \bullet \mathrm{H1} \bullet \mathrm{Pre} \bullet \mathrm{Kalo}\ .$$

H0 • H1: Nur elektrisch geladene Teilchen erzeugen Signale in den Szintillator-Hodoskopen. So werden Photonen ausgesondert, die zum Beispiel in Strahlungsprozessen und π^0-Zerfällen entstehen und Signale im Preshower und Kalorimeter auslösen können. Die Kopplung des vor dem Magneten positionierten H0 mit dem nach dem Magneten eingebauten H1 gestattet eine grobe Vorselektion von Streuereignissen innerhalb der HERMES-Akzeptanz. Insbesondere wird der hadronische Untergrund des Halos des Protonstrahls reduziert. Die Halo-Protonen bewegen sich entgegengesetzt dem Positronstrahl und können Signale im Kalorimeter, Preshower und H1 erzeugen. Die meisten von ihnen werden vom Eisenkern des Magneten absorbiert und gelangen somit nicht in den HERMES-Akzeptanzbereich.

Pre: Die Schwelle des Preshower-Detektors wurde auf elektromagnetische Schauer abgestimmt. Es werden Hadronen kleinster Energie unterdrückt.

Kalo: Zwei zusammenhängende Säulen des Bleiglaskalorimeters müssen eine Energie von mindestens 1.4 GeV absorbieren. Es werden ebenfalls nur sehr niederenergetische Hadronen unterdrückt. Daraus erwachsen hohe Anforderungen an die Teilchenidentifizierung. Nur eine niedrige Schwelle erlaubt jedoch eine Analyse bei kleinen x- und Q^2-Werten. Die zweite bei HERMES gängige Schwelle von 3.5 GeV, die zum Teil für polarisierte (z.B. 1995/96) und bisher stets für unpolarisierte Daten verwendet wurde, gestattet dies nicht.

Rekonstruktion: Die Spuren wurden mit der Standardmethode von HRC rekonstruiert (s. Abschn. 3.3.1). Ereignisse mit hoher Multiplizität $M > 22$ von Signalen in Spurkammern (etwa 25 %), werden wegen der begrenzten Doppelspurauflösung von 5 mrad pro Ebenenrichtung und abfallender Rekonstruktionseffizienz nicht rekonstruiert [Wand:96]. Spuren mit Vertices $z_{\mathrm{v}} < -25$ cm (etwa 15 %) werden verworfen, da es sich um Ereignisse aus Streuung an dem direkt vor dem Target befindlichen Kollimator C2 handelt. Für die Analyse der inklusiven Asymmetrie wurden nur volle Spuren verwendet, d.h. Teilchentrajektorien mit rekonstruierter vorderer und hinterer Teilspur. Dies wird im folgenden vorausgesetzt.

μDST-Produktion: Es wurde eine μDST-Produktion des aus 210 HERA-Positronfills bestehenden polarisierten Datensatzes hergestellt, die die Daten der niedrigen Triggerschwelle des Kalorimeters enthält [FoFe:99]. Eine Reduktion der Datenmenge um etwa 25 % wurde durch Ausschluß von DIS-Trigger-Ereignissen, die aus Einzelspuren mit Impulsen $p < 1.9$ GeV ($y > 0.93$) und nur einem Cluster im Kalorimeter bestehen [1], erreicht.

4.2. Datenselektion

Die Aufgabe der Datenqualitätskontrolle besteht darin, diejenigen Ereignisse auszuwählen, die unter stabilen Target-, Strahl-, Detektor-, und Datennahmebedingungen genommen wurden. Hauptaugenmerk gilt hierbei der Polarisation des Targets und des Positronstrahls, da sie normierenden Einfluß auf die inklusive Asymmetrie haben. Eine hohe Datenqualität stellt eine grundlegende Voraussetzung für die Analyse dar. Versäumnisse hier können die gemessenen Werte der inklusiven Asymmetrie verfälschen.

Die Untersuchungen zur Datenqualität der vorliegenden Analyse basieren auf Ergebnissen der g_1-Analysegruppe von HERMES [Bain$^+$:97, Hasc:99, Gute:99], die zu einer ersten Veröffentlichung der Strukturfunktion g_1^{p} im kinematischen Bereich $Q^2 > 0.8\ \mathrm{GeV}^2$, $x > 0.0212$, $y < 0.85$ führten [HERM:98]. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten vertiefenden Studien, vor allem zur Targetqualität und zur Rekonstruktionseffizienz, führten zu einer weiteren Verbesserung der Datenqualität.

Die notwendigen Informationen sind das Ergebnis der Analysen der einzelnen Detektorgruppen. Sie liegen größtenteils in den μDST's auf der Zeitskala eines Burstes (10 s) vor. Die Burstlänge stellt somit die kleinste Zeiteinheit der Datenqualitätsanalyse dar. Größere Zeitskalen sind durch Runs (etwa 10 min) und Positronfüllungen (etwa 8 h) gegeben. Die Datenqualität wurde für den oberen und den unteren Teildetektor getrennt

[1] In den Standard-μDST's gilt dies bereits für Impulse $p < 4.1$ GeV.

bestimmt, da die Qualitätskriterien nur für den Teildetektor erfüllt sein mußten, in dem eine Positronspur nachgewiesen wurde.

4.2.1. Zustand des Targets

Die Zeiträume undefinierten Targetspins während der Richtungsumkehr von parallelem zu antiparallelem Spinzustand wurden von der Analyse ausgeschlossen. Es wurde gefordert, daß die Atomstrahlquelle im rhx-Modus (und $T_{\text{cell}} \approx 100$ K) betrieben wurde (s. Abschn. 3.2.1).

Alle im BRP gemessenen Atompolarisationen im Bereich $0.6 \leq P_{\text{A}} \leq 1.5$ wurden zugelassen. Werte von $P_{\text{A}} > 1.0$ beruhten nur auf statistischen Schwankungen und konnten deshalb für die Analyse verwendet werden. Dagegen entstanden Werte von $P_{\text{A}} < 0.6$ durch Fehler in der Auslese des Targetmagneten, dessen Feldwerte für die Berechnung der Polarisation benutzt werden. Die Fehlinformationen führten zu falschen Ergebnissen für die Polarisation. Im Normalbetrieb des Targets existieren keine Polarisationswerte unter 0.6 [BHKS:00]. In der Verteilung der Targetpolarisation in Abb. 4.1 besteht daher eine deutliche Lücke zwischen beiden Regionen. Die untere Grenze stellt deshalb *keinen* Schnitt auf die Polarisation dar.

An die TGA-Meßwerte wurden bis auf die Forderung $\alpha_0 > 0$ und $\alpha_{\text{R}}^{\text{TGA}} > 0$ ebenfalls keine Einschränkungen angelegt. Werte identisch Null wurden ausgesondert, weil sie bei Fehlern in der Messung künstlich gesetzt wurden. Falls BRP und TGA-Messungen nicht aktualisiert wurden, wurde der entsprechende Burst ebenso ausgesondert.

Die einzelnen Targetkomponenten wurden in separaten Analysen [BHKS:00] untersucht und die Ergebnisse in Form eines Bit-Musters gespeichert. Wenn es in einem Teilsystem Probleme gab, wurde der entsprechende Zeitraum von der Analyse ausgeschlossen.

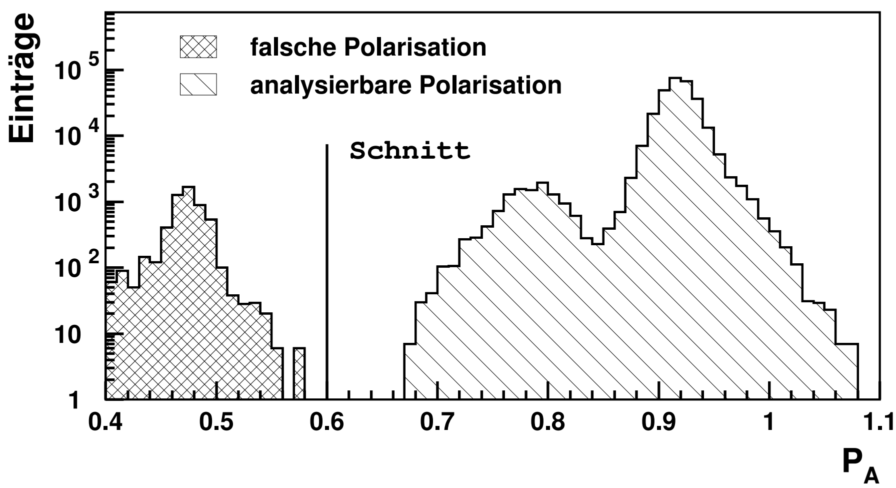


Abbildung 4.1.: Verteilung der Atompolarisation für den polarisierten Datensatz (1997).

4.2.2. Bedingungen an den Positronstrahl und die Luminosität

Die Strahlpolarisation wurde angepaßt, um statistische Schwankungen der Polarimetermeßwerte auszugleichen. Sie sollte im Intervall $0.3 < P_{\mathrm{B}} < 0.8$ liegen. Die obere Grenze diente der Einschränkung auf Polarisationswerte, die bei HERA realisiert werden können. Die untere Grenze verwarf Daten mit großen Verdünnungen der inklusiven Asymmetrie ($\sim 1/P_{\mathrm{B}}$) und eventuellen zusätzlichen systematischen Unsicherheiten der Meßwerte der Strahlpolarisation im Anstiegsgebiet (s. Abb. 3.2) jenseits der 3.4 %. Ebenso wurden Daten bei zu großen zeitlichen Lücken in der Polarisationsmessung ausgeschlossen. Der analysierte Strahlstrombereich von $5\ \mathrm{mA} < I_{\mathrm{B}} < 50\ \mathrm{mA}$ richtete sich nach dem möglichen HERA-Strom in einer Positronfüllung. Dazu korreliert wurde das Intervall der angepaßten Luminosität $5\ \mathrm{Hz/cm}^2 < \mathcal{L} < 60\ \mathrm{Hz/cm}^2$ gewählt (s. Abschn. 3.3.4). Die untere Grenze schneidet sehr geringe Zählraten ab. Normalerweise wurde der Betrieb bei Strahlströmen von 5 – 7 mA ohnehin eingestellt. Die obere Grenze der Luminosität schließt zusätzlich starke Dichtefluktuationen des Targets aus.

4.2.3. Stabilität des Spektrometers

Für eine genaue Positronidentifizierung und Analyse des hadronischen Untergrundes muß sichergestellt sein, daß die Arbeitspunkte der Detektoren des PID-Systems eingehalten werden, damit deren Kalibrationen gültig sind. So muß der TRD z.B. stets bei einer Hochspannung von 3100 V betrieben und der Luftdruck, der in die Kalibration eingeht, aufgezeichnet werden. Auf μDST-Niveau wird über ein Bitmuster der Zustand der Detektoren abgefragt und bei negativer Markierung werden die betroffenen Bursts ausgesondert.

Die Stabilität des Spurkammersystems bildet die Grundlage der Spurrekonstruktion. Die Gasversorgung der Kammern arbeitete stets ohne Probleme. Werden in den Signaldrähten der Spurkammern bei Teilchendurchgängen zu hohe Ströme erzeugt, führt dies zu Hochspannungsabschaltungen am entsprechenden Kanal. Daten, bei denen Hochspannungsprobleme auftraten, wurden verworfen, da bis zum Wiedererreichen der Hochspannungsnominalwerte die Kammereffizienzen zu niedrig und die Kalibrationen der Detektoren ungültig sind, wie z.B. die Orts-Drift-Zeit-Beziehungen der Driftkammern. Für die Bestimmung des Streuwinkels spielen in der Standardmethode der Rekonstruktion die Vertexkammern wegen ihre hohen Genauigkeit eine wichtige Rolle. Perioden schlechter Vertexkammerqualität werden von der Analyse ausgeschlossen. Dazu zählen Synchronisationsfehler mit dem Datenauslesesystem, die zu falschen Spurrekonstruktionen führen, und zu niedrige Hochspannungen, wenn sie sich zu stark auf die Effizienz der Vertexkammern auswirkten.

Es wurde zudem eine stabile Rekonstruktionseffizienz [BöVo:99b] über größere Zeiträume gefordert. Sie liegt bei etwa 97 %. Eine Untersuchung der Logbucheinträge führte zum Ausschluß einer Periode mit ausgeschalteten Drift-Vertex-Kammern. In einem anderem Zeitraum wurden Schwellenstudien an den Vertexkammern durchgeführt. Diese wurden in derselben Zeitskala wie die Spinrichtungsswechsel des Targets durchgeführt, was zu unterschiedlichen Rekonstruktionseffizienzen während des parallelen und des

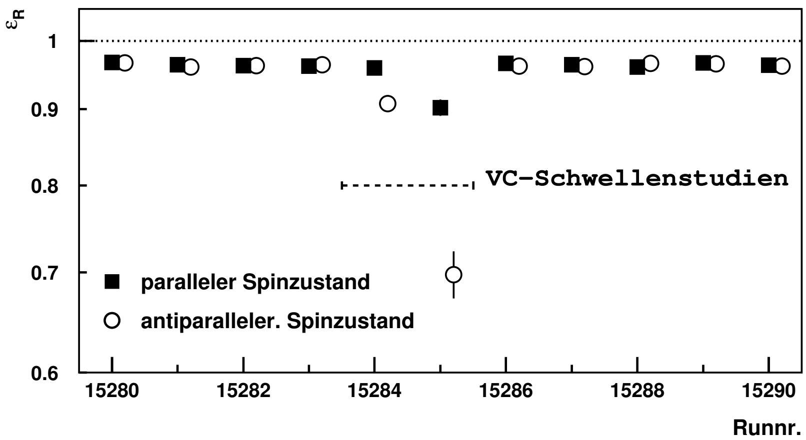


Abbildung 4.2.: Rekonstruktionseffizienzen ϵ_{R} der vorderen Teilspur des unteren Detektors getrennt nach Spinzuständen.

antiparallelen Spinzustandes führte (s. Abb. 4.2). Diese Runs wurden ebenfalls aus der Analyse ausgeschlossen.

4.2.4. Information zur Datennahme und zum Datendurchlauf

Anhand von Logbucheinträgen wurden die allgemeinen Experimentbedingungen überprüft, um aufgezeichnete Datensätze für spezielle Studien auszuschließen, wie z.B. Runs mit ausgeschaltetem Magneten, die für das relative Kammer-Alignement benötigt werden, oder Daten mit leerem Target für Untergrundstudien.

Um zu große Trigger-Lebenszeit-Korrekturen zu vermeiden, wurden Daten mit über alle Trigger gemittelten Trigger-Lebenszeiten kleiner als 0.5 nicht betrachtet. Außerdem wurden der erste Burst eines jeden Runs wegen der jeweils bei Runstart durchgeführten DAQ-Initialisierungen verworfen wie auch der letzte Burst eines von Hand gestoppten Runs, da in diesem Fall Informationen nicht korrekt gespeichert werden.

Da die Spinrichtungen des Targets unkorreliert zur Detektorauslese während eines Bursts geändert werden, werden in der μDST-Produktion die betroffenen Bursts in Teile gleichen Spinzustandes aufgespalten, die als Spinbursts bezeichnet werden. Spinburstlängen kleiner als diejenigen eines Burstes (10 s) treten daher gleichverteilt auf. Die Spinburstlänge durfte Werte im Intervall von $0 < t_{\mathrm{Burst}} \leq 11$ s annehmen. Falls bei der μDST-Produktion Synchronisationsprobleme zwischen Ereignis- und SLOW-CONTROL-Informationen auftraten, wurden die entsprechenden Daten ausgeschlossen.

4.2.5. Verluste durch Datenqualitätskriterien

Die einzelnen Qualitätsschnitte wirkten sich verschieden auf die Menge der nichtanalysierten Daten aus. Zur Ermittlung der Verluste wurde die Luminosität, die mit der

Trigger-Lebenszeit korrigiert wurde, bei Nichterfüllung einzelner Qualitätskriterien integriert. Die integrierte Luminosität des polarisierten Datensatzes bildete den Normierungsfaktor. Es wurde zum einen der totale Verlustbeitrag eines jeden isolierten Schnittes bestimmt und zum anderen der Verlustzuwachs von einem Schnitt zum nächsten aufsummiert. Die letztere, inkrementelle Zählweise berücksichtigt automatisch Schnittmengen der verschiedenen Qualitätsabfragen. Beispiele hierfür sind die Korrelation zwischen gültigen Werten der angepaßten Luminosität und dem Zustand des Luminositätsmonitors sowie der Zusammenhang zwischen zulässigen α_R- und α_0-Werten und der Targetqualität, die den TGA einschließt. Bei Zusammennahme aller Kriterien wird das Ergebnis für den Gesamtverlust an integrierter Luminosität erhalten. Dieser wurde für jede Detektorhälfte getrennt bestimmt. Die Zählweise über die integrierte Luminosität bietet gegenüber der alternativen Methode des Zählens von DIS-Ereignissen zwei entscheidende Vorteile. Sie ist erstens unabhängig von der Art der durchgeführten Analyse. Zweitens ist sie genauer, da die Anzahl der Koinzidenzen in den beiden Kalorimetern des Luminositätsmonitors pro Burst (~ 225) deutlich größer ist als die Anzahl der DIS-Ereignisse pro Burst (~ 6).

Die verschiedenen Qualitätskriterien und die zugehörigen Verluste der integrierten Luminosität sind in Tabelle 4.2 zusammenfassend dargestellt. Die vier Kategorien Strahl, Target, Detektor und Datennahme sind hervorgehoben. Die obere und untere Detektorhälfte verhalten sich bezüglich der Qualitätskriterien annähernd gleich gut. Der totale Verlust im polarisierten Datensatz beträgt etwa 32 %. Target, Strahl und Detektor tragen mit ungefähr gleichen Teilen von 7 – 11 % dazu bei, Datennahme und Produktion nur mit 2.5 % [2]. Die größten Einzelbeträge der Verluste kommen von der Eingrenzung der Strahlpolarisation mit 7.8 %, gefolgt von der Vertexkammerqualitätsabfrage mit 6.3 %, die durch eine komplette Run-Periode mit fehlender Synchronisation in der Datenauslese dominiert wird. Die verworfenen Anteile der Luminosität tragen mit 3.5 % zum totalen Verlust bei. Die Anteile aufgrund der Begrenzung Targetpolarisation auf sinnvolle Werte und der Verlust durch Überprüfung des Betriebsmodus' der Atomstrahlquelle betragen jeweils etwa 3.3 %. Der relativ hohe Verlustanteil durch die benötigte Zeitspanne des Richtungswechsels des Targetspins von etwa 2.7 % zeigt, daß eine Erhöhung der Umklappfrequenz des Targetspinzustandes nicht empfehlenswert ist. Nach der Datenqualitätsanalyse verblieben 7434 Runs mit insgesamt 388455 "guten" Bursts für den polarisierten Datensatz zur Messung der inklusiven Asymmetrie.

[2] Die Angaben beziehen sich auf die inkrementelle Zählung.

Größe	Schnitt	tot. Verluste		ink. Verluste	
Target		oben	unten	oben	unten
Kernspinzustand	parallel / antipar.	2.69 %	2.69 %	2.69 %	2.69 %
Kernpolarisation	$0.6 < P_{\mathrm{T}} \leq 1.5$	5.91 %	5.91 %	5.91 %	5.91 %
ASQ-Modus	rhx	5.90 %	5.90 %	9.29 %	9.29 %
Targetkomponenten	ok	5.08 %	5.08 %	11.95 %	11.95 %
TGA-Messung	$\alpha_{\mathrm{R}} > 0,\ \alpha_0 > 0$	0.29 %	0.29 %	11.95 %	11.95 %
Strahl und Luminosität					
angepaßte Strahlpolarisation	$0.3 < P_{\mathrm{B}} < 0.8$	7.84 %	7.84 %	18.92 %	18.92 %
Strahlstrom	$5 < I_{\mathrm{B}} < 50$ mA	0.07 %	0.07 %	18.95 %	18.95 %
angepaßte Luminosität	$5 < L < 60$ Hz/cm^2	4.79 %	4.79 %	22.43 %	22.43 %
Detektor					
Preshower / Luminositätsmonitor	ok	3.48 %	3.53 %	22.67 %	22.72 %
Kalorimeter	ok	0.52 %	0.20 %	22.67 %	22.72 %
Čerenkov-Zähler	ok	0.30 %	0.47 %	22.90 %	23.08 %
TRD	ok	1.34 %	1.42 %	23.29 %	23.22 %
Vertexkammer	ok	6.30 %	6.30 %	27.96 %	27.88 %
HV-Abfälle in den Spurkammern	0	1.78 %	1.33 %	29.05 %	28.67 %
STD-Rekonstruktionseffizienz	$\epsilon_{\mathrm{R}} \approx 0.97$	0.89 %	0.70 %	29.54 %	28.95 %
Datennahme und Produktion					
Logbuch	ok	2.19 %	2.19 %	29.94 %	29.36 %
Trigger-Lebenszeit	$0.5 \leq T_{\mathrm{life}} < 1.0$	1.69 %	1.69 %	30.60 %	30.03 %
Spinburstlänge	$0 < t_{\mathrm{Burst}} < 11$ s	0.00 %	0.00 %	30.60 %	30.03 %
erster Burst jedes Runs	verwerfen	1.89 %	1.89 %	31.88 %	31.32 %
letzter Burst handgestoppter Runs	verwerfen	0.06 %	0.06 %	31.89 %	31.32 %
μDST-Produktion	ok	0.54 %	0.54 %	32.12 %	31.56 %
	Target	11.95 %	11.95 %	11.95 %	11.95 %
	Strahl / Luminosität	12.07 %	12.07 %	22.43 %	22.43 %
	Detektor	12.82 %	12.02 %	29.54 %	28.95 %
	Datennahme / Produktion	6.02 %	6.02 %	**32.12 %**	**31.56 %**

Tabelle 4.2.: Datenqualitätsschnitte und resultierende totale bzw. inkrementierte Verluste (s. Text) an integrierter Luminosität für obere und untere Detektorhälfte.

4.3. Korrektur der Streuwinkel

Zur vollständigen Korrektur der Positionierungsfehler der Spurkammern gehört neben dem internen Alignement (s. Anh. D) auch die Bestimmung der optischen Achsen $\vec{A} = (A_{\rm x0}, A_{\rm y0}, A_{\rm xsl}, A_{\rm ysl})$ der oberen und unteren Spurkammersystemhälften (s. Abschn. 3.3.1). Der externe Alignementfehler führt nach Gl. (D.4) zu einer systematischen Verschiebung des Polarwinkels Θ und des Azimutalwinkels ϕ (s. Abb. 2.1) um

$$\Delta\Theta = \frac{\cos\phi\, A_{\rm xsl} + \sin\phi\, A_{\rm ysl}}{1+\tan^2\Theta}, \quad \Delta\phi = -\frac{\sin\phi\, A_{\rm xsl} + \cos\phi\, A_{\rm ysl}}{\tan\Theta}\,. \tag{4.1}$$

Die Verschiebung $\Delta\Theta$ des Polarwinkels Θ wirkt sich auf die zu messende inklusive Asymmetrie $A_{\|}$ aus.

Es wurde ein Verfahren zur Extraktion der optischen Achse $\vec{A}$ aus Spurdaten entwickelt. Eine ausführliche Schilderung der Methode und der durchgeführten Untersuchungen befindet sich in [BöGS:99]. Die Bestimmung der optischen Achse beruht auf den lateralen Verschiebungen der Koordinaten von rekonstruierten Mehrspur-Vertices unter Ausnutzung der longitudinalen Ausdehnung der Targetregion (s. Abb. 4.3). Die Mehrspur-Vertices werden in HRC durch Minimierung eines Abstandsfunktionals von Spuren bei Mehrspur-Ereignissen gebildet [GrWa:95], wobei wenigstens zwei Teilchenspuren einem gemeinsamen Vertex zugeordnet sein müssen (Zweispur-Vertex). Das Verfahren wurde aufgrund der niedrigen Spurmultiplizität auf Zweispur-Vertices beschränkt.

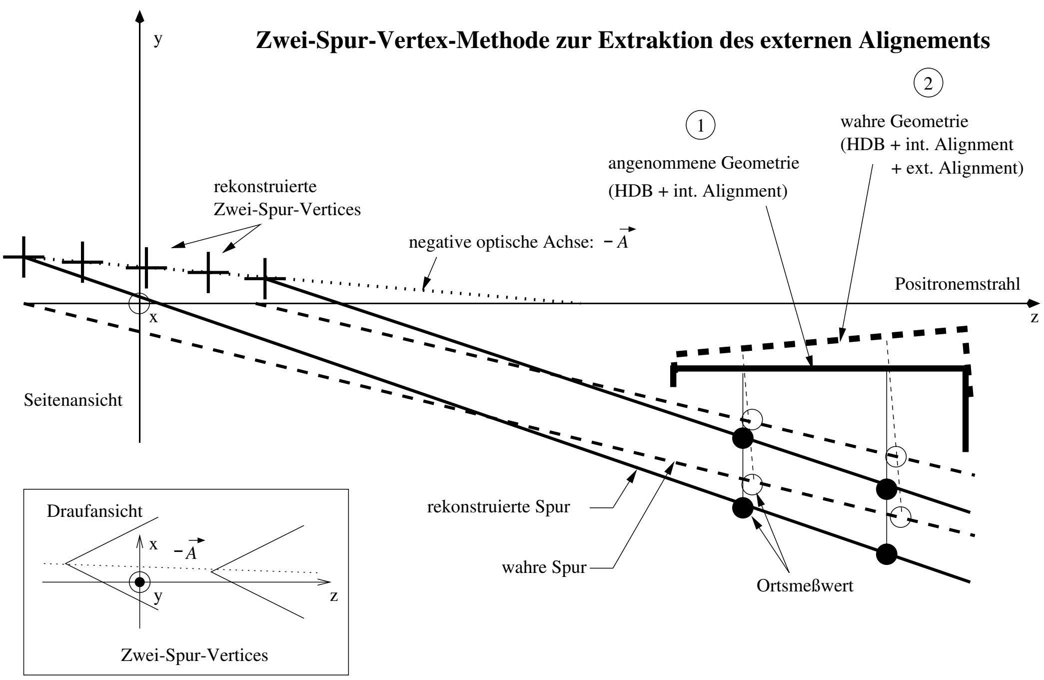


Abbildung 4.3.: Schematische Darstellung der Bestimmung der optischen Achse einer Detektorhälfte. Die Koordinaten (x, y, z) werden durch die HERMES-Datenbank (HDB) definiert.

	oben	unten
$A_{\mathrm{x0}}(z=0)$, [mm]	$0.20 \pm 0.13 \pm 0.10$	$0.20 \pm 0.12 \pm 0.10$
$A_{\mathrm{y0}}(z=0)$, [mm]	$0.40 \pm 0.25 \pm 0.10$	$-1.20 \pm 0.24 \pm 0.10$
A_{xsl}, [mrad]	$-0.40 \pm 0.03 \pm 0.22$	$-0.25 \pm 0.03 \pm 0.22$
A_{ysl}, [mrad]	$+0.40 \pm 0.06 \pm 0.22$	$+0.40 \pm 0.06 \pm 0.22$

Tabelle 4.3.: Zentralwerte der optischen Achsen der oberen und unteren Detektorhälfte. Die Fehler sind in der Reihenfolge statistischer und systematischer Fehler angegeben.

Die Spurparameter werden mit den sich während einer Positronfüllung ändernden Positronstrahlparametern $\vec{B} = (B_{x0}, B_{y0}, B_{xsl}, B_{ysl})$ korrigiert [3], um den reinen geometrischen Fehler zu isolieren. Die Spurpaare müssen sich in einer Spektrometerhälfte befinden, damit beide Spuren derselben Verschiebung durch die optische Achse ausgesetzt sind (falls $\vec{A} \neq \vec{0}$). Die Zwei-Spur-Vertices werden innerhalb der Auflösung entlang der an der z-Achse gespiegelten optischen Achse $-\vec{A}$ rekonstruiert [4] (s. Abb. 4.3). Die longitudinale Ausdehnung des Targets von 40 cm bietet einen ausreichenden Hebelarm zur Bestimmung der für die Streuwinkelsystematik entscheidenden Parameter A_{xsl} und A_{ysl} der optischen Achse. Es wurden verschiedene auf χ^2-Minimierung beruhende Methoden verwendet sowie systematische Studien mit Daten und Monte-Carlo-Untersuchungen durchgeführt (s. [BöGS:99]), um die optischen Achsen der oberen und unteren Spektrometerhälfte und deren systematische Fehler zu extrahieren. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.3 angegeben. Die Aufpunkte sind am Targetzentrum $(0, 0, 0)$ angegeben.

Die Spurparameter $\vec{T} = (x_0, y_0, x_{\mathrm{sl}}, y_{\mathrm{sl}})$ wurden in dieser Analyse konsequent mit den Strahlparametern $\vec{B}$ und den optischen Achsen $\vec{A}$ (Aufpunkte bezüglich Magnetzentrum $z_{\mathrm{mag}} = 275$ cm) korrigiert:

$$\vec{T}_{\mathrm{neu}} = \vec{T} + \vec{B} + \vec{A}\,. \tag{4.2}$$

Die Systematische Unsicherheit $\Delta\Theta$ des Streuwinkels Θ reduziert sich auf die systematischen Fehler $\Delta A_{\mathrm{xsl}} = \Delta A_{\mathrm{ysl}} = 0.22$ mrad der Parameter A_{xsl} und A_{ysl} der optischen Achsen. Nach Gl. (4.1) und Tab. 4.3 ist $\Delta\Theta$ nach oben begrenzt ist durch

$$\Delta\Theta(\Delta\vec{A}) < \sqrt{2}\,0.22 \;\approx 0.3 \text{ mrad}\,. \tag{4.3}$$

[3] Typische Werte von 1997 waren Strahlanstiege um 0.3 mrad und Strahlaufpunkte um 0.2 mm, angegeben am Targetzentrum $(0, 0, 0)$.

[4] Das gilt nicht für Einspur-Vertices, die durch den kleinsten Abstand mit der *festen* z-Achse definiert werden (s. Abschn. 4.6).

Die Konsistenz der Korrektur wird in den Abschnitten 4.6 und 6.5.2 überprüft. Im Abschnitt 6.3 wird der Einfluß der verbleibenden systematischen Unsicherheit $\Delta\Theta$ des Streuwinkels Θ auf die inklusive Asymmetrie bestimmt.

4.4. Positronidentifizierung und Untergrund

Für die Bestimmung der inklusiven Asymmetrie genügt es, mit dem Teilchenidentifizierungssystem eine Zwei-Teilchen-Separation in Positronen (Elektronen) und Hadronen [5] durchzuführen. Aus den Detektorantworten wird der Teilchenidentifizierungsparameter pid ermittelt. In der vorliegenden Analyse kam erstmalig bei HERMES eine konsequente Wahrscheinlichkeitsinterpretation dieses Parameters für die Ermittlung von Hadronkontamination und Identifizierungseffizienz zur Anwendung.

Hohe Anforderungen an das PID-System werden vor allem im erweiterten kinematischen Bereich $x < 0.02$ gestellt. In diesem Gebiet dominieren Teilchenspuren mit Impulsen $p < 10$ GeV, und die Anzahl der Hadronen übersteigt die der Positronen um etwa zwei Größenordnungen. Zudem erfordern die erwarteten kleinen, inklusiven Asymmetrien in diesem Bereich eine genaue Quantifizierung von Untergrundbeiträgen.

4.4.1. Wahrscheinlichkeitsmethode

Das Signal E_d eines HERMES-PID-Detektors, das beim Durchgang eines einfach elektrisch geladenes Teilchens entsteht, hängt im allgemeinen von der Masse m des Teilchens und seinem Impuls p ab [6]. Die Masse m charakterisiert wesentlich die Teilchensorte i. Der Impuls p ist aus der Spurrekonstruktion bekannt. Fallen in einen PID-Detektor d nur Teilchen der Sorte i mit festem Impuls p ein, so wird das Spektrum der Detektorantworten $L^i_d(p, E_d)$ erzeugt. Das Signalspektrum der Teilchensorte i ist eine Eigenschaft des Detektors d und somit von seinem Arbeitspunkt abhängig, wie z.B. den unterschiedlichen Schwellen des HERMES-Kalorimeters von 1.4 oder 3.5 GeV. Das Signalspektrum wird normiert:

$$\int\limits_0^{E_{\max}} L^i_d(p, E_d)\ \mathrm{d}E_d = 1\ . \tag{4.4}$$

Die PID-Detektoren sind so konstruiert, daß sich die Signalspektren für die zu separierenden Teilchensorten i wenig überlappen, so daß die Detektorantworten für die Teilchenidentifizierung genutzt werden können. In Abbildung 4.4 sind die impulsintegrierten und normierten Detektorantwort-Verteilungen des Kalorimeters bei der Schwelle von 1.4 GeV und des geschnittenen Modulmittelwertes [7] des TRD für Hadronen und

[5] In diesem Zusammenhang werden die Müonen per Definition zu den Hadronen gezählt.

[6] Die Länge des durchquerten Detektormaterials kann wegen der kleinen Streuwinkel Θ bei Vorwärtsstreuung als konstant angenommen werden. Es wird daher keine Θ-Abhängigkeit in den Spektralfunktionen angenommen [Wend:99].

[7] Es wird ein Mittelwert der Signale aus 5 der 6 TRD-Ebenen gebildet, wobei das größte Signal nicht eingeht.

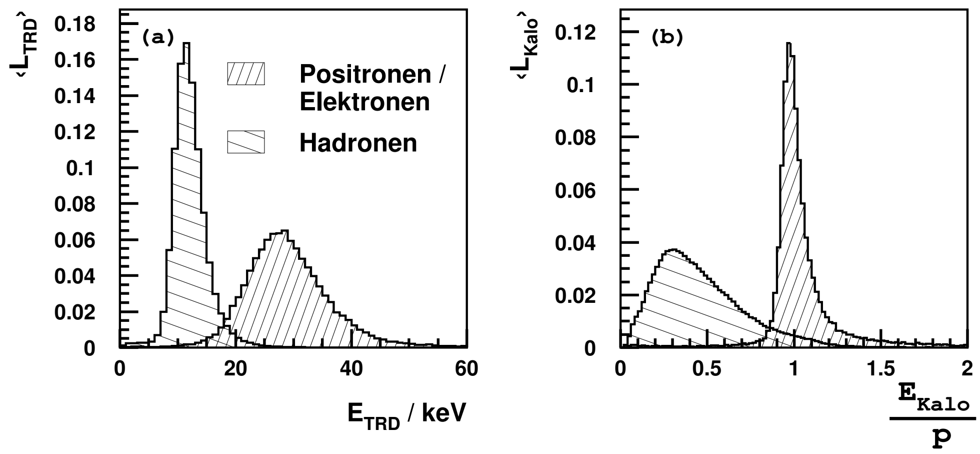


Abbildung 4.4.: Impulsintegrierte Signalspektren von Positronen/Elektronen und Hadronen a) des geschnittenen Modulmittelwertes des TRD und B) des Kalorimeters.

Positronen zur Veranschaulichung dargestellt. Die Signalspektren können aus theoretischen Überlegungen und Simulationen sowie aus den Daten iterativ extrahiert werden. Die dieser Analyse zugrunde liegenden Signalspektren von Positronen und Elektronen sowie von Hadronen der vier PID-Detektoren wurden aus Datensätzen des Jahres 1996 in Abhängigkeit von den Teilchenimpulsen und den verschiedenen Triggerschwellen des Kalorimeters extrahiert [Wend:99], wobei die Beschreibung der Detektorantwortfunktionen seit 1997 verbessert wurde. Dies ermöglichte erst die Wahrscheinlichkeitsanalyse zur Positronidentifizierung und zur Untergrundbehandlung auf der Grundlage von Bayes' Theorem [Agos:94].

Die *bedingte Wahrscheinlichkeit* P'^{i}_{d} gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein gegebenes Teilchen des Typs i im Detektor d ein Signal im Intervall $[E_d, E_d + \mathrm{d}E_d]$ erzeugt. Sie läßt sich direkt aus den Signalspektren $L^i_d(E_d, p)$ angeben:

$$P'^{i}_{d}(E_d, p) = L^i_d(E_d, p)\,\mathrm{d}E_d \; . \tag{4.5}$$

Bei einem System von N_{PID} PID-Detektoren, deren Signale unabhängig voneinander sind, ergibt sich die bedingte Wahrscheinlichkeit des Gesamtsystems dafür, daß ein gegebenes Teilchen ein Signalensemble im N_{PID}-dimensionalen Volumenelement $[E_1, \ldots, E_{N_{\mathrm{PID}}}, E_1 + \mathrm{d}E_1, \ldots, E_{N_{\mathrm{PID}}} + \mathrm{d}E_{N_{\mathrm{PID}}}]$ erzeugt, aus dem Produkt der einzelnen bedingten Wahrscheinlichkeiten:

$$P'^{i}(E_1 \ldots E_{N_{\mathrm{PID}}}, p) = \prod_{d=1}^{N_{\mathrm{PID}}} L^i_d(E_d, p)\,\mathrm{d}E_d \; . \tag{4.6}$$

Unter experimentellen Bedingungen fallen insgesamt N_{T} verschiedene Teilchensorten i mit gewissen Einfallswahrscheinlichkeiten P^i_{inc} in die PID-Detektoren ein. Die Einfallswahrscheinlichkeiten sind abhängig von Streuquerschnitten der entsprechenden Teilchensorten und den als zeitlich konstant vorausgesetzten Detektoreigenschaften (Akzeptanz, Effizienz, Trigger). Die P^i_{inc} werden somit im allgemeinen Funktionen von p und Θ sein, wobei hier Symmetrie bezüglich des azimutalen Streuwinkels ϕ angenommen wird.

Die *Nachweiswahrscheinlichkeit* P^i der Teilchensorte i gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit das gemessene Signalensemble von der Teilchensorte i erzeugt wurde, wenn alle N_{T} verschiedenen Teilchensorten einfallen. Die Nachweiswahrscheinlichkeit wird für die Identifizierung benötigt. Sie ergibt sich nach Bayes' Theorem aus dem normierten Produkt der bedingten Wahrscheinlichkeit und der Einfallswahrscheinlichkeit:

$$P^i = \frac{P'^{\,i}\, P^i_{\mathrm{inc}}}{\sum_{i=1}^{N_{\mathrm{T}}} P'^i\, P^i_{\mathrm{inc}}}, \qquad \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{T}}} P^i_{\mathrm{inc}} = \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{T}}} P^i = 1\ . \tag{4.7}$$

Die Zwei-Teilchen-Separation zwischen Positronen (Elektronen) und positiv (negativ) geladenen Hadronen führt zu weiteren Vereinfachungen. Es wird sich von jetzt an bis Abschn. 4.4.3 nur auf Positronen und positiv geladene Hadronen bezogen, da für die Elektronen die Beziehungen vollkommen analog sind. Die Gleichungen (4.7) gehen über in

$$P^{\mathrm{e}} = \frac{P'^{\mathrm{e}} P^{\mathrm{e}}_{\mathrm{inc}}}{P'^{\mathrm{e}} P^{\mathrm{e}}_{\mathrm{inc}} + P'^{\mathrm{h}} P^{\mathrm{h}}_{\mathrm{inc}}}, \qquad P^{\mathrm{h}} = \frac{P'^{\mathrm{h}} P^{\mathrm{h}}_{\mathrm{inc}}}{P'^{\mathrm{e}} P^{\mathrm{e}}_{\mathrm{inc}} + P'^{\mathrm{h}} P^{\mathrm{h}}_{\mathrm{inc}}} \tag{4.8}$$

Wegen der Normierung

$$P^{\mathrm{e}} + P^{\mathrm{h}} = 1 \tag{4.9}$$

kann die Zwei-Teilchen-Separation durch einen Parameter vollständig definiert werden. Bei HERMES wurde hierfür der Parameter pid als das logarithmische Verhältnis der Nachweiswahrscheinlichkeiten für Positronen und Hadronen definiert:

$$pid \stackrel{\mathrm{def}}{=} \log_{10}\left(\frac{P^{\mathrm{e}}}{P^{\mathrm{h}}}\right) = \log_{10}\left(\frac{P'^{\mathrm{e}}}{P'^{\mathrm{h}}}\ \frac{P^{\mathrm{e}}_{\mathrm{inc}}}{P^{\mathrm{h}}_{\mathrm{inc}}}\right) \tag{4.10}$$

Der bedingte Parameter

$$pid' = \log_{10}\left(\frac{P'^{\mathrm{e}}}{P'^{\mathrm{h}}}\right) \tag{4.11}$$

wird direkt aus den Signalspektren der HERMES-PID-Detektoren auf dem μDST-Niveau ermittelt. Das Verhältnis der Einfallwahrscheinlichkeit von Hadronen und Positronen wird Fluß Φ genannt und ergibt sich aus dem Verhältnis von der gemessenen Anzahl N_{H} der Hadronen zu der Anzahl N_{e} der Positronen:

$$\Phi(p,\Theta) = \frac{P^{\mathrm{h}}_{\mathrm{inc}}}{P^{\mathrm{e}}_{\mathrm{inc}}} = \frac{N_{\mathrm{H}}}{N_{\mathrm{e}}}\ . \tag{4.12}$$

Es sei bemerkt, daß sich in dem Verhältnis Akzeptanzen und Effizienzen bis auf unterschiedliche Werte für Hadronen und Positronen herausheben. Durch Einsetzen der Gl. (4.11) und Gl. (4.12) in Gl. (4.10) folgt für den pid-Parameter

$$pid = pid' - \log_{10} \Phi \ . \tag{4.13}$$

Umgekehrt ergeben sich in konsequenter Wahrscheinlichkeitsinterpretation des pid-Parameters durch Einsetzen der Definition (4.10) und der Normierung (4.9) wieder die Nachweiswahrscheinlichkeiten zu

$$P^{\rm e} = \frac{10^{pid}}{1+10^{pid}} \ , \quad P^{\rm h} = \frac{1}{1+10^{pid}} \ . \tag{4.14}$$

Schließlich werden Positronen und Hadronen durch Beschränkung des Wertebereiches der pid-Parameter identifiziert:

$$\text{Positron}: \quad pid > pid^{\rm e}_{\rm cut} \ , \qquad \text{Hadron}: \quad pid < pid^{\rm h}_{\rm cut} \ .$$

Da für $pid \equiv 0$ die Nachweiswahrscheinlichkeit für Positronen und Hadronen gleich ist (50 %), wird für Positronen ein Schnitt $pid^{\rm e}_{\rm cut} > 0$ ($P^{\rm e} > 50$ %) bzw. für Hadronen ein Schnitt $pid^{\rm h}_{\rm cut} < 0$ ($P^{\rm h} > 50$ %) gewählt. Es wird nur die für diese Analyse wichtige Positronseite betrachtet und der Index "$^{\rm e}$" am pid-Schnitt weggelassen. Das entscheidende Kriterium für die Festlegung des konkreten Wertes des pid-Schnittes ist das Verhalten der *Hadronkontamination* und *Identifizierungseffizienz* des *Positronensembles*, die wie folgt definiert sind:

Positronensemble $N_{\rm tot}$: Als Positronensemble wird die Gesamtanzahl *aller* Teilchen mit pid-Werten oberhalb des pid-Schnittes bezeichnet. Falls eine Unterscheidung vom *Elektronensemble* notwendig wird, wie bei der Untergrundbehandlung in den Abschnitten 4.4.3 und 5.2.3, werden die jeweiligen Ladungen als Indizes "$+$" bzw. "$-$" mitgeführt. Selbiges gilt für die im folgenden definierten Größen Hadronkontamination und Identifizierungseffizienz.

Hadronkontamination h : Die Hadronkontamination wird als das Verhältnis von der Anzahl H der *tatsächlichen* Hadronen mit pid-Werten oberhalb des pid-Schnittes zu dem Positronensemble $N_{\rm tot}$ definiert:

$$h = \frac{H}{N_{\rm tot}}, \qquad pid > pid_{\rm cut} \ . \tag{4.15}$$

Identifizierungseffizienz $\epsilon_{\rm pid}$: Unter der Identifizierungseffizienz wird das Verhältnis der Anzahl N der *tatsächlichen* Positronen mit pid-Werten oberhalb des pid-Schnittes zur Gesamtanzahl $N_{\rm all}$ aller *tatsächlichen* Positronen jedweder pid-Werte verstanden:

$$\epsilon_{\rm pid} = \frac{N(pid > pid_{\rm cut})}{N_{\rm all}(\forall pid)} \ . \tag{4.16}$$

Hadronkontamination und Identifizierungseffizienz werden mittels der pid-Verteilung bestimmt. Diese ist in Form eines Histogramms mit N^{pid} pid-Bins gegeben, das das gesamte pid-Intervall einschließt und so fein unterteilt ist, daß die pid-Werte der Einträge N^i_{tot} eines pid-Bins i durch den Bin-Zentralwert pid_i repräsentiert werden können (s. Abb. 4.5). Das Positronensemble ergibt sich aus der Summation der Einträge mit $pid_i > pid_{\mathrm{cut}}$,

$$N_{\mathrm{tot}} = \sum_{i=i_{\mathrm{cut}}}^{N^{\mathrm{pid}}} N^i_{\mathrm{tot}} \,, \tag{4.17}$$

wobei i_{cut} das kleinste pid-Bin ist, für das $pid > pid_{\mathrm{cut}}$ gilt. Im Rahmen der Statistik ergibt sich die Anzahl der tatsächlichen Positronen N_i und Hadronen H_i des pid-Bins i durch Multiplikation der Einträge N^i_{tot} mit den entsprechenden Nachweiswahrscheinlichkeiten:

$$\begin{aligned} N^i_{\mathrm{tot}} &= N_i + H_i \\ &= P^{\mathrm{e}}_i N^i_{\mathrm{tot}} + P^{\mathrm{h}}_i N^i_{\mathrm{tot}} \,, \qquad i\text{'tes } pid\text{-Bin} \,. \end{aligned} \tag{4.18}$$

Die P^{e}_i und P^{h}_i sind nach Gl. (4.14) für jedes pid-Bin i gegeben. Die Hadronkontamination und Identifizierungseffizienz ergeben sich aus den Definitionsgleichungen (4.15) und (4.16) durch Aufsummierung über die pid-Bins:

$$h(pid_{\mathrm{cut}}) = \frac{\sum\limits_{i_{\mathrm{cut}}}^{N^{\mathrm{pid}}} P^{\mathrm{h}}_i N^i_{\mathrm{tot}}}{\sum\limits_{i=i_{\mathrm{cut}}}^{N^{\mathrm{pid}}} N^i_{\mathrm{tot}}} \,, \qquad \epsilon_{\mathrm{pid}}(pid_{\mathrm{cut}}) = \frac{\sum\limits_{i=i_{\mathrm{cut}}}^{N^{\mathrm{pid}}} P^{\mathrm{e}}_i N^i_{\mathrm{tot}}}{\sum\limits_{i=0}^{N^{\mathrm{pid}}} P^{\mathrm{e}}_i N^i_{\mathrm{tot}}} \,. \tag{4.19}$$

Die meist vernachlässigbar kleinen statistischen Fehler (N_{tot} groß) ergeben sich in oberer Abschätzung nach Gl. (A.11) und Gl. (A.18) aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz zu

$$\sigma(h) \leq \sqrt{\frac{h}{N_{\mathrm{tot}}}}, \qquad \sigma(\epsilon_{\mathrm{pid}}) \lesssim \sqrt{\frac{1-\epsilon_{\mathrm{pid}}}{N_{\mathrm{tot}}}} \,. \tag{4.20}$$

In Abbildung 4.5 ist die Separation in Positronen und Hadronen mittels der Wahrscheinlichkeitsinterpretation durch unterschiedliche Schraffuren dargestellt. Die Kurven für Hadronen und Positronen schneiden sich stets bei $pid = 0$. Im allgemeinen werden innerhalb eines pid-Bins nicht ganzzahlige Werte für N_i und H_i erhalten, da P^{e}_i und P^{h}_i reell sind. Vorhandene Kommastellen werden berücksichtigt, da bei Summation über mehrere Bins wieder sinnvolle ganzzahlige Anteile entstehen.

Eine alternative Methode zur größenordnungsmäßigen Abschätzung der Hadronkontamination und Identifizierungseffizienz ist die Anpassung von Exponentialfunktionen

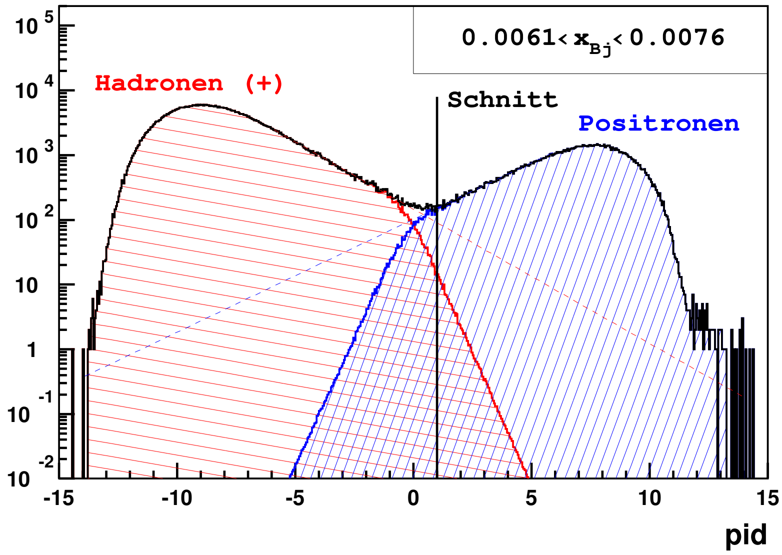


Abbildung 4.5.: Verteilung der pid-Werte. Positron- und Hadronanzahlen der schraffierten Gebiete wurden mit der Wahrscheinlichkeitsmethode berechnet. Die gestrichelten Geraden deuten die ältere Methode der Flankenanpassungen an.

an die jeweilige Flanke der Hadron- bzw. Positron-Verteilung im pid-Histogramm, wie in Abb. 4.5 durch die gestrichelten Anpassungsgeraden in der logarithmischen Darstellung angedeutet wurde. Aus der Fortsetzung der Exponentialfunktion an der Flanke der Hadronen in den Bereich der Positronen und umgekehrt wurde durch Flächenvergleich Hadronkontamination und Identifizierungseffizienz bestimmt [Hasc:99]. Aus Abb. 4.5 wird deutlich, daß dies zur Überschätzung der Hadronkontamination führt, da die Flanke des Hadronensembles für $pid > 0$ steiler als in der Anpassungsmethode angenommen abfällt. Die Wahrscheinlichkeitsmethode bietet eine Reihe von Vorteilen gegenüber der Anpassungsmethode:

1: Sie beruht ausschließlich auf der Definition des pid-Parameters und erhält somit stets die Normierung.

2: Es wird keine willkürliche Annahme des Flankenverhaltens vorgenommen. Die Flanken sind durch die Einträge bei den entsprechenden pid-Werten eindeutig definiert.

3: Kontamination und Identifizierungseffizienz werden algebraisch bestimmt, so daß auch bei geringer Statistik Berechnungen möglich sind, wo Anpassungen versagen.

4.4.2. Flußfaktoren

Aus dem polarisierten Datensatz wurden unpolarisierte Flüsse für den DIS-Trigger mit einem algebraischen Verfahren bestimmt, das im Anh. C beschrieben ist. Die geringen Streuquerschnittsunterschiede zwischen parallelem und antiparallelem Spinzustand wurden vernachlässigt. Hauptkriterium war, daß für jedes Ereignis der DIS-Trigger gefordert wurde. Es wurden keine weiteren kinematischen und Akzeptanzschnitte angewendet. Es wurde die im Abschn. 4.2 beschriebene Datenqualität gefordert, wobei die Erfüllung von Kriterien, die Strahl- und Targetpolarisation betrafen, aufgrund der Spinmittelung nicht verlangt wurde. Eine zusätzliche μDST-Produktion einer Teilmenge des Datensatzes (4 Positronfüllungen) ohne den impliziten $y < 0.93$-Schnitt auf Einspurereignisse (s. Abschn. 4.1) ermöglichte die Bestimmung der Flüsse auch für die ersten beiden Impulsbins mit ausreichender statistischer Genauigkeit. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.6 dargestellt. Die Flüsse wurden teilweise angepaßt, um statistische Fluktuation bei hohen Impulsen und Streuwinkeln auszugleichen. Bei sehr großen Impulsen und Streuwinkeln ($Q^2 > 10$ GeV^2) reichte die Statistik nicht mehr zur sinnvollen Flußbestimmung aus. Die Einfallswahrscheinlichkeiten der Positronen bzw. Elektronen und Hadronen wurden hier zu $P^{\mathrm{e}}_{\mathrm{inc}} = P^{\mathrm{h}}_{\mathrm{inc}} = 0.5$ definiert ($\log_{10}\Phi = 0$).

Die Abhängigkeit der Flüsse vom Impuls wird hier am Beispiel der Abb. 4.6 b) erläutert. Bei kleinen Impulsen $p \approx 6$ GeV übersteigt die Anzahl der Hadronen die der Positronen um ein bis zwei Größenordnungen ($1 < \log_{10}\Phi < 2$). Der Hauptanteil der Hadronen kleiner Energie wird in diffraktiver Vektormeson-Produktion der Lepton-Nukleon-Streuung

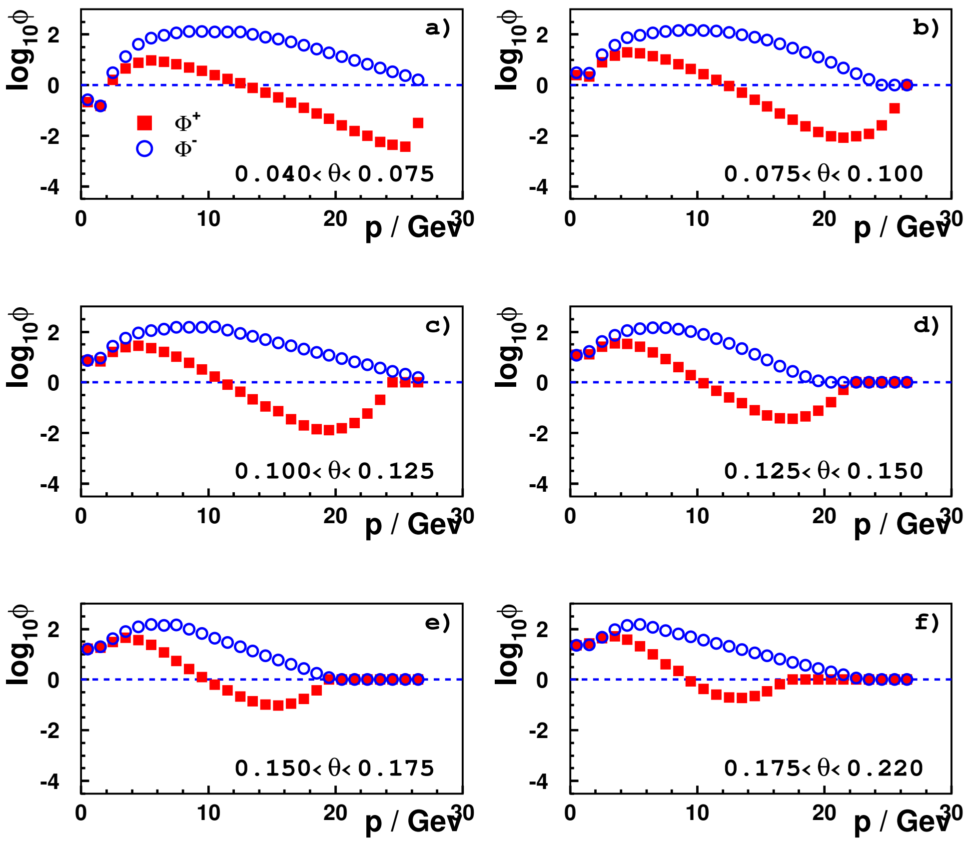


Abbildung 4.6.: Angepaßte Flußfaktoren für den DIS-Trigger mit der Kalorimeterschwelle von 1.4 GeV von positiv (Φ^+) und negativ (Φ^-) geladenen Teilchen des polarisierten Datensatzes in Abhängigkeit vom Impuls p und Streuwinkel Θ.

bei kleinen Photonvirtualitäten $Q^2 \lesssim 1$ GeV^2 erzeugt (s. z.B. in [Crit:97, Meiß:00]). Eine weitere Quelle bei kleinen bis mittleren Hadronenenergien sind Schauerprozesse am strahlaufwärts befindlichen Kollimator C2, deren z-Koordinaten der Vertices wegen schlechter Auflösung bei kleinen Streuwinkeln im Targetbereich rekonstruiert wurden. Im tief-inelastischen Regime liefern auch Hadronen aus Strom- und Targetfragmentation Beiträge (s. z.B. in [HERM:99]). Ungeachtet der Herkunft der Hadronen stellen im Rahmen der inklusiven Analyse die fälschlich als Positronen identifizierten Hadronen einen gemeinsamen Untergrundbeitrag dar, der durch die PID-Analyse quantifizierbar ist.

Das Positronensemble setzt sich aus Positronen der tief-inelastischen Streuung [8] am Wasserstofftarget und aus Positronen ladungssymmetrischer Prozesse, wie der Paarbildung von Synchrotron- und Bremsstrahlungsphotonen und Zerfällen kurzlebiger neutraler Mesonen (π^0, ρ) zusammen. Elektronen gelangen nur durch ladungssymmetrische Prozesse in die HERMES-Akzeptanz. Dazu werden auch die Elektronen aus der seltenen Bhabha-Streuung der bereits am Target gestreuten Positronen an den Hüllenelektronen des Targetaustrittsfenster oder einer der beiden Vertexkammern gezählt [9], wobei Elektron- und Positronspuren mit einem Öffnungswinkel von wenigen mrad (s. Abschn. 3.3.4) rekonstruiert werden.

Aus Abb. 4.6 b) ist ersichtlich, daß die Logarithmen der Flüsse Φ^- der negativen Teilchen stets größer Null sind, da den negativ geladenen Hadronen nur Elektronen ladungssymmetrischer Prozesse gegenüberstehen. Die Flüsse Φ^+ positiver Teilchen beginnen ab etwa $p > 5$ GeV zu fallen, da Positronen aus der tief-inelastischen Streuung in diesem kinematischen Bereich zunehmend dominieren. Der erneute Anstieg der logarithmischen Flüsse positiver Teilchen ab etwa $p > 22$ GeV [10], zeigt nur, daß die Positronpopulation schneller als die der positiven Hadronen abnimmt.

Der deutliche Abfall der Flüsse positiver und negativer Teilchen bei sehr kleinen Impulsen $p < 5$ GeV, besonders charakteristisch ausgeprägt im ersten Θ-Bin $0.040 < \Theta < 0.075$, wird durch das unterschiedliche Triggerverhalten der Hadronen und Positronen nahe der Schwelle von 1.4 GeV verursacht. Wie aus Abb. 4.4 entnommen werden kann, ist die Spektralverteilung des Kalorimeters für Hadronen bei einem mittleren Energieverlust von $\langle E_{\mathrm{Kalo}}/p\rangle \approx 0.5$ sehr breit, diejenige der Positronen (Elektronen) ist dagegen schmal mit einem mittleren Energieverlust von $\langle E_{\mathrm{Kalo}}/p\rangle \approx 1.0$. Daraus folgt, daß die Triggereffizienz für Hadronen bereits bei $p < 5$ GeV langsam zu fallen beginnt, für Positronen (Elektronen) jedoch erst ab $p < 2$ GeV stark abfällt (s. Abb. 4.9).

[8] Der Kürze halber werden die Positronen mit kleinen Q^2-Werten (nur inelastische Streuung wegen großer y) hier per Definition hinzugezählt.

[9] Falls die Bhabha-Streuung der Positronen am Detektormaterial hinter den Vertexkammern Elektronen erzeugt, wird die Elektronspur nicht rekonstruiert, da stets eine der Vertexkammern gefordert wird. Die Positronspur bleibt mit verschobener Kinematik erhalten, was als Teil der Vielfachstreuung in die Auflösung des Detektors eingeht.

[10] Die Verschiebung des Minimums der Flüsse positiv geladener Teilchen mit p und Θ in Abb. 4.6 entspricht etwa einem Q^2-Wert von 8 GeV^2.

4.4.3. Identifizierung der Positronen und Untergrundbestimmung

Die Festlegung des pid-Schnittes zur Selektion der Positronen und Elektronen erfolgte aufgrund der Forderung, daß die Hadronkontamination des Positronensembles für alle Bjorken-x kleiner 0.5 % sein sollte. Ein sekundäres Kriterium war, daß die Identifizierungseffizienz für Positronen möglichst über 95 % liegen sollte, um nicht zuviele Ereignisse für die Bestimmung der inklusiven Asymmetrie zu verlieren. Es wurde angenommen, daß die Hadronkontamination und die Identifizierungseffizienz unabhängig vom Spinzustand des Targets sind. Der pid-Schnitt wurde direkt nach dem DIS-Trigger-Schnitt durchgeführt. Eine etwaige Anwendung des pid-Schnittes nach anderen Schnitten würde den Fluß verändern und die Wahrscheinlichkeitsinterpretation des pid-Parameters wäre ungültig. Der pid-Schnitt

$$pid > 1 \tag{4.21}$$

genügte diesen Anforderungen und wurde für die Definition des Positron- und des Elektronensembles, $N^+_{\rm tot}(pid > 1)$ und $N^-_{\rm tot}(pid > 1)$ verwendet. Nach den Ausführungen in den Abschnitten 4.4.1 und 4.4.2 gilt für die Ensemble folgende Teilchenbilanz:

$$N^+_{\rm tot} = N_{\rm dis} + N^+_{\rm cs} + H^+ \,, \tag{4.22}$$
$$N^-_{\rm tot} = N^-_{\rm cs} + H^- \,. \tag{4.23}$$

Darin bezeichnen $N_{\rm dis}$ die Anzahl der tief-inelastisch gestreuten Positronen, $H^{+(-)}$ die Anzahl der fälschlich als Positronen (Elektronen) identifizierten, positiv (negativ) geladenen Hadronen und $N^{+(-)}_{\rm cs}$ die Positronen (Elektronen) aus ladungssymmetrischen Prozessen. Das Elektronensemble $N^-_{\rm tot}$ wurde zur Korrektur des ladungssymmetrischen Anteils $N^+_{\rm cs}$ des Positronensembles $N^+_{\rm tot}$ verwendet. Dabei ist zu berücksichtigen, daß die Identifizierungseffizienzen $\epsilon^-_{\rm pid}$ für Elektronen aufgrund größerer Flüsse kleiner als die Identifizierungseffizienzen $\epsilon^+_{\rm pid}$ für Positronen sind, auch wenn die Detektor- und Rekonstruktionseffizienzen als gleich angenommen werden. Unter der weiteren Annahme gleicher Akzeptanz für Positronen und Elektronen gilt:

$$\frac{N^+_{\rm cs}}{\epsilon^+_{\rm pid}} = \frac{N^-_{\rm cs}}{\epsilon^-_{\rm pid}} \,. \tag{4.24}$$

Mit der Einführung des ladungssymmetrischen Anteils $c_{\rm cs}$ (engl.: charge symmetric) und des Verhältnisses r_ϵ der Identifizierungseffizienzen für Positronen und Elektronen durch

$$c_{\rm cs} \stackrel{\rm def}{=} \frac{N^-_{\rm tot}}{N^+_{\rm tot}}, \qquad r_\epsilon \stackrel{\rm def}{=} \frac{\epsilon^+_{\rm pid}}{\epsilon^-_{\rm pid}} = \frac{N^+_{\rm cs}}{N^-_{\rm cs}} \tag{4.25}$$

ergibt das Einsetzen der Gleichungen (4.15), (4.24) und (4.23) in Gl. (4.22) die relativen Untergrundanteile der tief-inelastisch gestreuten Positronen:

$$N_{\rm dis} = (1 - r_\epsilon \cdot c_{\rm cs} - h^+ + r_\epsilon \cdot c_{\rm cs} \cdot h^-) N^+_{\rm tot} \,. \tag{4.26}$$

Die statistischen Fehler von $c_{\rm cs}$ und r_ϵ werden durch das Elektronensemble $N^-_{\rm tot}$ dominiert, da das Positronensemble $N^+_{\rm tot}$ deutlich größer ist. Aus Gl. (A.26) und Gl. (A.28) ergibt sich:

$$\sigma(r_\epsilon \cdot c_{\rm cs}) \lesssim \frac{r_\epsilon \cdot c_{\rm cs}}{\sqrt{N^-_{\rm tot}}}, \qquad \sigma(r_\epsilon \cdot c_{\rm cs} \cdot h^-) \lesssim \frac{r_\epsilon \cdot c_{\rm cs} \cdot h^-}{\sqrt{N^-_{\rm tot}}} \ . \tag{4.27}$$

Die Korrektur des ladungssymmetrischen Untergrundes der Positronen mittels der Elektronen wird cs-Korrektur genannt. Der tatsächliche Beitrag der erstmalig bei HERMES angewendeten Korrektur des ladungssymmetrischen Anteils mit dem Identifizierungseffizienz-Verhältnis r_ϵ kann bei Vernachlässigung der Hadronkontamination quantifiziert werden durch das Verhältnis

$$V_{r_\epsilon} = \frac{N_{\rm dis}(r_\epsilon)}{N_{\rm dis}(r_\epsilon \equiv 1)} - 1 \approx (1 - r_\epsilon)c_{\rm cs} \ , \qquad \sigma(V_{r_\epsilon}) \approx \frac{r_\epsilon \cdot c_{\rm cs}}{\sqrt{N^-_{\rm tot}}} \ . \tag{4.28}$$

Um die kinematische Abhängigkeit der Kontamination zu ermitteln, wurde die in Abschn. 4.5 definierte Aufteilung der kinematischen Ebene verwendet. In jedem der so definierten x, y-Intervalle wurden Histogramme der "wahren" pid-Parameter gebildet und mit der Wahrscheinlichkeitsmethode Hadronkontamination und Identifizierungseffizienz für Positronen und Elektronen bestimmt. Die Verwendung des Elektronensembles zur Bestimmung des ladungssymmetrischen Anteils $r_\epsilon \cdot c_{\rm cs}$ erzeugt ein kleinen Beitrag $r_\epsilon \cdot c_{\rm cs} \cdot h^-$ der Hadronkontamination h^- der Elektronen zum DIS-Positronensemble. Die verschiedenen Untergrundeinträge sind in Abb. 4.7 zusammenfassend dargestellt. Die statistischen Fehler der dargestellten Größen erwiesen sich als vernachlässigbar klein.

Der größte Untergrundanteil der tief-inelastisch gestreuten Positronen wird bei mittleren y-Werten von $\langle y \rangle > 0.5$, was bei HERMES x-Werten von $x < 0.5$ entspricht, durch den ladungssymmetrischen Anteil $c_{\rm cs}$ erzeugt (s. Abb. 4.7 a)). Der ladungssymmetrische Anteil steigt im erweiterten kinematischen Bereich $x < 0.0212$ (links von der gepunkteten, senkrechten Linie in Abb. 4.7) bis auf etwa 20 % an. Die cs-Korrektur konnte durch einen Konturenvergleich zwischen Daten und Monte-Carlo-Simulation, der in Abschn. 4.6 dargelegt wird, unterstützt werden. Der Einfluß der Korrektur des ladungssymmetrischen Anteils $c_{\rm cs}$ mit dem Verhältnis r_ϵ der Identifizierungseffizienzen für Positronen und Elektronen auf das Ensemble $N_{\rm dis}$ der tief-inelastisch gestreuten Positronen ist mit $V_{r_\epsilon} < 1$ % nur klein (s. Abb. 4.7 b)).

Die Hadronkontaminationsbeiträge h^+ und $r_\epsilon \cdot c_{\rm cs} \cdot h^-$ sind kleiner als 0.4 % und fallen mit größer werdendem x ab (s. Abb. 4.7 c)). Es wurde die in Abschn. 6.2 abgeleitete systematische Unsicherheit in der Wahrscheinlichkeitsinterpretation des pid-Parameters berücksichtigt, die durch mögliche systematische Fehler der PID-Spektralverteilungen verursacht sein kann. Die PID-Systematik wirkt sich nicht auf das Identifizierungseffizienz-Verhältnis r_ϵ aus, da die gleichen Spektralverteilungen für positive und negative Teilchen verwendet wurden.

Die Identifizierungseffizienz $\epsilon^+_{\rm pid}$ für Positronen (s. Abb. 4.7 d)) ist überall größer als $96 \pm 2_{\rm sys}$ % und strebt für große x gegen 1. Die mittlere Identifizierungseffizienz des ge-

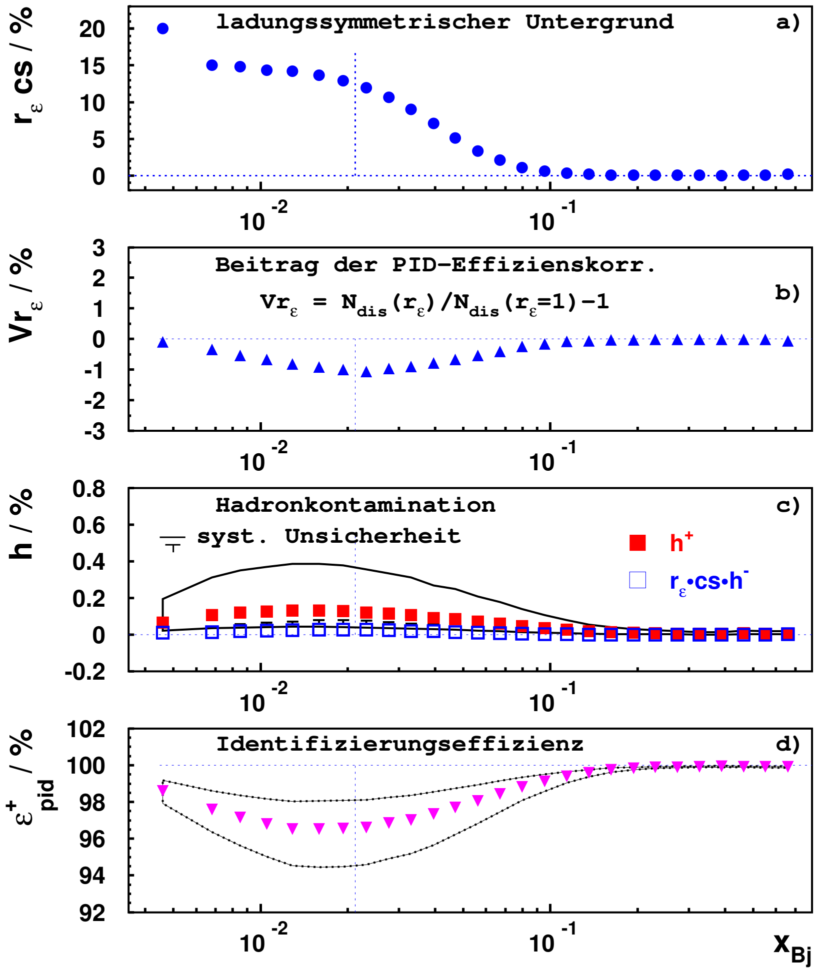


Abbildung 4.7.: Untergrundbeiträge zu den DIS-Positronen und Identifizierungseffizienz für $pid > 1$ in Abhängigkeit von Bjorken-x.

samten Positronensembles beträgt $\langle\epsilon_{\text{pid}}\rangle = 99.6 \pm 0.2_{\text{sys}}$ %. Die mittlere Identifizierungseffizienz des Positronensembles aus dem erweiterten kinematischen Bereich $x < 0.0212$ beträgt $\langle\epsilon_{\text{pid}}\rangle_{x<0.02} = 97.5 \pm 1.3_{\text{sys}}$ %. Im allgemeinen gilt, daß mit steigenden Flüssen die Hadronkontamination steigt und die Identifizierungseffizienz fällt. Das führt für $x < 0.01$ und $y > 0.8$ zum erneuten Ansteigen der Positronschnitteffizienz, da nahe der Triggerschwelle die Flüsse wieder fallen.

4.5. Akzeptanz- und kinematische Schnitte

Das Positronensemble wird zur Auswahl der Kandidaten für tief-inelastische Ereignisse Akzeptanz- und kinematischen Schnitten unterworfen. Das Elektronensemble für die c_{cs}-Korrektur unterliegt denselben Schnitten. Die Schnitte sollen schwer analysierbare kinematische Gebiete und Akzeptanzkanteneffekte vermeiden sowie Untergrund reduzieren, was im folgenden erläutert wird.

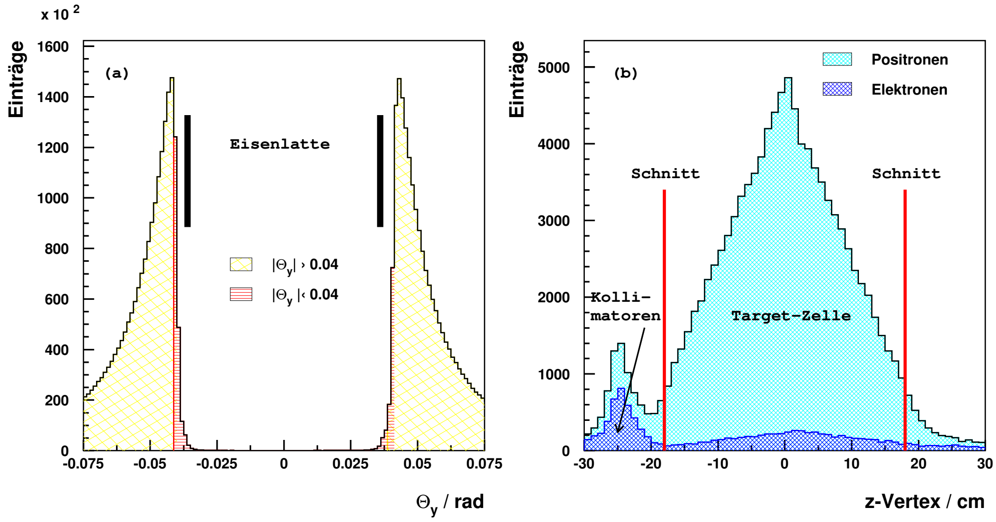


Abbildung 4.8.: Θ_y-Verteilung a) aller Positronen und z-Vertex-Verteilung b) der Positronen und Elektronen nach kinematischen und Akzeptanzschnitten außer z_{v}-Schnitt.

Führendes Teilchen: Ein Ereignis kann höchstens ein tief-inelastisch gestreutes Positron haben. Es wird dasjenige Positron eines Ereignisses vorselektiert, das über den größten Impuls verfügt. Da bei HERMES im Mittel nur 1.4 Spuren pro Ereignis vorkommen, und Mehrspurereignisse mit mehreren Positronen und/oder Elektronen sehr selten sind, bewirkt die Einschränkung auf das führende Positron nur einen geringen Datenverlust. Wenn ein Elektron das führende Teilchen war, wurde dieses selektiert.

Kalorimeter-Geometrie: Dieser geometrische Schnitt überprüft, ob die Teilchenspur vollständig innerhalb des Kalorimeters verläuft, um die Gültigkeit der Spektralverteilung und der Kalibration des Kalorimeters sicherzustellen.

Θ_y-Schnitt $|\Theta_y| > 40$ mrad: Die minimale Θ_y-Akzeptanz ist bei HERMES durch die Eisenplatte im Magneten auf rund 37 mrad begrenzt (s. Abb. 4.8 a)). Wegen der longitudinalen Ausdehnung der Targetzelle ist der minimal mögliche Streuwinkel jedoch vom Wechselwirkungspunkt abhängig. Der Θ_y-Schnitt blendet diese Abhängigkeit aus.

Vertex-Schnitte $|z_{\mathrm{v}}| < 18$ cm, $\quad t_{\mathrm{v}} < 0.75$ cm: Unter der longitudinalen und transversalen Vertexposition z_{v} und t_{v} wird im Zusammenhang mit am Wasserstofftarget gestreuten Positronen stets der Punkt des dichtesten Abstandes der Teilchenspur zur Strahlachse verstanden, die näherungsweise der z-Achse des Experiments entspricht. Im Text werden diese Vertexpositionen kurz mit z-Vertex (z_{v}) bzw. t-Vertex (t_{v}) bezeichnet. Der Vertex von Mehrspurereignissen wird zur Unterscheidung stets als Zweispur-Vertex bzw. Mehrspur-Vertex bezeichnet. Die Schnitte auf t_{v} und z_{v} stellen zum einen sicher, daß die Ereignisse aus dem Inneren der Speicherzelle ($-20 < z < 20$ cm) stammen, da nur hier die Targetmodelle gültig sind, die zur Polarisationsbestimmung benutzt werden. Zum anderen werden Positronen ausgesondert, die durch Streuungen am Kollimator C2 hervorgehen. Diese sind zu großen Teilen ladungssymmetrischen Ursprungs, wie das starke Anwachsen der Anzahl der Elektronen relativ zu derjenigen der Positronen für $z_{\mathrm{v}} < -20$ cm in Abb. 4.8 b) zeigt. Da die mittlere z-Vertex-Auflösung etwa 1 cm beträgt, wurde der Schnitt etwas ins Innere der Zelle gelegt.

y**-Schnitt** $0.1 < y < 0.91$**:** Die untere y-Grenze schneidet Bereiche schlechter x-Auflösung weg, die sich bei kleinen y-Werten verhält wie $\sigma(x)/x \propto 1/y$ (s. Gl. (5.2)). Der obere y-Schnitt wurde so hoch wie möglich gewählt, um eine ausreichende Menge von Einträgen im erweiterten kinematischen Bereich $0.0021 < x < 0.0212$ zu erhalten. Der obere y-Schnitt wurde ausschließlich durch die Forderung nach einer konstanten Effizienz des DIS-Triggers bestimmt. Dazu wurden für Positronen die Effizienzen der am DIS-Trigger beteiligten Hodoskope, des Preshowers und des Kalorimeters energieabhängig aus Koinzidenzforderungen mit Triggern bestimmt, die den betrachteten Detektor nicht enthielten. Falls der betrachtete Detektor Teil des PID-Systems war (Preshower oder Kalorimeter), wurde dieser aus der Positronidentifizierung ausgeschlossen. Aus dem Produkt der einzelnen Detektoreffizienzen ergibt sich die Gesamteffizienz des DIS-Triggers [Stöß:98]. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.9 dargestellt. Das Verhalten des DIS-Triggers wird bei kleinen Impulsen durch das Schwellenverhalten des Kalorimeters dominiert. Die Effizienz steigt ab der Kalorimeterschwelle bei 1.4 GeV rasch an und ist für $p > 2.5$ GeV konstant auf einem Niveau von 99.8 %. Der Bereich fallender DIS-Trigger-Effizienz wurde aus der Analyse ausgeschlossen, um zusätzliche systematische Unsicherheiten durch eine Trigger-Effizienz-Korrektur, wie etwa einen möglichen unterschiedlichen Abfall der DIS-Trigger-Effizienz für die beiden Spinzustände, zu vermeiden. Der obere y-Schnitt ergibt sich damit zu $y < 0.91$. In Abschn. 4.6 wird gezeigt, daß die entsprechend großen QED-Strahlungkorrekturen zum Bornschen Streuquerschnitt korrekt ermittelt werden konnten.

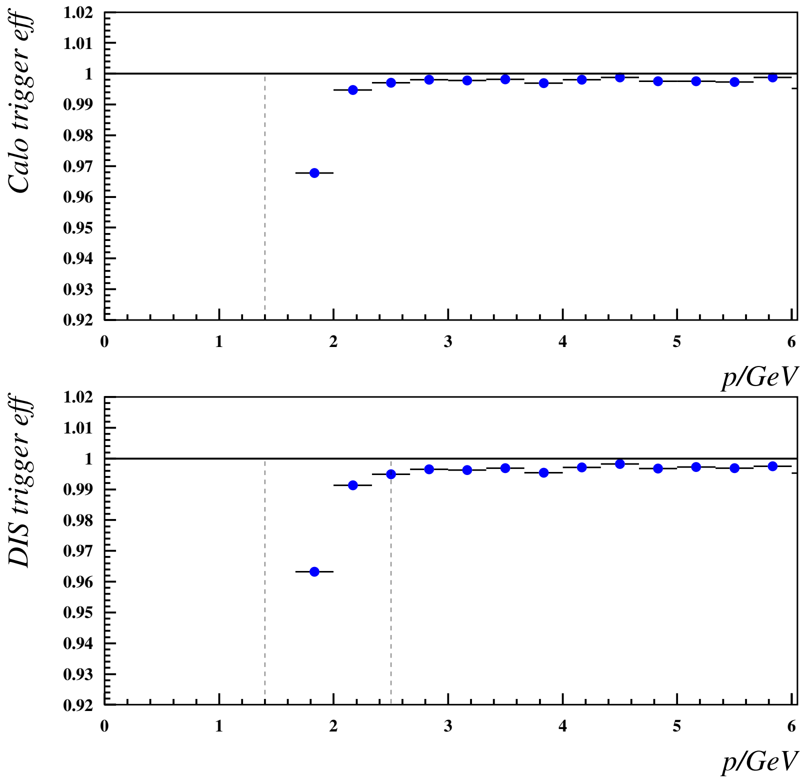


Abbildung 4.9.: Effizienz des Kalorimeters und des DIS-Triggers für Positronen in Abhängigkeit vom Impuls [Stöß:98]. Die senkrechten Strichlinien markieren die Schwelle des DIS-Triggers von 1.4 GeV sowie den y-Schnitt $y < 0.91$ ($p > 2.5$ GeV).

W^2-Schnitt $W^2 > 3.24$ GeV^2: Die invariante Masse W des Photon-Nukleon-Systems soll außerhalb des Resonanzbereiches liegen, um Einflüsse der dort vorkommenden starken Schwankungen des inklusiven Streuquerschnittes sowie der inklusiven Asymmetrie auszuschließen. Die obere Grenze für Bjorken-$x < 0.85$, ergibt sich aus der Kombination der oberen Akzeptanzgrenze $\Theta < 0.22$ und des W^2-Schnittes.

Die Ausdehnung der g_1^{p}-Analyse in den Bereich kleiner Photon-Virtualität, $Q^2 < 1.2$ GeV^2, ist ein wesentlicher Inhalt dieser Arbeit. Die untere Q^2- und x-Grenze ergeben sich aus dem minimal möglichen Streuwinkel $\Theta_{\mathrm{min}} = 40$ mrad und dem maximal möglichen Inelastizitäts-Parameter $y_{\mathrm{max}} = 0.91$ aus Gl. (2.2) und Gl. (2.5) zu

$$Q^2 > 4(1 - y_{\mathrm{max}})E^2 \sin^2(\frac{\Theta_{\mathrm{min}}}{2}) \approx 0.1 \text{ GeV}^2 , \qquad x > \frac{Q^2_{\mathrm{min}}}{2MEy_{\mathrm{max}}} = 0.0021 .$$

Als DIS-Kandidaten werden im folgenden alle Positronen des Positronensembles bezeichnet, die nach Anwendung der beschriebenen Datenqualitäts- und Selektionsschnitte verblieben. Da im Weiteren nur die DIS-Kandidaten betrachtet werden, erhalten sie das Symbol N^+_{tot}. Als Elektronensemble N^-_{tot} werden im folgenden ebenso nur noch die Anzahl der Elektronen nach Anwendung aller Schnittkriterien bezeichnet, die in Tabelle 4.4 zusammengefaßt wurden. Der polarisierte Datensatz enthält etwa 2.7 Millionen DIS-Kandidaten vor Abzug (bzw. 2.5 Mill. nach Abzug) des ladungssymmetrischen Untergrundes.

Selektionsbereich	Größe	Bemerkungen
Datenreduktion:	DIS-Trigger, $y < 0.93$, volle Spuren	
Datenqualität:	stabile Detektor-, Target- und Strahl-Bedingungen	
Positron-Id.:	$pid > 1$	$\langle \epsilon_{\mathrm{pid}} \rangle = 99.6(97.5) \pm 0.2(1.3)$ % ($x < 0.2$) $h^+ < 0.4$ % $\rightarrow$ vernachlässigbar
Akzeptanz:	im Kalorimeter $-18 < z_{\mathrm{v}} < 18$ cm $t_{\mathrm{v}} < 0.75$ cm $\Theta_y > 0.04$	Gültigkeit der Kalibration Targetzelle – " – Eisenplatte
Kinematik:	führend $0.1 < y < 0.91$ $W^2 > 3.24$ GeV^2 $Q^2 > 0.1$ GeV^2 $0.0021 < x < 0.85$	Positron größter Energie x-Auflösung, Triggerschwelle Ausschließen der Resonanzen Erweiterung zu kleinen Q^2 resultierender x-Bereich
Korrekturen:	Θ-Verschiebung $r_\epsilon \cdot c_{\mathrm{cs}} < 20$ %	Alignementkorrektur Korrektur lad.-symm. Anteile
DIS-Ereignisse:	**2.5 Millionen**	nach allen Schnitten

Tabelle 4.4.: Zusammenfassung aller Schnitte zur Selektion der DIS-Kandidaten.

4.6. Vergleich der Daten mit der Monte-Carlo-Simulation

Es wurde ein Vergleich wichtiger kinematischer Verteilungen der rekonstruierten 2.5 Mill. DIS-Ereignisse nach cs-Korrektur mit den 118 Mill. Monte-Carlo-Ereignissen, die nach dem im Abschn. 3.5 beschriebenen Generationsschema erzeugt wurden, durchgeführt. Der Vergleich diente der Überprüfung der oben beschriebenen Schnitte und Korrekturen, dem Verständnis der Detektorakzeptanz sowie dem Test der unpolarisierten strahlungskorrigierten sowie Bornschen Streuquerschnittssimulation [GäSt:99]. Besondere Aufmerksamkeit galt dabei dem kinematischen Gebiet $0.0021 < x < 0.0212$ und $0.1\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1.2\ \mathrm{GeV}^2$ ($0.5 < y < 0.91$), da hier sowohl cs- und Strahlungskorrekturen stark anwachsen, als auch Akzeptanzkanteneffekte eine wichtige Rolle spielen.

Es handelt sich um einen eindimensionalen Konturenvergleich der Verteilungen und nicht um eine Streuquerschnittsvergleich. Folgende Besonderheiten sind zu beachten:

- In den Verteilungen der einen Größe wurde über alle weiteren geometrischen und kinematischen Variablen integriert. Eine grundlegende Voraussetzung ist daher die Anwendung gleicher kinematischer und Akzeptanzschnitte an simulierte und reale Daten. So wurden die im Abschn. 4.5 definierten Schnitte ebenso auf die Monte-Carlo-Ereignisse angewendet bis auf den DIS-Trigger- und den pid-Schnitt, da nur DIS-Ereignisse generiert wurden.

- Die simulierten Verteilungen n_{mc} wurden auf die Daten normiert und durch Verhältnisbildung $V_{\mathrm{data,mc}}(x)$ mit den Datenverteilungen n_{dat} verglichen:

$$V_{\mathrm{data,mc}}(x) = \frac{\int\limits_{x_{\min}}^{x_{\max}} n_{\mathrm{mc}}(x')\,\mathrm{d}x'}{\int\limits_{x_{\min}}^{x_{\max}} n_{\mathrm{dat}}(x')\,\mathrm{d}x'}\,\frac{n_{\mathrm{data}}(x)}{n_{\mathrm{mc}}(x)}\,, \tag{4.29}$$

  wobei x hier eine beliebige der betrachten Größen (p, Q^2, θ, z_{v}) ist. Die Verteilungen von Daten und Monte-Carlo wurden durch identische Histogramme dargestellt.

- Daten- und Monte-Carlo-Effizienzen wurden bis auf die Identifizierungseffizienzen nicht berücksichtigt. Bezüglich der Variablen x konstante Effizienzverhältnisse der Monte-Carlo-Simulation und Daten, $\epsilon_{\mathrm{mc}}(x)/\epsilon_{\mathrm{dat}}(x) = \mathrm{const.}$, wirken sich auf das Ergebnis nicht aus. Denn im Falle einer Substitution

$$n_{\mathrm{dat(mc)}}(x) \rightarrow \frac{n_{\mathrm{dat(mc)}}(x)}{\epsilon_{\mathrm{dat(mc)}}(x)} \tag{4.30}$$

  in Gl. (4.29) würde sich das konstante Effizienzverhältnis herausheben. Insbesondere gilt dies in dem einfachen Fall, daß sowohl Daten- als auch Monte-Carlo-Effizienz jeweils für sich konstant sind. Ein konstantes Effizienzverhältnis entspricht lediglich einer anderen Normierungskonstanten. Die Identifizierungseffizienzen wurden in die Daten einbezogen, da sie kinematische Abhängigkeiten besitzen und kein Äquivalent in der inklusiven Monte-Carlo-Simulation haben ($\epsilon_{\mathrm{pid_{mc}}} \equiv 1$).

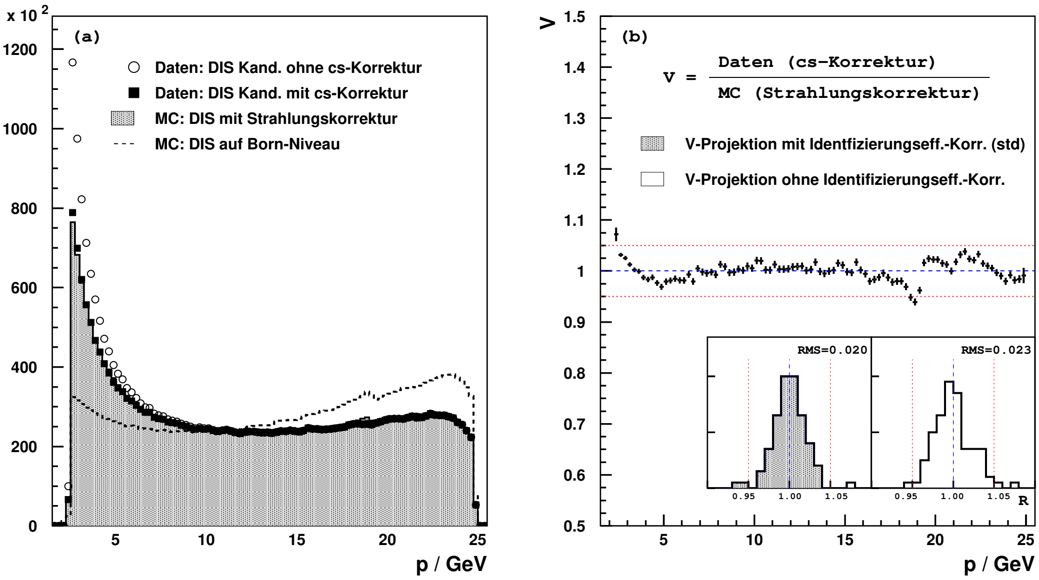


Abbildung 4.10.: In (a) sind die Impulsverteilungen der DIS-Kandidaten von Daten und Monte-Carlo-Simulation dargestellt und in (b) das Verhältnis von der Verteilung der DIS-Kandidaten der Daten mit cs-Korrektur zu der Verteilung der DIS-Ereignisse der strahlungskorrigierten Monte-Carlo-Simulation. Die beiden eingetragenen Histogramme zeigen die Verteilung der Verhältnisse mit der standardmäßig angewendeten Identifizierungseffizienz-Korrektur (schattiert) und ohne (weiß).

Impulsvergleich: Der Vergleich der Impulsverteilung in Abb. 4.10 a) verdeutlicht die starke Energieabhängigkeit der Strahlungskorrektur. Das Verhalten der strahlungskorrigierten MC-Impulsverteilung (schattiert) zur Bornschen Impulsverteilung (gestrichelte Linie) wird durch die Initial-Bremsstrahlung (s. Abb. 3.9 b) und c)) dominiert, die zur Verringerung der Energie des Positrons im Endzustand führt. Die Migration [11] verringert die Teilchenpopulation bei großen Impulsen zugunsten einer Überhöhung bis zu 100 % bei kleinen Impulsen. Die Impulsverteilungen der DIS-Kandidaten mit cs-Korrektur (gefüllte Quadrate) und ohne (offene Kreise) zeigen die hohe ladungssymmetrische Kontamination bei kleinen Impulsen.

Die entscheidenden Vergleichsgrößen sind die Verteilungen der $c_{\rm cs}$-korrigierten DIS-Kandidaten der Daten und der strahlungskorrigierten Monte-Carlo-Ereignisse. Sie stimmen innerhalb von 5 % überein, wie aus Abb. 4.10 b) ersichtlich ist. Einerseits belegt dies die Funktionstüchtigkeit der cs-Korrektur auch bei hoher ladungssymmetrischer Kontamination, und andererseits wird die Handhabbarkeit der hohen Strahlungskorrekturen des unpolarisierten Streuquerschnittes (bis zu 100 % bei $y > 0.85$) durch das Umwichtungsverfahren mit der RC-Tabelle bestätigt. Die Berücksichtigung der Identifizierungseffizienzen führt zu einer leichten Verbesserung im Daten-Monte-Carlo-Vergleich innerhalb der 5 %-Genauigkeit, was aus der Verkleinerung der Stan-

[11] Die zusätzliche Migration durch Wechselwirkung mit dem Detektor ist in den Monte-Carlo Verteilungen für Bornschen und strahlungskorrigierten Streuquerschnitt enthalten, da die rekonstruierten Größen dargestellt sind.

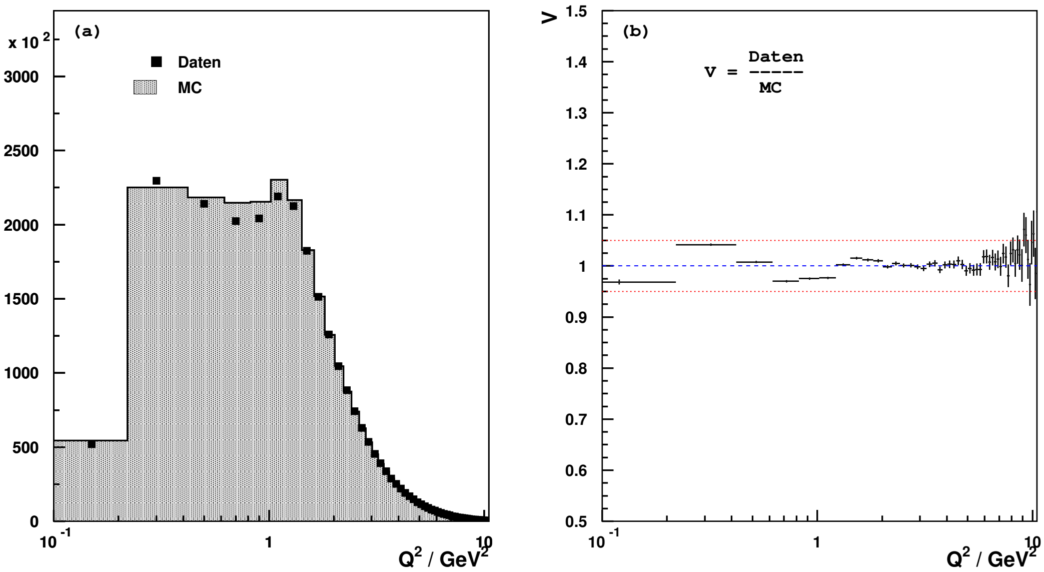


Abbildung 4.11.: Q^2-Verteilung der c_{cs}-korrigierten DIS-Kandidaten und strahlungskorrigierten MC-Simulation (a) sowie deren Verhältnis (b)

dardabweichung in den in Abb. 4.10 b) eingebetteten Histogrammen entnommen werden kann ($\sigma(V_{\mathrm{data,mc}})$: $0.023 \rightarrow 0.020$). Im folgendenden werden nur noch die Verteilungen der c_{cs}-korrigierten DIS-Kandidaten und der strahlungskorrigierten Monte-Carlo-Ereignisse miteinander verglichen.

Q^2-Vergleich: Die Einschnürung des Phasenraumes durch den Θ_y-Schnitt $\Theta_y > 40$ mrad wird in den Q^2-Verteilungen in Abb. 4.11 a) deutlich. Der weitere Anstieg der Ereignisanzahlen mit kleiner werdendem Q^2 (wegen der generellen $1/Q^4$-Abhängigkeit des Streuquerschnittes) wird ab $Q^2 < 1$ GeV^2 durch die Detektorakzeptanz verhindert. Der starke Abfall im ersten Bin zeigt die untere Q^2-Grenze $Q^2 > 0.1$ GeV^2 an (s. Abschn. 4.5). Die Übereinstimmung von Daten und Monte-Carlo innerhalb von 5 % (s. Abb. 4.11 b)) im gesamten, aber vor allem im erweiterten kinematischen Bereich $Q^2 < 1.2$ GeV^2, beweist die Analysierbarkeit der Daten bis zu sehr kleinen Q^2-Werten von 0.1 GeV^2.

Vergleich von z-Vertex und Θ_y: Dieser Vergleich testet die externe Alignementkorrektur der Spuren (s. Abschn. 4.3). In den Abbildungen 4.12 a) bis d) sind die Verhältnisse der z-Vertex-Verteilung, $V_{\mathrm{data,mc}}(z_{\mathrm{v}})$, bzw. der Θ_y-Verteilung, $V_{\mathrm{data,mc}}(\Theta_y)$, dargestellt. Es sei noch einmal betont, daß es sich bei z-Vertex um die z-Koordinate des Vertexes handelt, der durch den minimalen Abstand der Teilchenspur zur Strahlachse definiert ist. Für die Abbildungen 4.12 c) und d) wurde die standardmäßige externe Alignementkorrektur an die Daten angewendet, für die Abbildungen 4.12 a) und b) dagegen nicht. Die longitudinale Verschiebung des z-Vertexes bei Anwendung der externen Alignementkorrektur ist indirekt proportional zu Θ, da die Strahlachse unverändert bleibt [12]:

$$\Delta z_{\mathrm{v}} \approx \frac{\Delta_{\mathrm{Alig}}}{\Theta} \; . \tag{4.31}$$

[12] Das gilt nicht für die z-Koordinaten von angepaßten Mehrspur-Vertices.

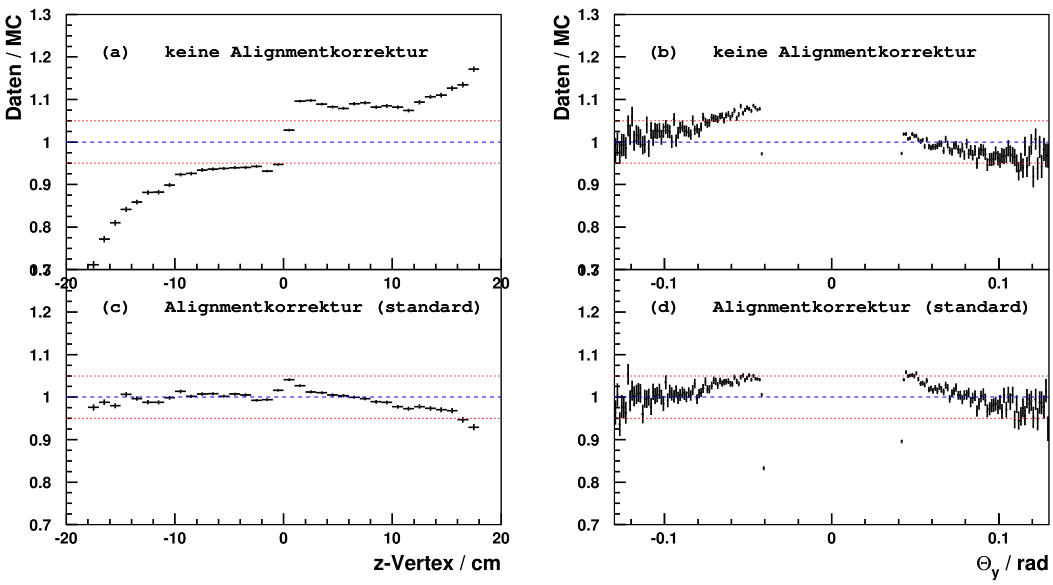


Abbildung 4.12.: MC-Daten-Vergleich a) der z-Vertex-Verteilung ohne Alignemementkorrektur, b) der Θ_y-Verteilung ohne Alignemementkorrektur, c) der z-Vertex-Verteilung mit Alignemementkorrektur (standard), d) der Θ_y-Verteilung mit Alignemementkorrektur (standard).

Die Größe Δ_{Alig} ist eine Konstante der externen Alignemementkorrektur. Die mittlere Verschiebung betrug $\Delta z_{\text{V}} \approx -1.5$ cm (vgl. m. Abb. 6.10 a)). Nach der externen Alignemementkorrektur stimmt die z-Vertex-Verteilung der Daten mit der MC-Simulation innerhalb von 5 % überein (s. Abb. 4.12 c) und d)), ohne die Korrektur wurden Abweichungen bis zu 30 % beobachtet (s. Abb. 4.12 a) und b)).

Auch der Θ_y-Vergleich zeigt eine bessere Übereinstimmung zwischen Daten und MC-Simulation nach angewendeter externer Alignemementkorrektur. Die Θ_y-Verteilungen der oberen und der unteren Detektorhälften werden symmetrischer (vgl. Abb. 4.12 b) m. d)). Der Unterschied zwischen den Daten und der MC-Simulation nahe des Akzeptanzschnittes bei $|\Theta_y| > 0.04$ rad liegt darin begründet, daß in der HDB-Geometrie-Datei die strahlzugewandten Magnetkammer-Rahmen leicht in die tatsächliche Akzeptanz hineinragen und deshalb in der MC-Simulation weniger Ereignisse an der unteren Θ-Grenze vorkommen als in den Daten [Volk:99a].

Zusammenfassend kann aus dem Vergleich der Monte-Carlo-Simulation mit den Daten gefolgert werden, daß die Beschreibung des unpolarisierten Streuquerschnittes gemäß Abschn. 3.5 einschließlich der Strahlungsbeiträge und Akzeptanzeffekte sowie die Identifizierung der inelastisch gestreuten Positronen, insbesondere die cs-Korrektur, innerhalb von 5 % verstanden sind. Dies ist besonders wichtig für den erweiterten kinematischen Bereich, da hier die größten Einflüsse bestehen. Ebenso konnte die Gültigkeit der externen Alignemementkorrektur der Spurparameter überprüft werden. Die Übereinstimmung von Daten und Monte-Carlo beweist die Analysierbarkeit der Daten an den Grenzen des Detektors und gewährleistet die Anwendbarkeit der Monte-Carlo-Simulation für die Berechnung der kombinierten Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur, die zur Bestimmung der inklusiven Bornschen Asymmetrie erforderlich ist.

5. Extraktion der inklusiven Asymmetrie $A_{||}$

Im vorigen Kapitel wurde besprochen, mit welchen Schnitten und Korrekturen an den Datensatz die tief-inelastisch gestreuten Positronen ausgewählt wurden. Im folgenden wird dargelegt, wie aus diesem Datensatz das Strukturfunktionsverhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ über die Messung der inklusiven Asymmetrie $A_{||}$ bestimmt wird.

5.1. Aufteilung des Phasenraumes

Zur Ermittlung der inklusiven Asymmetrie wurde der Phasenraum in rechteckige Intervalle bezüglich der kinematischen Variablen Bjorken-x und Inelastizität y, den kinematischen Bins, aufgeteilt. Der Akzeptanzschnitt $\Theta_y > 40$ mrad schrägt die unteren y-Grenzen an. Bei der Wahl des Binnings waren folgende Gesichtspunkte wichtig:

1. Das Binning wurde auf die Messung des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ in Abhängigkeit von Bjorken-x optimiert, da die x-Abhängigkeit von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ gegenüber der nur als gering erwarteten Q^2-Abhängigkeit dominiert. Dies führte in Anbetracht der begrenzten Statistik zu einer feinen x- und einer groben y-Unterteilung.
2. Die Binbreiten sollten größer als die Auflösung des Detektors sein, damit möglichst alle in einem Bin generierten Ereignisse auch in diesem rekonstruiert werden.
3. Die Binbreiten wurden der Verteilung der DIS-Ereignisse in der x, y-Ebene angepaßt.

Der x-Bereich $0.0021 < x < 0.85$ wurde in logarithmisch äquidistante Bins aufgeteilt. Diese Wahl ergibt sich aus der indirekten Proportionalität des unpolarisierten Streuquerschnittes (2.13) zu x. Wird der Strukturfunktionsterm näherungsweise konstant gesetzt und über Q^2 integriert, so folgt für die Einträge N_i im i-ten Bin:

$$N_i \propto \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{1}{x}\, \mathrm{d}x = \ln(x_{i+1}) - \ln(x_i) = \Delta \;, \qquad x_i = x_0\, e^{i\Delta} \;. \tag{5.1}$$

Die Eintragszahlen sind in dieser Näherung unabhängig vom jeweiligen x-Bin. Das logarithmisch äquidistante Binning gewährleistet daher eine annähernd gleiche statistische Genauigkeit in den verschiedenen x-Bins.

Eine logarithmische Binbreite von $\Delta \approx 0.176$ im Standardbereich $x > 0.0212$ erfüllte die obigen Gesichtspunkte. Im erweiterten kinematischen Bereich $x < 0.0212$ erforderte die Anpassung an die Statistik aufgrund der Einschränkung des Phasenraumes eine Vergrößerung der logarithmischen Binbreite auf $\Delta = 0.210$. Die untere und obere Grenze des ersten und letzten x-Bins, $x_{\min} = 0.0021$ bzw. $x_{\max} = 0.85$, sind durch die Phasenraumgrenzen aufgrund der kinematischen Schnitte gegeben (s. Abschn. 4.5). Insgesamt wurde der x-Bereich in 27 Bins aufgeteilt.

Zur Bestimmung der obigen x-Binbreiten wurde eine Untersuchung der Detektorauflösung basierend auf einer Monte-Carlo-Simulation durchgeführt. Die generierten Ereignisse wurden nicht radiativ verschmiert, um den reinen Detektoreinfluß zu ermitteln. In Abbildung 5.1 a) und b) sind als Beispiel die relativen Residuenverteilungen $(x_{\mathrm{rec}} - x_{\mathrm{gen}})/x_{\mathrm{gen}}$ und $(y_{\mathrm{rec}} - y_{\mathrm{gen}})/y_{\mathrm{gen}}$ von rekonstruierten ("rec") und generierten ("gen") kinematischen Variablen für das vierte x-Bin $(0.0094 < x < 0.0116)$ dargestellt. Die x- bzw. y- Auflösung wird durch die gaußförmige Verteilung um Null bestimmt. Die durch Bremsstrahlung verursachten Flanken werden innerhalb einer Monte-Carlo Korrektur, die im Abschn. 5.3 erläutert wird, berücksichtigt.

Die funktionale Abhängigkeit der relativen Auflösung der vom gemessenen Impuls p (bzw. Energie E') und Streuwinkel Θ abgeleiteten Größen x und y in Abb. 5.1 c) und d) ergibt sich aus den Beziehungen

$$\left.\frac{\sigma(x)}{x}\right|_{\Theta=\mathrm{fix}} = \frac{1}{x}\left|\frac{\partial x}{\partial E'}\right|\sigma(E') = \left|\frac{1}{1-y} - \frac{1}{y}\right|\frac{\sigma(E')}{E}\,, \tag{5.2}$$

$$\left.\frac{\sigma(x)}{x}\right|_{E'=\mathrm{fix}} = \frac{1}{x}\left|\frac{\partial x}{\partial \Theta}\right|\sigma(\Theta) \approx 4\frac{\sigma(\Theta)}{\Theta}\,, \tag{5.3}$$

$$\left.\frac{\sigma(y)}{y}\right|_{\Theta=\mathrm{fix}} = \frac{1}{y}\left|\frac{\partial y}{\partial E'}\right|\sigma(E') = \frac{1}{y}\frac{\sigma(E')}{E}\,, \tag{5.4}$$

$$\left.\frac{\sigma(y)}{y}\right|_{E'=\mathrm{fix}} = \frac{1}{y}\left|\frac{\partial y}{\partial \Theta}\right|\sigma(\Theta) = 0\,. \tag{5.5}$$

Die Größe E bezeichnet die Strahlenergie. Der maximal rekonstruierte Impuls $p_{\max} = 24.8$ GeV wird für $x > 0.2$ durch den unteren y-Schnitt $y > 0.1$ begrenzt. Für $x < 0.2$ wird $p_{\max}$ durch den unteren Streuwinkelschnitt $\Theta_{\min} = 0.04$ rad zu $p_{\max}(x) = MEx/(2E\sin^2(\Theta_{\min}/2) + Mx)$ limitiert. Bei gegebenen x kann der Streuwinkel alle Werte innerhalb der Akzeptanzschnitte 0.04 rad $< \Theta < 0.22$ rad annehmen, so daß der mittlere Streuwinkel $\langle\Theta\rangle$ der verschiedenen x-Bins weniger variiert als der mittlere rekonstruierte Impuls $\langle p\rangle$. Gl. (5.3) ergibt einen nahezu konstanten Beitrag zur relativen Auflösung $\sigma(x)/x$, die daher hauptsächlich vom Impuls p abhängt und nicht von Θ [1]. Der funktionale Verlauf von $\sigma(x)/x$ und $\sigma(y)/y$ in Abb. 5.1 c) und d) folgt Gl. (5.2) bzw. Gl. (5.4). Insbesondere ist die kinematisch bedingte Verschlechterung der relativen x- und y-Auflösungen $\sigma(x)/x$ bzw. $\sigma(y)/y$ bei kleinen y proportional zu $1/y$, was den unteren y-Schnitt $y > 0.1$ motivierte (s. Abschn. 4.5). Die x-Binbreiten wurden 1.5 – 4.5 mal größer als die x-Auflösung der entsprechenden Bins gewählt.

[1] Für $\sigma(y)/y$ ist die Θ-Unabhängigkeit wegen Gl. (5.5) trivial.

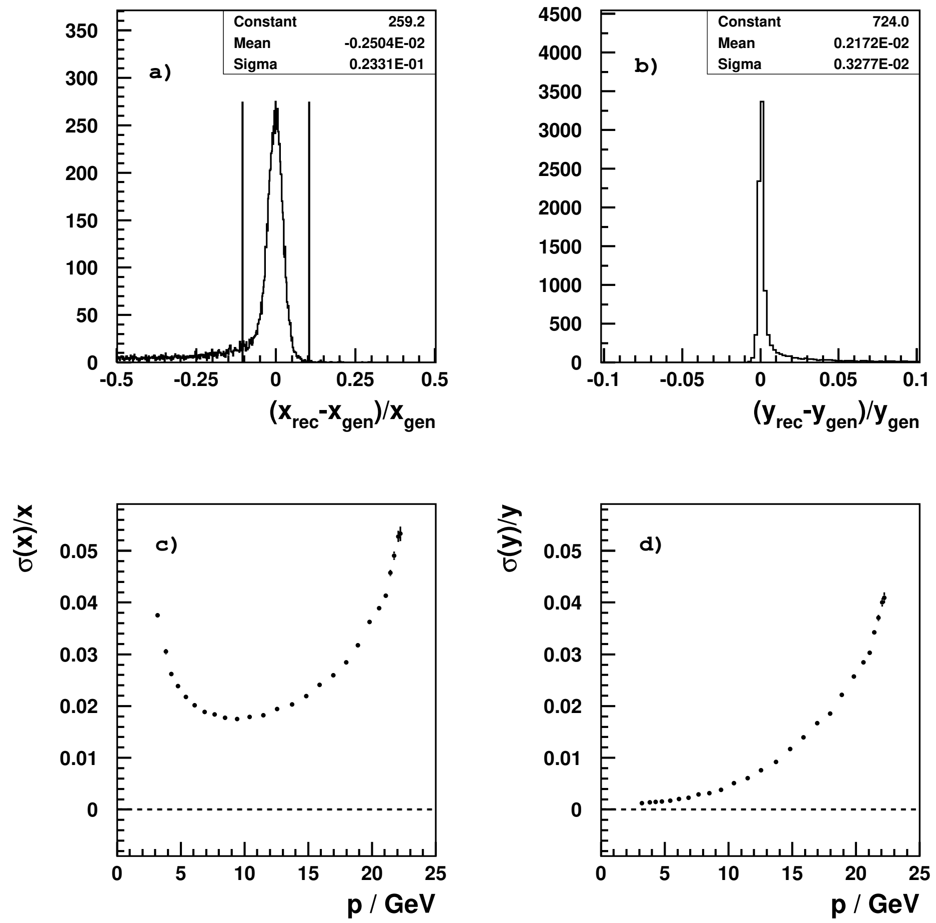


Abbildung 5.1.: Oben: Relative Residuenverteilungen der kinematischen Größen a) x und b) y für $x_3 = 0.0094 < x < 0.0116 = x_4$ einer Monte-Carlo Simulation. Die senkrechten Linien in a) bei $\pm(x_4 - x_3)/(x_4 + x_3)$ markieren die x-Bingrenzen. Unten: Relative Auflösung von a) x und b) y in Abhängigkeit vom Impuls p.

Die Größe $A_{\|}/D$ und somit auch $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ ist bei festem x nur unwesentlich von Q^2 bzw. y abhängig (s. Abschn. 2.1.3). Der Depolarisationsfaktor D dagegen ist nach Gl. (2.30) proportional zu y, was nach Gl. (2.29) zu einer starken y-Abhängigkeit der zu messenden Asymmetrie $A_{\|}$ führt. Dieser y-Abhängigkeit wurde durch eine zusätzliche Unterteilung der x-Bins aus dem Bereich $0.0253 < x < 0.358$ in zwei bis drei y-Bins Rechnung getragen. Die y-Binbreiten wurden so gewählt, daß der statistische Fehler $\sigma(g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}) \approx \sigma(A_{\|}/D) \approx \sigma(A_{\|})/y$ in den y-Bins eines x-Bins annähernd konstant ist. Die y-Binbreiten sind etwa eine Größenordnung größer als die y-Auflösung des entsprechenden Bins.

Die Bingrenzen und Binschwerpunkte $x_{\mathrm{c}}, Q^2_{\mathrm{c}}$ sind in Tab. G.1 zusammenfassend angegeben. Die Berechnung der Binschwerpunkte x_{c} und y_{c} erfolgte durch

$$x_{\mathrm{c}}\,[y_{\mathrm{c}}] = \frac{\sum_{i=1}^{N^+_{\mathrm{tot}}} x_i\,[y_i] - \sum_{k=1}^{N^-_{\mathrm{tot}}} r_\epsilon\, x_k\,[y_k]}{N^+_{\mathrm{tot}} - r_\epsilon\, N^-_{\mathrm{tot}}} \,. \tag{5.6}$$

Die i-Summe läuft über alle DIS-Kandidaten N^{+}_{tot} eines Bins. Die k-Summe läuft über das mit dem Identifizierungseffizienz-Verhältnis r_ϵ gewichtete Elektronensemble N^{-}_{tot} desselben kinematischen Bins. Die c_{cs}-Korrektur der kinematischen Variablen verschob die y-Binschwerpunkte der kinematischen Bins teilweise bis zu 2.5 %, während der Einfluß auf die x-Binschwerpunkte vernachlässigbar war. Die Binschwerpunkte wurden gerundet und fixiert, wobei den in y unterteilten x-Bins ein x-Binschwerpunkt zugewiesen wurde. Die Q^2-Binschwerpunkte Q^2_{c} wurden aus x_{c} und y_{c} berechnet.

Die Abbildung 5.2 veranschaulicht die Aufteilung der kinematische Ebene einschließlich der kinematischen und Akzeptanzschnitte. Zum Vergleich wurden auch die Schnitte des Standardbereiches ($Q^2 > 0.8$ GeV^2, $y < 0.85$) eingetragen. Es konnten sieben weitere x-Bins im Bereich von $0.0021 < x < 0.0212$ erschlossen werden. Die Erhöhung des y-Schnittes war wesentlich für eine ausreichende Statistik zur Bestimmung der inklusiven Asymmetrie vor allem in den ersten vier Bins des erweiterten kinematischen Bereiches.

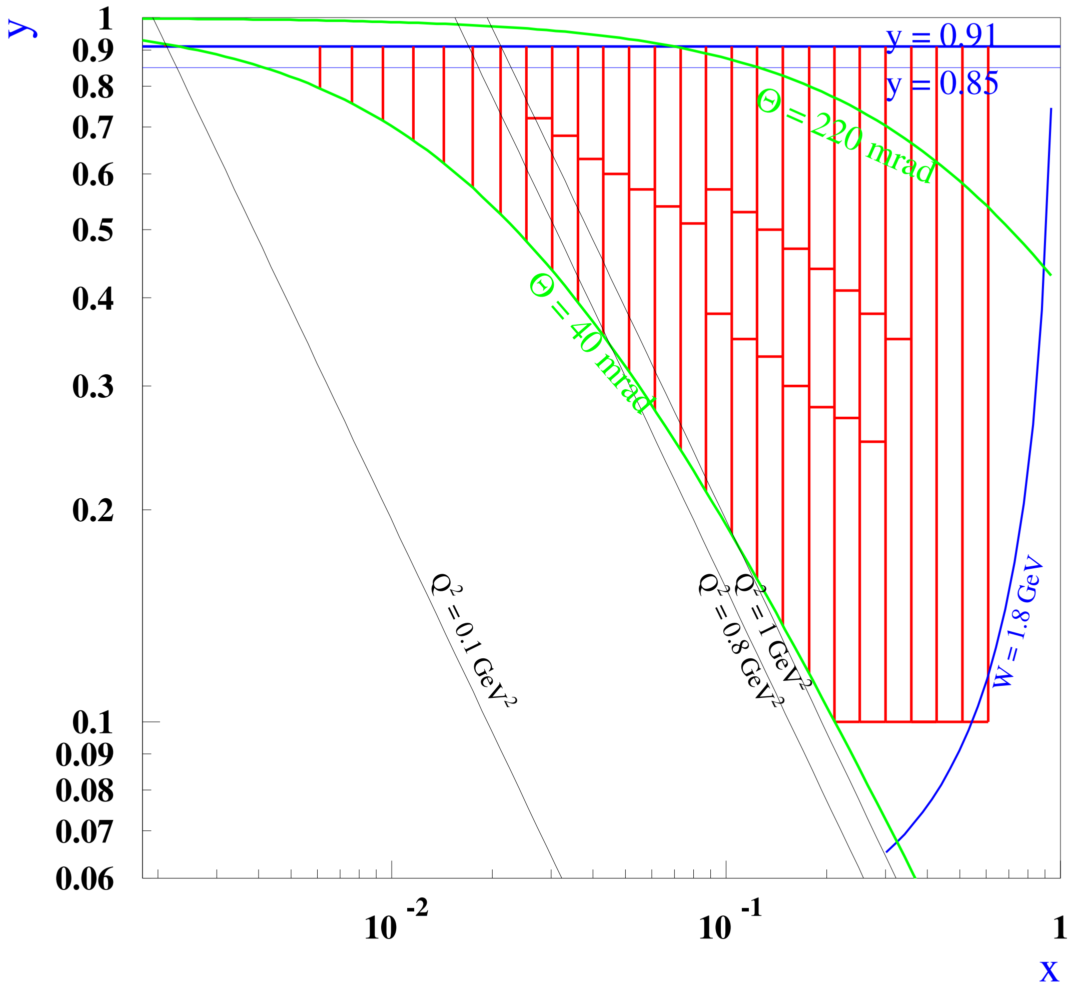


Abbildung 5.2.: Aufteilung des Phasenraumes mit kinematischen und Akzeptanzschnitten dieser Analyse ($Q^2 > 0.1\,\text{GeV}^2, y < 0.91$) und des Standardbereiches ($Q^2 > 0.8\,\text{GeV}^2, y < 0.85$).

5.2. Bestimmung der Asymmetrie

5.2.1. Formalismus zur Messung der Asymmetrie

Innerhalb eines kinematischen Bins ergeben sich die Ereigniszahlen der tief-inelastisch gestreuten Positronen, in diesem Abschnitt der Kürze halber nur mit N bezeichnet (anstatt mit N_{dis}), aus dem polarisierten, inklusiven Streuquerschnitt durch Integration über die Meßzeit:

$$\begin{aligned} N^{\stackrel{\rightarrow}{\Leftarrow}} &= \int\limits_{\stackrel{\rightarrow}{\Leftarrow}} \mathrm{d}t \, \mathcal{A}^{\stackrel{\rightarrow}{\Leftarrow}} \epsilon^{\stackrel{\rightarrow}{\Leftarrow}}(t) \mathcal{L}(t) \sigma_0 (1 + |P_{\mathrm{B}}(t) P_{\mathrm{T}}(t)| A_{||}) \; , \\ N^{\stackrel{\rightarrow}{\Rightarrow}} &= \int\limits_{\stackrel{\rightarrow}{\Rightarrow}} \mathrm{d}t \, \mathcal{A}^{\stackrel{\rightarrow}{\Rightarrow}} \epsilon^{\stackrel{\rightarrow}{\Rightarrow}}(t) \mathcal{L}(t) \sigma_0 (1 - |P_{\mathrm{B}}(t) P_{\mathrm{T}}(t)| A_{||}) \; . \end{aligned} \tag{5.7}$$

Die Integration erfolgt dabei über Zeiten des gleichen Spinzustandes, entweder des Zustandes mit der longitudinalen antiparallelen relativen Spinorientierung von Wasserstofftarget und Positronstrahl ($\stackrel{\rightarrow}{\Leftarrow}$) oder des parallelen Spinzustandes ($\stackrel{\rightarrow}{\Rightarrow}$). Die Größe σ_0 bezeichnet den unpolarisierten, binintegrierten inklusiven Streuquerschnitt, $A_{||}$ die binintegrierte inklusive Asymmetrie, $\mathcal{L}(t)$ die Luminosität, $\mathcal{A}$ die binintegrierte Akzeptanz (s. Abschn. 5.3), ϵ das Produkt aus den Effizienzen des Detektors, der Datennahme und aller Schnitte (sofern nicht in $\mathcal{A}$ berücksichtigt) sowie P_{B} und P_{T} die Polarisation des Strahls und des Targets.

Die Akzeptanz $\mathcal{A}$ wird als zeitlich konstant vorausgesetzt, weil während des Datennahmezeitraumes keine Änderungen an der Geometrie und dem Material des Detektors erfolgten und nur die Standardmethode der Rekonstruktion verwendet wurde.

Es wird angenommen, daß die Zeitabhängigkeit der Effizienz ϵ ausschließlich auf derjenigen der Trigger-Lebenszeit ϵ_{Tr} beruht. Die Trigger-Lebenszeit verhält sich indirekt proportional zur Trigger-Rate, die wiederum vom Strahlstrom abhängt, der im Verlaufe einer Positronfüllung exponentiell abfällt. Alle anderen Effizienzen, wie Spurrekonstruktions- und Teilchenidentifizierungseffizienzen, können zu einer Konstanten ϵ_0 der Zeit zusammengefaßt werden. Diese Annahme ist gerechtfertigt, weil nur Daten aus Zeiträumen stabiler Detektorbedingungen (s. Abschn. 4.2) analysiert wurden. Die Zeitabhängigkeit der Effizienz ϵ läßt sich somit separieren in

$$\epsilon^{\stackrel{\rightarrow}{\Leftarrow}(\stackrel{\rightarrow}{\Rightarrow})}(t) = \epsilon_0^{\stackrel{\rightarrow}{\Leftarrow}(\stackrel{\rightarrow}{\Rightarrow})} \epsilon_{\mathrm{Tr}}^{\stackrel{\rightarrow}{\Leftarrow}(\stackrel{\rightarrow}{\Rightarrow})}(t) \; . \tag{5.8}$$

Eine sinnvolle Annahme ist die Unabhängigkeit aller Effizienzen vom Spinzustand des Targets:

$$\epsilon^{\stackrel{\rightarrow}{\Leftarrow}} = \epsilon^{\stackrel{\rightarrow}{\Rightarrow}} \; , \tag{5.9}$$

denn die Spurrekonstruktion und Teilchenidentifizierung sind spinunabhängig. Die geringen DIS-Raten-Unterschiede aufgrund des spinabhängigen inklusiven Streuquerschnittes haben keinen Einfluß auf die Effizienz. Die rasche und zufällige Umklappfrequenz des Targetspinzustandes minimiert den Einfluß eventueller Spinabhängigkeiten über größere Zeiträume auf die Effizienz. Die Annahme von $\epsilon_{\mathrm{Tr}}^{\rightleftarrows}(t) = \epsilon_{\mathrm{Tr}}^{\rightrightarrows}(t)$ ist nicht notwendig, da $\epsilon_{\mathrm{Tr}}(t)$ in die Integration über die Meßzeit eingeschlossen wurde.

Es wird zunächst die Näherung verwendet, daß die Akzeptanz ebenfalls unabhängig von der relativen Spinorientierung ist:

$$\mathcal{A}^{\rightleftarrows} = \mathcal{A}^{\rightrightarrows} \; . \tag{5.10}$$

Die rein geometrische Akzeptanz erfüllt diese Näherung. Die in der Akzeptanz berücksichtigte Verschmierung der kinematischen Variablen führt jedoch zu einer allgemeinen Streuquerschnittsabhängigkeit dieser Größe (s. Anh. E). Daraus folgende etwaige Spinabhängigkeiten der Akzeptanz werden im Rahmen der kombinierten Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur bei der Extraktion der inklusiven Bornschen Asymmetrie berücksichtigt (s. Abschn. 5.3).

Die zeitintegrierten, auf die Trigger-Lebenszeit korrigierten Luminositäten $L^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}$ der beiden Spinzustände und die mit Strahl- und Targetpolarisation gewichteten Werte $L_{\mathrm{P}}^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}$ sind gegeben durch

$$\begin{aligned} L^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)} &= \int\limits_{\rightleftarrows(\rightrightarrows)} \epsilon_{\mathrm{Tr}}(t)\mathcal{L}(t) \; \mathrm{d}t \; , \\ L_{\mathrm{P}}^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)} &= \int\limits_{\rightleftarrows(\rightrightarrows)} \epsilon_{\mathrm{Tr}}(t)\mathcal{L}(t)|P_{\mathrm{B}}(t)P_{\mathrm{T}}(t)| \; \mathrm{d}t \; . \end{aligned} \tag{5.11}$$

Unter Berücksichtigung von Gl. (5.8) geht somit Gl. (5.7) über in

$$\begin{aligned} N^{\rightleftarrows} &= \mathcal{A}\epsilon_0\sigma_0 L^{\rightleftarrows} + A_{\|}L_{\mathrm{P}}^{\rightleftarrows} \; , \\ N^{\rightrightarrows} &= \mathcal{A}\epsilon_0\sigma_0 L^{\rightrightarrows} - A_{\|}L_{\mathrm{P}}^{\rightrightarrows} \; , \end{aligned} \tag{5.12}$$

woraus sich die binintegrierte, inklusive Asymmetrie ergibt:

$$A_{\|} = \frac{N^{\rightleftarrows}L^{\rightrightarrows} - N^{\rightrightarrows}L^{\rightleftarrows}}{N^{\rightleftarrows}L_{\mathrm{P}}^{\rightrightarrows} + N^{\rightrightarrows}L_{\mathrm{P}}^{\rightleftarrows}} \; . \tag{5.13}$$

Der statistische Fehler der inklusiven Asymmetrie ergibt sich aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz zu:

$$\sigma(A_{\|}) = \frac{L_{\mathrm{P}}^{\rightleftarrows}L^{\rightrightarrows} + L_{\mathrm{P}}^{\rightrightarrows}L^{\rightleftarrows}}{(N^{\rightleftarrows}L_{\mathrm{P}}^{\rightrightarrows} + N^{\rightrightarrows}L_{\mathrm{P}}^{\rightleftarrows})^2}\sqrt{N^{\rightleftarrows}N^{\rightrightarrows}(N^{\rightleftarrows} + N^{\rightrightarrows})} \; . \tag{5.14}$$

Der statistische Fehler von $L^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}$ und $L_{\mathrm{P}}^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}$ konnte in Gl. (5.14) vernachlässigt werden. Der Einfluß der c_{cs}-Korrektur wird im Abschn. 5.2.3 dargelegt.

5.2.2. Messung der inklusiven Asymmetrie

Die Messung der inklusiven Asymmetrie $A_{||}$ erfolgte grundsätzlich getrennt nach oberer und unterer Spektrometerhälfte, da beide Teile unabhängig von einander sind. Der kleinste Gültigkeitszeitraum für Werte der Luminosität sowie der Strahl- und Targetpolarisation ist der Spinburst ($t_{\mathrm{Burst}} \leq 10$ s, s. Abschn. 4.2.4). Die Integrale in Gl. (5.11) wurden durch Summen über die Spinbursts ausgedrückt, welche die Datenqualitätskriterien erfüllten. Die Targetpolarisation dieser Spinbursts wurde unter Verwendung der Stichprobenrohr-Korrektur gemäß Abschn. 3.2 bestimmt. Die angepaßte Strahlpolarisation lag auf Spinburstniveau in den μDST's vor. Die angepaßten Luminositäten wurden spinburstweise mit der über alle HERMES-Trigger gemittelten Trigger-Lebenszeit korrigiert. Es wurden keine Zufallskoinzidenzen der Einzelratenmessungen der beiden Kalorimeter des Luminositätsmonitors berücksichtigt.

Die DIS-Kandidaten und die Elektronen für die cs-Korrektur wurden getrennt nach parallelem oder antiparallelem Spinzustand in den entsprechenden kinematischen Bins aufsummiert. Es wird hier noch einmal angemerkt, daß die externe Alignementkorrektur der Spurparameter für jede Teilchenspur vor allen Schnitten durchgeführt wurde. Auf die systematischen Untersuchungen zu diesem Thema wird in den Abschnitten 6.3 und 6.5 eingegangen.

Die in der oberen und unteren Spektrometerhälfte gemessenen inklusiven Asymmetrien sowie deren statistische Fehler wurden für jedes kinematische Bin aus den entsprechenden Bin-Eintragszahlen und den integrierten Luminositäten nach Gl. (5.13) und Gl. (5.14) bestimmt. Beide Asymmetrien wurden fehlergewichtet gemittelt. Die Unterschiede zur Alternativmöglichkeit der direkten Summation der DIS-Kandidaten und Luminositäten der beiden Hälften und anschließender Berechnung der Asymmetrie waren im Verhältnis zur statistischen Genauigkeit vernachlässigbar. Dies deutet darauf hin, daß Akzeptanz- und Effizienzeinflüsse beider Spektrometerhälften auf die Asymmetrie nahezu gleich sind.

Die Asymmetrien wurden für Periode I und II des polarisierten Datensatzes (s. Tab. 4.1), die sich hinsichtlich der Richtung und Messung der Strahlpolarisation unterschieden, bestimmt [2]. Die Gesamtasymmetrie ergab sich aus der fehlergewichteten Mittelung beider Asymmetrien, wobei der größere systematische Fehler der Strahlpolarisationsmessung (s. Abschn. 3.1) in Periode II (nur longitudinales Polarimeter) durch einen zusätzlichen Wichtungsfaktor für die Asymmetrie der Periode II berücksichtigt wurde. Es konnte auch hier kein signifikanter Unterschied zur Summation über den gesamten Zeitraum festgestellt werden.

5.2.3. Untergrundkorrektur der Asymmetrie

Es werden Nomenklatur und Definitionen aus Abschnitt 4.4.3 und 4.5 verwendet. Die DIS-Kandidaten N^+_{tot} setzen sich nach Gl. (4.22) aus den DIS-Positronen N_{dis}, den Positronen N^+_{cs} ladungssymmetrischer Prozesse und den fälschlich als Positronen identifizier-

[2]Periode III wurde zur Bestimmung der Molekülpolarisation verwendet (s. Anh. B).

ten, positiv geladenen Hadronen H^+ zusammen. Die Asymmetrie der DIS-Kandidaten $A_{\|}^{\mathrm{tot}}$ ergibt sich daher aus der Summe der Asymmetrien aller beitragenden Komponenten gewichtet mit ihren relativen Anteilen an der Menge der DIS-Kandidaten:

$$A_{\|}^{\mathrm{tot}} = \frac{N_{\mathrm{dis}}}{N_{\mathrm{tot}}^{+}} A_{\|} + \frac{N_{\mathrm{cs}}^{+}}{N_{\mathrm{tot}}^{+}} A_{\|}^{\mathrm{cs}^{+}} + \frac{H^{+}}{N_{\mathrm{tot}}^{+}} A_{\|}^{h^{+}} \;. \tag{5.15}$$

Hier bezeichnen $A_{\|}$ die gesuchte inklusive Asymmetrie der DIS-Positronen, $A_{\|}^{\mathrm{cs}^{+}}$ die Asymmetrie der Positronen ladungssymmetrischer Prozesse und $A_{\|}^{h^{+}}$ die inklusive Hadronasymmetrie der fälschlich als Positronen identifizierten, positiv geladenen Hadronen. Es wird angenommen, daß Elektronen und Positronen der ladungssymmetrischen Prozesse dieselbe Asymmetrie haben:

$$A_{\|}^{\mathrm{cs}^{+}} = A_{\|}^{\mathrm{cs}^{-}} \;. \tag{5.16}$$

Das Elektronensemble N_{tot}^{-} besteht nach Gl. (4.23) aus den ladungssymmetrischen Anteil N_{cs}^{-} und den fälschlich als als Elektronen identifizierten, negativ geladenen Hadronen H^{-}. In Analogie zu $A_{\|}^{\mathrm{tot}}$ ergibt sich die Asymmetrie $A_{\|}^{\mathrm{cs}}$ des Elektronensembles aus der Asymmetrie $A_{\|}^{\mathrm{cs}^{-}}$ des ladungssymmetrischen Anteils und der inklusiven Hadronasymmetrie $A_{\|}^{h^{-}}$ der fälschlich als Elektronen identifizierten, negativ geladenen Hadronen:

$$A_{\|}^{\mathrm{cs}} = \frac{N_{\mathrm{cs}}^{-}}{N_{\mathrm{tot}}^{-}} A_{\|}^{\mathrm{cs}^{-}} + \frac{H^{-}}{N_{\mathrm{tot}}^{-}} A_{\|}^{h^{-}} \;. \tag{5.17}$$

Durch Einsetzen von Gl. (5.17) in Gl. (5.15) und unter Berücksichtigung von Gl. (4.15) und Gl. (4.26) läßt sich die inklusive Asymmetrie $A_{\|}$ darstellen durch:

$$A_{\|} = \frac{A_{\|}^{\mathrm{tot}} - r_{\epsilon} \cdot c_{\mathrm{cs}} A_{\|}^{\mathrm{cs}} - h^{+} A_{\|}^{h+} + r_{\epsilon} \cdot c_{\mathrm{cs}} \cdot h^{-} A_{\|}^{\mathrm{h}^{-}}}{1 - r_{\epsilon} \cdot c_{\mathrm{cs}} - h^{+} + r_{\epsilon} \cdot c_{\mathrm{cs}} \cdot h^{-}} \;. \tag{5.18}$$

Falls ladungssymmetrische Kontamination $r_{\epsilon} \cdot c_{\mathrm{cs}}$ und/oder Hadronkontamination h^{+} bzw. $r_{\epsilon} \cdot c_{\mathrm{cs}} \cdot h^{-}$ zu berücksichtigen sind, unterscheidet sich nach Gl. (5.18) die inklusive Asymmetrie $A_{\|}$ der DIS-Positronen auch dann von der Asymmetrie $A_{\|}^{\mathrm{tot}}$ der DIS-Kandidaten, wenn die Untergrundasymmetrien $A_{\|}^{\mathrm{cs}}$ und/oder $A_{\|}^{\mathrm{h}^{+}}$ bzw. $A_{\|}^{\mathrm{h}^{-}}$ Null sind, da sich die Normierung ändert. Die Ladungssymmetriebeiträge $r_{\epsilon} \cdot c_{\mathrm{cs}}$ sowie die Hadronkontaminationen h^{+} und $r_{\epsilon} \cdot c_{\mathrm{cs}} \cdot h^{-}$ wurden für jedes Bin bereits bestimmt (s. Abb. 4.7). Vor allem die ladungssymmetrischen Beiträge spielen für kleine $x < 0.1$ eine wichtige Rolle ($c_{\mathrm{cs}} < 20$ %). Für große $x > 0.1$ gehen die Untergrundbeiträge gegen Null und $A_{\|}^{\mathrm{tot}}$ stimmt gut mit $A_{\|}$ überein.

Die Asymmetrie $A_{\|}^{\mathrm{cs}}$ wurde aus dem Elektronensemble analog der Asymmetrie $A_{\|}^{\mathrm{tot}}$ der DIS-Kandidaten bestimmt. Die inklusiven Hadronasymmetrien [3] $A_{\|}^{\mathrm{h}^{+}}$ und $A_{\|}^{\mathrm{h}^{-}}$ wurden

[3]Die inklusiven Hadronasymmetrien sind nicht zu verwechseln mit den semi-inklusiven Hadronasymmetrien, bei denen stets die Koinzidenz mit dem DIS-Positron gefordert wird, und die Hadronen anderen

in einer separaten Analyse des polarisierten Datensatzes nach den in Abschn. 4.2 beschriebenen Datenqualitätsschnitten bestimmt. Es wurden aus den Ereignissen zuerst die Hadronen durch die Forderung $pid < -1$ ausgewählt. Aus deren Impulsen und Streuwinkeln wurden die kinematischen Variablen x, y und Q^2 berechnet, als handelte es sich um DIS-Positronen. Diese Größen haben für Hadronen zwar keinen physikalischen Sinn, aber gerade sie werden den fälschlich als Positronen (Elektronen) identifizierten Hadronen zugewiesen. Die Hadronen wurden den gleichen Selektionschnitten unterworfen, die der Auswahl der DIS-Kandidaten dienten. Die inklusiven Hadronasymmetrien $A_{||}^{\mathrm{h}^+}$ und $A_{||}^{\mathrm{h}^-}$ wurden aus den verbliebenen Ensemble positiv bzw. negativ geladener Hadronen analog der Asymmetrie $A_{||}^{\mathrm{tot}}$ der DIS-Kandidaten bestimmt. Es wurde angenommen, daß die inklusiven Hadronasymmetrien für Hadronen mit $pid < -1$ die gleichen sind wie die für Hadronen mit $pid > 1$. Diese Annahme ist gerechtfertigt, da bei fester Kinematik (gegebenes kinematisches Bin) der Teilchenfluß Φ fixiert ist, und somit der pid-Wert gemäß Gl. (4.13) nur von dem konditionellen Parameter pid' abhängt. Dieser ergibt sich als reine PID-Detektoren-Größe zufällig gemäß den Spektralverteilungen, die unabhängig von den physikalischen Produktionsmechanismen von Positronen (Elektronen) und Hadronen sind.

Die Abbildung 5.3 zeigt die Untergrundasymmetrien. Als Vergleich wurde die $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$-Parametrisierung gemäß Tab. 5.1 eingetragen. Alle Untergrundasymmetrien sind im Durchschnitt leicht positiv. Ursache sind die semi-inklusiven Asymmetrien, die wegen der u-Quark-Dominanz des Protons positiv sind [HERM:99, SMC:98a]. Die inklusiven Selektionskriterien zur Bestimmung der Untergrundasymmetrien verdünnen die semi-inklusiven Asymmetrien stark, da weder zugehörige DIS-Kandidaten noch Selektionsschnitte an die Kinematik der Hadronen gefordert werden. Die leicht positive Asymmetrie des Elektronensembles $A_{||}^{\mathrm{cs}}$ kann beispielsweise durch Zerfälle von elektrisch neutralen Pionen erklärt werden, die in der Stromfragmentation von u-Quarks in der tiefinelastischen Positron-Proton-Streuung erzeugt werden.

Die Nominalwerte des hadronischen Untergrundes der DIS-Kandidaten sind vernachlässigbar klein ($h^+ < 0.1$ %, $r_\epsilon \cdot c_{\mathrm{cs}} \cdot h^- < 0.03$ % für $pid > 1$) sowie auch ihr Produkt mit den inklusiven Hadronasymmetrien. Außerdem sind h^+ und $r_\epsilon \cdot c_{\mathrm{cs}} \cdot h^-$ dominiert durch die systematische Unsicherheit ($h^+_{\mathrm{sys}} < 0.4$ %, $r_\epsilon \cdot c_{\mathrm{cs}} \cdot h^-_{\mathrm{sys}} < 0.1$ %, s. Abb. 4.7). Motiviert durch diese Überlegungen, wurde auf eine Korrektur des hadronischen Untergrundes für Zentralwerte der inklusiven Asymmetrie $A_{||}$ verzichtet. Der hadronische Untergrund wurde im systematischen Fehler der inklusiven Asymmetrie $A_{||}$ bzw. des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ erfaßt (s. Abschn. 6.2.1).

Die Korrektur des ladungssymmetrischen Untergrundes wurde mit zwei verschiedenen Methoden durchgeführt. Die erste Methode korrigiert die Asymmetrie nach Gl. (5.18). Die zweite Methode zieht die mit dem Identifizierungseffizienz-Verhältnis r_ϵ korrigierte Anzahl der Elektronen von der Anzahl der DIS-Kandidaten direkt für jeden Spinzustand ab, womit eine Asymmetrie des ladungssymmetrischen Untergrundes mit berücksichtigt wird. Beide Methoden sind äquivalent und lieferten die gleichen Ergebnisse. Aus technischen Gründen wurde die spinzustandsabhängige Subtraktion gewählt. Die Zahlen-

kinematischen Schnitten unterworfen werden, um sie der Strom- oder Targetfragmentation zuordnen zu können.

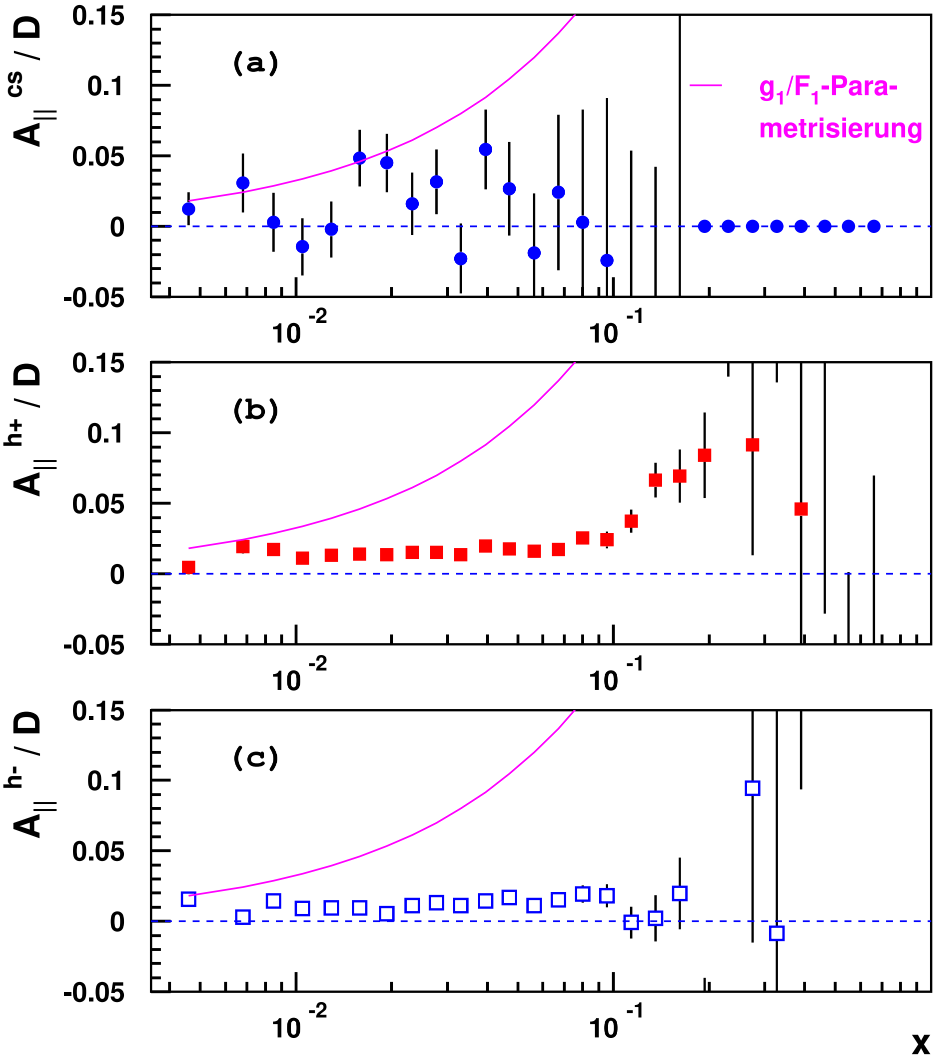


Abbildung 5.3.: Inklusive Asymmetrien für a) den ladungssymmetrischen Untergrund $A_{\|}^{\mathrm{cs}}/D$, b) den Untergrund positiv geladener Hadronen $A_{\|}^{\mathrm{h}^+}/D$ und c) den Untergrund negativ geladener Hadronen $A_{\|}^{\mathrm{h}^-}/D$ (gemittelt über y). Die durchgezogene Linie stellt die $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$-Parametrisierung nach Tab. 5.1 dar.

werte des ladungssymmetrischen Untergrundes sind in Tab. G.2 zusammengefaßt. Die Korrektur des ladungssymmetrischen Untergrundes wurde im statistischen Fehler von $A_{\|}$ berücksichtigt. Aus der Fehlerfortpflanzung ergibt sich folgender Zusammenhang für die beiden Korrekturmethoden:

$$\sigma(A_{\|}) \approx \frac{\sqrt{\sigma^2(A_{\|}^{\mathrm{tot}}) + r_\epsilon^2\, c_{\mathrm{cs}}^2\, \sigma^2(A_{\|}^{\mathrm{cs}})}}{1 - r_\epsilon\, c_{\mathrm{cs}}} \approx \sigma(A_{\|}^{\mathrm{tot}})(1 + \frac{3}{2} r_\epsilon\, c_{\mathrm{cs}}) \ . \tag{5.19}$$

5.2.4. Ergebnis für die gemessene Asymmetrie

Die Ergebnisse für die gemessene, cs-korrigierte, inklusive Asymmetrie $A_{\parallel}$ (ohne Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur) sind in Tabelle G.6 zusammengefaßt und in Abbildung 5.4 a) für alle 49 Bins in Abhängigkeit von den x-Binzentren x_c dargestellt. In Abbildung 5.4 b) ist vergleichend das Verhältnis $A_{\parallel}/D$ gezeigt. Der Depolarisationsfaktor D wurde an den Binschwerpunkten unter Verwendung der R-Parametrisierung laut Abschn. 3.5 (s. Tab. G.5) berechnet. Die Binschwerpunkte y_c und Q_c^2 sind in Abb. 5.4 c) bzw. d) in Abhängigkeit von x_c dargestellt.

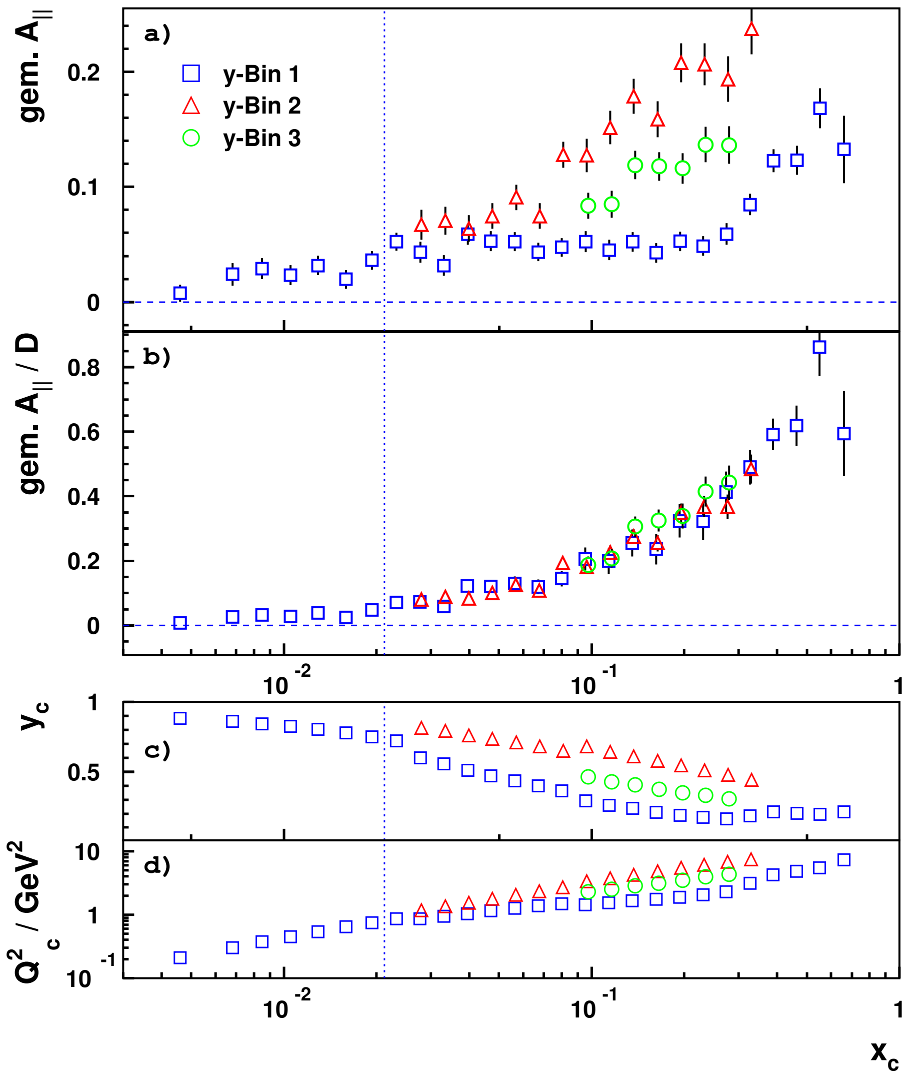


Abbildung 5.4.: Gemessene inklusive Asymmetrie a) $A_{\parallel}$ und b) $A_{\parallel}/D$ des polarisierten Datensatzes 1997 (nur statistische Fehler) in Abhängigkeit von Binschwerpunkte x_c. Das untere Teilbild zeigt die zugehörigen Binschwerpunkte c) y_c und d) Q_c^2. Der erweiterte kinematische Bereich wurde durch die senkrechte Linie vom Standardbereich getrennt. Die verschiedenen y-Bins sind durch unterschiedliche Symbole hervorgehoben.

Abbildung 5.4 a) zeigt die starke y- bzw. Q^2-Abhängigkeit von $A_{||}$, die im wesentlichen der y-Abhängigkeit des Depolarisationsfaktors D folgt (s. Abschn. 2.1.3). Im Rahmen der statistischen Genauigkeit konnte im Intervall $0.025 < x < 0.36$ keine y- bzw. Q^2-Abhängigkeit von $A_{||}/D$ festgestellt werden (s. Abb. 5.4 b)), obwohl die Q^2-Werte bei gegebenen x um bis zu 3 GeV^2 differieren (s. Abb. 5.4 d)). Dies gilt auch für A_1^{p} und $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ wegen der Proportionalität zu $A_{||}/D$ (s. Abschn. 2.1.3). Die nachfolgend beschriebene Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur änderte daran nichts. Die im Rahmen der Statistik gemessene Q^2-Unabhängigkeit von $A_{||}/D$ bzw. $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ befindet sich Übereinstimmung mit den Messungen anderer Experimente [SMC:97, E143:98, E155:00]. Dies gestattet eine physikalisch sinnvolle Mittelung der $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$-Werte über die y-Bins eines x-Bins.

5.3. Extraktion der Bornschen Asymmetrie

Die gemessene Asymmetrie stellt eine binintegrierte Größe dar und wird in diesem Abschnitt mit $A_{||}^{\square}$ bezeichnet. Um die Bornsche Asymmetrie $A_{||}^{\mathrm{c}}$ der Binschwerpunkte $x_{\mathrm{c}}, y_{\mathrm{c}}$, die zur Berechnung von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ benötigt wird, zu erhalten, müssen Strahlungskorrekturen und Akzeptanzeffekte aus der gemessenen Asymmetrie entfaltet werden. Dafür ist ein Modellierung der Asymmetrie notwendig.

5.3.1. Formalismus zur Bestimmung der Bornschen Asymmetrie

Für die Extraktion der Bornschen Asymmetrie aus den Meßwerten wurden zwei alternative Methoden betrachtet:

$$\left(\frac{A_{||}^{\mathrm{c}}}{A_{||}^{\square}}\right)_{\mathrm{exp}} = \left(\frac{A_{||}^{\mathrm{c}}}{A_{||}^{\square}}\right)_{\mathrm{th}}, \qquad A_{||\,\mathrm{exp}}^{\square} \neq 0\,, \quad A_{||\,\mathrm{th}}^{\square} \neq 0\,, \tag{5.20}$$

$$\left(A_{||}^{\mathrm{c}} - A_{||}^{\square}\right)_{\mathrm{exp}} = \left(A_{||}^{\mathrm{c}} - A_{||}^{\square}\right)_{\mathrm{th}}\ . \tag{5.21}$$

Der Index "exp" bezeichnet die experimentellen Ergebnisse und der Index "th" die modellierte Asymmetrie. Der multiplikative Ansatz (5.20) und der additive Ansatz (5.21) sind mathematisch äquivalent, falls $A_{||\,\mathrm{th}}^{\square} = A_{||\,\mathrm{exp}}^{\square}$ ist. Für die Berechnung der theoretischen binintegrierten Asymmetrie $A_{||\,\mathrm{th}}^{\square}$ wurden sowohl QED-Strahlungskorrekturen zum Bornschen Streuquerschnitt als auch Detektoreffekte durch Verwendung einer Monte-Carlo-Simulation berücksichtigt, worauf im folgenden Abschnitt 5.3.2 eingegangen wird. Eine totale Korrektur kann direkt aus dem Vergleich der binintegrierten Asymmetrie $A_{||\,\mathrm{th}}^{\square}$ der rekonstruierten Monte-Carlo-Daten und der vorgegebenen theoretischen Bornschen Asymmetrie $A_{||\mathrm{th}}^{\mathrm{c}}$ bestimmt werden:

$$\begin{aligned} A_{||\mathrm{exp}}^{\mathrm{c}} &= \left(A_{||}^{\mathrm{c}}/A_{||}^{\square}\right)_{\mathrm{th}} A_{||\,\mathrm{exp}}^{\square} = c_{\mathrm{tot}} A_{||\,\mathrm{exp}}^{\square} \\ &= \left(A_{||}^{\mathrm{c}} - A_{||}^{\square}\right)_{\mathrm{th}} + A_{||\,\mathrm{exp}}^{\square} = \delta_{\mathrm{tot}} + A_{||\,\mathrm{exp}}^{\square}\ . \end{aligned} \tag{5.22}$$

Die kombinierte Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur des multiplikativen Ansatzes (5.20) wird mit $c_{\rm tot}$ und diejenige des additiven Ansatzes (5.21) mit $\delta_{\rm tot}$ bezeichnet. Die totale Korrektur ist im Rahmen der Modellierung der Strahlungsbeiträge zum Bornschen Streuquerschnitt und des Detektors exakt. Sie sagt aber nichts über Einzelbeiträge zur Gesamtkorrektur aus. Um diese zu erläutern, wird $A_{\|\,\rm th}^{\Box}$ im Rahmen der multiplikative Methode näher betrachtet. Dafür wird angenommen, daß die binintegrierte Asymmetrie nach Gl. (E.7) und in der faktorisierten Form

$$\begin{aligned} A_{\|\,\rm th}^{\Box} &= \frac{\int\limits_{\Box} (1+\delta_{\rm rc}^{p})\sigma_{\rm Born}^{p}\mathcal{A}^{p}\;\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}{\int\limits_{\Box} (1+\delta_{\rm rc}^{0})\sigma_{\rm Born}^{0}\mathcal{A}^{0}\;\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y} \\ &\approx \frac{(1+\Delta_{\rm rc}^{p})}{(1+\Delta_{\rm rc}^{0})}\cdot\frac{\sigma_{\rm Born,\mathcal{A}}^{\Box,p}}{\sigma_{\rm Born,\mathcal{A}}^{\Box,0}} \end{aligned} \tag{5.23}$$

geschrieben werden kann. Integriert wird über das kinematische x,y-Bin $\Box$. Die Näherung des Binintegrals (5.23) durch die faktorisierten binintegrierten Größen, die nachstehend erläutert werden, basiert auf der Annahme kleiner Bingrößen und der Anwendung des Mittelwertsatzes der Integralrechnung. Die Größe $\sigma_{\rm Born}^{p}$ bezeichnet die halbe Streuquerschnittsdifferenz des polarisierten Bornschen Streuquerschnittes nach Gl. (2.16) und $\sigma_{\rm Born}^{0}$ den unpolarisierten Bornschen Streuquerschnitt nach Gl. (2.13). Die Größen $1+\delta_{\rm rc}^{p}$ bzw. $1+\delta_{\rm rc}^{0}$ sind die radiativen Korrekturen zu $\sigma_{\rm Born}^{p}$ bzw. $\sigma_{\rm Born}^{0}$ an der Stelle x und y. Die Akzeptanzen $\mathcal{A}^{p}$ und $\mathcal{A}^{0}$ hängen von allen phasenraumeingrenzenden Schnitten (Detektorgeometrie, Rekonstruktion, Selektion und Generation) ab und beschreiben die Verschiebung der kinematischen Variablen der rekonstruierten Teilchen aufgrund der Wechselwirkung mit dem Detektormaterial und der Rekonstruktionsgenauigkeit. Für eine detailliertere Darstellung der Akzeptanz wird auf Anhang E verwiesen.

Die binintegrierten Strahlungskorrekturen $(1+\Delta_{\rm rc}^{p(0)})$, die binintegrierten akzeptanzverschobenen Bornschen Streuquerschnitte $\sigma_{\rm Born,\mathcal{A}}^{\Box,p(0)}$ und die binintegrierten Bornschen Streuquerschnitte $\sigma_{\rm Born}^{\Box,p(0)}$ sind definiert durch:

$$1+\Delta_{\rm rc}^{\rm p(0)} \stackrel{\rm def}{=} \frac{\int_{\Box}(1+\delta^{\rm p(0)})\sigma_{\rm Born}^{\rm p(0)}\;\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}{\int_{\Box}\sigma_{\rm Born}^{\rm p(0)}\;\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}\;, \tag{5.24}$$

$$\sigma_{\rm Born,\mathcal{A}}^{\Box,\rm p(0)} \stackrel{\rm def}{=} \int\limits_{\Box}\mathcal{A}^{\rm p(0)}\sigma_{\rm Born}^{\rm p(0)}\;\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\;, \tag{5.25}$$

$$\sigma_{\rm Born}^{\Box,\rm p(0)} \stackrel{\rm def}{=} \int\limits_{\Box}\sigma^{\rm p(0)}\;\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\;. \tag{5.26}$$

Durch Erweitern der Gl. (5.23) mit den binintegrierten Bornschen Streuquerschnitten $\sigma_{\rm Born}^{\Box,p(0)}$ und den doppelt differentiellen Bornschen Streuquerschnitten $\sigma_{\rm Born}^{c,p(0)}$ an den Binschwerpunktes $x_\mathrm{c}, Q^2_\mathrm{c}$ ergibt sich:

$$
\begin{aligned}
A^{\Box}_{\parallel\,\mathrm{th}} &\approx \frac{(1+\Delta^{\mathrm{p}}_{\mathrm{rc}})}{(1+\Delta^{0}_{\mathrm{rc}})} \cdot \frac{\dfrac{\sigma^{\Box,\mathrm{p}}_{\mathrm{Born},\mathcal{A}}}{\sigma^{\Box,\mathrm{p}}_{\mathrm{Born}}}}{\dfrac{\sigma^{\Box,0}_{\mathrm{Born},\mathcal{A}}}{\sigma^{\Box,0}_{\mathrm{Born}}}} \cdot \frac{\dfrac{\sigma^{\Box,\mathrm{p}}_{\mathrm{Born}}}{\sigma^{\mathrm{c,p}}_{\mathrm{Born}}}}{\dfrac{\sigma^{\Box,0}_{\mathrm{Born}}}{\sigma^{\mathrm{c},0}_{\mathrm{Born}}}} \cdot \frac{\sigma^{\mathrm{c,p}}_{\mathrm{Born}}}{\sigma^{\mathrm{c},0}_{\mathrm{Born}}} \\
&= \frac{(1+\Delta^{\mathrm{p}}_{\mathrm{rc}})}{(1+\Delta^{0}_{\mathrm{rc}})} \cdot \frac{A^{\Box}_{\parallel\,\mathrm{Born},\mathcal{A}}}{A^{\Box}_{\parallel\,\mathrm{Born}}} \cdot \frac{A^{\Box}_{\parallel\,\mathrm{Born}}}{A^{\mathrm{c}}_{\parallel\mathrm{Born}}} \cdot A^{\mathrm{c}}_{\parallel\mathrm{Born}} \\
&\stackrel{\mathrm{def}}{=} \frac{1}{c_{\mathrm{rc}}} \cdot \frac{1}{c_{\mathcal{A}}} \cdot \frac{1}{c_{\mathrm{bc}}} \cdot A^{\mathrm{c}}_{\parallel\mathrm{Born}} \,.
\end{aligned}
\tag{5.27}
$$

Es bezeichnen $A^{\Box}_{\parallel\,\mathrm{Born},\mathcal{A}}$ die binintegrierte akzeptanzverschobene Bornsche Asymmetrie, $A^{\Box}_{\parallel\,\mathrm{Born}}$ die binintegrierte Bornsche Asymmetrie und $A^{\mathrm{c}}_{\parallel\mathrm{Born}}$ ($\equiv A^{\mathrm{c}}_{\parallel\mathrm{th}}$) die Bornsche Asymmetrie an den Binschwerpunkten. Aus Gl. (5.27) geht hervor, daß nur die Unterschiede zwischen den Korrekturen zum polarisierten und zum unpolarisierten differentiellen Bornschen Streuquerschnitt $\sigma^{\mathrm{c,p}}_{\mathrm{Born}}$ bzw. $\sigma^{\mathrm{c},0}_{\mathrm{Born}}$ relevant sind, die im allgemeinen kleiner sind als die Korrekturen zu den Streuquerschnitten selbst. Diese Eigenschaft stellt eine der wesentlichen Vorzüge der Asymmetrie-Analyse dar, wie bereits in Abschn. 2.1.3 angedeutet wurde.

Der Faktor c_{rc} stellt die binintegrierte Strahlungskorrektur der binintegrierten Bornschen Asymmetrie dar. Die Akzeptanzkorrektur $c_{\mathcal{A}}$ beschreibt die Änderung der binintegrierten Bornschen Asymmetrie aufgrund der angewendeten Schnitte und des Teilchenflusses über die Bingrenzen durch die veränderte rekonstruierte Kinematik. Die Binzentrumskorrektur c_{bc} drückt den Unterschied zwischen der Bornschen Asymmetrie am Binschwerpunkt und der binintegrierten Bornschen Asymmetrie aus, der durch Nichtlinearität des Streuquerschnittes und der Binform erzeugt wird. Durch Vergleich von Gl. (5.27) mit Gl. (5.22) erhält man die Einzelbeiträge der Gesamtkorrektur c_{tot} der gemessenen Asymmetrie $A^{\Box}_{\parallel\,\mathrm{exp}}$:

$$
c_{\mathrm{tot}} \approx c_{\mathrm{rc}}\, c_{\mathcal{A}}\, c_{\mathrm{bc}} \,. \tag{5.28}
$$

Aufgrund der Streuquerschnittsabhängigkeit der Akzeptanz $\mathcal{A}$ kann $c_{\mathcal{A}}$ ebenfalls Abhängigkeiten von Strahlungsbeiträgen aufweisen, wenn diese groß werden, wie z.B. im erweiterten kinematischen Bereich (s. Anh. E). Dieser Effekt spielt für die kombinierte Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur c_{tot} nach Gl. (5.22) keine Rolle und wird daher nicht weiter betrachtet. Die Faktorisierung (5.28) von c_{tot} in die Einzelkomponenten ist nur eine Näherung, die der Veranschaulichung dient.

5.3.2. Iterative Bestimmung der Bornschen Asymmetrie

Die Berücksichtigung der Strahlungsbeiträge zum Streuquerschnitt mittels Umwichtung durch die RC-Tabelle gestattete erstmals bei HERMES die Ermittlung der genaueren

Gesamtkorrektur c_{tot} für alle kinematischen Bins. Aufgrund der guten Übereinstimmung von Daten und Monte-Carlo-Simulation im Konturenvergleich (s. Abschn. 4.6) wurden die in Abschn. 3.5 angegebenen Parametrisierungen der unpolarisierten Strukturfunktionen F_2^{p} und R und der Absorptionsasymmetrie A_2^{p} im gesamten Verfahren der Extraktion der Bornschen Asymmetrie *fixiert*. Dies betrifft sowohl die Monte-Carlo-Iteration einschließlich der Erstellung der RC-Tabelle, als auch Berechnung von $g_1^{\text{p}}/F_1^{\text{p}}$ (R-Parametrisierung im Depolarisationsfaktor D, s. Gl. (2.34)). Die erhaltenen Korrekturen gelten daher nur für die hier verwendeten Parametrisierungen der Protonstruktur. Das Iterationsverfahren ist in Abb. 5.5 schematisch dargestellt.

Die Grundlage der Iteration bildete die Variation der Parametrisierung des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\text{p}}/F_1^{\text{p}}$, was durch die im Abschn. 5.3.1 dargelegte Tatsache, daß nur die Unterschiede der Korrekturen von polarisierten und unpolarisierten Streuquerschnitt wichtig sind, motiviert wurde. Es wurden ausschließlich die Daten dieser Analyse verwendet. In der nullten Iteration $i = 0$ (Generationsniveau) diente die willkürliche Anfangsparametrisierung von $g_1^{\text{p}}/F_1^{\text{p}}$ nach Tab. 3.2 in der Streuquerschnittsbeschreibung der Bestimmung der Bornschen Asymmetrie $A_{||\ \text{exp}}^{\text{c},0}$ der nullten Iteration. In höheren Iterationen $i = 1, 2\cdots$ wurde die empirische Parametrisierungsform nach [E143:98]

$$\frac{g_1^{\text{p}}}{F_1^{\text{p}}}(x, Q^2) = ax^{\alpha}(1 + b_1 x + b_2 x^2)(1 + cf(Q^2)), \quad f(Q^2) = \frac{1}{Q^2} \tag{5.29}$$

unter Berücksichtigung einer eventuellen Q^2-Abhängigkeit von $g_1^{\text{p}}/F_1^{\text{p}}$ für das nachstehend beschriebene Iterationsverfahren verwendet.

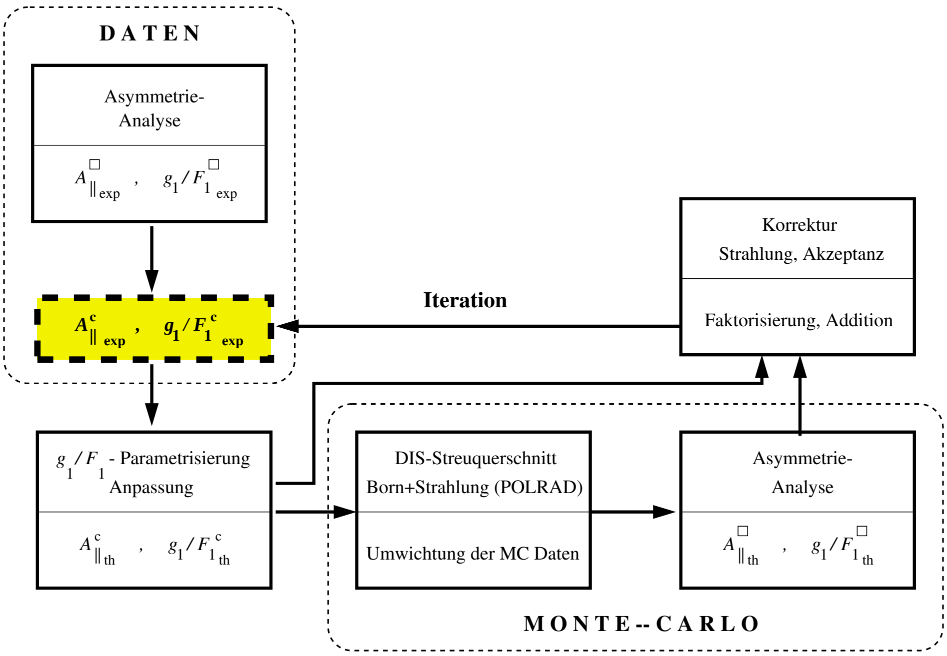


Abbildung 5.5.: Schematische Darstellung der iterativen Bestimmung der gemessenen inklusiven Bornschen Asymmetrie.

In jeder Iterationsstufe $i = 0, 1, 2\cdots$ wurde der spinabhängige Streuquerschnitt $\sigma_i^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}$ einschließlich der Strahlungsbeiträge mit der aktuellen $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$-Parametrisierung $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}\ \mathrm{fit},i}$ bestimmt. Die Berechnung der RC-Tabelle der Iteration i erfolgte durch POLRAD unter Verwendung der aktuellen Parametrisierung $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}\ \mathrm{fit},i}$ [Stöß:00]. Die generierten Ereignisse wurden mit

$$w_i(x, Q^2) = w_0(x, Q^2)\frac{\sigma_i^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}(x, Q^2)}{\sigma_0^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}(x, Q^2)}\,, \qquad i = 0, 1, 2, \cdots \tag{5.30}$$

umgewichtet, wobei w_0 das Generationsniveau charakterisiert.

Die theoretische Bornsche Asymmetrie $A_{\parallel\,\mathrm{th}}^{\mathrm{c},i}$ am Binschwerpunkt x_{c},y_{c} war durch die aktuelle Parametrisierung $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}\ \mathrm{fit},i}$ und die A_2^{p}-Parametrisierung gegeben:

$$A_{\parallel\,\mathrm{th}}^{\mathrm{c,i}} = D\left[(1+\gamma^2)\frac{g_1^{\mathrm{p}}}{F_1^{\mathrm{p}}}^{\mathrm{fit},i} - (\gamma - \eta)A_2\right]\,. \tag{5.31}$$

Die binintegrierte theoretische Asymmetrie $A_{\parallel\,\mathrm{th}}^{\square,i}$ wurde aus den im betrachteten kinematischen Bin $\square$ rekonstruierten, selektierten Monte-Carlo-Ereignissen $N_{\mathrm{MC,rec,sel}}^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}$ des antiparallelen bzw. parallelen Spinzustandes analog den experimentellen Daten nach Gl. (5.13) bestimmt:

$$A_{\parallel\,\mathrm{th}}^{\square} = \frac{\dfrac{N_{\mathrm{MC,rec,sel}}^{\rightleftarrows}}{L_{\mathrm{MC}}^{\rightleftarrows}} - \dfrac{N_{\mathrm{MC,rec,sel}}^{\rightrightarrows}}{L_{\mathrm{MC}}^{\rightrightarrows}}}{\dfrac{N_{\mathrm{MC,rec,sel}}^{\rightleftarrows}}{L_{\mathrm{MC}}^{\rightleftarrows}} + \dfrac{N_{\mathrm{MC,rec,sel}}^{\rightrightarrows}}{L_{\mathrm{MC}}^{\rightrightarrows}}}\,. \tag{5.32}$$

Die Größen $L_{\mathrm{MC}}^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}$ stellen die generierten Luminositäten des antiparallelen bzw. parallelen Spinzustandes dar (Polarisation im Monte-Carlo ist $P = 1$). Es wurden das gleiche Rekonstruktionsschema (s. Abschn. 4.1), die gleichen Selektionskriterien (s. Abschn. 4.5), und die gleiche Phasenraumaufteilung (s. Abschn. 5.1) wie für die experimentellen Daten verwendet. Es genügte die Annahme, daß eventuelle Spinabhängigkeiten in den Effizienzen von Monte-Carlo (z.B. Rekonstruktionseffizienz) und Daten (abseits der in der Luminosität berücksichtigten Trigger-Lebenszeit) gleich waren.

Anschließend wurde aus der theoretischen Asymmetrie am Binzentrum $A_{\parallel\,\mathrm{th}}^{\mathrm{c},i}$ und der theoretischen binintegrierten Asymmetrie $A_{\parallel\,\mathrm{th}}^{\square,i}$ die kombinierte Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur der Iteration i bestimmt. Dies geschah sowohl mittels des multiplikativen Ansatzes (5.20) zur Bestimmung von c_{tot}^i als auch mit dem additiven Ansatz (5.21) zur Berechnung von δ_{tot}^i. Die experimentelle binintegrierte Asymmetrie $A_{\parallel\,\mathrm{exp}}^{\square}$ wurde mit c_{tot}^i bzw. δ_{tot}^i korrigiert. Aus der erhaltenen experimentellen Bornschen Asymmetrie $A_{\parallel\,\mathrm{exp}}^{\mathrm{c},i+1}$

$g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}\ \mathrm{fit}} = ax^{\alpha}(1+b_1x+b_2x^2)(1+c/Q^2)$					
a	α	b_1	b_2	c	χ^2/ndf
1.07 ± 0.21	0.752 ± 0.061	0.26 ± 0.70	-0.85 ± 0.92	-0.0315 ± 0.087	0.93

Tabelle 5.1.: Ergebnisse der Anpassung der $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$-Parametrisierung der multiplikativen Korrektur mit statistischem Fehler.

am Binzentrum der nächsten Iterationsstufe $i+1$, wurden nach Gl. (2.34) die experimentellen Werte des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_{1\ \mathrm{exp}}^{\mathrm{p}\ \mathrm{c},i+1}$ bestimmt. Die Parameter der Parametrisierung $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}\ \mathrm{fit},i+1}$ der Iterationstufe $i+1$ wurden an diese Werte mit dem CERN-Programmpaket MINUIT [CERN:93] angepaßt. Der Iterationsprozeß wurde abgebrochen, wenn sich die Korrekturen im Rahmen der statistischen Genauigkeit nicht mehr änderten, was bereits nach der ersten Iteration der Fall war.

Für die Zentralwerte der kombinierten Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur wurde in dieser Arbeit das multiplikative Verfahren (5.20) verwendet. Die additive Methode (5.21) wurde im Rahmen der Bestimmung der systematischen Unsicherheiten betrachtet (s. Abschn. 6.6.1). In Tabelle 5.1 ist das Iterationsergebnis für die Anpassung der Parametrisierung des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ angegeben, die im Kap. 7 näher diskutiert wird. Abbildung 5.6 zeigt die über y gemittelte kombinierte Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur c_{tot} sowie deren Bestandteile Strahlungskorrektur c_{rc} und Akzeptanzkorrektur c_{A} in Abhängigkeit von Bjorken-x. Die ungemittelten Werte für die Ge-

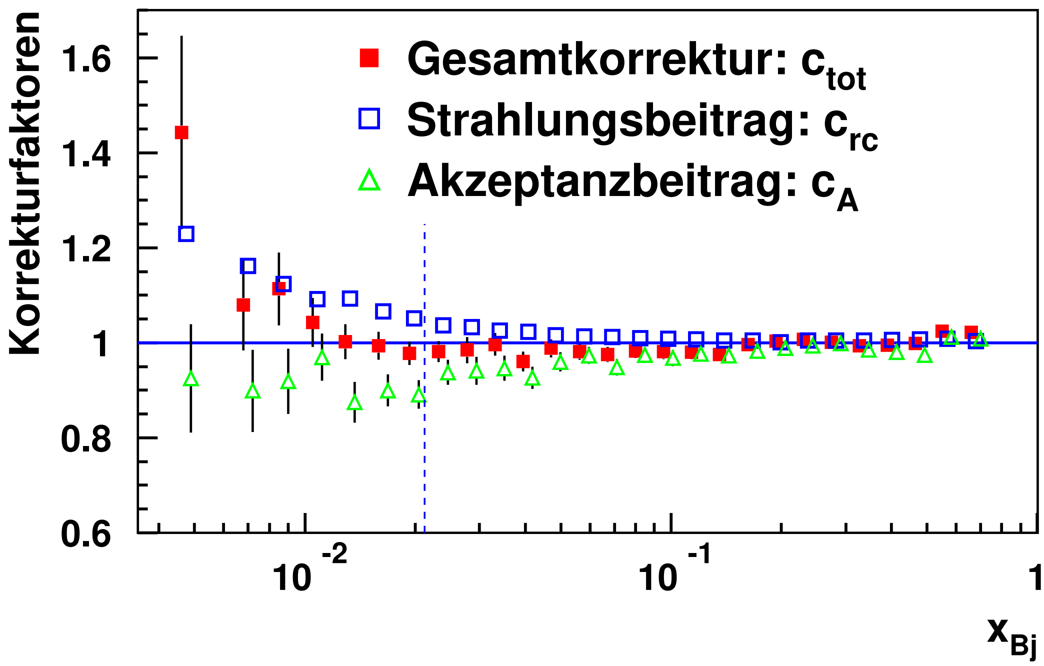


Abbildung 5.6.: Kombinierte Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur c_{tot} zur Extraktion von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ auf Born-Niveau. Zusätzlich sind die beiden Hauptanteile, Strahlungskorrektur c_{rc} und Akzeptanzkorrektur c_A eingetragen (nur statistische Fehler). Die senkrechte Linie markiert den erweiterten kinematischen Bereich $x < 0.0212$.

samtkorrektur c_{tot} sind in Tabelle G.2 angegeben. Die Gesamtkorrektur liegt im kinematischen Standardbereich typischerweise im Bereich von 0 – 2 %, da sich Strahlungs- und Akzeptanzanteile gegenseitig ausgleichen.

Die Beträge der Strahlungs- und Akzeptanzkorrekturen in Abb. 5.6 steigen mit kleiner werdendem x bzw. steigendem mittleren y an. Im erweiterten kinematischen Bereich führt der Strahlungsbeitrag zum Anstieg der Gesamtkorrektur auf etwa 10 %. Im ersten Bin erreicht sie 44 %, aber bei kleinem $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$-Wert und großem statistischen Fehler. Wegen der deutlich größeren logarithmischen Binbreite und der ausgeprägten Dreiecksform (s. Abb. 5.2) gewinnt im ersten Bin die nicht eingezeichnete Binzentrumskorrektur an Bedeutung. Es wird noch einmal betont, daß nur die Gesamtkorrektur c_{tot} im Rahmen der Modellierung von Streuquerschnitt und Detektor uneingeschränkte Gültigkeit besitzt, während die Faktorisierung von c_{tot} in die einzelnen Anteile nur eine Näherung darstellt. Der Vergleich mit Abb. 4.10 demonstriert den in Abschn. 5.3.1 erwähnten Vorteil kleinerer Strahlungs- und Akzeptanzkorrekturen der Asymmetrie gegenüber denjenigen des Streuquerschnittes, die bis zu 100 % erreichen können.

Die Werte für die experimentelle inklusive Bornsche Asymmetrie $A_{\|}$ an den Binzentren x_{c} und Q_{c}^2, sowie der Absorptionsasymmetrie A_1^{p} sind in Tabelle G.6 angegeben. Die dort angeführten systematischen Unsicherheiten werden im folgenden Kapitel 6 diskutiert.

6. Systematische Studien

Die Ausdehnung des kinematischen Bereiches zu kleinen Werten von Bjorken-$x < 0.0212$ und $Q^2 < 1.2\ \mathrm{GeV}^2$ erforderte detaillierte systematischen Studien an experimentellen Größen, die die Bestimmung der inklusiven Asymmetrie beeinflussen können. Diese Untersuchungen bildeten einen wesentlichen Bestandteil dieser Analyse und trugen darüber hinaus maßgeblich zum Verständnis des HERMES-Detektors bei. Es wurden verschiedene Verfahren zur Ermittlung systematischer Unsicherheiten angewendet und teilweise weiterentwickelt, um die Präzision zu verbessern. Falls Ergebnisse der im folgenden dargelegten Untersuchungen zum systematischen Fehler des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ beitrugen, werden sie in diesem Kapitel relativ angegeben:

$$\Delta_{\mathrm{syst}} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \left| 1 - \frac{g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}(\mathrm{syst})}{g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}(\mathrm{std})} \right| \quad (\%). \tag{6.1}$$

Der Index "std" bezeichnet die Standardanalyse des polarisierten Datensatzes 1997 mit den in den Kapiteln 4 und 5 erläuterten Datenqualitätskriterien und kinematischen sowie Akzeptanzschnitten. Der Index "syst" wird durch die jeweilige Studie ersetzt, die im wesentlichen einer der drei folgenden Kategorien angehört:

Normierung: Dazu zählen Einflüsse der Polarisations- und Luminositätsmessung sowie die in diesem Zusammenhang untersuchte Wirkung der Veränderung der Datenqualitätskriterien (s. Abschn. 6.1). Studien zur Untergrundbestimmung sind geschlossen im Abschn. 6.2 dargestellt. Untersuchungen zu Einflüssen der Unsicherheiten der verwendeten Parametrisierungen der unpolarisierten Strukturfunktionen F_2^{p} und R sowie der Absorptionsasymmetrie A_2^{p} sind im Abschn. 6.6.2 dargelegt.

Konsistenz: Die Meßwerte der Asymmetrie $A_{\|}$ bzw. des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ sollten nicht zu Größen korreliert sein, die sich nicht auf die Kinematik auswirken, wie z.B. die z-Vertex-Position und der Strahlstrom. Untersuchungen zum Verhalten der Messung von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ in Abhängigkeit solcher Größen sind in Abschn. 6.4 vorgestellt.

Stabilität: In der Analyse wurden zahlreiche Schnitte zur Selektion der DIS-Kandidaten angewendet. Die Meßwerte des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ sollten in Umgebung der Schnitte nicht von diesen abhängen. Diesbezügliche Studien sind größtenteils in Abschn. 6.5 beschrieben.

Im Abschnitt 6.3 werden Ergebnisse einer Monte-Carlo-Simulation zur Bestimmung des Einflusses der systematischen Unsicherheiten der Streuwinkel auf die Asymmetrie und im Abschn. 6.6 die systematischen Fehlerquellen bei der Extraktion der Bornschen Asymmetrie vorgestellt. Das Kapitel endet mit der Zusammenfassung aller systematischen Fehlerbeiträge zu $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$.

Die folgenden Studien wurden teils an der Asymmetrie $A_\|$, teils an $A_\|/D$ oder an $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ durchgeführt. Wegen der Kleinheit des A_2-Terms in Gl. (2.34) und annähernder Konstanz des Depolarisationsfaktors D (vernachlässigbare Verschiebung der Binschwerpunkte x_c und Q_c^2) sind die relativen Abweichungen der untersuchten Größen häufig etwa gleich. Ausnahmen bilden z.B. Ergebnisse der Studien zum Schnitt auf den Streuwinkel (s. Abschn. 6.5.3) und zum Einfluß der Unsicherheiten der verwendeten Parametrisierungen (s. Abschn. 6.6.2).

6.1. Einflüsse der Normierung

6.1.1. Strahl- und Targetpolarisation

Der systematische Fehler der Strahl- und Targetpolarisation (s. Abschn. 3.1 u. 3.2) wirkt sich direkt auf die Normierung der Asymmetrie aus, denn bei Näherung von Gl. (5.13) durch die über beide Target-Spinzustände gemittelte Polarisation ergibt sich:

$$A_\| \approx \frac{1}{\langle P_\mathrm{T} P_\mathrm{B}\rangle} \frac{N^{\leftrightarrows} L^{\rightrightarrows} - N^{\rightrightarrows} L^{\leftrightarrows}}{N^{\leftrightarrows} L^{\rightrightarrows} + N^{\rightrightarrows} L^{\leftrightarrows}} \;, \quad \langle P_\mathrm{T} P_\mathrm{B}\rangle = \frac{\int \mathcal{L}(t) P_\mathrm{T}(t) P_\mathrm{B}(t)\,\mathrm{d}t}{\int \mathcal{L}(t)\,\mathrm{d}t} \;. \tag{6.2}$$

Die systematischen Unsicherheiten der Polarisationsmessungen bilden einen wesentlichen Anteil an der experimentellen systematischen Unsicherheit des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ von

$$\Delta_{P_\mathrm{T}} = 4.0\ \% \;, \quad \Delta_{P_\mathrm{B}} = 3.4\ \% \;. \tag{6.3}$$

6.1.2. Luminosität

Ein Einfluß von der mit der Trigger-Lebenszeit korrigierten Luminosität auf die inklusive Asymmetrie $A_\|$ kann aus nicht oder falsch erfaßten Spinabhängigkeiten in der Luminositäts- und/oder Trigger-Lebenszeit-Messung erwachsen. Um etwaige derartige Effekte zu quantifizieren, wurden zwei Normierungsstudien durchgeführt.

Wegen der Konstanz der Targetflächendichte wurde nach Gl. (3.9) alternativ der Strahlstrom I_B als Normierung der Asymmetrie gewählt, womit der Einfluß aller systematischen Unsicherheiten der Luminositätsmessung auf die inklusive Asymmetrie abgedeckt wurde. Die Beträge der relativen Abweichungen der so erhaltenen $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$-Werte von den Standardwerten werden mit Δ_lumi bezeichnet. In der Standardanalyse wurde die Luminosität mit der über alle Trigger gemittelten Trigger-Lebenszeit ϵ_Tr korrigiert. Es wurde eine weitere Asymmetrie-Messung durchgeführt, bei der nur die Lebenszeit des DIS-Triggers $\epsilon_{\mathrm{DIS-Tr}}$ zur Korrektur verwendet wurde. Der untere Trigger-Lebenszeit-Schnitt

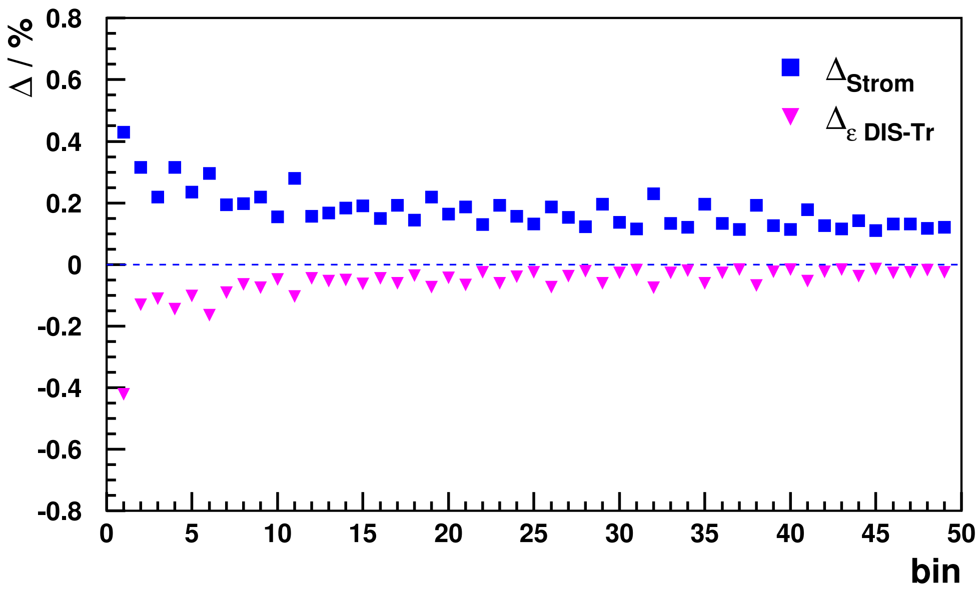


Abbildung 6.1.: Relative Abweichung zwischen den $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$-Standardwerten und den entsprechenden Werten bei Stromnormierung (Δ_lumi) bzw. bei Korrektur der Luminosität mit der Trigger-Lebenszeit des DIS-Triggers ($\Delta_{\epsilon_\mathrm{DIS-Tr}}$). Auf der x-Achse sind die Nummern der kinematischen x, y-Bins angegeben (s. Tab. G.2).

wurde stets für die gemittelte Trigger-Lebenszeit und die Lebenszeit des DIS-Triggers angewendet ($\epsilon_\mathrm{Tr} > 0.5$ und $\epsilon_\mathrm{DIS-Tr} > 0.5$), um den gleichen Datensatz zu gewährleisten. Die Beträge der relativen Abweichungen der $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$-Ergebnisse zur Standardanalyse werden mit $\Delta_{\epsilon_\mathrm{DIS-Tr}}$ bezeichnet. Die Ergebnisse beider Studien sind in Abbildung 6.1 gezeigt.

Die leichten kinematischen Abhängigkeiten von Δ_lumi und $\Delta_{\epsilon_\mathrm{DIS-Tr}}$ deuten auf eine kleine falsche Asymmetrie hin. Die Normierungsunsicherheit von $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ bezüglich der Luminositätsmessung von $\Delta_\mathrm{lumi} \approx 0.2$ % im kinematischen Standardbereich und $\Delta_\mathrm{lumi} \approx 0.4$ % im erweiterten kinematischen Bereich wurde im systematischen Fehler von $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ berücksichtigt, wie auch der Einfluß der Wahl der Trigger-Lebenszeitkorrektur, die nur bei kleinen Bjorken-x einen Beitrag von $\Delta_{\epsilon_\mathrm{DIS-Tr.}} \approx 0.2$ % zum systematischen Fehler von $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ lieferte.

6.1.3. Datenqualitätskriterien

Wie bereits im Abschn. 4.2 erwähnt wurde, bauten die Untersuchungen zur Datenqualität dieser Analyse auf Kriterien derjenigen auf, die zur Veröffentlichung [HERM:98] der Daten im kinematischen Standardbereich führten. Die wesentlichen Verbesserungen betrafen die Targetqualität (rhx-Modus, falsche Polarisation) und die Rekonstruktionseffizienzen der Standard-Rekonstruktionsmethode. Um den Einfluß dieser Veränderungen zu ermitteln, wurde ein Vergleich der mit beiden Datenqualitätskriterien extrahierten inklusiven Asymmetrien durchgeführt.

Da sich die Datensätze nach den Qualitätschnitten unterschieden, sind statistische Fluktuationen erlaubt. Seien zwei Messungen A und B derselben physikalischen Größe für zwei Datensätze $\mathcal{M}_A$ und $\mathcal{M}_B$ gegeben. Der eine Datensatz bilde eine Teilmenge des anderen. Die Differenzmenge seien groß genug für Bildung statistischer Fehler sofern $\mathcal{M}_A \neq \mathcal{M}_B$. Dann wird die *Sigmavarianz* definiert durch

$$\sigma_{\mathrm{V}}(A,B) = \frac{B-A}{\sqrt{|\sigma^2(B) - \sigma^2(A)|}}, \quad \sigma_{\mathrm{V}}(A,A) \stackrel{\mathrm{def}}{=} 0\,, \quad \sigma(\sigma_{\mathrm{V}}) = 1\,. \tag{6.4}$$

Die Sigmavarianz berücksichtigt den Unterschied der statistischen Fehler der beiden Messungen als Normierung, was dazu führt, daß der statistische Fehler $\sigma(\sigma_{\mathrm{V}})$ der Sigmavarianz auf 1 normiert ist. Nähere Erläuterungen zu Vergleichen von Messungen mit unterschiedlichen Datensätzen, die obige Bedingungen erfüllen, sind in Anhang A.2 gegeben. Eine Sigmavarianz mit $\sigma_{\mathrm{V}} > 1$ kennzeichnet Unterschiede außerhalb einer Standardabweichung bezüglich der Differenzstatistik. Um statistische Fluktuationen zu minimieren, werden Mittelwerte $\langle\sigma_{\mathrm{V}}\rangle$ von Sigmavarianz-Verteilungen der $N_{\mathrm{Bins}} = 49$ Meßwerte der inklusiven Asymmetrie $A_{\|}$ (oder des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$) betrachtet. Falls kein signifikanter systematischer Unterschied in den Messungen A und B beider Datensätze $\mathcal{M}_A$ und $\mathcal{M}_B$ besteht, sollte $\langle\sigma_{\mathrm{V}}\rangle$ im Rahmen des "inneren" Fehlers $\sigma(\langle\sigma_{\mathrm{V}}\rangle) = 1/\sqrt{N_{\mathrm{Bins}}} \approx 0.14$ (s. Gl. (6.16)) mit Null verträglich sein.

Mit B wird die inklusive Asymmetrie bezeichnet, die aus dem polarisierten Datensatz unter Verwendung der früheren Datenqualitätskriterien bestimmt wurde und mit A die inklusive Asymmetrie der Standardanalyse. Es ergab sich die Sigmavarianz-Verteilung in Abbildung 6.2 Die Streuung der Sigmavarianzen um Null belegt die Stabilität gegenüber den Änderungen der Datenqualität, die sich bereits auf hohem Niveau befand. Der Mittelwert der Sigmavarianz bei $\langle\sigma_{\mathrm{V}}\rangle \approx -0.08$ zeigt eine leichte, mittlere Erhöhung der Standardasymmetrie, die aber statistisch mit Null verträglich ist.

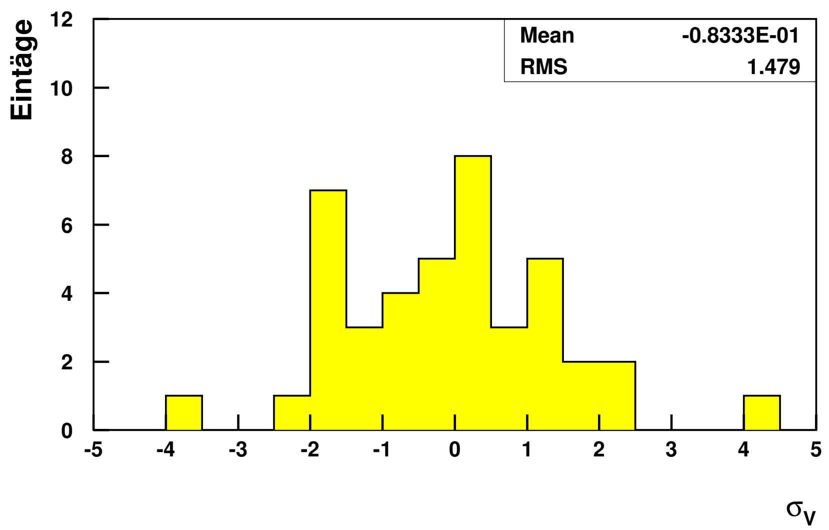


Abbildung 6.2.: Sigmavarianz-Verteilung $\sigma_{\mathrm{V}}(A,B)$ der inklusiven Asymmetrien $A_{\|}$ mit Datenqualitätskriterien der Standardanalyse (A) und früheren Kriterien (B).

6.2. Systematik der Untergrundbestimmung

Der pid-Schnitt $pid > 1$ zur Selektion des Positronensembles ergab eine sehr niedrige Hadronkontamination und eine hohe Identifizierungseffizienz mit Nominalwerten von $h < 0.1$ % und $\epsilon_{\mathrm{pid}} \geq 96$ % (s. Abb. 4.7) bei vernachlässigbarem statistischen Fehler. Da die Wahrscheinlichkeitsinterpretation des pid-Wertes jedoch nur für korrekte Spektralverteilungen der PID-Detektoren und Flüsse gültig ist, galt der Bestimmung der systematischen Unsicherheit der Teilchenidentifizierung sowie deren Auswirkung auf die Asymmetrie besondere Aufmerksamkeit.

Die Wahrscheinlichkeitsmethode und algebraische Flußbestimmung wurden in zwei unabhängigen Untersuchungen durch eine in [Wend:99] dargelegte Monte-Carlo-Simulation des HERMES-PID-Systems und durch eine im Rahmen der vorliegenden Analyse erstellten Simulation eines Systems aus zwei PID-Detektoren getestet. Die Ergebnisse sind zusammenfassend im Anh. C.2 dargelegt. Resultierend zeigten beide Studien, daß die Methoden an sich genaue Resultate liefern, wenn ein "perfektes" PID-System (z.B. vollständig bekannte Spektralverteilungen) und nicht zu große Flüsse (wie etwa $\log_{10}\Phi > 5$) vorliegen. Die Methoden selbst erzeugen keine signifikanten systematischen Fehler bei der Bestimmung von Kontamination und Identifizierungseffizienz. Diese können daher unter realen experimentellen Bedingungen nur durch ein "nicht-perfektes" PID-System erzeugt werden. Zum Beispiel wurden die Flüsse bei kleinen Impulsen mit einem stark reduzierten Datensatz bestimmt. Eine etwaige, gerichtete Verschiebung der Untergrundverhältnisse im Hauptdatensatz würde eine Verschiebung der Flüsse erzeugen. In den Datenqualitätskriterien nicht erfaßte, mögliche Veränderungen der PID-Detektoreigenschaften könnten sich zudem auf die Spektralfunktionen auswirken.

6.2.1. Hadronkontamination

Nach Definition (4.10) schneiden sich die inneren Hadronen- bzw. Positronenflanken der pid-Verteilung stets bei Null (s. Abb. 4.5), dem theoretischen Punkt 50 %iger Wahrscheinlichkeit. Bei systematischen Fehlern der Flüsse und/oder der Spektralfunktionen stimmt der pid-Wert nicht mehr mit dem tatsächlichen Wahrscheinlichkeitsverhalten überein. Die pid-Veränderung wird beschrieben durch:

$$pid = \log_{10}\left(\frac{P^{\mathrm{e}}(1+\Delta^{\mathrm{e}})}{P^{\mathrm{h}}(1+\Delta^{\mathrm{h}})}\right) . \tag{6.5}$$

Im allgemeinen hängen Δ^{e} und Δ^{h} von den Nachweiswahrscheinlichkeiten für Positronen P^{e} und Hadronen P^{h} ab. Wegen des steilen Abfalls der Einträge für Hadronen mit $pid > 0$ bzw. der Einträge für Positronen mit $pid < 0$ in den pid-Verteilungen (Flanken in Abb. 4.5) besteht eine große Sensitivität der Hadronkontamination und Identifizierungseffizienz nur beim Auftreten systematischer Fehler in den pid-Werten im Gebiet von etwa $|pid| \lesssim 1$ (Hadron- und Positronanzahl von derselben Größenordnung). Eine eventuelle

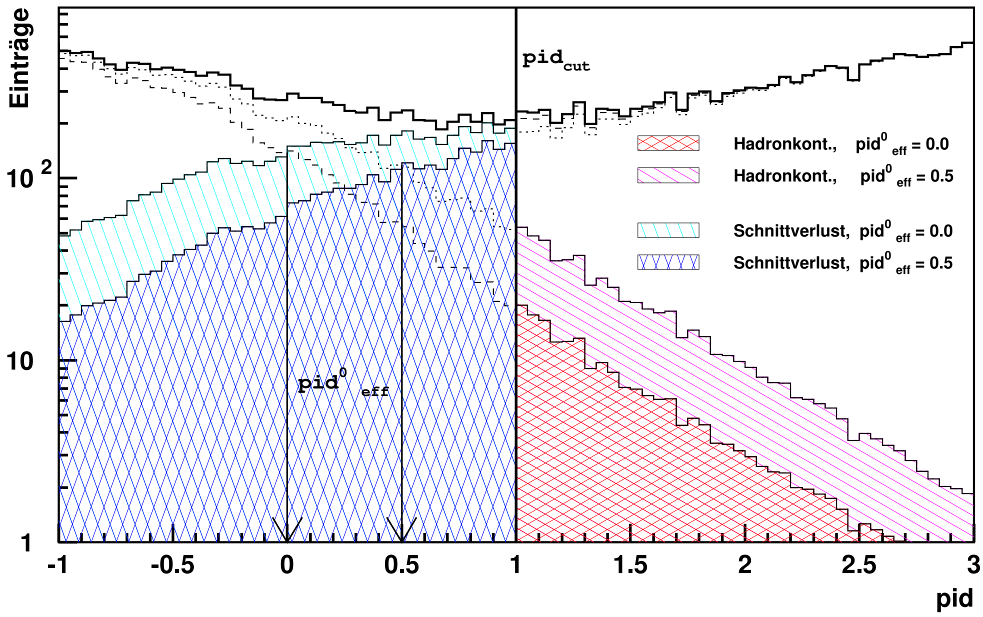


Abbildung 6.3.: pid-Verteilung für Bjorken-x $0.0175 \leq x \leq 0.0212$ mit vergleichender Darstellung der Wirkung des effektiven Punktes 50 %iger Wahrscheinlichkeit auf Hadron- und Positronflanken mit angenommener systematischer Unsicherheit in den pid-Werten ($pid^0_{\text{eff}} = 0.5$) und ohne ($pid^0_{\text{eff}} = 0.0$). Hadronkontamination und Identifizierungseffizienz erhöhen sich falls $pid^0_{\text{eff}} > 0$.

systematische Unsicherheit der pid-Werte wird daher durch einen mittleren Wert

$$pid^0_{\text{eff}} \approx -\log_{10}\left(\frac{1+\langle\Delta^{\text{e}}\rangle}{1+\langle\Delta^{\text{h}}\rangle}\right) = \text{const.}\ , \quad |pid| \leq 1 \tag{6.6}$$

genähert. Dies gestattet eine Interpretation eines systematischen Fehlers der pid-Werte im Sinne eines effektiven Punktes 50 %iger Wahrscheinlichkeit pid^0_{eff}, um den sich der Schnittpunkt der inneren Positron- und Hadronflanken der pid-Verteilung verschiebt. Die Nachweiswahrscheinlichkeiten P^{e} und P^{h} werden nun durch

$$P^{\text{e}} = \frac{10^{pid-pid^0_{\text{eff}}}}{1+10^{pid-pid^0_{\text{eff}}}}\ , \quad P^{\text{h}} = \frac{1}{1+10^{pid-pid^0_{\text{eff}}}} \tag{6.7}$$

berechnet. Hadronkontamination und Identifizierungseffizienz ändern sich somit systematisch. In Abbildung 6.3 ist die Wirkung von pid^0_{eff} veranschaulicht. Es wird hervorgehoben, daß *alle* Quellen, die eine systematischer Unsicherheit in den pid-Werten bewirken können, mit der Bestimmung eines pid^0_{eff}-Wertes einfach und elegant berücksichtigt werden. Es wurden zwei verschiedene Methoden angewendet, um den Bereich möglicher pid^0_{eff}-Werte zu ermitteln.

Die Ertragsmethode: Sie zielt auf die systematische Veränderung der Identifizierungseffizienz bei Annahme von $pid^0_{\text{eff}} \neq 0$ ab. Der Ertrag Y von Positronen (engl.: Yield) ist definiert als das Verhältnis von Positronanzahl N zu integrierter Luminosität L:

$$Y^+ = \frac{1}{2} \frac{N^{\rightleftarrows} + N^{\rightrightarrows}}{L^{\rightleftarrows} + L^{\rightrightarrows}} \ . \tag{6.8}$$

Es wurde über die beiden Target-Spinzustände gemittelt. Die Elektronen aus ladungssymmetrischen Prozessen wurden in dieser Untersuchung nicht von den Positronen abgezogen wie beim DIS-Ertrag Y_{dis}, weil die Identifizierungseffizienz ϵ^+_{pid} für das gesamte Positronensemble gilt. Unabhängig vom angewendeten pid-Schnitt $pid > pid_{\text{cut}}$ muß bei korrekter Wahrscheinlichkeitsinterpretation gelten:

$$\frac{Y^+}{\epsilon^+_{\text{pid}}} = \text{const.}, \quad \forall\, pid_{\text{cut}} \ . \tag{6.9}$$

Mit unterschiedlichen Annahmen von $pid^0_{\text{eff}} \in \{-0.5, 0.0, 0.5, 1.0\}$ wurde der Ertrag und die Identifizierungseffizienz für verschiedene pid-Schnitte $pid_{\text{cut}} \in \{0.0, 0.5, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0\}$ in allen kinematischen Bins bestimmt. Zur Berechnung der Identifizierungseffizienz und Hadronkontamination wurden die Nachweiswahrscheinlichkeiten gemäß Gl. (6.7) verwendet. Durch visuelle Auswertung wurde die Abhängigkeit des Verhältnisses (6.9) vom pid-Schnitt überprüft. Abbildung 6.4 a) demonstriert die Ertragsmethode anhand eines kinematischen Bins. Das dort abgebildete Verhältnis von Ertrag zur Identifizierungseffizienz zeigt für $-0.5 \leq pid^0_{\text{eff}} \leq 0.5$ ein nahezu konstantes Verhalten, wohingegen bei der Annahme $pid^0_{\text{eff}} = 1$ bereits ein deutliches Abweichen von der geforderten Konstanz zu sehen ist. Ein Wert $pid^0_{\text{eff}} = 1$ scheint daher nicht vorzuliegen. Im allgemeinen konnte mit der Ertragsmethode eine mögliche systematische Unsicherheit der pid-Werte im Bereich von $|pid^0_{\text{eff}}| \leq 0.5$ nicht ausgeschlossen werden.

Die Asymmetrie-Methode: Es wurde der systematische Einfluß von $pid^0_{\text{eff}} \neq 0$ auf die inklusive Asymmetrie ausgenutzt, deren hadronischer Untergrund nach. Gl. (5.18) korrigiert wurde. Wird der hadronische Untergrund an der richtigen Stelle pid^0_{eff} bestimmt, sollte die korrigierte Asymmetrie innerhalb der Differenzstatistik unabhängig von der Wahl des pid-Schnittes sein.

Es wurde eine zweite Asymmetrie B mit einem pid-Schnitt $pid > 0$ neben der Standardasymmetrie A ($pid > 1$) bestimmt. In beiden Asymmetrien wurde neben dem ladungssymmetrischen auch der hadronische Untergrund korrigiert, der für die Annahmen $pid^0_{\text{eff}} \in \{-1.0, -0,5, 0.0, 0.5, 1.0\}$ berechnet wurde. Für jeden Wert von pid^0_{eff} wurden die Sigmavarianzen

$$\sigma_{\text{V}}(A, B), \qquad B = A_{||}(pid > 0), \quad A = A_{||}(pid > 1) \tag{6.10}$$

bestimmt und die Beträge der Mittelwerte $|\langle\sigma_{\text{V}}\rangle|$ über die kinematischen Bins verglichen.

Das Ergebnis dieser Untersuchung ist in Abbildung 6.4 b) dargestellt. Es zeichnet sich ein klares Minimum bei $pid^0_{\text{eff}} = 0$ ab, das darauf hindeutet, daß kein systematischer Fehler

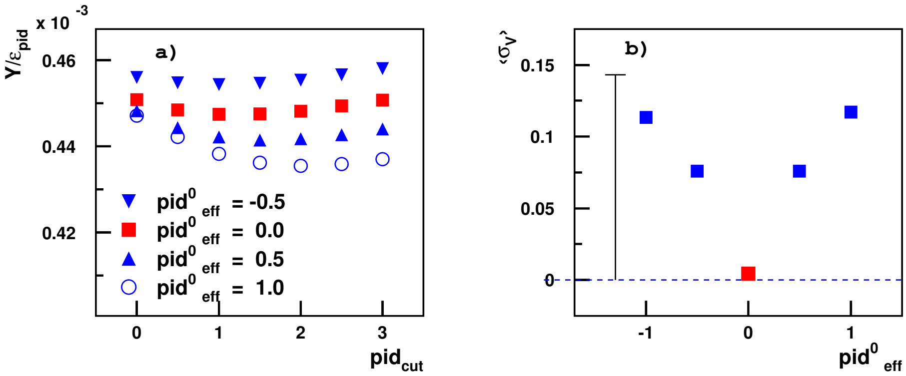


Abbildung 6.4.: a) Ertrags- und b) Asymmetrie-Methode zur Ermittlung des pid^0_{eff}-Wertes. In a) ist im kinematischen Bin $0.0094 < x < 0.0116$ das Verhältnis $Y^+/\epsilon_{\mathrm{pid}}$ in Abhängigkeit des pid-Schnittes pid_{cut} für verschiedene Annahmen von pid^0_{eff} dargestellt. In b) sind die Beträge der Mittelwerte der Sigmavarianz-Verteilungen der Asymmetrien $A_\parallel(pid > 0)$ und $A_\parallel(pid > 1)$ mit Korrektur des ladungssymmetrischen und hadronischen Untergrundes in Abhängigkeit von pid^0_{eff} abgebildet. Der Balken gibt den statistischen Fehler $+\sigma(\langle\sigma\rangle)$ an.

in den pid-Werten vorliegt. Die Sensitivität der Asymmetrie-Methode ist jedoch begrenzt. Im Rahmen der Genauigkeit erscheinen Werte im Bereich $|pid^0_{\mathrm{eff}}| \leq 0.5$, wie sie auch mit der Ertragsmethode erhalten wurden, möglich. Werte von $|pid^0_{\mathrm{eff}}| \approx 1$ liegen bereits in der Nähe einer Sigma-Abweichung.

Aus beiden Analysen wurde konservativ der Bereich $-0.5 < pid^0_{\mathrm{eff}} < 0.5$ für die Berechnung der systematischen Unsicherheit der Hadronkontamination und Identifizierungseffizienz zugrunde gelegt (s. Abb. 4.7). Auch wenn die systematischen Unsicherheiten der Anteile h^+_{sys} und $r_\epsilon \cdot cs \cdot h^-_{\mathrm{sys}}$ der Hadronkontamination etwa vier mal größer als deren Nominalwerte sind, bleibt die Hadronkontamination dennoch insgesamt klein mit den bereits in Abschnitt 4.4.3 angegebenen Werten der beiden Anteile von

$$h^+_{\mathrm{sys}} < 0.4\ \%, \qquad r_\epsilon \cdot cs \cdot h^-_{\mathrm{sys}} < 0.1\ \%\ , \tag{6.11}$$

wobei für $x > 0.1$ die Beiträge h^+_{sys} und $r_\epsilon \cdot cs \cdot h^-_{\mathrm{sys}}$ gegen Null gehen. Die leicht positiven, inklusiven Hadronasymmetrien $A^{h^+}_{|}$ und $A^{h^-}_{|}$ (s. Abb. 5.3) reduzieren den Einfluß der systematischen Unsicherheit der Hadronkontamination auf das Strukturfunktionsverhältnis $g^{\mathrm{p}}_1/F^{\mathrm{p}}_1$ etwas:

$$\Delta_h = \begin{cases} 0.3\ \% & x < 0.1\ , \\ 0 & x > 0.1\ . \end{cases} \tag{6.12}$$

6.2.2. Konsistenzüberprüfung der Untergrundkorrektur

Die Hadronkontamination und ihre systematische Unsicherheit wurden mit der Wahrscheinlichkeitsmethode bestimmt. Im Abschnitt 4.4.1 wurde die alternative, früher verwendete Methode der Flankenanpassung zur Bestimmung von Kontamination und Effizienz skizziert. Ein starkes Indiz, welche Variante zur Untergrundbehandlung Gültigkeit besitzt, ist die Forderung nach interner Konsistenz der verwendeten Methode. Die Konsistenzüberprüfung wurde mittels modifizierter, oben vorgestellter Asymmetrie-Methode realisiert. Falls der Untergrund korrekt bestimmt wird, ist die Untergrundkorrektur (5.18) der Asymmetrie nicht nur unabhängig vom *pid*-Schnitt pid_{cut}, sondern natürlich ebenso unabhängig von der verwendeten Methode.

Für diese Untersuchung wurden die *pid*-Schnitte zur Bestimmung des Positron- und Elektronensembles bis weit in hadronische und leptonische *pid*-Bereiche mit $pid_{\mathrm{cut}} \in \{-3., -2., -1., 0., 1._{\mathrm{std}}, 2., 3.\}$ variiert. Für jedes Ensemble wurden die Asymmetrien bestimmt und der Untergrund in drei verschiedenen Schemen korrigiert:

1. Korrektur des ladungssymmetrischen Untergrundes (c_{cs}).
2. Vollständige Untergrundkorrektur (c_{cs}, h^+, h^-), wobei h^+ und h^- mit der Wahrscheinlichkeitsmethode bestimmt wurden. Es wurde keine systematische Unsicherheit für die *pid*-Werte angenommen.
3. Vollständige Untergrundkorrektur (cs, h^+, h^-), wobei h^+ und h^- mit der Methode der Flankenanpassung bestimmt wurden.

Der ladungssymmetrische Untergrund wurde in allen Schemen in der gleichen Weise durch Subtraktion der Elektronensembles des entsprechenden *pid*-Schnittes durchgeführt (s. Abschn. 5.2.3). Die inklusiven Hadronasymmetrien wurden nicht verändert. Innerhalb jedes Korrekturschemas wurden die Erwartungswerte der Sigmavarianzen $\sigma_{\mathrm{V}}(A, B)$ der Asymmetrie B des geänderten *pid*-Schnittes und der Asymmetrie A des Standardschnittes $pid > 1$ bestimmt. Das Ergebnis ist in Abb. 6.5 dargestellt.

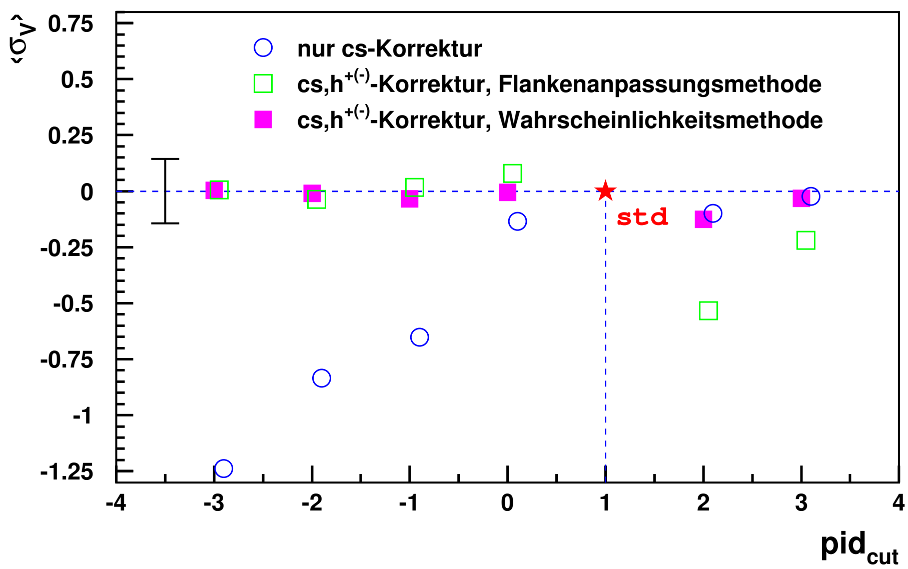


Abbildung 6.5.: Mittelwerte der Sigmavarianz-Verteilungen $\langle\sigma_{\mathrm{V}}(A, B)\rangle$ der Asymmetrien $A(pid > 1)$ (std) und $B(pid > pid_{\mathrm{cut}})$ in Abhängigkeit vom *pid*-Schnitt pid_{cut} zur Positronidentifizierung. Der Untergrund wurde in verschiedenen Schemen korrigiert. Das Fehlerkreuz kennzeichnet den statistischen Fehler $\pm\sigma(\langle\sigma_{\mathrm{V}}\rangle)$.

Nur die in dieser Arbeit eingeführte Wahrscheinlichkeitsmethode wies für alle gewählten pid-Schnitte mit Null verträgliche Erwartungswerte der Sigmavarianzen auf und war in sich konsistent. Das Schema (1) zeigt für $pid_{\rm cut} < 0$ den erwarteten klaren Abfall von $\langle \sigma_{\rm V}(A,B) \rangle$, der aus der Vernachlässigung der massiven Hadronbeimischung zum Positronensemble bei akzeptierten pid-Werten kleiner Null resultiert. Für pid-Schnitte $pid_{\rm cut} > 1$ unterscheiden sich die Ergebnisse des Schemas (1) nur unwesentlich von denen des Schemas (2). Daraus kann geschlossen werden, daß die Hadronkontamination bereits für pid-Werte mit $pid > 1$ vernachlässigbar ist, was auch die Wahrscheinlichkeitsanalyse ergibt.

Die Anpassungsmethode im Schema (3) erzeugt dagegen ein deutlich inkonsistentes Verhalten für positive pid-Schnitte. Dies ist auf die Überschätzung der Hadronkontamination zurückzuführen. Bei pid-Schnitten unter Null gehen Anpassungs- und Wahrscheinlichkeitsverfahren ineinander über, da die Hadronkontamination durch den hohen Hadronanteil im pid-Bereich $pid_{\rm cut} < pid < 0$ dominiert wird. Dieser Anteil wird durch die Flankenanpassung wie durch die Wahrscheinlichkeitsanalyse der pid-Verteilungen (s. Abb. 4.5) gleichermaßen gut bestimmt.

6.3. Unsicherheit der Streuwinkelmessung

Die Spurparameter $y_{\rm sl}$ und $x_{\rm sl}$ wurden in dieser Analyse mit den in Tab. 4.3 angegebenen Parametern $A_{\rm xsl}$ und $A_{\rm ysl}$ der optischen Achse der entsprechenden Detektorhälfte korrigiert. Der Einfluß der systematischen Fehler $\Delta A_{\rm xsl} = \Delta A_{\rm ysl} = 0.22$ mrad der optischen Achsen auf das Strukturfunktionsverhältnis $g_1^{\rm p}/F_1^{\rm p}$ wurde im Rahmen dieser Arbeit durch eine Monte-Carlo-Untersuchung ermittelt. Eine Bestimmung aus den Daten erwies sich als nicht möglich, da die statistischen Schwankungen die systematischen Effekte überdeckten. Die Spurparameter der Monte-Carlo-Daten wurden unabhängig voneinander in beide Richtungen um die systematischen Unsicherheiten $\Delta A_{\rm xsl}$ und $\Delta A_{\rm ysl}$ variiert, wobei $y_{\rm sl}$ des unteren Detektorteils stets um $-\Delta A_{\rm ysl}$ der oberen Detektorhälfte verschoben wurde, um die Spiegelsymmetrie des Detektors zur x,z-Ebene im HERMES-Koordinatensystem (s. Abb. 3.6) für die Verdopplung der Statistik zu nutzen. Da sich die ermittelten Abweichungen der rekonstruierten Asymmetrien innerhalb der statistischen Genauigkeit erwartungsgemäß antisymmetrisch verhielten,

$$\Delta A_{||}(+\Delta A_{\rm xsl}) \approx -\Delta A_{||}(-\Delta A_{\rm xsl}), \quad \Delta A_{||}(+\Delta A_{\rm ysl}) \approx -\Delta A_{||}(-\Delta A_{\rm ysl}) \; , \tag{6.13}$$

wurden die Beträge jeder Variationsrichtung gemittelt. In Abbildung 6.6 sind die Ergebnisse der Monte-Carlo-Untersuchung dargestellt. Die Unsicherheit $\Delta A_{\rm xsl}$ der Detektorposition in x-Richtung spielt nur eine untergeordnete Rolle, da sich der Teilchenfluß über die kinematischen Bingrenzen bei Verschiebung der Spurparameter in x-Richtung, $x_{\rm sl} \rightarrow x_{\rm sl} \pm \Delta A_{\rm xsl}$, größtenteils ausgleicht. Ursache ist die ϕ-Symmetrie des inklusiven Streuquerschnittes von longitudinal polarisierten Leptonen und Nukleonen und die durchgehende horizontale geometrische Akzeptanz jeder Detektorhälfte (s. Abschn. 3.3). Lediglich ein kleiner unsymmetrischer Anteil aufgrund der geringen Migration über die äußere horizontale geometrische Akzeptanzgrenze ($|\Theta_x| < 0.17$ rad) erzeugt einen vernachlässigbar kleinen Beitrag zur Veränderung der Asymmetrie von etwa 0.1 %.

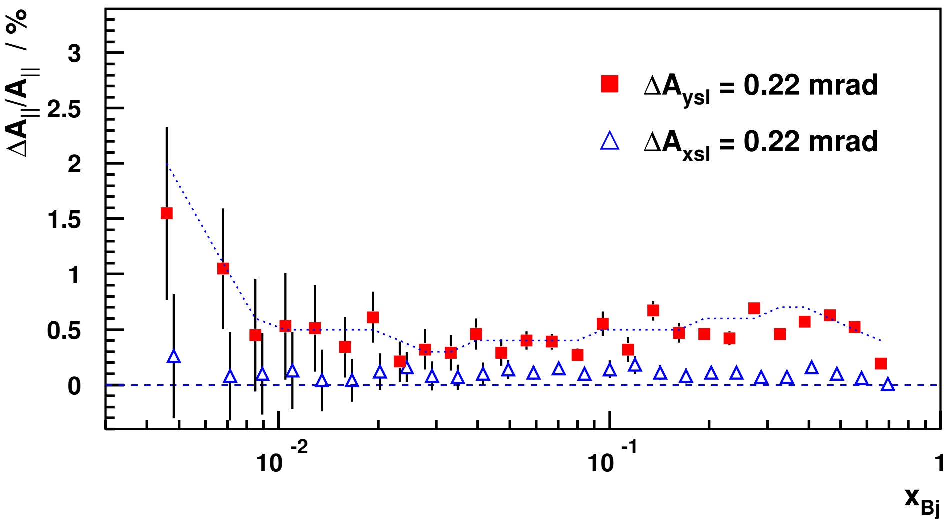


Abbildung 6.6.: Relative Unsicherheit $\Delta_{\vec{A}}$ des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ aufgrund der Unsicherheit ΔA_{xsl} und ΔA_{ysl} der Parameter A_{xsl} und A_{ysl} der optischen Achse $\vec{A}$ des Spurkammersystems in Abhängigkeit von Bjorken x (Monte-Carlo). Die gepunktete Linie kennzeichnet die verwendete systematische Unsicherheit.

Bei Variation der Spurparameter in y-Richtung, $y_{\mathrm{sl}} \to y_{\mathrm{sl}} \pm \Delta A_{\mathrm{ysl}}$, erzeugt die untere vertikale geometrische Akzeptanzgrenze jeder Spektrometerhälfte ($|\Theta_y| > 0.04$ rad) dagegen eine starke Migration in eine Richtung, wodurch sich die rekonstruierte Asymmetrie ändert.

Durch die Bestimmung der optischen Achsen der beiden Spektrometerhälften und deren Anwendung zur Korrektur der Spurparameter konnte der systematische Fehler des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ aufgrund der Positionierungsunsicherheit des Detektors von 2.5 % [HERM:98] reduziert werden auf

$$\Delta_{\vec{A}} \approx 0.5\,\% \quad (\text{erstes Bin } 2\,\%)\ . \tag{6.14}$$

6.4. Untersuchungen an disjunkten Datensätzen

Bei Bestimmung des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ wurden innerhalb der Selektions- und Akzeptanzschnitte Ereignisse über experimentelle Observable summiert, von denen die gemessene Asymmetrie nicht abhängen darf, falls der Datensatz unter Berücksichtigung aller Korrekturen in sich konsistent ist. Dazu zählen die folgenden Größen:

Datennahmezeit (Nummer der Positronfüllung n_{Fill})**:** Bei konstanten experimentellen Bedingungen, die durch die im Abschn. 4.2 erläuterten Datenqualitätskriterien gegeben sind, sollten sich in verschiedenen Zeiträumen gemessene Asymmetrien nicht außerhalb der statistischen Genauigkeit unterscheiden.

Strahlstrom ($5 \text{ mA} < I_\text{B} < 50 \text{ mA}$)**:** Mit fallendem Strahlstrom einer Positronfüllung fällt die Ereignisrate. Dies darf keinen Einfluß auf die Asymmetrie haben, sofern die von der Rate abhängigen Luminositäten $\mathcal{L}^{\rightrightarrows}$ und $\mathcal{L}^{\rightleftarrows}$ richtig bestimmt wurden.

Triggerlebenszeit ($0.5 < \epsilon_\text{Tr} < 1$)**:** Sie ging als Trigger-Lebenszeit-Korrektur der Luminosität in die Normierung ein.

z**-Vertex-Position** ($-18 \text{ cm} < z_\text{V} < 18 \text{ cm}$)**:** Die Asymmetrie sollte innerhalb der verwendeten Schnitte unabhängig von der z-Vertex-Position der Positronspuren sein, wenn angenommen wird, daß Verschmierungen der kinematischen Variablen (s. Anh. E) für alle z-Vertices gleich sind.

Zur Feststellung eines eventuellen systematischen Einflusses dieser Größen auf die Asymmetrie wurde ein modifizierter z^2-Test [Grän:96] durchgeführt. Im folgenden wird sich auf die Asymmetrie bezogen. Die Erläuterungen gelten ebenso für andere Größen, wenn die obigen Bedingungen erfüllt sind, wie z.B. für den DIS-Ertrag Y_dis. Der polarisierte Datensatz wurde für jede der Observablen $q \in \{n_\text{Fill}, I_\text{B}, \epsilon_\text{Tr}, z_\text{V}\}$ in M disjunkte Teilmengen mit annähernd gleicher Statistik aufgeteilt (q-Zerlegung). Aus jedem Teildatensatz i wurde die Asymmetrie $A_{||}/D$ nebst statistischem Fehler bestimmt, die im folgenden mit A_i und σ_i bezeichnet werden. In jedem kinematischen Bin wurde der z^2-Wert

$$z^2 = \frac{\sigma^2_\text{ext}}{\sigma^2_\text{int}} = \frac{\sum_{i=1}^{M}(A_i - \langle A \rangle)^2/\sigma_i^2}{M-1} \tag{6.15}$$

bestimmt, wobei $\langle A \rangle$ in diesem Abschnitt die Asymmetrie $A_{||}/D$ der Standardanalyse des gesamten polarisierten Datensatzes bezeichnet. Der statistische Fehler σ_int der Gesamtasymmetrie $\langle A \rangle$ ergibt sich in diesem Zusammenhang aus den statistischen Fehlern σ_i der Asymmetrien A_i der Teildatensätze i:

$$\sigma^2_\text{int} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{M} 1/\sigma_i^2} \ . \tag{6.16}$$

Dieser wird als "innerer" Fehler bezeichnet [Grän:96], da er die Abweichungen vom Mittelwert, die in die Standardabweichung ("externer" Fehler)

$$\sigma^2_\text{ext} = \frac{\sum_{i=1}^{M}(A_i - \langle A \rangle)^2/\sigma_i^2}{(M-1)\sum_{i=1}^{M} 1/\sigma_i^2} \tag{6.17}$$

eingehen, nicht berücksichtigt. Falls die Asymmetrie unabhängig von q ist, nimmt das Verhältnis z von externem zu internem statistischen Fehler innerhalb der statistischen Genauigkeit $\sigma(z)$ mit 68 %iger Wahrscheinlichkeit einen Wert im Bereich von

$$1 - \sigma(z) < z < 1 + \sigma(z), \quad \sigma(z) = \frac{1}{\sqrt{2(M-1)}} \tag{6.18}$$

an. Die obere und untere Bereichgrenze werden als z-Grenzen bezeichnet. Ein z-Wert innerhalb der z-Grenzen besagt, daß im Rahmen der statistischen Genauigkeit keine systematische Abhängigkeit der Asymmetrie A ($= A_{\|}/D$) von der Größe q gefunden werden konnte. Der Datensatz ist konsistent. Jedoch kann mit dem z^2-Test kein konstanter systematischer Einfluß der Observablen q auf die Asymmetrie nachgewiesen werden, der sich in einer Verschiebung des Asymmetrie-Mittelwertes $\langle A \rangle$ manifestiert.

Im Falle ausreichend großer, q-abhängiger systematischer Verschiebungen der Asymmetrie, verschiebt sich z zu Werten $z > 1 + \sigma(z)$. Es besteht aber ebenso die Möglichkeit einer statistischen Fluktuation zu großen Werten von z und umgekehrt zu kleinen. Der z^2-Test wurde durch eine Variation der Binanzahl M der q-Zerlegung modifiziert, um eine Verfälschung des Ergebnisses durch Fluktuationen zu verhindern. Im Anhang A.3 ist ein Modell zur Beschreibung einer Binabhängigkeit des z^2-Wertes vorgestellt. Das Modell lieferte folgende Ergebnisse:

- Falls die Ursache von z-Werten mit $z > 1 + \sigma(z)$ systematischen, q-abhängigen Ursprungs ist, fällt z nach Gl. (A.43) mit zunehmender Binanzahl der q-Zerlegung und fixiertem Datensatz monoton gegen 1.
- Die Interpretation des z^2-Wertes bleibt erhalten, da nach (A.50) das Verhältnis $(z^2 - 1)/\sigma^2(z)$ unabhängig von der Binanzahl der q-Zerlegung ist.
- Der z^2-Wert kann nach Gl. (A.53) zur quantitativen Abschätzung eines von q abhängigen, systematischen Fehlers der untersuchten Größe verwendet werden.

In Abbildung 6.7 a) ist der über den analysierten Phasenraum integrierte DIS-Ertrag Y_{dis} in Abhängigkeit vom Strahlstrom I_{B} dargestellt. Die generelle systematische Ab-

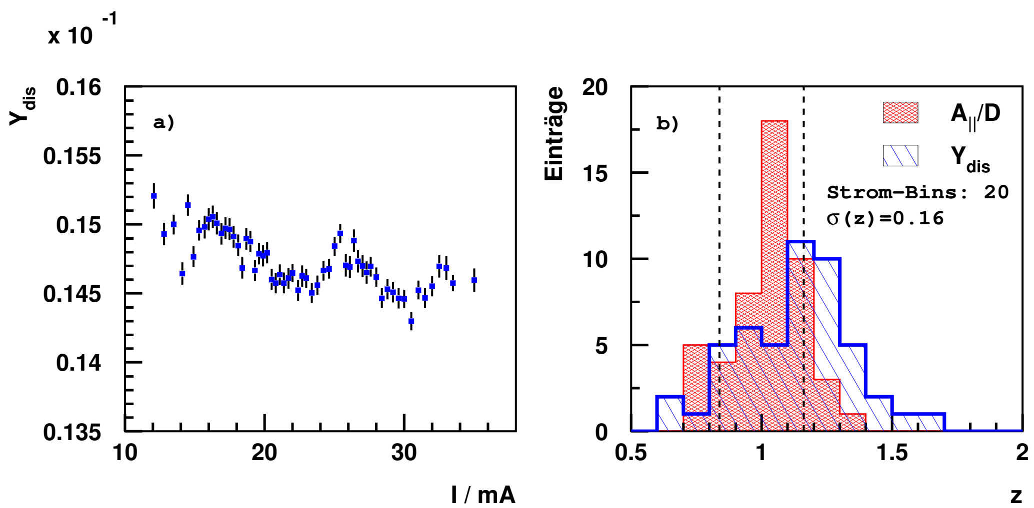


Abbildung 6.7.: a) Integrierter DIS-Ertrag des polarisierten Datensatzes in Abhängigkeit vom Strahlstrom. b) z-Verteilungen der Asymmetrie $A_{\|}/D$ und des DIS-Ertrages. Die gestrichelten Senkrechten kennzeichnen die z-Grenzen.

nahme des Ertrages von $\Delta Y_{\mathrm{dis}}/Y_{\mathrm{dis}} \approx 1.7\,\%$ nach Gl. (A.53) läßt sich teilweise auf die Vernachlässigung von Zufallskoinzidenzen der Einzelratenmessungen der beiden Kalorimeter des Luminositätsmonitors zurückführen [Ben:98]. Die vollständigen Ursachen für die systematische Abhängigkeit des DIS-Ertrages vom Strahlstrom wurden bisher nicht aufgeklärt. Die oben angegebene systematische Abweichung des DIS-Ertrages wird aber von der absoluten systematischen Unsicherheit der Luminosität von 6.4 % [Ben:98] abgedeckt.

Die gefundene Stromabhängigkeit des DIS-Ertrages wurde für die Überprüfung der z^2-Methode verwendet. In Abbildung 6.7 b) sind die Verteilungen der 49 z-Werte der Asymmetrie $A_{||}/D$ und des DIS-Ertrages Y_{dis} dargestellt. Der Datensatz wurde in $M = 20$ Strom-Bins aufgeteilt. Die z-Werte der Asymmetrie zentrieren sich um $\langle z_A \rangle \approx 1.03$ und liegen größtenteils innerhalb der z-Grenzen dieser Strom-Zerlegung bei einer Standardabweichung von $\mathrm{rms}(z_A) = 0.15 \approx \sigma(z)$. Die Asymmetrie zeigt demnach ein rein statistisches Verhalten. Dagegen ist die z-Verteilung des DIS-Ertrages Y_{dis} verschoben zu $\langle z_Y \rangle = 1.14$ und breiter mit $\mathrm{rms}(z_Y) = 0.22$. Die systematische Abhängigkeit des DIS-Ertrages vom Strahlstrom spiegelt sich wie gefordert in der z-Verteilung wieder.

Die Abbildungen 6.8 a) bis d) zeigen Erwartungswerte und Breite der z-Verteilungen der Asymmetrie $A_{||}/D$ in Abhängigkeit von der Binanzahl M der jeweiligen q-Zerlegung. Die zu tief liegenden z-Werte der Zeit-Zerlegung in 5 Bins in Abb. 6.8 a) resultiert aus einer sehr guten Übereinstimmung der Teilasymmetrien mit der Gesamtasymmetrie. Diese Unterteilung ist zu grob, und die z^2-Methode verliert ihre Gültigkeit. Bei Verfeinerung der Zeit-Zerlegung in $M > 10$ Bins verschieben sich die z-Werte wieder in den Bereich um 1 innerhalb der z-Grenzen. Die Studie zur Strom-Zerlegung in Abb. 6.8 b) beinhaltet zum Vergleich die z-Werte des DIS-Ertrages Y_{dis}. Der monotone Abfall der Erwartungswerte $\langle z_Y \rangle$ gegen 1 mit Erhöhung der Binanzahl der Strom-Zerlegung entspricht sehr gut den Vorhersagen aus Anhang A.3, wo eine detailliertere z^2-Analyse des DIS-Ertrages dargestellt ist.

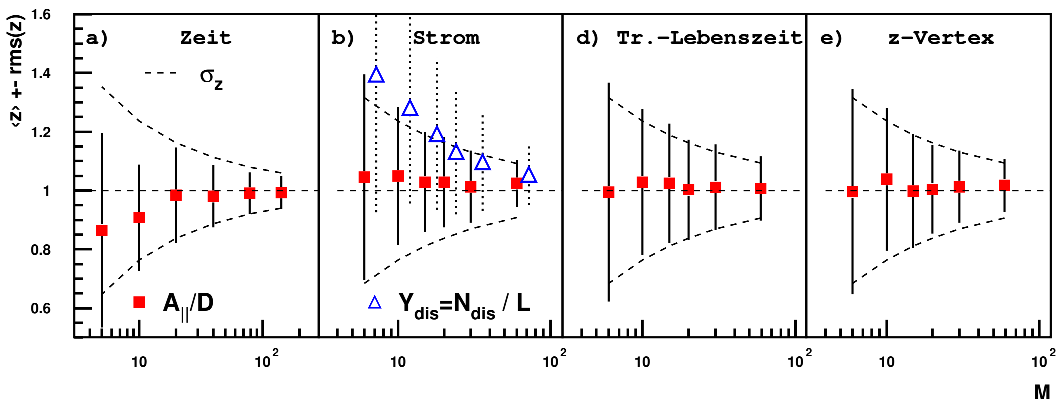


Abbildung 6.8.: Abhängigkeit des Erwartungswertes und Breite der z-Verteilungen von der Binanzahl M der Zerlegungen des Datensatzes in disjunkte Teilmengen bezüglich a) der Zeit, b) des Stromes, c) der Trigger-Lebenszeit und d) der z-Vertex-Position. Die gestrichelten Linien kennzeichnen die z-Grenzen eines z-Wertes.

In allen Studien zeigt die Asymmetrie auch mit der verfeinerten z^2-Methode kein auffälliges Verhalten. Die Analyse mit disjunkten Datensätzen konnte innerhalb der statistischen Genauigkeit keine systematischen Einflüsse der Größen Datennahmezeit, Strahlstrom, Trigger-Lebens-Zeit und z-Vertex-Position auf die Asymmetrie nachweisen. Der polarisierte Datensatz ist im Rahmen der Asymmetrie-Analyse bezüglich dieser Größen konsistent.

6.5. Stabilität gegenüber Schnittvariationen

Es wurde bereits die Unabhängigkeit der Asymmetrie gegenüber Änderungen der Datenqualitätskriterien (s. Abschn. 6.1.3) und des pid-Schnittes (s. Abschn. 6.2.2) gezeigt. Im folgenden werden die Ergebnisse der Untersuchungen bezüglich der Variation des Schnittes auf die Strahlpolarisation und auf die Trigger-Lebenszeit (Normierung), des Schnittes auf die z-Vertex-Position (Akzeptanz) und des Schnittes auf die vertikale Streuwinkelkomponente Θ_y (Akzeptanz) dargelegt.

Im Unterschied zu den Studien an disjunkten Datensätzen bildete der variierte Datensatzes $\mathcal{M}_{\mathrm{B}}$ eine Teilmenge des Standarddatensatzes $\mathcal{M}_{\mathrm{A}}$ oder umgekehrt, je nach Variationsrichtung des untersuchten Schnittes. Die Analyse erfolgte mit den Vergleichsfunktionen der bereits vorgestellten Sigmavarianz $\sigma_V(A, B)$ und für konkrete quantitative Abschätzungen mit dem Verhältnis

$$V(A, B) = \frac{B}{A} \pm \frac{\sqrt{|\sigma^2(B) - \sigma^2(A)|}}{|A|} \tag{6.19}$$

der aus dem variierten Datensatz $\mathcal{M}_{\mathrm{B}}$ gebildeten Asymmetrie B zu der Asymmetrie A der Standardanalyse des polarisierten Datensatzes $\mathcal{M}_{\mathrm{A}}$ (nach allen Schnitten). Der statistische Fehler des Verhältnisses (6.19) wurde im Anhang A.2 abgeleitet.

6.5.1. Schnitt auf die Strahlpolarisation und die Trigger-Lebenszeit

In beiden Studien wurde die Schnittgrenze in der Umgebung des Standardschnittes, der stets durch den Index "std" hervorgehoben wird, variiert:

Strahlpolarisation:	$P_{\mathrm{B}} > P_{\mathrm{B}}^{\mathrm{cut}}$,	$P_{\mathrm{B}}^{\mathrm{cut}} \in \{0.2 \cdots 0.3_{\mathrm{std}} \cdots 0.40\}$,
Trigger-Lebenszeit:	$\epsilon_{\mathrm{Tr}} > \epsilon_{\mathrm{Tr}}^{\mathrm{cut}}$,	$\epsilon_{\mathrm{Tr}}^{\mathrm{cut}} \in \{0.0 \cdots 0.5_{\mathrm{std}} \cdots 0.75\}$.

Die Vergleichsfunktionen wurden global durch fehlergewichtete Mittelung aller kinematischen Bins ausgewertet, da innerhalb eines Bins die statistischen Schwankungen dominierten. Abbildung 6.9 zeigt die Ergebnisse für die relativen Abweichungen $\langle V - 1 \rangle$ der mit variierten Schnitten bestimmten Asymmetrien B von der Standardasymmetrie A. Die Abweichungen um etwa 0.3 % bei Trigger-Lebenszeit-Schnitten um $\epsilon_{\mathrm{Tr}}^{\mathrm{cut}} \approx 0.7$ wurden konservativ in der systematischen Unsicherheit von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ berücksichtigt. Der Einfluß der Wahl des Triggers für die Trigger-Lebenszeit-Korrektur der Luminosität auf

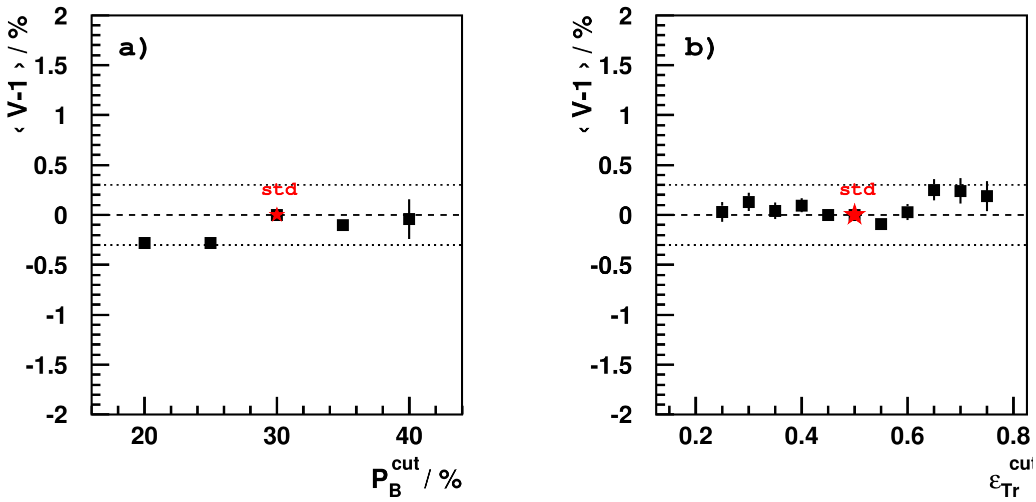


Abbildung 6.9.: Relative Abweichung (Mittelwert $\langle V-1\rangle$) der Asymmetrie B bei verändertem Schnitt a) auf die Strahlpolarisation ($P_{\mathrm{B}} > P_{\mathrm{B}}^{\mathrm{cut}}$) und b) auf die Trigger-Lebenszeit ($\epsilon_{\mathrm{Tr}} > \epsilon_{\mathrm{Tr}}^{\mathrm{cut}}$) von der Standardasymmetrie A (std) in Abhängigkeit der entsprechenden Schnitte.

die Asymmetrie, $\Delta_{\epsilon_{\mathrm{DIS-Tr}}} < 0.2$ % (s. Abschn. 6.1.2), wurde quadratisch addiert. Es ergab sich somit ein systematischer Fehler von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ bezüglich des Einflusses der Trigger-Lebenszeit von

$$\Delta_{\epsilon_{\mathrm{Tr}}} = 0.3\ \% \ , \quad (0.4\ \%\ \text{für Bjorken-}x < 0.0212)\ . \tag{6.20}$$

Der 0.3 %ige Unterschied bei kleinen Polarisationsschnitten $P_{\mathrm{B}}^{\mathrm{cut}} \approx 0.2$ wird durch die Unsicherheit der Strahlpolarisation von 3.4 % voll abgedeckt und nicht mit einbezogen.

6.5.2. Schnitt auf die z-Vertex-Position

Das Verhalten der Asymmetrie bei Variation der z-Vertex-Schnitte gilt als weiterer Prüfstein der Alignementkorrektur der Spurparameter (s. Abschn. 4.3), da sie nach Gl. (4.31) einen starken Einfluß auf die z-Vertex-Verteilung hat. Die mittlere z-Vertex-Verschiebung von $\Delta z_{\mathrm{V}} \approx -1.5$ cm, die aus Abb. 6.10 a) entnommen werden kann, führt teilweise wieder zur Entfernung von Kollimatorereignissen (s. Abb. 4.8 b)), die auflösungsbedingt in der Speicherzelle rekonstruiert wurden. Der Anteil der Positronen aus ladungssymmetrischen Prozessen steigt bei Kollimatorereignissen stark an, so daß eine Ausdehnung des Schnittes über die Grenzen der Speicherzelle auch die cs-Korrektur testet. Der z-Vertex-Schnitt wurde im Intervall

$$|z_{\mathrm{v}}| < |z_{\mathrm{v}}^{\mathrm{cut}}|, \quad |z_{\mathrm{v}}^{\mathrm{cut}}| \in \{22 \cdots 18_{\mathrm{std}} \cdots 14\}\ \mathrm{cm} \tag{6.21}$$

variiert, jeweils die Asymmetrien aus den veränderten Datensätzen bestimmt sowie deren Verhältnisse zur Standardasymmetrie gebildet.

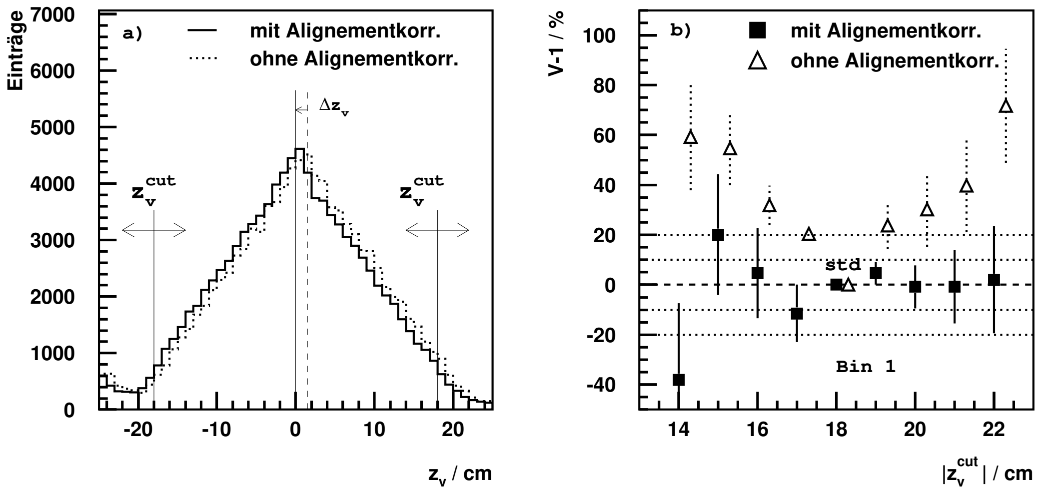


Abbildung 6.10.: a) z-Vertex-Verteilung von Einzelspuren mit und ohne Alignementkorrektur der Spurparameter. Die Alignementkorrektur verschiebt die Verteilung generell um $\Delta z_{\mathrm{v}} \approx 1.5$ cm. b) Relative Abweichung $V-1$ der Asymmetrie bei Veränderung des z-Vertex-Schnittes $z_{\mathrm{v}}^{\mathrm{cut}}$ von der Asymmetrie bei Anwendung des Standardschnittes im Bjorken-x-Bin $0.0021 \leq x \leq 0.0061$ in Abhängigkeit vom z-Vertex-Schnitt und der Alignementkorrektur.

Die binweise Auswertung ergab im erweiterten kinematischen Bereich mittlere nichtstatistische Abweichungen von rund 2.5 %, die im Standardbereich verschwanden. Die Alignementkorrektur der Spurparameter erwies sich dabei vor allem in den ersten beiden kinematischen Bins als stabilisierender Faktor. Ohne sie wurden weitaus größere Abweichungen gefunden ($> 20\,\%$), wie aus Abb. 6.10 b) am Beispiel des ersten Bins entnommen werden kann. Weitere Untersuchungen mit Annahmen für Targetgas-Verdünnungen und veränderten c_{cs}-Korrekturen konnten keine konsistente Erklärung der Abweichungen liefern. Die Ergebnisse dieser Studie führten zu einem weiteren systematischen Fehlerbeitrag zu $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ von

$$\Delta_{z_{\mathrm{v}}^{\mathrm{cut}}} = \begin{cases} 2.5\ \% & \text{für Bjorken-}x < 0.0212\ , \\ 0-1\ \% & \text{für Bjorken-}x > 0.0212\ . \end{cases} \tag{6.22}$$

6.5.3. Schnitt auf die vertikale Streuwinkelkomponente Θ_y

Mit der Variation des Θ_y-Schnittes wird die Sensitivität der Asymmetrie-Messung auf mögliche Akzeptanzkanteneffekte überprüft, die durch die Limitierung der geometrischen Akzeptanz durch die Eisenplatte auf $|\Theta_y| > 0.37$ verursacht sein können. Ein solcher Effekt wäre beispielsweise die Korrelation zwischen minimal möglichen Streuwinkel und der z-Vertex-Position in der Speicherzelle.

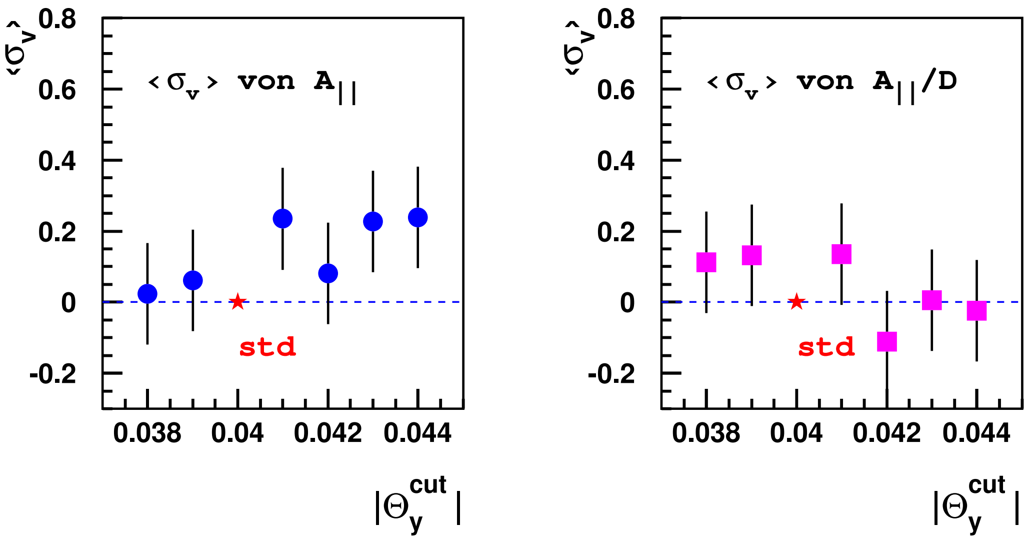


Abbildung 6.11.: Erwartungswerte der Sigmavarianz-Verteilungen a) von $A_{\|}$ und b) von $A_{\|}/D$ in Abhängigkeit vom Θ_y-Schnitt Θ_y^{cut}.

Es wurden die Asymmetrien für die Θ_y-Schnitte

$$|\Theta_y| > |\Theta_y^{\mathrm{cut}}|, \quad |\Theta_y^{\mathrm{cut}}| \in \{38, \cdots, 40_{\mathrm{std}}, \cdots, 44\}\ \mathrm{mrad} \tag{6.23}$$

berechnet und die Sigmavarianzen zur Standardasymmetrie bestimmt. In Abbildung 6.11 a) wurden die Mittelwerte der Sigmavarianz-Verteilungen von der Asymmetrie $A_{\|}$ angegeben. Der erwartete leichte Anstieg des Erwartungswertes der Sigmavarianz von $A_{\|}$ mit steigenden Θ_y-Schnitt ist auf die starke y-Abhängigkeit von $A_{\|}$ zurückzuführen. Die Sigmavarianzen von $A_{\|}/D$ in Abbildung 6.11 b) zeigen dagegen im Rahmen der statistischen Genauigkeit keine derartige Abhängigkeit, da diese Größe sich nur schwach mit Q^2 und somit mit Θ ändert (vgl. mit Abb. 5.4). Es wurde kein systematischer Einfluß des Θ_y-Schnittes auf das Strukturfunktionsverhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ außerhalb der statistischen Genauigkeit gefunden.

6.6. Unsicherheiten bei Bestimmung der Bornschen Asymmetrie

6.6.1. Kombinierte Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur

Zur Ermittlung des Beitrages der kombinierten Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur c_{tot} zum systematischen Fehler des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ wurden die folgenden Untersuchungen durchgeführt:

Die Äquivalenz von additivem und multiplikativem Ansatz (5.21) und (5.20) zur Extraktion der Bornschen Asymmetrie wurde bis auf einen 11 %igen Unterschied im ersten Bin, der im systematischen Fehler berücksichtigt wurde, bestätigt.

Es wurde der Q^2-Term der $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$-Parametrisierungsform nach Gl. (5.29) durch $f(Q^2)=\ln Q^2$ (pQCD-artig) und $f(Q^2)=0$ (keine Q^2-Abhängigkeit) ersetzt. Mit diesen Veränderungen wurden die Korrekturfaktoren c_{tot} berechnet. Während die Schemen $f(Q^2)=\ln Q^2$ und $f(Q^2)=1/Q^2$ zu nahezu gleichen Ergebnissen führten, unterschieden sich die Korrekturfaktoren c_{tot} des Schemas $f(Q^2)=0$ von den Nominalwerten um 1-3 % im kinematischen Standardbereich und um etwa 5 % im erweiterten kinematischen Bereich. Der χ^2-Wert der Anpassung konnte nicht als Auswahlkriterium dienen, da für alle Schemen $\chi^2 < 1$ war. Die Unterschiede gingen daher in den systematischen Fehler ein.

Es wurde die Unabhängigkeit des Ergebnisses des Iterationsprozesses von der $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$-Anfangsparametrisierung überprüft, indem einerseits eine Anpassung der Form (5.29) an die Proton-Daten [SMC:98, E143:98] und andererseits das Polynom nach Tab. 3.2 als Startwert verwendet wurde. Innerhalb eines Parametrisierungsschemas wurden bereits nach der ersten Iteration die gleichen Anpassungsparameter erhalten.

Die Korrekturfaktoren c_{tot} wurden sowohl für die gemessene Asymmetrie $A_{\parallel\,\mathrm{exp}}^{\square}$ als auch für das aus der gemessenen Asymmetrie berechnete Strukturfunktionsverhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_{1\,\mathrm{exp}}^{\mathrm{p}\,\square}$ bestimmt, indem die Asymmetrie in den Ansätzen (5.20) und (5.21) durch $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ ersetzt wurde (s. Abb. 5.5). Die Unterschiede der Korrekturfaktoren waren vernachlässigbar klein.

Der statistische Fehler der Korrekturfaktoren aufgrund des begrenzten Monte-Carlo-Datensatzes (s. Abschn. 3.5) wurde im systematischen Fehler von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ berücksichtigt.

Die Untersuchungen führten zu folgenden Beiträgen der kombinierten Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur zum relativen systematischen Fehler des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$:

$$\Delta_{c_{\mathrm{tot}}} \begin{cases} 1 \cdots 5\,\% & \text{kinematischer Standardbereich } (x > 0.0212)\ , \\ 6 - 10\,\% & \text{erweiterter kinematischer Bereich } (x < 0.0212)\ , \\ 18\,\% & \text{erstes Bin } (x < 0.0061)\ . \end{cases} \tag{6.24}$$

6.6.2. Einfluß von externen Parametrisierungen

Es wurde der Einfluß von Variationen der Parametrisierungen der unpolarisierten Strukturfunktionen R und F_2^{p} sowie der Absorptionsasymmetrie A_2^{p} auf das Strukturfunktionsverhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und die Spinstrukturfunktion g_1^{p} untersucht. Die A_2^{p}-Parametrisierung wurde entsprechend der systematischen und statistischen Unsicherheiten der A_2^{p}-Daten [E143:98] des Meßbereiches $0.04 < x < 0.6$, welche die Anpassung dominierten, variiert. Für $x < 0.04$ wurde A_2^{p} aus $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ nach Gl. (2.26) unter der Annahme $g_2 = 0$ abgeschätzt. Die Positivitätsrelation $A_2 \le \sqrt{R}$ wurde zur Abschätzung für $x > 0.6$ herangezogen. Insgesamt lagen die A_2-Anteile am systematischen Fehler von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ bzw. g_1^{p} unter

$$\Delta_{A_2} \le 1.5\,\%\ , \tag{6.25}$$

wobei die größeren Werte bei sehr großen Bjorken-$x > 0.5$ erreicht wurden.

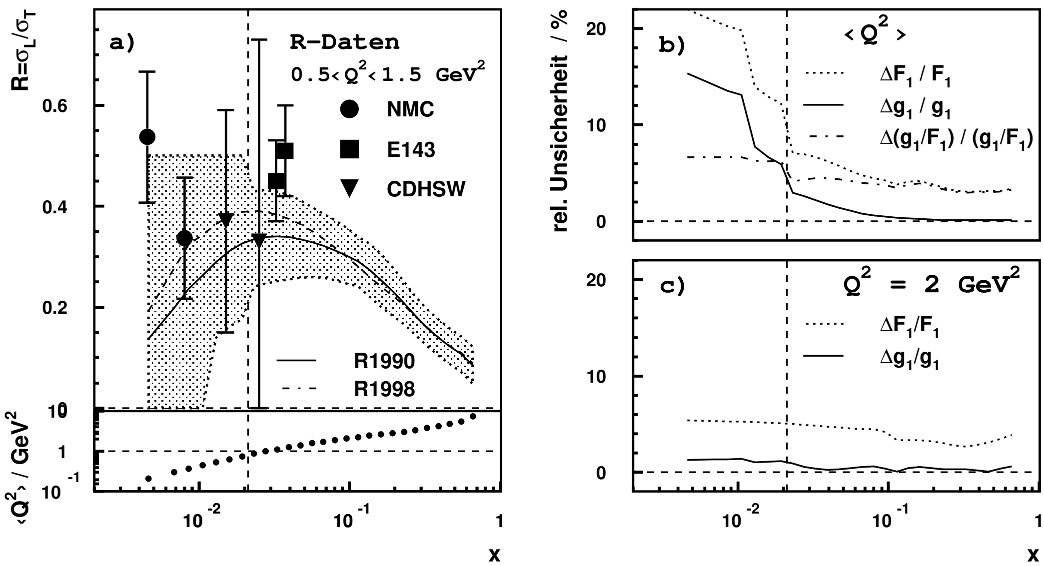


Abbildung 6.12.: In a) ist die angenommene R-Unsicherheit grau schattiert in Abhängigkeit von Bjorken-x dargestellt. Vergleichend dazu sind die R-Parametrisierungen $R1990$ [Whit$^+$:90] und $R1998$ [E143:99] an den mittleren $\langle Q^2\rangle$-Werten (s. unteres Teilbild), sowie R-Daten [NMC:97, E143:99, CDHS:91] aus dem kinematischen Bereich $x < 0.04$ und $0.5\,\mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1.5\,\mathrm{GeV}^2$ angegeben. In b) sind die aus der R-Unsicherheit resultierenden relativen, systematischen Unsicherheiten des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ sowie der Strukturfunktionen g_1^{p} und F_1^{p} an den mittleren $\langle Q^2\rangle$-Werten in Abhängigkeit von x gezeigt. In c) ist der R-Anteil am relativen systematischen Fehler der zu festem $Q^2 = 2$ GeV^2 entwickelten Strukturfunktionen g_1^{p} und F_1^{p} dargestellt. Die gestrichelten Senkrechten trennen den erweiterten vom kinematischen Standardbereich.

Die relative systematische Unsicherheit von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und g_1^{p} bezüglich der Variation der unpolarisierten Strukturfunktion R ist wegen $A_{\parallel}/D \gg (\gamma-\eta)A_2^{\mathrm{p}}$ unabhängig von der gemessenen Asymmetrie $A_{\parallel}$. In linearer Näherung der Gl. (2.34) und der Gl. (2.36) bei Variation von R um die Unsicherheit ΔR (R-Variation) ist

$$\frac{\Delta g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}}{g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}} = \frac{\Delta D}{D} = \frac{\epsilon \Delta R}{1+\epsilon R}\,, \qquad \frac{\Delta g_1^{\mathrm{p}}}{g_1^{\mathrm{p}}} = \frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta R}{1+R}\,. \tag{6.26}$$

Der erste Term der relativen Veränderung $\Delta g_1^{\mathrm{p}}/g_1^{\mathrm{p}}$ der Spinstrukturfunktion g_1^{p} bei R-Variation stellt den $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$-Anteil und der zweite Term den F_1^{p}-Anteil dar. Aus Gl. (6.26) kann entnommen werden, daß sich der Einfluß der R-Variation auf das Strukturfunktionsverhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ deutlich von dem Einfluß auf die Spinstrukturfunktion g_1^{p} unterscheidet, bei der sich der $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$- und der F_1^{p}-Anteil teilweise aufheben. Da die kinematische Größe ϵ (s. Gl. (2.30)) im erweiterten kinematischen Bereich Werte um 0.3 annimmt, wird die Fortpflanzung der R-Unsicherheit auf g_1^{p} für $x < 0.0212$ durch den F_1^{p}-Anteil dominiert. Im Standardbereich steigt ϵ mit wachsendem x auf Werte bis 0.95 an, so daß sich beide Terme in Gl. (6.26) nahezu vollständig aufheben. Dieses Verhalten wurde in Abb. 6.12 b) veranschaulicht.

Im kinematischen Standardbereich wurde die in [Whit$^+$:90] angegebene Parametrisierung des R-Fehlers ΔR verwendet. Im erweiterten kinematischen Bereich wurde eine modellunabhängige Annahme für ΔR vorgenommen, die sich in Übereinstimmung mit den aktuellen, im Intervall $0.5\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1.5\ \mathrm{GeV}^2$ gemessenen R-Werten [E143:99, NMC:97, CDHS:91] befindet (s. Abb. 6.12 a)). Dazu wurde R im kinematischen Bereich $0.5\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1.2\ \mathrm{GeV}^2$ zwischen 0.15 und 0.5 und für $Q^2 < 0.5\ \mathrm{GeV}^2$ (keine R-Messungen) zwischen 0 und 0.5 variiert. Aus der Variation von $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ bzw. g_1^p durch Einsatz von $R \pm \Delta R$ in die Gl. (2.34) bzw. (2.36) wurden die systematischen Unsicherheiten der beiden Größen bestimmt. Die Ergebnisse unterschieden sich nur wenig von denen, die sich nach Gl. (6.26) ergaben, obwohl ΔR im erweiterten Bereich selbst in der Größenordnung von R liegt. Ursache für die Gültigkeit der linearen Näherung (6.26) ist die Kleinheit von ϵ im erweiterten kinematischen Bereich und der Bezug der R-Unsicherheit auf $1 + (\epsilon)R$, womit das Verhältnis (6.26) auch bei großen ΔR im gesamten Bereich stets kleiner als 0.5 blieb. Wie aus Abbildung 6.12 b) ersichtlich ist, ergaben sich die folgenden R-Anteile am systematischen Fehler von $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ und g_1^p:

$$\Delta_R^{g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}} \approx \begin{cases} 3.5\ \%, \\ 6.5\ \%, \end{cases} \qquad \Delta_R^{g_1^\mathrm{p}} \approx \begin{cases} 0 - 2\ \%, & \text{kinematischer Standardbereich ,} \\ 6 - 15\ \%, & \text{erweiterter kinematischer Bereich .} \end{cases} \tag{6.27}$$

Im Abschnitt 7.3.1 wird die Spinstrukturfunktion g_1^p zu festem $Q^2 = 2$ und $5\ \mathrm{GeV}^2$ unter der Annahme der Q^2-Unabhängigkeit des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ entwickelt. Bei der Berechnung der aus der R-Unsicherheit resultierenden systematischen Unsicherheit der entwickelten Spinstrukturfunktion g_1^p wurde der $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$-Anteil in Gl. (6.26) konsistenterweise unverändert gelassen, während der F_1^p-Anteil an der Stelle $Q^2 = 2$ und $5\ \mathrm{GeV}^2$ bestimmt wurde. Dies resultierte in einem R-Anteil am systematischen Fehler der entwickelten Spinstrukturfunktion g_1^p von etwa 1 % im gesamten x-Bereich (s. Abb. 6.12 c)).

Es wurden die Normierungsunsicherheiten der Messung der unpolarisierten Strukturfunktion F_2^p von E665 (2.0 %), NMC (2.1 %) und SLAC (2.0 %) [E665:96, NMC:97, Whit:90b] im systematischen Fehler der Spinstrukturfunktion g_1^p berücksichtigt. Die Daten dieser Experimente dominieren die verwendete F_2^p-Anpassung [AbLe:97], für die in [AbLe:97] kein Fehler angegeben ist, im kinematischen Bereich von HERMES. Im erweiterten kinematischen Bereich wurde zusätzlich ein mittlerer systematischer F_2^p-Fehler, der aus kinematisch abhängigen systematischen F_2^p-Fehlern der E665-Meßwerte mit $Q^2 < 1\ \mathrm{GeV}^2$ berechnet wurde, durch quadratische Summation in den systematischen Fehler von g_1^p einbezogen. Es ergab sich ein relativer F_2^p-Anteil an der systematischen Unsicherheit von g_1^p von

$$\Delta_{F_2^\mathrm{p}}^{g_1^\mathrm{p}} = \begin{cases} 2\ \% & \text{kinematischer Standardbereich ,} \\ 4.5\ \% & \text{erweiterter kinematischer Bereich .} \end{cases} \tag{6.28}$$

Bei der Entwicklung der Spinstrukturfunktion g_1^p zu $Q^2 = 2$ und $5\ \mathrm{GeV}^2$ wurde lediglich die 2 %ige Normierungsunsicherheit von F_2^p im systematischen Fehler von g_1^p berücksichtigt.

6.7. Zusammenfassung der systematischen Fehler

Die einzelnen relativen systematischen Fehleranteile von $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ bzw. g_1^p wurden als unkorreliert angenommen und quadratisch zum totalen systematischen Fehler Δ_tot summiert. Dieser setzt sich aus dem experimentellen Anteil Δ_Exp und dem externen, parametrisierungsbedingten Anteil Δ_Par (R, A_2^p und F_2^p für g_1^p) zusammen. Das kinematische Verhalten der relativen systematischen Unsicherheiten von $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ ist zusammenfassend in Abb. 6.13 dargestellt und in Tabelle 6.1 als Überblick angegeben.

Ein Großteil am experimentellen systematischen Fehler Δ_Exp des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ (und der Spinstrukturfunktion g_1^p) von insgesamt 5.2 % wird durch die Unsicherheit der Polarisationsmessung von Strahl und Target erzeugt (s. Abschn. 6.1.1). Bei kleinen Bjorken-x dominiert der Anteil aus der Unsicherheit der kombinierten Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur mit 6-18 % den systematischen Fehler (s. Abschn. 6.6.1). In diesem Gebiet liefert die Unsicherheit der geometrischen Akzeptanz, die sich aus der Unsicherheit der Parameter der optischen Achse (s. Abschn. 6.3) und den Resultaten der Variation des z-Vertex-Schnittes (s. Abschn. 6.5.2) zusammensetzt, einen weiteren Beitrag von etwa 3 %. Die ausführlichen Studien zur Positronidentifizierung (s. Abschn. 6.2.1) und die Untersuchungen zur Luminosität einschließlich ihrer Trigger-Lebenszeit-Korrektur (s. Abschn. 6.1.2 u. 6.5.1) führten zu nur kleinen Anteilen am systematischen Fehler von $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ von jeweils etwa 0.4 %.

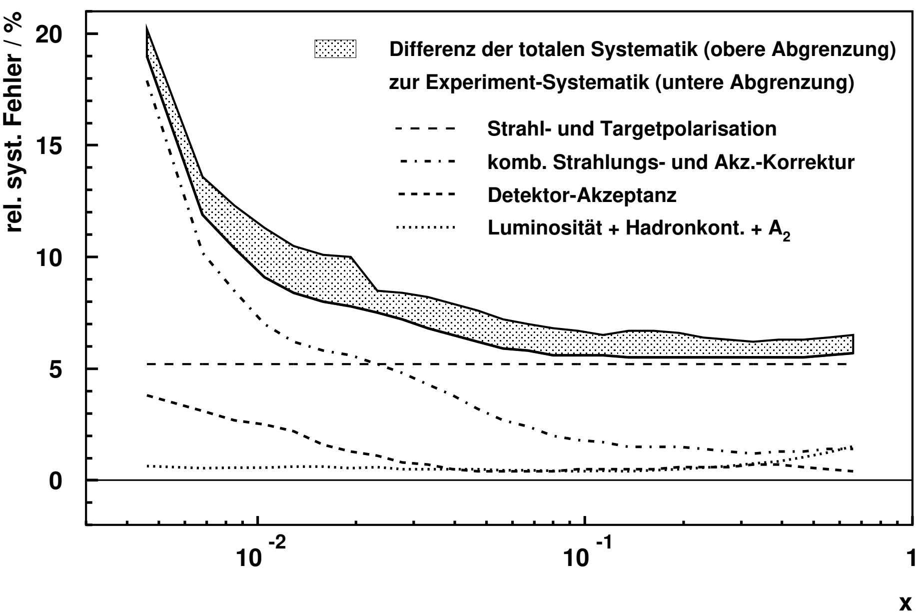


Abbildung 6.13.: x-Abhängigkeit der Komponenten des relativen systematischen Fehlers von $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$. Die quadratische Summation der durch die unterbrochenen Linien dargestellen Anteile ergibt die experimentelle systematische Unsicherheit (Untergrenze des grauen Bereiches) Die Differenz des totalen systematischen Fehlers (Obergrenze des grauen Bereiches) vom experimentellen wird durch die R-Unsicherheit (grauer Bereich) verursacht.

kinematischer Bereich	$\Delta_{\rm exp}$ $g_1^{\rm p}/F_1^{\rm p}$ und $g_1^{\rm p}$	$\Delta_{\rm tot}$ $g_1^{\rm p}/F_1^{\rm p}$	$g_1^{\rm p}$
$0.0021 < x < 0.0061$	19.0 %	20.2 %	24.8 %
$0.0061 < x < 0.0212$	9.2 %	11.3 %	12.5 %
$0.0212 < x < 0.0731$	6.6 %	7.9 %	6.7 %
$0.0731 < x < 0.8500$	5.6 %	6.6 %	5.9 %

Tabelle 6.1.: Mittlere, relative systematische Fehler des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\rm p}/F_1^{\rm p}$ und der Spinstrukturfunktion $g_1^{\rm p}$ für verschiedene x-Bereiche.

Der größte Beitrag zur externen, parametrisierungsbedingten systematischen Unsicherheit $\Delta_{\rm Par}$ des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\rm p}/F_1^{\rm p}$ (der Spinstrukturfunktion $g_1^{\rm p}$) wird im erweiterten kinematischen Bereich mit rund 6 % (bis zu 15 %) durch die Unkenntnis der unpolarisierten Strukturfunktion R bei kleinen Q^2-Werten $Q^2 < 0.5$ GeV^2 erzeugt. Im Standardbereich beträgt der R-abhängige Anteil an der systematische Unsicherheit von $g_1^{\rm p}/F_1^{\rm p}$ etwa 3 % und fällt für $g_1^{\rm p}$ mit steigendem x von 2 % zu 0 % ab, wodurch der 2 %ige $F_2^{\rm p}$-Anteil zunehmend dominiert. Der $A_2^{\rm p}$-Anteil ist bis auf Beiträge bei sehr großen x (1 – 1.5 %) vernachlässigbar klein.

Die Hauptanteile der absoluten systematischen Unsicherheiten von $g_1^{\rm p}/F_1^{\rm p}$ und $g_1^{\rm p}$ sind in den Tabellen G.3 und G.4 zusammengefaßt. Die Absolutwerte wurden mittels der $g_1^{\rm p}/F_1^{\rm p}$-Parametrisierung gemäß Tab 5.1 bestimmt, um die statistischen Fluktuationen der Meßwerte auszugleichen.

7. Resultate zur Spinstruktur des Protons

Diese Analyse der polarisierten HERMES-Daten von 1997 erschloß den erweiterten kinematischen Bereich $0.0021 < x < 0.0212$ und $0.1\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1.2\ \mathrm{GeV}^2$ für die Bestimmung des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und der Spinstrukturfunktion g_1^{p}. Der hier mit untersuchte Standardbereich $0.0212 < x < 0.85$ und $0.8\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 12.5\ \mathrm{GeV}^2$ wurde somit durch 7 weltweit neue Meßwerte vervollständigt. Im Abschnitt 7.1 und 7.2 werden die Messungen von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und g_1^{p} im Vergleich mit den publizierten HERMES-Daten [HERM:98] und den Weltdaten diskutiert, vor allem im Hinblick auf eventuelle Beiträge, die außerhalb der Beschreibung des führenden Twists in der pQCD liegen. Im Abschnitt 7.3 wird das erste Moment Γ_1^{p} der Spinstrukturfunktion g_1^{p} bestimmt. Im Rahmen einer Interpretation im (Twist-2)-Partonbild werden aus Γ_1^{p} die Gesamthelizitäten der Singlettverteilung $\Delta\Sigma$, sowie der Quarkverteilungen Δu , Δd und Δs im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema berechnet. In Abschnitt 7.4 werden die Ergebnisse einer pQCD-Analyse in NLO [Bött:00] dargelegt. Das Kapitel schließt mit einer zusammenfassenden Betrachtung der weltweiten Resultate in Abschnitt 7.5 ab.

7.1. Meßergebnisse für g_1^p/F_1^p und g_1^p

Das Strukturfunktionsverhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ wurde nach Gl. (2.34) aus der Born-Asymmetrie $A_{||}$ (s. Tab. G.6) bestimmt. Durch Multiplikation von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ mit der unpolarisierten Strukturfunktion F_1^{p} wurde die Spinstrukturfunktion g_1^{p} erhalten. Es wurden hierfür die Parametrisierungen der Absorptionsasymmetrie A_2^{p} sowie der unpolarisierten Strukturfunktionen F_2^{p} und R gemäß Tab. 3.2 benutzt. Die Ergebnisse von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und g_1^{p} bleiben dennoch modellunabhängig, da die systematischen Unsicherheiten der parametrisierten Größen im systematischen Fehler von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und g_1^{p} berücksichtigt wurden (s. Abschn. 6.6.2). Die verwendeten kinematischen Faktoren und Werte der Parametrisierungen sind in Tabelle G.5 zusammengefaßt. Die Resultate für $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und g_1^{p} an den Binzentren einschließlich der statistischen und systematischen Fehler (s. Abschn. 6) sind in Tabelle G.7 aufgelistet. Wie bereits in Abschn. 5.2.3 angedeutet, konnte im x-Bereich $0.025 < x < 0.358$ im Rahmen der statistischen Genauigkeit keine Q^2-Abhängigkeit bei festem x in den hier erhaltenen Meßwerten des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ festgestellt werden. Es wurden daher die Ergebnisse des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ bei gegebenem x gemittelt und die Spinstrukturfunktion g_1^{p} an den mittleren, gemessenen $\langle Q^2\rangle$ wie oben beschrieben bestimmt. Die Resultate sind in Tabelle G.8 aufgeführt und in Abbildung 7.1 in Abhängigkeit von x dargestellt.

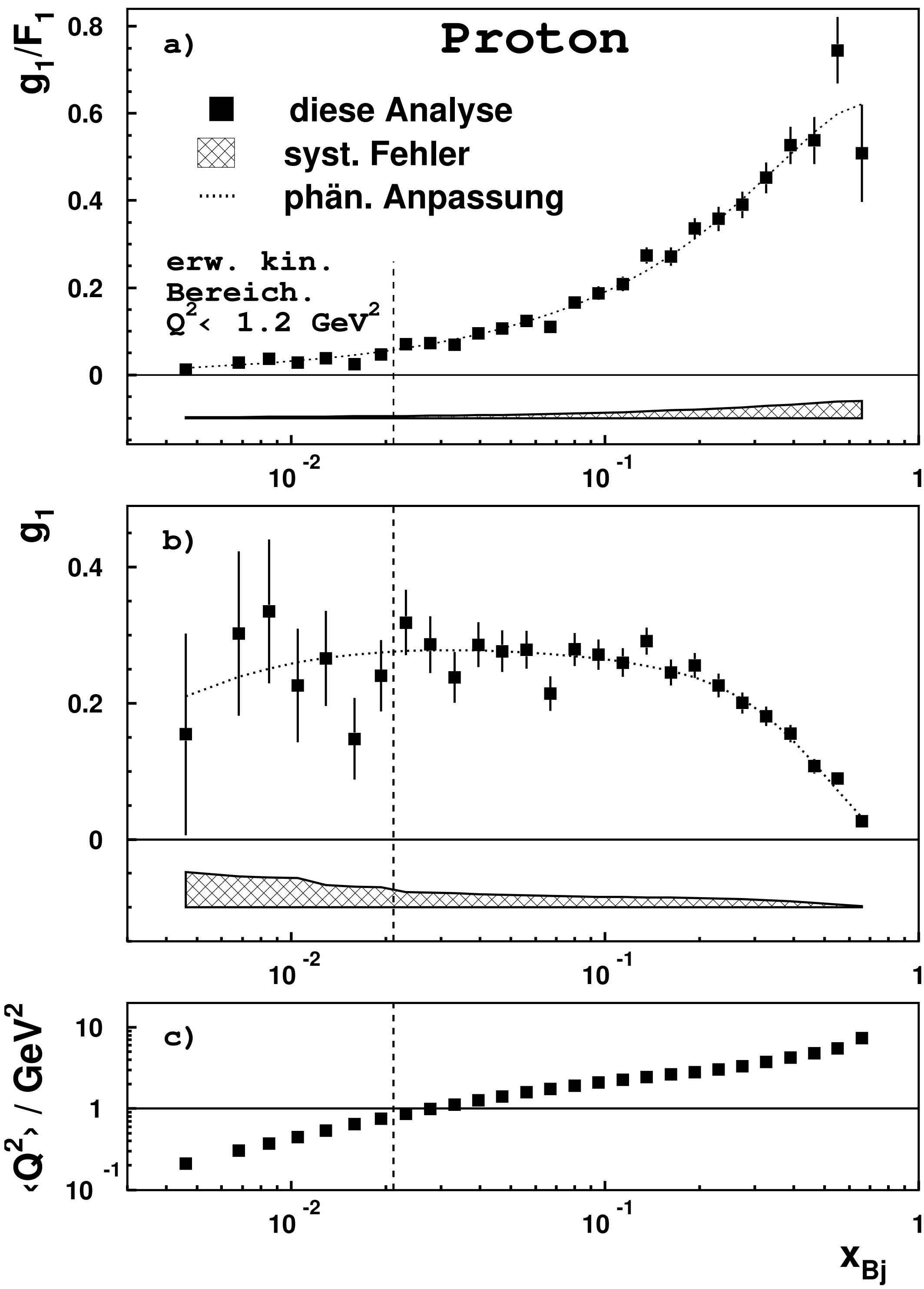


Abbildung 7.1.: Resultate für a) das Strukturfunktionsverhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und b) für die Spinstrukturfunktion g_1^{p} in Abhängigkeit von Bjorken-x, dargestellt an den in c) abgebildeten mittleren $\langle Q^2 \rangle$-Werten. Die phänomenologischen Anpassungen an $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und g_1^{p} wurde nach Tab. 5.1 und nach der F_1^{p}-Parametrisierung gemäß Abschn. 3.5 berechnet. Die senkrechte Linie trennt den erweiterten vom kinematischen Standardbereich.

Das Verhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ (s. Abb. 7.1 a)) fällt mit kleiner werdendem x kontinuierlich zu Werten nahe Null ab, was durch die eingetragene phänomenologische Anpassung gut wiedergegeben wird. Für große x steigt $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ bis zu Werten um etwa 0.7 an in Übereinstimmung mit dem erwarteten Verhalten der Absorptionsasymmetrie A_1^{p} im Valenzquark-Modell [ClRo:93] ($0.6 < A_1^{\mathrm{p}} < 1$). Dagegen fällt die Spinstrukturfunktion g_1^{p} (s. Abb. 7.1 b)) bei großen x zu kleinen Werten nahe Null, wie es von der Anzahlregel vorausgesagt wird [BrBS:95] (s. Abschn. 2.5.1).

Die Spinstrukturfunktion g_1^{p} bleibt für $x < 0.1$ *und* fallende Q^2 nahezu unverändert bei großen Werten um 0.3. Im erweiterten kinematischen Bereich existieren immer noch Spineffekte in der Absorption transversaler, virtueller Photonen von longitudinal polarisierten Protonen, da die Streuquerschnittsdifferenz $\Delta\sigma^{\mathrm{T}} = \sigma^{\mathrm{T}}_{3/2} - \sigma^{\mathrm{T}}_{1/2}$ beider Spinzustände des Photon-Proton-Systems (Projektion auf die Photonachse) proportional zu g_1^{p} ist (s. Abschn. 2.1.3). Die Spineffekte sind jedoch relativ zum unpolarisierten, (doppelten) Absorptionsstreuquerschnitt $2\sigma^{\mathrm{T}} = \sigma^{\mathrm{T}}_{3/2} + \sigma^{\mathrm{T}}_{1/2}$ zu sehen, der proportional zur unpolarisierten Strukturfunktion F_1^{p} ist. Da F_1^{p} mit kleiner werdendem x stark ansteigt (s. Tab. G.5), wird die Absorptionsasymmetrie $A_1^{\mathrm{p}} \approx g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ bzw. das Verhältnis des polarisierten zum unpolarisierten Absorptionsstreuquerschnitt $\Delta\sigma^{\mathrm{T}}/2\sigma^{\mathrm{T}}$ (s. Gl. (2.25)) im erweiterten kinematischen Bereich zu Werten nahe Null gezwungen. Die tatsächliche Spinzustandsabhängigkeit des Absorptionsstreuquerschnittes von transversalen virtuellen Photonen und longitudinal polarisierten Protonen wird daher klein.

In Abbildung 7.2 sind die Resultate der HERMES-Analyse [HERM:98] im Standardbereich verglichen mit den hier erhaltenen Ergebnissen. Die $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$-Punkte dieser Analyse liegen um etwa 3 % über den publizierten Werten. Dies wird hauptsächlich durch den Normierungsunterschied aufgrund der verwendeten Targetpolarisation ver-

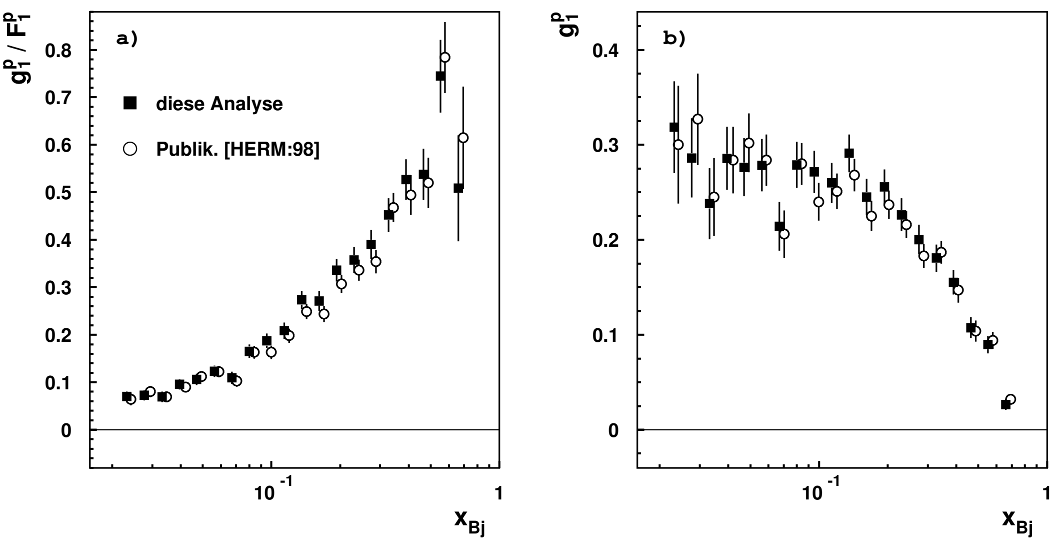


Abbildung 7.2.: Vergleich der Ergebnisse dieser Analyse mit den Resultaten aus [HERM:98] für a) das Strukturfunktionsverhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und b) für die Spinstrukturfunktion g_1^{p}. Die x-Werte aus [HERM:98] wurden wegen besserer Übersichtlichkeit mit 1.05 multipliziert.

ursacht ([HERM:98]: 88 %, hier 85.5 %). Die hier benutzte F_2^p-Parametrisierung nach [AbLe:97] liegt im Standardbereich etwa 1 bis 2% unterhalb der F_2^p-Parametrisierung nach [NMC:95], die in [HERM:98] eingesetzt wurde. Dies führte zur Verringerung des Normierungsunterschiedes bezüglich g_1^p. Weitere Unterschiede in den Analysemethoden führten zu zusätzlichen Veränderungen der Werte für $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ bzw. g_1^p. Alle Abweichungen befinden sich jedoch innerhalb der Unsicherheiten der Targetpolarisation (4%) und der F_2^p-Parametrisierung (2%). Es sei vorweggenommen, daß trotz der Änderungen in der Analyse der publizierte Wert für das Integral $\int_{0.021}^{0.85} g_{1\,[\mathrm{Herm:98}]}^\mathrm{p}\ \mathrm{d}x = 0.122$ im Standardbereich bei $Q^2 = 2.5\ \mathrm{GeV}^2$ in dieser Analyse sehr gut bestätigt werden konnte. Der um 1.6 % größere Wert für das hier erhaltene Integral $\int_{0.021}^{0.85} g_1^\mathrm{p}\ \mathrm{d}x = 0.124$ entspricht den Erwartungen. Im Folgenden werden nur die Ergebnisse dieser Analyse betrachtet.

7.2. Q^2-Abhängigkeiten von $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ und g_1

In Abbildung 7.3 a) wurden die Weltdaten des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ [EMC:89, SMC:98, SMC:99, E143:98, E155:99] und die hier erhaltenen Resultate in Abhängigkeit von x dargestellt. Die zugehörigen $\langle Q^2\rangle$-Mittelwerte für jedes x-Bin sind in Abbildung 7.3 b) gezeigt. Aus den publizierten Werten der Absorptionsasymmetrie A_1^p [EMC:89, SMC:98, SMC:99] wurde $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ nach Gl. (2.34) bestimmt, wobei die Parametrisierung der Absorptionsasymmetrie A_2^p nach Tabelle 3.2 verwendet wurde. Die SMC-Daten eines speziellen Hadron-Triggers [SMC:99] wurden für $x < 0.002$ und $Q^2 < 0.6\ \mathrm{GeV}^2$ im eingefügten Fenster abgebildet. Sie bewegen sich im Bereich um Null. Die gemittelten $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$- und die mittleren $\langle Q^2\rangle$-Werte wurden aus den nur ungemittelt in [E155:99] veröffentlichten Daten hier berechnet. Zur Bestimmung der $\langle Q^2\rangle$-Mittelwerte wurden die inversen statistischen Asymmetriefehler $1/\sigma^2(A_{||})$ als Wichtungsfaktoren verwendet, da unter der Annahme kleiner Ereignisanzahl- und Luminositätsunterschiede zwischen beiden Targetspinzuständen $1/\sigma^2(A_{||})$ proportional zur Ereignisanzahl des kinematischen Bins ist. Die statistischen Asymmetriefehler wurden durch $\sigma^2(A_{||}) = (1+\gamma^2)^2 D^2 \sigma^2(g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p})$ aus den statistischen $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$-Fehlern $\sigma^2(g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p})$ ermittelt. Die Depolarisationsfaktoren $D(x,Q^2)$ und kinematischen Faktoren $\gamma(x,Q^2)$ wurden an den Binzentren berechnet.

Die relativ große Strahlenergie von SMC führt zu einem Q^2-Unterschied bei festem x zwischen den HERMES- und den SMC-Daten von etwa einer Größenordnung. Die Q^2-Werte der anderen Experimente liegen innerhalb dieses Intervalls. Im Rahmen der experimentellen Unsicherheiten konnte im gemeinsamen x-Bereich $0.002 < x < 0.85$ der o.a. Experimente ebenfalls keine signifikante Q^2-Abhängigkeit des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ (und auch der Absorptionsasymmetrie A_1^p) durch direkten Vergleich der Meßwerte bei festem x und verschiedenen Q^2 gefunden werden. Dies ist konsistent mit dem kleinen, mit Null verträglichen Wert $c = -0.03 \pm 0.09$ des multiplikativen $1 + c/Q^2$-Terms in der $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$-Parametrisierung nach Tab. 5.1, der einem effektiven höherem Twist-Beitrag nachempfunden wurde. In [E155:99] wurde mit $c = -0.04$ ein ähnlich kleiner Wert gefunden. Insbesondere wurde die Q^2-Unabhängigkeit außerhalb experimenteller Unsicherheiten im erweiterten kinematischen Bereich überprüft, wie anhand des Vergleiches mit SMC-Werten in Tabelle 7.1 klar wird. Die Differenzen sind mit Null verträglich, bzw. die

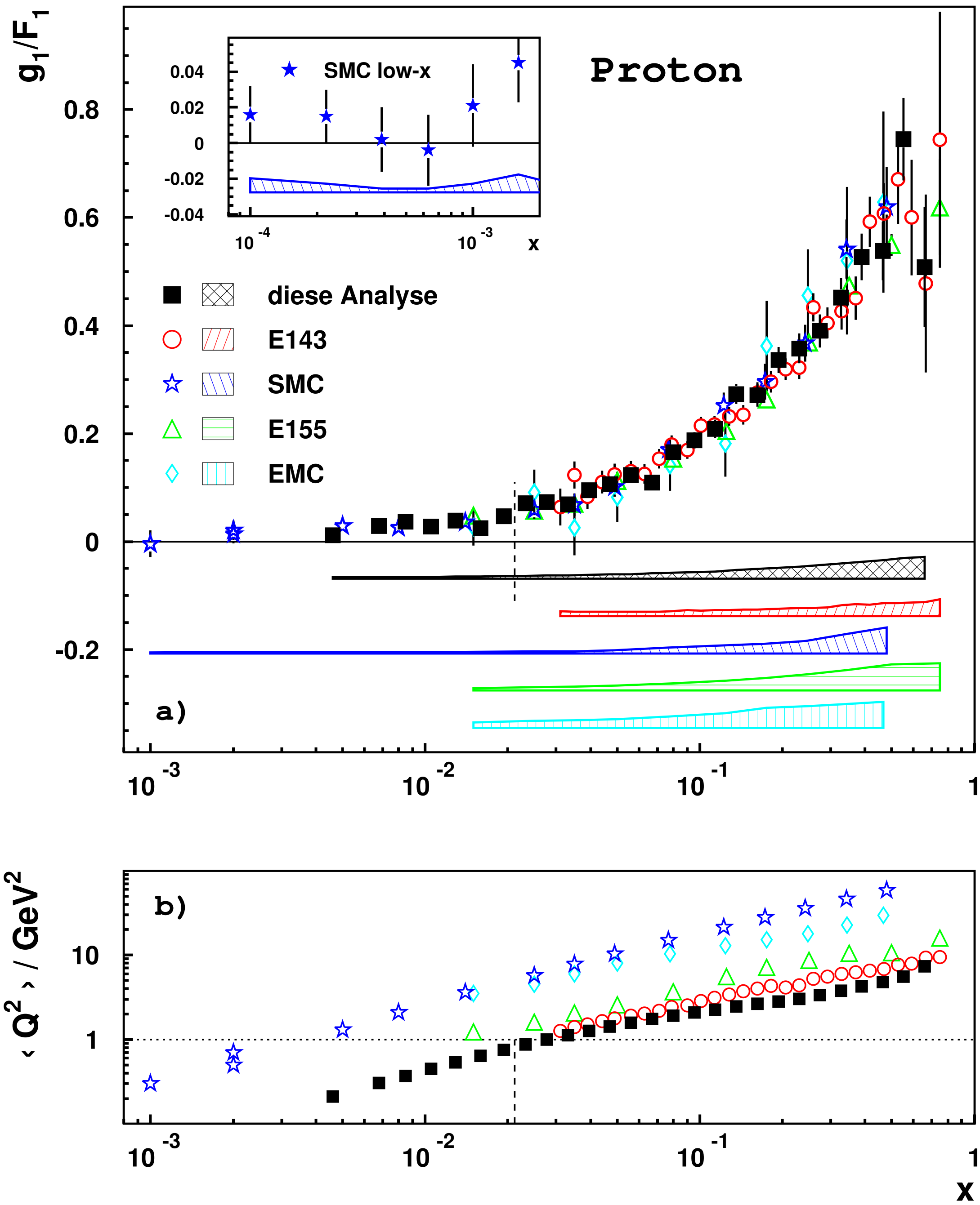


Abbildung 7.3.: Weltdaten des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ des Protons in Abhängigkeit von Bjorken-x an den gemessenen $\langle Q^2\rangle$-Mittelwerten, die in der unteren Darstellung angegeben sind. Im eingefügten Fenster sind die SMC-Daten [SMC:98b] des Q^2-Bereiches $0.02\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 0.63\ \mathrm{GeV}^2$ gezeigt, die durch Analyse eines speziellen Hadron-Triggers ermittelt wurden. Die schraffierten Bänder zeigen die systematischen Fehler. Die senkrechte Strichlinie trennt den erweiterten vom HERMES-Standardbereich.

	$0.0021 < x < 0.0061$	$0.0061 < x < 0.0116$	$0.0116 < x < 0.0175$
$\langle Q^2 \rangle$ HERMES	$0.2\ \mathrm{GeV}^2$	$0.4\ \mathrm{GeV}^2$	$0.6\ \mathrm{GeV}^2$
$\langle Q^2 \rangle$ SMC	$1.3\ \mathrm{GeV}^2$	$2.1\ \mathrm{GeV}^2$	$3.6\ \mathrm{GeV}^2$
$A^{\mathrm{p}}_{1\,\mathrm{HERM}} - A^{\mathrm{p}}_{1\,\mathrm{SMC}}$	-0.012 ± 0.018	0.005 ± 0.016	-0.004 ± 0.015
$A^{\mathrm{p}}_{1\,\mathrm{HERM}} / A^{\mathrm{p}}_{1\,\mathrm{SMC}}$	0.58 ± 0.47	1.19 ± 0.69	0.89 ± 0.38

Tabelle 7.1.: Differenzen und Verhältnisse der A_1^{p}-Meßwerte dieser Analyse und der SMC-Daten [SMC:98] im erweiterten x-Bereich. Für diesen Vergleich wurden das 2. – 4. (mittlere Spalte) sowie das 5. und 6. x-Bin (rechte Spalte) dieser Analyse gemittelt, um in etwa den SMC-Bingrenzen zu entsprechen. Es wurde nur der statistische Fehler angegeben.

Verhältnisse mit eins. Die Genauigkeit wird durch die statistischen Unsicherheiten der A_1^{p}-Daten von SMC dominiert , die um 30 % – 100 % größer sind als die statistischen Unsicherheiten der in der vorliegenden Arbeit bestimmten A_1^{p}-Werte von HERMES.

Wie in Abschn. 2.6 erörtert wurde, können vor allem bei kleinen Q^2-Werten nicht-partonische Effekte jenseits des erweiterten QPM, wie höhere Twist- und/oder VMD-Anteile [1] eine wichtige Rolle spielen. Diese sind im Gegensatz zur logarithmischen Q^2-Abhängigkeit der (Twist-2) Koeffizientenfunktionen und Partonverteilungen (s. Abschn. 2.3.3) proportional zu Potenzen in $1/Q^2$. Die unzureichende theoretische Kenntnis der tatsächlichen Größe von nicht-partonischen Beiträgen sowie die begrenzte Meßgenauigkeit von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und g_1^{p} lassen einen weiten Interpretationsspielraum zu. Die sieben Meßpunkte aus dem erweiterten kinematischen Bereich können in jedem Fall Impulse für neue Modellrechnungen liefern.

Eine mögliche Interpretation der Q^2-Unabhängigkeit des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und der Absorptionsasymmetrie A_1^{p} wäre die Annahme, daß die erwähnten Prozesse nur wenig zur Änderung der Strukturfunktionen g_1^{p} und F_1^{p} selbst beitragen. Dies entspricht jedoch nicht der bekannten Skalenverletzung der unpolarisierten Strukturfunktionen (s. Abb. 2.2). Bei großen Q^2-Werten ist die Annahme der Kleinheit von Termen mit höherem Twist und VMD-Anteilen eine gute Näherung, da sie schnell mit $1/Q^2$ (Twist-4) bzw. mit $1/Q^4$ (VMD) fallen. Dies wird unterstützt, durch die eher logarithmische als potenzartige Q^2-Abhängigkeit der unpolarisierten Strukturfunktion F_2^{p} für $Q^2 \gtrsim 2$ GeV (s. Abb. 2.2). Hier wird sich der weniger restriktiven Interpretation angeschlossen, daß nicht-partonische Anteile und QCD-Strahlungskorrekturen von g_1^{p} und F_1^{p} von ähnlicher relativer Größe sind, so daß sie sich im Verhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ gegenseitig aufheben. Dies wurde bereits im Abschn. 2.3.3 für die pQCD-Strahlungskorrekturen (Gluon-Abstrahlung) und im Abschn. 2.6.2 für Terme mit höherem Twist erörtert. Von besonderer Wichtigkeit erweisen sich in diesem Zusammenhang die sieben neuen Meßpunkte dieser Analyse. Galt obige Aussage bisher nur für den kinematischen Bereich $x > 0.02$ und $Q^2 > 1\ \mathrm{GeV}^2$, so kann sie aufgrund des Datenvergleiches in Tab. 7.1 nun auf das Gebiet $0.002 < x < 0.02$ und $0.1\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 4\ \mathrm{GeV}^2$ erweitert werden.

Wenn $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ bzw. A_1^{p} als unabhängig von Q^2 angenommen werden, ist damit stets keine sichtbare Q^2-Abhängigkeit außerhalb der Meßgenauigkeit gemeint. Die folgende Ab-

[1] Aufsummierte Twist-2-Target-Masse-Effekte haben nach Abschn. 2.6.2 hier keine Bedeutung.

schätzung für den erweiterten kinematischen Bereich zeigt, welche nicht-partonischen Anteile innerhalb der Fehler verborgen sein könnten. Die Absorptionsasymmetrie $A_1^{\rm p}$ sei hinreichend gut bis zur Ordnung $1/Q^2$ beschrieben:

$$A_1(x, 1/Q^2) \approx A_1^{\tau=2}(x)(1 + \frac{1}{Q^2} h_{A_1}(x)) \ . \tag{7.1}$$

Logarithmische Q^2-Abhängigkeiten seien gegenüber dem $1/Q^2$-Term vernachlässigt. Die Größe $A_1^{\tau=2}$ stelle den partonischen Twist-2-Anteil dar [2] und h_{A_1} den nicht-partonischen Anteil. Neben höherem Twist berücksichtigt h_{A_1} auch VMD-Anteile, da $1/4Q^2$ eine obere Schranke von $1/(1+Q^2)^2$ bildet [3], die bei $Q^2 = \mathcal{O}(1)\ \mathrm{GeV}^2$ hinreichend genau ist. Der Vergleich der Q^2-Werte von SMC und HERMES zeigt, daß ein Beitrag h_{A_1}/Q^2 bei HERMES etwa $Q^2_{\rm SMC}/Q^2_{\rm HERMES} \approx 6$ mal so groß wie bei SMC wäre, so daß eine Abweichung des Verhältnisses

$$\frac{A_1(x, 1/Q^2_{\rm HERMES})}{A_1(x, 1/Q^2_{\rm SMC})} \approx 1 + \frac{h_{A_1}(x)}{Q^2_{\rm HERMES}} \tag{7.2}$$

von 1 durch den nicht-partonischen Anteil bei HERMES dominiert würde. In diesem Modell limitiert die derzeitige statistische Genauigkeit nach Tab. 7.1 (mit 68 %iger Wahrscheinlichkeit) nicht-partonische Anteile von $A_1^{\rm p}$ im erweiterten kinematischen Bereich auf eine relative Größe von etwa $h_{A_1}/Q^2_{\rm HERMES} < 0.5$. Dies demonstriert die Notwendigkeit der Erhöhung der Präzision der polarisierten Daten. Erreichbar wäre dies beispielsweise beim TESLA-N-Projekt [TESN:00].

Aus der Q^2-Unabhängigkeit des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\rm p}/F_1^{\rm p}$ folgt, daß $g_1^{\rm p}/F_1^{\rm p}$ als eine Twist-2-Größe betrachtet werden kann, und daß, wie oben angedeutet, die Q^2-Abhängigkeit der polarisierten Strukturfunktion $g_1^{\rm p}$ derjenigen der unpolarisierten Strukturfunktion $F_1^{\rm p}$ ähnelt. In Abbildung 7.4 sind die Weltdaten der Spinstrukturfunktion $g_1^{\rm p}$ [EMC:89, SMC:98, E143:98, E155:99] und dieser Analyse für $x > 0.004$ in Abhängigkeit von Q^2 gezeigt. Die $g_1^{\rm p}$-Werte der Weltdaten in Abb. 7.4 wurden mit der phänomenologischen Parametrisierung der unpolarisierten Strukturfunktion $F_1^{\rm p}$ nach Abschn. 3.5 aus den $g_1^{\rm p}/F_1^{\rm p}$-Werten an den $\langle Q^2 \rangle$-Mittelwerten bestimmt. Um die Q^2-Abhängigkeit von $g_1^{\rm p}$ darzustellen, wurden die $g_1^{\rm p}$-Daten durch

$$g_1^{\rm p}(x_0, Q^2) = g_1^{\rm p}(x, Q^2) + g_1^{\rm p,\,par}(x_0, Q^2) - g_1^{\rm p,\,par}(x, Q^2) \tag{7.3}$$

zu festen gemeinsamen x-Werten verschoben. Die phänomenologische Parametrisierung $g_1^{\rm p,\,par}$ basiert auf der Anpassung von $g_1^{\rm p}/F_1^{\rm p}$ nach Tab. 5.1 und der $F_1^{\rm p}$-Parametrisierung nach Abschn. 3.5. Außerdem wurde eine x-abhängige Konstante $c(x)$ addiert, um die Übersichtlichkeit zu erhöhen. Die Konstante $c(x_0)$ wurde durch $c(x_0) = (13 - i)/4$, $i = 1 \cdots 12$ definiert, wobei i durch den i-ten gemeinsamen x_0-Wert aus Abb. 7.4 in steigender Reihenfolge gegeben ist. Die phänomenologische Parametrisierung $g_1^{\rm p,\,par}(x, Q^2)$

[2] Falls der Twist-2-Anteil $A_1^{\tau=2}$ für $Q^2 < 1\ \mathrm{GeV}^2$ nicht definiert ist (s. Abschn. 2.6.1), sei $A_1^{\tau=2}$ bei großen Q^2 ausgeklammert.

[3] Vgl. m. Gl. (2.91), falls $m_{\rm V} \approx 1\ \mathrm{GeV}^2$ gesetzt wird.

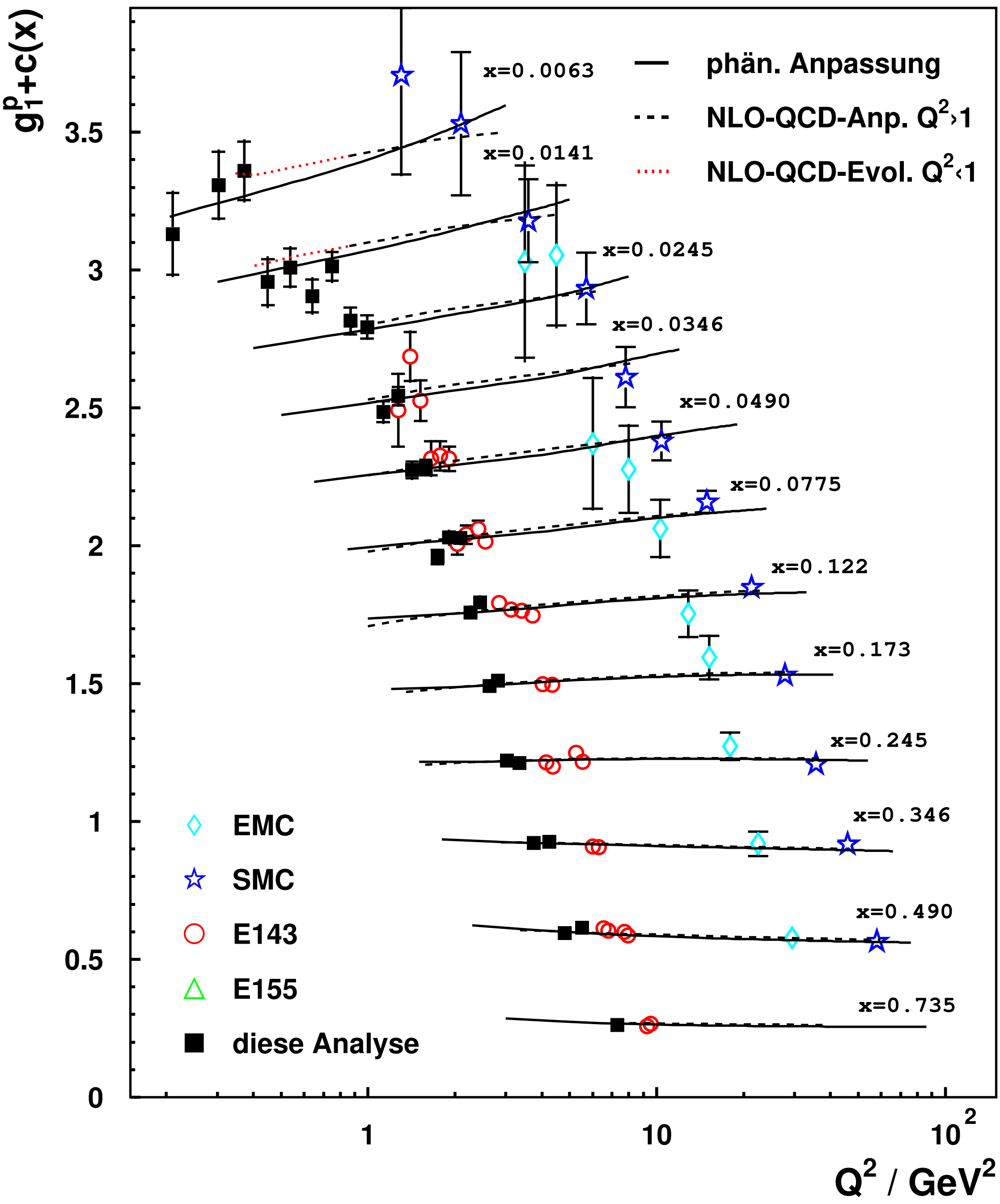


Abbildung 7.4.: Spinstrukturfunktion g_1^p der Proton-Weltdaten als Funktion von Q^2. Die Daten wurden mit der phänomenologischen Anpassung an g_1^p (s. Text) zu gemeinsamen x-Werten verschoben. Die pQCD-Anpassung (s. Abschn. 7.4) wurde zu $Q^2 < 1$ GeV^2 entwickelt (gepunktete Linie). Die inneren Fehlerkreuze stellen die statistischen, die äußeren die quadratische Summe von statistischen und systematischen Fehlern dar.

liefert im gemessenen Bereich eine gute Beschreibung der Q^2-Abhängigkeit der Spinstrukturfunktion g_1^p. Die Meßpunkte zeigen für $x > 0.15$ nur eine schwache Skalenverletzung und im Bereich $0.07 < x < 0.15$ einen signifikanten Anstieg von g_1^p mit steigendem Q^2 (positive Skalenverletzung). Erste Hinweise auf eine positive Skalenverletzung zeigen sich auch bei kleinen x.

Vergleichend zur phänomenologischen Parametrisierung der Spinstrukturfunktion g_1^p ist in die Abb. 7.4 die pQCD-Anpassung in NLO an die g_1^p-Meßwerte nach Abschn. 7.4 eingetragen. Die geringen Unterschiede zwischen der Q^2-Abhängigkeit der pQCD- und der phänomenologischen Anpassung deuten auf die Twist-2-Dominanz in den Daten für $Q^2 > 2\ \mathrm{GeV}^2$ hin. Unter der Annahme der Gültigkeit der pQCD wurde die pQCD-Anpassung zu kleinen Q^2-Werten $0.4\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1\ \mathrm{GeV}^2$ entwickelt. Das Ergebnis war im Rahmen der statistischen Genauigkeit noch kompatibel mit den Meßpunkten aus dem erweiterten kinematischen Bereich, die aber selbst nicht in der pQCD-Analyse verwendet wurden. Die geringe Genauigkeit der SMC- und EMC-Daten bei großen Q^2 und kleinen x im Vergleich zu den Ergebnissen dieser Analyse bei kleinen x läßt auch hier kaum Aussagen über Gültigkeitsbereich der pQCD und mögliche nicht-partonische Anteile in g_1^p zu.

Eine Abschätzung, ähnlich der o.a. Betrachtung für A_1^p, könnte einen ersten phänomenologischen Anhaltspunkt zur Einschränkung von eventuellen nicht-partonischen Beiträgen zu g_1^p bei kleinen x und Q^2 auf Datenbasis liefern. Es wird angenommen, daß die Spinstrukturfunktion g_1^p nach Gl. (2.89) bis zu Ordnung $1/Q^2$ durch

$$g_1^\mathrm{p} = g_1^{\tau=2}(x, \ln Q^2)(1 + \frac{h_{g_1}(x)}{Q^2}) \qquad (7.4)$$

beschrieben werden kann. Der Twist-2-Anteil $g_1^{\tau=2}$ sei für $Q^2 > 1\ \mathrm{GeV}^2$ durch die pQCD-Anpassung an g_1^p gegeben. Unter der nicht gesicherten Annahme der Gültigkeit der pQCD bis zur Faktorisierungsskale $\mu^2_\mathrm{fact} = 0.4\ \mathrm{GeV}^2$ sei für $0.4\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1\ \mathrm{GeV}^2$ der Twist-2-Term $g_1^{\tau=2}$ durch die zu $Q^2 < 1\ \mathrm{GeV}^2$ entwickelten Werte der pQCD-Anpassung gegeben. Daten mit kleinerem Q^2-Werten wurden nicht einbezogen. Logarithmische Q^2-Abhängigkeiten des Twist-2-Anteils wären somit berücksichtigt. Die mittlere Differenz der pQCD-Anpassungen von g_1^p im HERMES-Q^2-Bereich und SMC-Q^2-Bereich ergibt im x-Bereich $0.008 < x < 0.02$ einen Wert von etwa $\Delta g_1^{\tau=2} = 0.17$. Für die mittlere Differenz der SMC- und HERMES-Daten von g_1^p desselben kinematischen Bereiches wurde $\Delta g_1 = 0.2 \pm 0.13$ erhalten. Der nicht-partonische Anteil $\Delta g_1^{\tau\neq 2} = \Delta g_1 - \Delta g_1^{\tau=2} = 0.03 \pm 0.13$ ist in diesem Modell verträglich mit Null. Der statistische Fehler kann (mit 68 %iger Wahrscheinlichkeit) analog Gl. (7.2) nur zur Einschränkung möglicher nicht-partonischer Anteile im Gebiet $0.008 < x < 0.02$ und $0.4\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1\ \mathrm{GeV}^2$ auf relative Werte kleiner als $h_{g_1}/Q^2 < 0.6$ dienen.

Zusammenfassend wird festgestellt, daß eine Schlußfolgerung über höhere Twist und/oder VMD-Anteile in der Spinstrukturfunktion g_1^p im erweiterten kinematischen Bereich nicht gezogen werden kann. Zum einen existiert noch kein klares theoretisches Konzept für die pQCD-Beschreibung der Spinstruktur des Nukleons bei kleinen "Auflösungen" Q^2 (s. Abschn. 2.6). Zum anderen sind für die Weiterentwicklung theoretischer Modelle sehr präzise Daten über einen großen Q^2- und x-Bereich erforderlich.

7.3. Bestimmung von Γ_1^{p} und von $\Delta\Sigma$

Die Bestimmung des ersten Momentes $\Gamma_1^{\mathrm{p}} = \int_0^1 g_1^{\mathrm{p}}\,\mathrm{d}x$ der Spinstrukturfunktion g_1^{p} erfordert die Entwicklung zu festem Q^2. In der vorliegenden Analyse wurden die Werte $Q^2 = 2$ und $5\ \mathrm{GeV}^2$ gewählt. Der erste Wert entspricht etwa dem mittleren Q^2-Wert von HERMES, der zweite etwa dem Weltmittelwert. Die Integrale von g_1^{p} werden im gemessenen x-Bereich $0.0021 < x < 0.85$ berechnet. Sie werden als gemessene Integrale I_{m} bezeichnet. Die Integralanteile der ungemessenen Bereiche $0.85 < x < 1$ und $0 < x < 0.0021$ werden durch Extrapolation von g_1^{p} bestimmt. Aus dem erstem Moment Γ_1^{p} wird die Gesamthelizität der Quarks $\Delta\Sigma$ im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema berechnet.

7.3.1. Integral im gemessenen Bereich

In der Entwicklung zu festem Q^2 wurde die in Abschn. 7.1 diskutierte Q^2-Unabhängigkeit des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ für den gesamten vermessenen x-Bereich angenommen. Es wurden die über Q^2 gemittelten Werte von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}(x, \langle Q^2\rangle)$ aus Tab. G.8 verwendet. Die Entwicklung von g_1^{p} zu festem Q^2 ergab sich somit aus der Q^2-Abhängigkeit der phänomenologischen Parametrisierung von F_1^{p}:

$$g_1^{\mathrm{p}}(x, Q^2) = \frac{g_1^{\mathrm{p}}}{F_1^{\mathrm{p}}}(x, \langle Q^2\rangle) F_1^{\mathrm{p}}(x, Q^2)\ . \tag{7.5}$$

Eine mögliche Q^2-Abhängigkeit von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ wurde in einem systematischen Q^2-Entwicklungsfehler

$$\Delta_{Q^2} = \left| \frac{1}{\langle Q^2\rangle} - \frac{1}{Q^2} \right| |c| F_1^{\mathrm{p}}(x, Q^2) \tag{7.6}$$

unter Einbeziehung der mittleren $\langle Q^2\rangle$-Werte berücksichtigt. Es wurde $|c| = 0.03$ entsprechend der phänomenologischen Parametrisierung von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ gemäß Tab. 5.1 angenommen. Die Ermittlung der statistischen sowie der experimentellen und parametrisierungsbedingten systematischen Fehler erfolgte analog wie in Abschn. 7.1 beschrieben. Die Werte der zu festem Q^2 entwickelten Spinstrukturfunktion g_1^{p} sind in Tabelle G.9 aufgelistet. Dem Ergebnis ist zu entnehmen, daß der Q^2-Entwicklungsfehler im x-Bereich $0.0021 < x < 0.0212$ den größten Beitrag zur systematischen Unsicherheit liefert. Er verschwindet mit steigendem x.

Die zu festem Q^2 entwickelte Spinstrukturfunktion g_1^{p} und somit das gemessene Integral I_{m} wird im Rahmen des erweiterten QPM interpretiert. Dies ist aus zwei Gründen möglich. Erstens deutet, wie in Abschn. 7.2 erwähnt, die Q^2-Unabhängigkeit von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ auf eine Twist-2-Dominanz hin. Zweitens wird angenommen, daß bei den gewählten Q^2-Werten von 2 bzw. $5\ \mathrm{GeV}^2$ mögliche nicht-partonische Anteile in Folge der $(1/Q^2)^n$-Abhängigkeit unterdrückt sind. Etwaig verbliebene derartige Anteile in der zu festem Q^2 entwickelten Spinstrukturfunktion g_1^{p} können jedoch, wie bereits diskutiert, in den Unsicherheiten enthalten sein.

Integral	Bereich	$Q^2 = 2\ \mathrm{GeV}^2$	$Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2$
diese Daten	$0.0021 < x < 0.85$	0.135	0.129
		$\pm 0.004 \pm 0.008 \pm 0.004$	$\pm 0.004 \pm 0.008 \pm 0.004$
phän. Anp.	$0.0021 < x < 0.85$	0.135	0.131
NLO	$0.0021 < x < 0.85$	0.131	0.134
SMC: Welt	$0.003 < x < 0.8$		0.130
			$\pm 0.003 \pm 0.005 \pm 0.004$
SMC: NLO	$0.003 < x < 0.8$		0.132

Tabelle 7.2.: Gemessene Integrale der Spinstrukturfunktion g_1^{p}, erhalten aus den Daten, der phänomenologischen und der QCD-Anpassung [Bött:00], sowie die Integrale im gemessenen Bereich der Weltdaten und der pQCD-Anpassung nach [SMC:98b]. Die Unsicherheiten sind der Reihenfolge nach: statistischer Fehler, experimenteller systematischer Fehler, Unsicherheit der verwendeten Parametrisierungen einschließlich der Q^2-Evolution.

Das Integral im gemessenen Bereich $0.0021 < x < 0.85$ wurde durch Auswertung von

$$I_{\mathrm{m}} = \int_{0.0021}^{0.85} g_1^{\mathrm{p}}(x, Q^2)\ \mathrm{d}x = \sum_{i=1}^{N} g_1^{\mathrm{p}}(x_{\mathrm{c}}^i, Q^2) \int_{x^i}^{x^{i+1}} F_1^{\mathrm{p}}(x, Q^2)\ \mathrm{d}x \tag{7.7}$$

bestimmt. Die Summe läuft über alle $i = 1$ bis $N = 27$ x-Bins, x^i und x^{i+1} stellen die untere bzw. obere Grenze des i-ten x-Bins und x_{c}^i den entsprechenden Bin-Zentralwert dar (s. Tab. G.1). Die unpolarisierte Strukturfunktion F_1^{p} wurde numerisch in jedem x-Bin integriert, um deren starke x-Abhängigkeit zu berücksichtigen. Die Integralwerte für $Q^2 = 2$ und $5\ \mathrm{GeV}^2$ sind in Tabelle 7.2 angegeben. Der statistische Fehler wurde nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz für die unabhängigen Meßpunkte behandelt. Die experimentellen, parametrisierungs- und Q^2-entwicklungsbedingten systematischen Unsicherheiten der zu festem Q^2 entwickelten Spinstrukturfunktion g_1^{p}, $\Delta_{\mathrm{sys}}^{g_1}(x, Q^2)$ ($\mathrm{sys} = \mathrm{exp}, \mathrm{par}, \mathrm{Q}^2$), sind Punkt-zu-Punkt korreliert. Sie wurden durch die Größtfehlerabschätzung

$$\Delta_{\mathrm{sys}}^{I_{\mathrm{m}}} = \sum_{i=1}^{N} \Delta_{\mathrm{sys}}^{g_1}(x_{\mathrm{c}}^i, Q^2) \int_{x^i}^{x^{i+1}} F_1^{\mathrm{p}}(x, Q^2)\ \mathrm{d}x \tag{7.8}$$

berechnet. Der Unterschied zwischen dem Integralfehler bei Berücksichtigung der x-Abhängigkeit der Unsicherheiten der Parametrisierungen der unpolarisierten Strukturfunktionen R und F_2^{p} im Bin-Integral von F_1^{p} und dem R- und F_2^{p}-Fehleranteil, der nach Gl. (7.8) über die Summe der Bin-Zentralwerte $\Delta_{\mathrm{par}}^{g_1}(x_{\mathrm{c}}^i, Q^2)$ berechnet wurde, war gering. Der Q^2-Entwicklungsfehler $\Delta_{Q^2}^{I_{\mathrm{m}}}$ wurde zum parametrisierungsbedingten systematischen Integralfehler $\Delta_{\mathrm{par}}^{\mathrm{I_m}}$ quadratisch addiert (dritter Unsicherheitswert in Tab. 7.2).

Die experimentelle systematische Unsicherheit des Integrals wird dominiert durch die 5.2 %ige Unsicherheit in den Polarisationsmessungen. Die integrierte Unsicherheit der kombinierten Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur beträgt etwa 2%. Der führende Anteil am parametrisierungsbedingten systematischen Fehler $\Delta_{\mathrm{par}}^{I_{\mathrm{m}}}$ wird durch die 2 %ige Normierungsunsicherheit der unpolarisierten Strukturfunktion F_2^{p} und dem Q^2-Entwicklungsfehler gebildet. Der Integralanteil eines g_1^{p}-Meßpunktes ist bei einem logarithmisch äquidistanten x-Binning proportional zur Größe xg_1^{p}. Die großen systematischen Unsicherheiten bei kleinen $x < 0.0212$ in der zu festem Q^2 entwickelten Spinstrukturfunktion g_1^{p} (Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur, Q^2-Entwicklung) tragen aufgrund der Wichtung mit den kleinen x-Werten zur Unsicherheit des Integrals nur wenig bei. Die integrierten Unsicherheiten der unpolarisierten Strukturfunktion R und der Absorptionsasymmetrie A_2^{p} nehmen etwa den gleichen Stellenwert ein, da sie bei großen x jeweils rund 1 % betragen. Die einzelnen Anteile wurden mit ihren Absolutwerten in Tabelle G.10 aufgelistet. In Tabelle 7.3 ist das Integral des gemessenen Bereiches unterteilt in die Anteile des erweiterten kinematischen Bereiches und der Standardregion. Die Daten im Gebiet $0.0021 < x < 0.0212$ ergeben bei $Q^2 = 2$ bzw. $5\,\mathrm{GeV}^2$ Beiträge zum Integral über das gesamte gemessene x-Intervall von 5 % bzw. 8 %, was die Bedeutung der kinematischen Erweiterung zu kleinen x unterstreicht (s. Abschn. 2.5.2).

In Tabelle 7.2 sind ebenfalls die Integrale im gemessenen Bereich der phänomenologischen Parametrisierung und der pQCD-Anpassung von g_1^{p} angegeben. Der Wert des Integrals fällt von $Q^2 = 2\ \mathrm{GeV}^2$ bis $Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2$ ab. Der Abfall ergab sich sowohl für die Datenpunkte der Spinstrukturfunktion g_1^{p} als auch für deren phänomenologischen Parametrisierung. Dieses Verhalten wurde ebenfalls bei alternativ gewählten Parametrisierungen des Strukturfunktionsverhältnisse $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ (nach [E143:98, E155:99] und Tab. 3.2) und der unpolarisierten Strukturfunktionen R und F_2^{p} (nach [E143:99, NMC:95]) beobachtet. Die geringe Q^2-Abhängigkeit einiger $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$-Parametrisierungen wirkte sich nur wenig auf den Abfall des Integrals aus. Der beobachtete Abfall wird im wesentlichen durch die Q^2-Abhängigkeit der unpolarisierten Strukturfunktion F_1^{p} verursacht. Oberhalb von $Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2$ nahmen die Integralwerte wieder zu. Das Integral der pQCD-Anpassung von g_1^{p} wächst in Konsistenz mit Voraussagen des erweiterten QPM für Γ_1^{p} mit steigendem Q^2 leicht an. Der Abfall des Integrals könnte auf nicht-partonische Anteile hinweisen, die jedoch im Rahmen der Genauigkeit des Integrals nicht aufgeklärt werden konnten. Der Weltmittelwert des Integrals und der pQCD-Anpassung von g_1^{p} nach [SMC:98] (ohne HERMES und E155) im gemessenen Gebiet $0.003 < x < 0.8$ bei $Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2$ stimmt sehr gut mit den Ergebnissen dieser Analyse überein. Der etwas größere x-Bereich von HERMES bewirkte einen zusätzlichen Beitrag zum Integral von 0.001. Der in der vorliegenden Arbeit erhaltene Integralwert für die HERMES-Daten weist fast die gleiche statistische Präzision wie der Weltmittelwert nach [SMC:98b] auf.

7.3.2. Extrapolation in die ungemessenen x-Bereiche

Die Extrapolation der Spinstrukturfunktion g_1^{p} in den ungemessenen Bereich $0.85 < x < 1$ erfolgte gemäß den im Abschn. 2.5.1 dargelegten Modellen. Es wurde das Strukturfunktionsverhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ im Bereich $0.5 < g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}} < 0.9$ variiert, was dem in Gl. (2.85) angegebenen Bereich für die Absorptionsasymmetrie A_1^{p} abzüglich eines geschätzten A_2^{p}-Beitrages für große x von etwa 0.1 entspricht (s. Abb. G.1). Mittels der F_1^{p}-Parametrisierung gemäß Abschn. 3.5 wurde die entsprechende Variation von g_1^{p} bestimmt. Zur Anpassung des freien Parameters c in der Extrapolation $g_1^{\mathrm{p}} = c(1-x)^3$ nach der Anzahlregel wurden die zu festem Q^2 entwickelten g_1^{p}-Daten aus dem Meßbereich $0.358 < x < 0.85$ verwendet. Der Integralanteil im ungemessenen Bereich $0.85 < x < 1$ wurde aus dem arithmetischen Mittel des Maximal- und Minimalwertes der extrapolierten Integrale gebildet. Das hatte den Vorteil, daß sich für die systematische Unsicherheit ein symmetrischer Wert aus der halben Differenz des Maximal- und Minimalwertes ergab. Da für $x \to 1$ die Spinstrukturfunktion g_1^{p} verschwindet, ist die Extrapolation unkritisch und ergibt nur einen kleinen Integralbeitrag von etwa einem Prozent (s. Tab. 7.3) für beide Q^2-Werte.

Die Extrapolation der Spinstrukturfunktion g_1^{p} in den ungemessenen Bereich $0 < x < 0.0021$ hängt empfindlich von der Wahl des Modells für das Verhalten von g_1^{p} für $x \to 0$ ab. Hier wurden u.a. die Regge- und QCD-Modelle nach Abschn. 2.5.2 betrachtet. In die Ausdrücke (2.86) – (2.88) wurden Proportionalitätsfaktoren eingefügt. Zur Anpassung der Faktoren wurden die zu festem Q^2 entwickelten g_1^{p}-Daten aus dem Meßbereich $0.0021 < x < 0.0116$ benutzt. In Gl. (2.88) wurden für den Parameter $a = \mathcal{O}(\sqrt{\alpha_{\mathrm{s}}})$ die in Tab. (7.4) angegebenen Werte für die starke Kopplungskonstante α_{s} eingesetzt. Außerdem wurde die pQCD-Anpassung von g_1^{p} nach Abschn. 7.4 für $x < 0.0021$ zur Extrapolation verwendet. Die hier betrachteten Modelle führten nur zu geringen Variationen des extrapolierten Integrals im Bereich von 0 – 2 % des gemessenen Integrals (s. Tab. G.10). Der Beitrag der Meßpunkte im erweiterten kinematischen Bereich zum gemessenen Integral ist um fast eine Größenordnung größer und demonstriert erneut deren Bedeutung bei der Reduktion des Extrapolationsbereiches.

Eine ausschließlich Beschränkung auf obige Regge- und QCD-Modelle würde eine sehr kleine Unsicherheit für das extrapolierte Integral von $\int_0^{0.0021} g_1^{\mathrm{p}}\,\mathrm{d}x = 0.001 \pm 0.001$ liefern. Dies erscheint unrealistisch. So werden negative Extrapolationswerte von g_1^{p} in den hier verwendeten Modellen nicht betrachtet. Beispielsweise wird in der pQCD-Analyse in [SMC:98b] im x-Bereich $x < 0.003$ ein negativer Integralwert $\int_0^{0.003} g_1^{\mathrm{p}}\,\mathrm{d}x = -0.012^{+0.014}_{-0.025}$ erhalten, wenn auch mit großen Unsicherheiten. Der wesentliche Unterschied zwischen dieser und der hier vorgestellten pQCD-Analyse besteht nur in den verwendeten Datensätzen (s. Abschn. 7.4). Dies zeigt die geringe Einschränkung des Verhaltens von g_1^{p} für $x \to 0$, da sowohl Daten als auch gesicherte Theorien für kleine x (und ausreichend große Q^2-Werte) fehlen. Allerdings schließen die Meßwerte der Absorptionsasymmetrie A_1^{p} der SMC-Daten [SMC:98, SMC:99] für $10^{-4} < x < 3 \cdot 10^{-3}$ und $0.01\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1\ \mathrm{GeV}^2$ negative Werte für g_1^{p} nicht aus.

Diese SMC-Daten wurden im Rahmen der Extrapolation zu kleinen x verwendet. Die Spinstrukturfunktion g_1^{p} wurde für $Q^2 = 2$ und $5\ \mathrm{GeV}^2$ im Bereich $10^{-4} < x < 3 \cdot 10^{-3}$ aus den o.a. A_1^{p}-Werten von SMC nach Gl. (7.5) bestimmt, wobei $A_1^{\mathrm{p}} = g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ gesetzt wurde (s. Abb. G.1) und die F_1^{p}-Parametrisierung nach Abschn. 3.5 verwendet wurde. Es wurde die Q^2-Unabhängigkeit von A_1^{p} für $x < 3 \cdot 10^{-3}$ angenommen, was derzeit experimentell noch nicht gesichert ist. Trotz der geringen Genauigkeit blieben die erhaltenen g_1^{p}-Daten auf um Null schwankende Werte in der Größenordnung von $|g_1^{\mathrm{p}}| \sim \mathcal{O}(10)$ beschränkt. Innerhalb der Meßunsicherheiten konnte kein Trend nachgewiesen werden. Eine fehlergewichtete Mittelwertbildung von g_1^{p} erschien daher zur Abschätzung des Integralanteils für $10^{-4} < x < 3 \cdot 10^{-3}$ gerechtfertigt. Der Mittelwert lag für beide Q^2-Werte etwa um $\langle g_1^{\mathrm{p}} \rangle \approx 1$. Es wurden in Konsistenz mit der Streuung

kin. Bereich	$Q^2 = 2\ \mathrm{GeV}^2$	$Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2$
$0.0021 < x < 0.0212$	$0.007 \pm 0.002 \pm 0.001 \pm 0.001$	$0.010 \pm 0.003 \pm 0.001 \pm 0.001$
$0.0212 < x < 0.8500$	$0.127 \pm 0.004 \pm 0.007 \pm 0.004$	$0.120 \pm 0.003 \pm 0.007 \pm 0.004$
$0.0000 < x < 0.0021$	$0.002 \quad \pm 0.010$	$0.002 \quad \pm 0.014$
$0.8500 < x < 1.0000$	$0.001 \quad \pm 0.001$	$0.001 \quad \pm 0.001$
$\Gamma_1^{\mathrm{p}} = \int_0^1 \mathrm{d}x g_1^{\mathrm{p}}$	$0.138 \pm 0.004 \pm 0.008 \pm 0.011$	$0.132 \pm 0.004 \pm 0.008 \pm 0.015$

Tabelle 7.3.: Anteile der verschiedenen x-Bereiche zum ersten Moment Γ_1^{p} der Spinstrukturfunktion g_1^{p}. Der erste Fehler ist der statistische, der zweite die experimentelle systematische Unsicherheit, und der dritte Fehler beherbergt die Unsicherheit von Γ_1^{p} durch der Unsicherheit der verwendeten Parametrisierungen, der Evolution und der Extrapolation zu $x \to 0$ bzw. $x \to 1$.

dieser zu $Q^2 = 2$ und $5\ \mathrm{GeV}^2$ entwickelten g_1^{p}-Daten Variationen um den Mittelwert von $g_1^{\mathrm{p}} = 1 \pm 5$ bzw. $g_1^{\mathrm{p}} = 1 \pm 7$ zugelassen. Dieselben Werte wurden auch für $x < 10^{-4}$ angenommen (konstantes Regge-Verhalten), womit nur ein kleiner modellabhängiger Rest in der Extrapolation zu sehr kleinen x verblieb. Die A_1^{p}-Meßwerte [SMC:98, SMC:99] des x-Bereiches $10^{-4} < x < 3 \cdot 10^{-3}$ gestatteten somit die Bestimmung des Integralbeitrages nebst Fehler für $0 < x < 0.0021$ in einer fast modellunabhängigen Weise.

Wie bereits in Abschn. 2.6.3 erörtert, wurden in [BaKK:99] im Rahmen des VMD-Modells nicht-partonische Anteile $g_1^{\tau\neq2}$ bis zu 80 % an der Spinstrukturfunktion $g_1^{\mathrm{p}} = g_1^{\tau\neq2} + g_1^{\tau=2}$ bei kleinen Q^2-Werten $Q^2 < 1\ \mathrm{GeV}^2$ diskutiert. Für die Interpretation des ersten Momentes Γ_1^{p} im erweiterten QPM ist nur der partonische Anteil $g_1^{\tau=2}$ von Interesse. Die große Unsicherheit der A_1^{p}-Daten für $x < 3 \cdot 10^{-3}$ von SMC ließ analog wie für die in [BaKK:99] analysierten g_1^{p}-Werte bei kleinen $Q^2 < 1\ \mathrm{GeV}^2$ keinen Schluß auf einen eventuellen nicht-partonischen Gehalt in der zu festem $Q^2 = 2$ und $5\ \mathrm{GeV}^2$ entwickelten Spinstrukturfunktion g_1^{p} zu [4], sondern gestattet nur die obige Abschätzung der Größenordnung von g_1^{p} selbst. Es wird konservativ angenommen, daß die im vorigen Absatz angenommenen Variationen für g_1^{p} den partonischen Anteil $g_1^{\tau=2}$ beschreiben [5]. Aus den variierten g_1^{p}-Werten wurden die Integralextrapolationen berechnet. Es wurden die in Tab. 7.3 angegebenen Integrale für den Bereich $0 < x < 0.0021$ erhalten. Während der arithmetische Mittelwert des extrapolierten Integrals von 0.002 mit den Resultaten der Modelle nach Abschn. 2.5.2 kompatibel war, unterschied sich die aus den SMC-Daten bestimmte Extrapolationsunsicherheit von 0.010 bei $Q^2 = 2\ \mathrm{GeV}^2$ bzw. 0.014 bei $Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2$ um etwa eine Größenordnung von derjenigen der in Abschn. 2.5.2 erörterten Modelle (s. Tab. G.10).

[4] Zwar sollte ein nicht-partonischer Anteil $g_1^{\tau\neq2}$ bei $Q^2 = 2$ und $5\ \mathrm{GeV}$ klein sein, jedoch wurden die experimentell nicht gesicherte Q^2-Unabhängigkeit von A_1^{p} für $10^{-4} < x < 3 \cdot 10^{-3}$ angenommen. Ein etwaiges, unbeachtetes Ungleichgewicht nicht-partonischer Effekte in den Strukturfunktionen g_1^{p} und F_1^{p} im entsprechenden Q^2-Bereich von SMC $0.01\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2_{\mathrm{SMC}} < 1\ \mathrm{GeV}^2$ würde nach Gl. (7.1) einen "künstlichen" nicht-partonischen Anteil an der zu festem Q^2 entwickelten Spinstrukturfunktion g_1^{p} von $g_1^{\tau\neq2}/g_1^{\tau=2} \approx h_{A_1}/Q^2_{\mathrm{SMC}}$ generieren.

[5] Angenommene nicht-partonische g_1^{p}-Anteile bis zu $|g_1^{\tau\neq2}/g_1^{\tau=2}| < 4$ würden den "verwertbaren" partonischen Anteil und somit die Werte der Fehlerabschätzung reduzieren.

7.3.3. Erstes Moment von g_1^{p}

Die Resultate für die ersten Momente Γ_1^{p} der Spinstrukturfunktion g_1^{p} sind in Tabelle 7.3 zusammengestellt. Die Extrapolationsunsicherheiten wurden quadratisch zur parametrisierungsbedingten systematischen Unsicherheit addiert, die von nun an als externe Unsicherheit bezeichnet wird. Diese wird bestimmt durch die Unsicherheit der Extrapolation zu kleinen x.

Der abweichende Weltmittelwert $\Gamma_1^{\mathrm{p}}(Q^2 = 5\,\mathrm{GeV}^2) = 0.121 \pm 0.018$ nach [SMC:98b] wird durch den oben erwähnten negativen Extrapolationswert für $x \to 0$ begründet. Er liegt innerhalb der hier ermittelten externen Unsicherheit. Trotz der konservativen Fehlerabschätzung verwirft der hier ermittelte Integralwert den erwarteten Wert der Ellis-Jaffe-Summenregel $\Gamma_1^{\mathrm{p,\,E-J}}(Q^2 = 5\,\mathrm{GeV}^2) = 0.169$ (s. Abschn. 2.4.3) um den doppelten Wert des gesamten Fehlers, was im erweiterten QPM durch einen positiven Gluonbeitrag erklärt werden kann (s. Abschn. 2.3.4).

7.3.4. Momente der polarisierten Partonverteilungen

Das hier erhaltene erste Moment Γ_1^{p} wird im Rahmen des erweiterten QPM beschrieben, da nach obigen Erörterungen eventuelle nicht-partonische Anteile durch die externen systematischen Unsicherheiten aufgefangen werden. Das Integral wurde daher zur Bestimmung des reduzierten Singlett-Matrixelementes (Axialladung) $a_0(Q^2)$ bzw. des ersten Momentes der polarisierten Singlettverteilung $\Delta\Sigma$ im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema verwendet. Aus Gl. (2.73) folgt:

$$a_0(Q^2) = \Delta\Sigma_{\overline{\mathrm{MS}}} = \frac{9\,\Gamma_1^{\mathrm{p,n}} - \Delta C^{\mathrm{NS}} \Delta q^{\mathrm{NS}}_{\mathrm{p,n}}}{\Delta C^{\mathrm{S}}}\,, \qquad \Delta q^{\mathrm{NS}}_{\mathrm{p,n}} = \pm\frac{3}{4}a_3 + \frac{1}{4}a_8\,. \tag{7.9}$$

Die Größen wurden in Abschnitt 2.4 definiert. Hier ist nur das Proton von Interesse. Die Proton- und Neutron-Indizes "p" und "n" werden daher weggelassen. Die Werte der polarisierten Singlett- und Nonsinglett-Koeffizientenfunktionen für $Q^2 = 2$ und $5\,\mathrm{GeV}^2$ wurden im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema nach Gl. (2.77) bis zur Ordnung α_{s}^2 (NNLO) bestimmt. Zur Berechnung des NNLO-Wertes der starken Kopplungskonstanten α_{s} wurde die in [Barn$^+$:96] angegebene NNLO-Beschreibung für α_{s} mit einem Λ-Wert von $\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}} = 248 \pm 65$ MeV verwendet.

In dieser Analyse wurde von einem flavoursymmetrischen See ausgegangen ($\Delta s = \Delta\bar{s} = \Delta u_{\mathrm{sea}} = \Delta\bar{u} = \Delta d_{\mathrm{sea}} = \Delta\bar{d}$), s. Abschn. 2.4.1). Das erste Moment der polarisierten Nonsinglettverteilung Δq^{NS} ergibt sich demnach aus den F- und D-Zerfallskonstanten nach Gl. (2.78). Die Gesamthelizitäten der polarisierten Partonverteilungen Δu, Δd und Δs wurden durch das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} \Delta u \\ \Delta d \\ \Delta s \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_3 \\ a_8 \end{pmatrix} \tag{7.10}$$

Größe	$Q^2 = 2\ \mathrm{GeV}^2$	$Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2$
α_s	0.298 ± 0.060	0.242 ± 0.038
ΔC^S	0.873 ± 0.019	0.902 ± 0.012
ΔC^NS	0.895 ± 0.019	0.916 ± 0.012
Δq^NS	1.095 ± 0.044	1.095 ± 0.044
$a_0 = \Delta\Sigma$	$0.299 \pm 0.043 \pm 0.083 \pm 0.123$	$0.206 \pm 0.039 \pm 0.079 \pm 0.156$
Δu	$0.830 \pm 0.014 \pm 0.028 \pm 0.041$	$0.799 \pm 0.013 \pm 0.026 \pm 0.052$
Δd	$-0.437 \pm 0.014 \pm 0.028 \pm 0.042$	$-0.468 \pm 0.013 \pm 0.026 \pm 0.053$
Δs	$-0.094 \pm 0.014 \pm 0.028 \pm 0.074$	$-0.125 \pm 0.013 \pm 0.026 \pm 0.080$

Tabelle 7.4.: Momente der polarisierten Partonverteilungen im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema sowie verwendete Eingangsgrößen bei angenommener $SU(3)_\mathrm{F}$-Symmetrie. Die angegebenen Fehler stellen in der Reihenfolge die statistische, die experimentell systematische Unsicherheit und die Unsicherheit der externen Größen dar.

bestimmt, das aus Gl. (2.76) folgt. Die Eingangsgrößen sowie die Resultate sind in Tabelle 7.4 angegeben. Der α_s-Fehler ergab sich aus der Variation des Λ-Wertes innerhalb des o.a. Streubereiches. Die Fehler für $\Delta C^{\mathrm{S,NS}}$ ergaben sich aus dem α_s-Fehler und wurden korreliert zu den Momenten der Partonverteilungen fortgepflanzt. Die Unsicherheit für Δq^NS wurde aus den F- und D-Fehlern nach Gl. (2.78) bestimmt. Der Fehleranteil der Momente aufgrund der α_s-Unsicherheit und der Anteil aufgrund der F- und D-Fehler wurden quadratisch zur externen systematischen Unsicherheit summiert.

Wie bereits in Abschn. 2.3.4 erläutert wurde, kann der im Vergleich zur Voraussage des relativistischen QPM ($a_0 \approx 0.58$) kleine experimentelle Wert von $a_0(Q^2 = 5\,\mathrm{GeV}^2) = 0.21 \pm 0.04 \pm 0.18$ (Fehlerreihenfolge: statistischer Fehler, totaler systematischer Fehler aus quadratischer Summation der experimentellen und externen systematischen Unsicherheiten gemäß Tab. 7.4) und der als flavoursymmetrisch angenommene, negativ polarisierte See $3 \cdot \Delta s(Q^2 = 5\,\mathrm{GeV}^2) = -0.38 \pm 0.04 \pm 0.26$ im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema durch einen entsprechend großen positiven Gluonbeitrag ΔG erklärt werden, wobei die Polarisation der Gluonen durch den Mechanismus der Axialanomalie in Abhängigkeit vom verwendeten Faktorisierungsschema mit negativem Vorzeichen auf den See übertragen wird. Im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema ist der Polarisationsübertrag von den Gluonen auf den See vollständig.

7.4. Ergebnisse einer pQCD-Analyse in NLO

Die in Tabelle (G.7) aufgelisteten Meßwerte des Strukturfunktionsverhältnisses $g_1^\mathrm{p}/F_1^\mathrm{p}$ wurden erstmalig in einer pQCD-Analyse in NLO [Bött:00] verwendet, die im wesentlichen außerhalb der vorliegenden Arbeit durchgeführt wurde. Die Analyse basiert auf den in [SMC:98b] beschriebenen Methoden und verwendet das "SMC-Q^2-Evolutions-Programm" [Wind:98, Fasc:96], das ebenfalls Grundlage für die in [SMC:98b] angegebenen Ergebnisse war. Die wesentlichen Ansätze werden hier daher nur kurz dargelegt. Für Details sei auf [SMC:98b] verwiesen.

Die polarisierten Partonverteilungen wurden an der Anfangsskale $Q_0^2 = 1\ \mathrm{GeV}^2$ durch die Parametrisierung

$$\Delta f(x) = N(\alpha_f, \beta_f, a_f)\eta_f x^{\alpha_f}(1-x)^{\beta_f}(1+a_f x) \tag{7.11}$$

beschrieben. Hier bezeichnet $N = 1/\int_0^1 x^{\alpha_f}(1-x)^{\beta_f}(1+a_f x)\ \mathrm{d}x$ einen Normierungsfaktor, und Δf steht für die polarisierte Singlett-, Proton- und Neutron-Nonsinglett- sowie die Gluonverteilung $\Delta\Sigma$, $\Delta q_{\mathrm{p,n}}^{\mathrm{NS}}$ bzw. ΔG. Die η_f stellen deren ersten Momente dar.

Die Momente der Proton- und Neutron-Nonsinglettverteilungen wurden mit vorausgesetzter $SU(3)_F$-Symmetrie nach Gl. (7.9) unter Verwendung von Gl. (2.78) auf $\eta_{\mathrm{NS}}^{\mathrm{p}} = \Delta q_{\mathrm{p}}^{\mathrm{NS}} = 1.095$ und $\eta_{\mathrm{NS}}^{\mathrm{n}} = \Delta q_{\mathrm{n}}^{\mathrm{NS}} = -0.805$ fixiert. Der x^{α_f}-Term bestimmt das Verhalten bei kleinen x. Der $(1-x)^{\beta_f}$-Term beschreibt den abfallenden Verlauf bei großen x. Der $(1+a_f x)$-Term beeinflußt den mittleren x-Bereich und gestattet einen Vorzeichenwechsel. Um die Anzahl der freien Parameter zu reduzieren, wurden wie in [SMC:98b] $a_{\mathrm{NS}}^{\mathrm{p}} = a_{\mathrm{NS}}^{\mathrm{n}} = a_{\mathrm{G}} = 0$ und $\beta_{\mathrm{G}} = 4$ gesetzt (s. Tab. G.11). Die entsprechenden Verteilungen blieben flexibel genug, um die Daten zu beschreiben. Die Q^2-Abhängigkeit der Partonverteilungen wurde durch die DGLAP-Gleichungen (2.57) beschrieben, die numerisch gelöst wurden [Fasc:96]. Ebenso wurde die Spinstrukturfunktion g_1 nach Gl. (2.55) numerisch bestimmt. Die Analyse wurde im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema durchgeführt.

Es wurden die Proton-Daten dieser Analyse, die Proton-Daten von [EMC:89], die Proton- und Deuteron-Daten von [E143:98, SMC:98], sowie die Neutron-Daten von [E142:96], [E154:97, HERM:97] für die Anpassung der freien Parameter der polarisierten Partonverteilungen an die Messungen der Spinstrukturfunktionen $g_1^{\mathrm{p,n,d}}$ verwendet. Gewichtet wurde nur mit dem statistischen Fehler. Es wurden nur Daten mit $Q^2 > 1\ \mathrm{GeV}^2$ zugelassen.

Da sich die pQCD-Analyse [Bött:00] bis auf die Proton-Daten in Tab. G.7 nicht von der im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema durchgeführten pQCD-Analyse [SMC:98b] unterschied, zeigen die Ergebnisse den Einfluß der in dieser Arbeit beschriebenen g_1^{p}-Messungen. In Tabelle G.11 sind die Parameter der Partonverteilungen beider Analysen vergleichend angegeben. Die verschiedene Anzahl von Freiheitsgraden beruht neben der zusätzlichen Anzahl von g_1^{p}-Werten aus dieser Analyse auf unterschiedlicher Verwendung von über Q^2 gemittelten oder ungemittelten Daten. Größere Unterschiede wurden in den Parametern $\alpha_{\mathrm{NS}}^{p,n}$ und α_{G} gefunden, die wegen des auf $x > 0.003$ begrenzten x-Bereiches der Daten mit nur geringer Genauigkeit bestimmt sind. Da $\Delta\Sigma$ für $x < 1/a_s$ ($a_s = -10.1$) negativ wird, gehen in g_1^{p} bei kleinen x $\Delta q_{\mathrm{p}}^{\mathrm{NS}}$ und $\Delta\Sigma$ gegenläufig ein. Wegen des größeren Betrages des α_{NS}^{p}-Wertes nach der pQCD-Analyse [Bött:00] wird g_1^{p} positiv, während der kleinere Wert nach der pQCD-Analyse [SMC:98b] negative g_1^{p}-Werte bei kleinen x erzeugt. Dies stellt die Ursache für den oben erwähnten negativen Wert des zu $x \to 0$ extrapolierten Integralanteils von g_1^{p} in [SMC:98b] dar.

In Abbildung 7.5 sind die Produkte $x\Delta f$ der angepaßten polarisierten Partonverteilungen an der Anfangsskale $Q_0^2 = 1\ \mathrm{GeV}^2$ dargestellt, wodurch die Integralanteile eines x-Intervalls veranschaulicht werden. Die Resultate der pQCD-Anpassung für das erste Moment der Spinstrukturfunktion g_1^{p}, sowie der Singlett- und Gluonverteilung bei verschiedenen Q^2-Werten sind in Tabelle 7.5 angegeben. Die ersten Momente werden nach

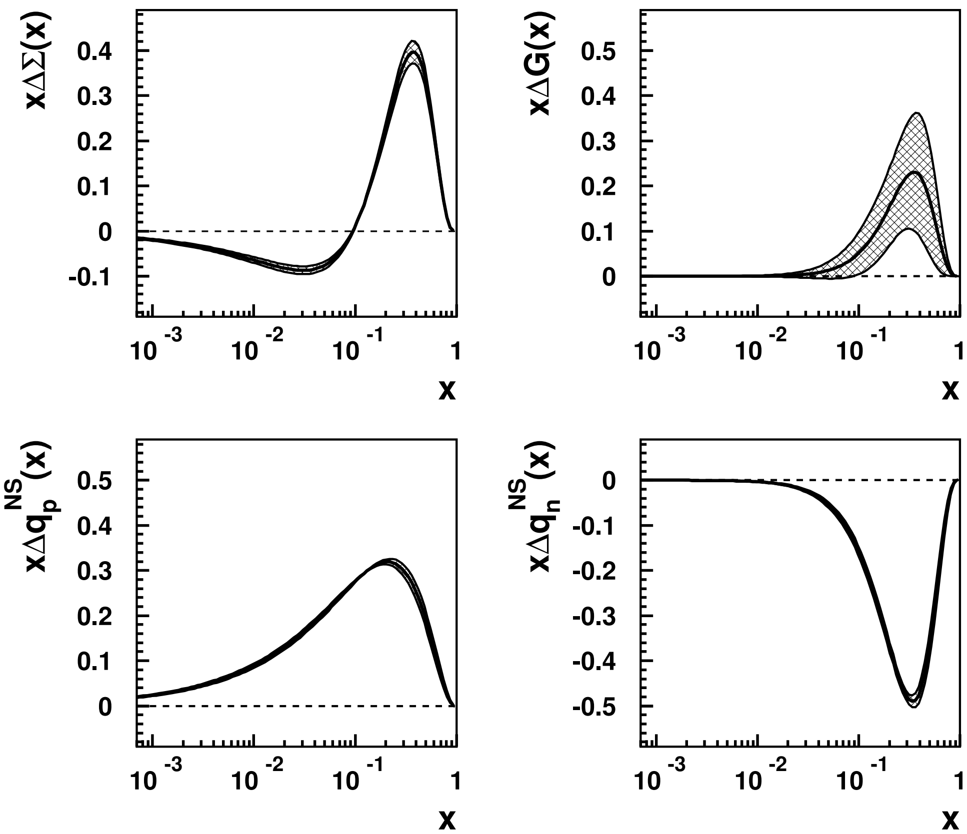


Abbildung 7.5.: Polarisierte Partonverteilungen der pQCD-Anpassung in NLO im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema an die Weltdaten für $Q^2 = 1$ GeV^2 [Bött:00]. Das schraffierte Band stellt den statistischen Fehler der Anpassung dar.

Abb. 7.5 durch die Valenzquark-Region $x > 0.1$ dominiert. Es wird auch in dieser pQCD-Analyse ein positiver Gluonbeitrag bevorzugt, der zur Erklärung eines kleinen a_0-Wertes benötigt wird (s. Abschn. 2.3.4). Aus den großen statistischen, experimentellen systematischen und theoretischen Unsicherheiten in Tab. 7.5 ist zu entnehmen, daß die inklusiven Daten bei der Bestimmung des Gluonbeitrages ΔG über die Kopplung mit dem Singlettanteil $\Delta\Sigma$ in den DGLAP-Gleichungen (2.57) nach wie vor zu sehr ungenauen Resultaten im Vergleich zum Singlettbeitrag $\Delta\Sigma$ führen.

1. Moment	$Q^2 = 1$ GeV^2	$Q^2 = 2$	$Q^2 = 5$	$Q^2 = 10$
Γ_1^{p}	$= 0.129 \pm 0.003 \pm 0.009 \pm 0.016$	0.133	0.136	0.138
$a_0 = \Delta\Sigma_{\overline{\mathrm{MS}}}$	$= 0.26 \pm 0.04 \pm 0.09 \pm 0.17$	0.26	0.25	0.25
ΔG	$= 0.33 \pm 0.22 \pm 0.32 \pm 0.94$	0.46	0.61	0.72

Tabelle 7.5.: Erste Momente der polarisierten Partonverteilungen im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema und der Spinstrukturfunktion g_1^{p} nach der pQCD-Analyse in NLO [Bött:00] für verschiedene Q^2. Die Fehler bedeuten in der Reihenfolge: statistischer Fehler, experimentelle systematische (einschließlich R und F_2^{p}) und die theoretische Unsicherheit nach [SMC:98b].

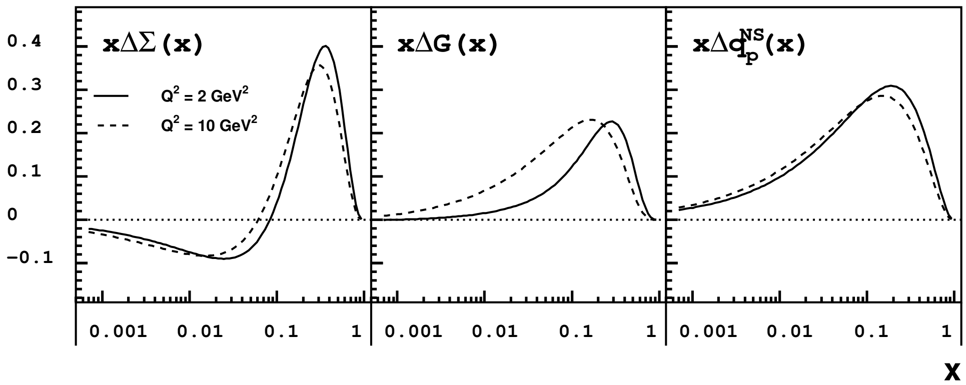


Abbildung 7.6.: x-Abhängigkeit der polarisierten Partonverteilungen im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema der pQCD-Anpassung in NLO für verschiedene Q^2-Werte.

Wegen der Ähnlichkeit der pQCD-Analyse [Bött:00] zur pQCD-Analyse [SMC:98b], konnte angenommen werden, daß die in [SMC:98b] angegeben systematischen Unsicherheiten auch für die pQCD-Analyse [Bött:00] gelten. Es wurden daher keine erneuten systematischen Studien durchgeführt. Die Angaben in Tabelle 7.5 wurden [SMC:98b] entnommen. Die wesentlichen Beiträge werden hier kurz angegeben. Für detaillierte Erläuterungen wird auf [SMC:98b] verwiesen. Der systematischen Fehler der Experimente wird durch die Normierungsunsicherheiten dominiert, die von Polarisationsmessungen und den unpolarisierten Strukturfunktionen R und F_2 herrühren. Die Hauptanteile der theoretischen Unsicherheiten sind durch die Parametrisierungsform der Partonverteilungen und durch die Wahl der Renormierungs- und Faktorisierungsskale gegeben, die wegen der Begrenzung auf die NLO in der QCD-Störungstheorie die Resultate beeinflussen.

Die pQCD-Anpassung ergab, daß die Axialladung a_0 (bzw. $\Delta\Sigma_{\overline{\mathrm{MS}}}$) nur gering von Q^2 abhängt. Die Q^2-Abhängigkeit des ersten Momentes Γ_1^{p} der Spinstrukturfunktion g_1^{p} ist im wesentlichen proportional zu $(1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi})/9$ (s. Gl. 2.73). Die Gesamthelizität der Gluonen ΔG weist eine starke zu $1/\alpha_s$ proportionale Q^2-Abhängigkeit auf (s. Abschn. 2.3.4). Abbildung 7.6 veranschaulicht die Q^2-Evolution der Partonverteilungen. Die Änderung der x-Abhängigkeit für die verschiedenen Q^2-Werte reflektiert die Skalenverletzungen von g_1^{p} bei kleinen x und großen x. Diese Beobachtung wird durch die Vorstellung veranschaulicht, daß bei großen Q^2-Werten die Seequarks mit vorwiegend kleinen Impulsen aufgelöst werden, die durch Aufspaltungsprozesse von Partonen mit großen Impulsen (s. Abb. 2.4) erzeugt werden, wie z.B. durch Gluon-Bremsstrahlung und Konversion der Gluonen in Quark-Antiquark-Paare.

7.5. Vergleich von Γ_1^{p} und a_0 mit Weltdaten

In Abbildung 7.7 sind die Ergebnisse der Analyse des ersten Momentes Γ_1^{p} der Spinstrukturfunktion g_1^{p} und der Axialladung a_0 im Vergleich mit Proton-Weltdaten und der pQCD-Analyse [Bött:00] zusammenfassend dargestellt. Die Abbildung 7.7 a) zeigt die x-Abhängigkeit der Größe xg_1^{p} bei $Q^2 = 5$ GeV^2. Die dabei verwendeten Werte von g_1^{p} der verschiedenen Experimente wurden, wie in Abschn. 2.7 beschrieben, bestimmt. Wie bereits in Abschn. 7.4 bemerkt wurde, trägt die Valenzquarkregion $x > 0.1$ maßgeblich zum Integral bei. Die neuen Meßwerte aus dem erweiterten kinematischen Bereich, links von der gepunkteten senkrechten Linie in Abbildung 7.7 a) , stimmen sehr gut mit der pQCD-Anpassung von g_1^p überein, auch wenn diese Punkte nicht in die Anpassung eingingen. Dies motiviert im Nachhinein die partonische Interpretation dieser von $Q^2 < 1\ \mathrm{GeV}^2$ zu $Q^2 = 2$ und $5\ \mathrm{GeV}^2$ entwickelten Werte von g_1^p.

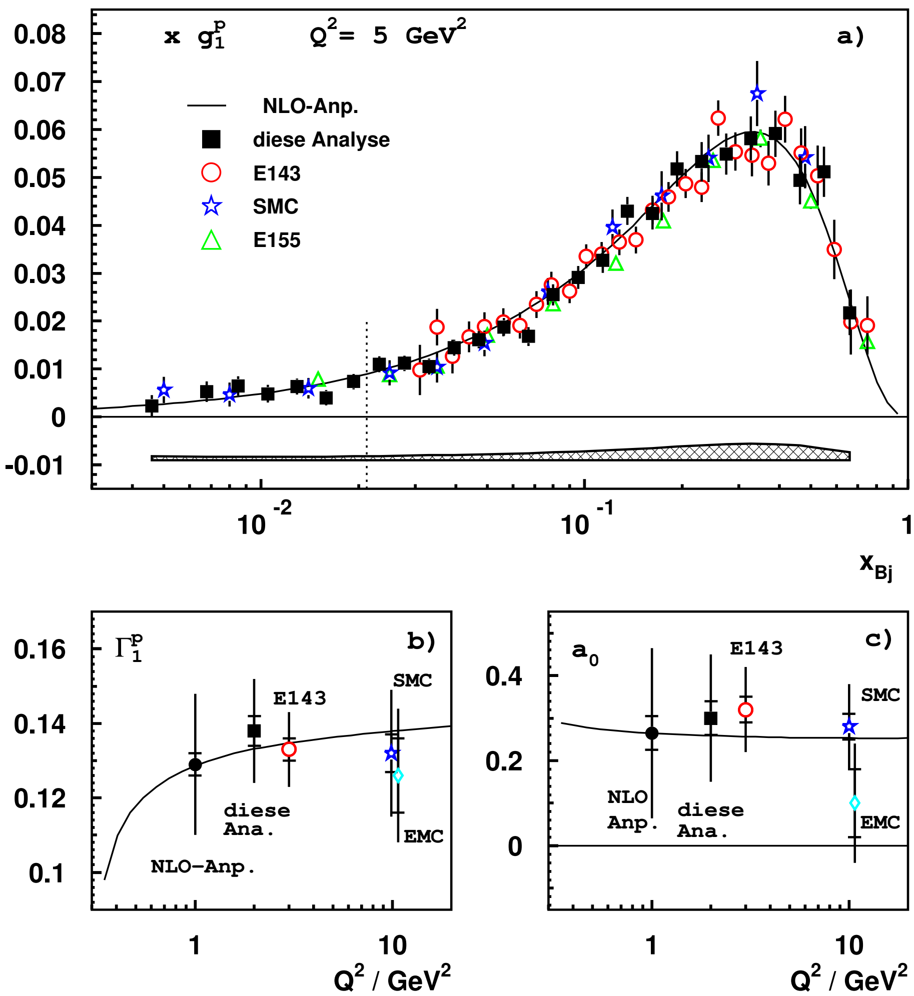


Abbildung 7.7.: In (a): Vergleich der Weltdaten von xg_1^p. Die Fehlerbalken entsprechen den statistischen Fehlern, die schraffierte Fläche der totalen systematischen Unsicherheit dieser Analyse. In (b) und (c) sind die in [EMC:89, E143:98, SMC:97] publizierten Resultate sowie die hier erhaltenen Ergebnisse für das erste Moment Γ_1^p und die Axialladung $a_0 = \Delta\Sigma_{\overline{\mathrm{MS}}}$ angegeben. Die Werte wurden nur aus den Daten der jeweiligen Experimente an Q^2-Skalen bestimmt, die näherungsweise den mittleren $\langle Q^2 \rangle$-Werten der betrachteten Experimente entsprechen. Die durchgezogenen Linien und die Punkte bei $Q^2 = 1\ \mathrm{GeV}^2$ stellen die Ergebnisse der pQCD-Anpassung an Weltdaten dar. Die innereren Fehlerkreuze bezeichnen die statistischen Fehler, die äußeren die quadratische Summe von statistischen, experimentellen systematischen und externen Unsicherheiten.

Die im folgenden angegebenen Fehler bezeichnen stets in der Reihenfolge den statistischen Fehler und den systematischen Fehler, der aus der quadratischen Summe der experimentellen und theoretischen Unsicherheit gebildet wurde. Die ersten Momente $\Gamma_1^{\rm p}$ der Spinstrukturfunktion $g_1^{\rm p}$ aus den Daten dieser Analyse, $\Gamma_1^{\rm p}(Q^2 = 2\,{\rm GeV}^2) = 0.138 \pm 0.004 \pm 0.014$ und $\Gamma_1^{\rm p}(Q^2 = 5\,{\rm GeV}^2) = 0.132 \pm 0.004 \pm 0.017$, stimmen gut mit den Werten nach [SMC:97], $\Gamma_1^{\rm p}(Q^2 = 10\,{\rm GeV}^2) = 0.132 \pm 0.005 \pm 0.016$, und [E143:98], $\Gamma_1^{\rm p}(Q^2 = 3\,{\rm GeV}^2) = 0.133 \pm 0.003 \pm 0.010$), überein(s. Abb. 7.7 b)). Selbst die kleineren Integrale nach [EMC:89], $\Gamma_1^{\rm p}(Q^2 = 10.7\,{\rm GeV}^2) = 0.126 \pm 0.010 \pm 0.015$, und nach [SMC:98b], $\Gamma_1^{\rm p}(Q^2 = 10\,{\rm GeV}^2) = 0.120 \pm 0.005 \pm 0.014$, dessen Ursprung oben diskutiert wurde, sind im Rahmen der Genauigkeit vergleichbar mit den Resultaten dieser Analyse. Letzterem Wert wird hier wenig Vertrauen geschenkt, da der negative Extrapolationswert (-0.021) zu kleinen x nur in der stark vom Datensatz abhängigen pQCD-Analyse [SMC:98b] bestimmt wurde. Die recht kleine systematische Unsicherheit von $\Gamma_1^{\rm p}$ (bzw. a_0) von E143 liegt an der modellabhängigen Extrapolationsunsicherheit zu kleinen x [E143:98]. Wie in Abb. 7.7 b) gezeigt, sind die Werte der einzelnen Experimente kompatibel mit dem Q^2-Verhalten entsprechend der hier dargelegten pQCD-Analyse. Jedoch ist aus Abb. 7.7 b) ebenso ersichtlich, daß die Genauigkeit noch nicht ausreicht, um eine Q^2-Abhängigkeit von $\Gamma_1^{\rm p}$ präzise zu messen.

Aus der Übereinstimmung der Integrale folgt, daß die hier erhaltenen Werte für die Axialladung, $a_0(Q^2 = 2\,{\rm GeV}^2) = 0.30 \pm 0.04 \pm 0.15$ und $a_0(Q^2 = 5\,{\rm GeV}^2) = 0.21 \pm 0.04 \pm 0.17$, im Rahmen der angegebenen Unsicherheiten vergleichbar sind mit den Ergebnissen nach [E143:98], $a_0(Q^2 = 3\,{\rm GeV}^2) = 0.32 \pm 0.03 \pm 0.10$, und nach [SMC:97], $a_0(Q^2 = 10\,{\rm GeV}^2) = 0.28 \pm 0.05 \pm 0.15$ (s. Abb. 7.7 c)). Unterschiede zwischen den Zentralwerten für a_0 bei nahezu gleichen Integralen haben primär zwei Gründe. Geringe Integralunterschiede werden nach Gl. (7.9) um etwa eine Größenordnung verstärkt. Eine weitere, wenn auch nicht so bedeutende Rolle in der Bestimmung von a_0 spielt die verwendete störungstheoretische Ordnung der Koeffizientenfunktionen sowie die unterschiedliche Behandlung der starken Kopplungskonstante $\alpha_{\rm s}$, wie z.B. die Wahl des Λ-Wertes.

Die konservative Unsicherheit der pQCD-Anpassung [SMC:98b] sowie die Unsicherheit der Ergebnisse dieser Analyse schließt alle Werte einschließlich des kleinen a_0-Wertes von [EMC:89], $a_0(Q^2 = 10.7\,{\rm GeV}^2) = 0.10 \pm 0.08 \pm 0.11$, ein. Ein Wert für die Axialladung von $a_0 \leq 0$ kann aber klar ausgeschlossen werden. Die pQCD-Analyse der Spinstrukturfunktion $g_1^{\rm p}$ ergab im Gegensatz zum ersten Moment $\Gamma_1^{\rm p}$ nur eine schwache Q^2-Abhängigkeit der Axialladung a_0 (s. Abschn. 7.4 u. vgl. Abb. 7.7 b)) m. c)). Im Rahmen der experimentellen und theoretischen Unsicherheiten spiegelt daher der in der pQCD-Analyse erhaltene Wert $a_0(Q^2 = 5\,{\rm GeV}^2) = 0.25 \pm 0.04 \pm 0.19$ den heutigen Weltmittelwert wider.

8. Zusammenfassung und Ausblick

Hauptziel des HERMES-Experimentes ist die Untersuchung der Spinstruktur des Nukleons. In dieser Arbeit wurde das Spinstrukturfunktionsverhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und die Spinstrukturfunktion g_1^{p} bis hin zu kleinstmöglichen Bjorken-x-Werten $0.0021 < x < 0.85$ gemessen. Es wurden zum Teil neuartige Analysemethoden verwendet. Besondere Aufmerksamkeit wurde der Erweiterung in das Gebiet kleiner x und Q^2, $0.0021 < x < 0.021$ und $0.1\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1.2\ \mathrm{GeV}^2$, gewidmet, was zu 7 weltweit neuen Meßpunkten führte. Der kinematische Standardbereich von HERMES, $0.021 < x < 0.85$ und $0.8\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 12.5\ \mathrm{GeV}^2$, konnte um etwa eine Größenordnung in jeder der beiden Variablen ausgedehnt werden. Es wurden Anteile mit höherem Twist, Targetmasse-Effekte und Beiträge aus der Übergangsregion der tief-inelastischen Streuung zur Photoproduktion auf der Basis des Vektormeson-Dominanz-Modells erörtert, die bei kleinen Q^2-Werten $Q^2 \lesssim 1\ \mathrm{GeV}^2$, wo die sinnvolle Beschreibung der Daten mit dem erweiterten QPM (Twist 2) nicht gesichert ist, wesentlich werden können. Aufsummierte Twist-2-Targetmasse-Effekte spielen in der HERMES-Kinematik keine Rolle.

Grundlage der Analyse bildete der HERMES-Datensatz aus dem Jahr 1997. Ein longitudinal polarisierten Positronstrahl mit einer Energie von $27.6\ \mathrm{GeV}$ wurde an einem polarisierten, internen, reinen Wasserstoff-Gastarget gestreut. Die durchschnittliche Strahl- und Targetpolarisation betrug 53 ± 2 % bzw. 85.5 ± 3.4 %. Die niedrige Triggerschwelle von $1.4\ \mathrm{GeV}$ Mindestenergiedeposition der Teilchen im Kalorimeter gestattete bei stabiler Triggereffizienz einen Schnitt auf den relativen Energieübertrag der Positronen auf das Proton von $y < 0.91$. Der hohe Schnitt auf y bildete die Voraussetzung für die Erschließung des Bereiches kleiner $x < 0.0212$. Diese Ausdehnung der Messung an die Grenzen der Leistungsfähigkeit des HERMES-Spektrometers erforderte sorgfältige Datenselektion und detaillierte systematische Studien. Die Einhaltung von Datenqualitätskriterien führten zu einem Datenverlust von 31 %. Eine Studie zur geometrischen Akzeptanz des HERMES-Detektors führte zur Verschiebung der Streuwinkel um Beträge von etwa 0.5 mrad mit einer systematischen Unsicherheit von 0.3 mrad. Das Positronensemble wurde mittels einer erstmals bei HERMES verwendeten Wahrscheinlichkeitsanalyse der Signale der Teilchenidentifizierungsdetektoren selektiert. Die Identifizierungseffizienz lag dabei über 96 %. Die mit dieser Methode berechnete Hadronkontamination war mit weniger als 0.4 % vernachlässigbar klein. Der Anteil von Positronen aus ladungssymmetrischen Prozessen betrug im erweiterten kinematischen Bereich 15 – 20 % und fiel für $x > 0.1$ auf Null. Nach allen Schnitten und Korrekturen verblieben 2.5 Millionen Kandidaten der Positron-Proton-Streuung. Trotz großer radiativer Korrekturen bei großen y (und kleinen x), die etwa 100 % des unpolarisierten Bornschen Streuquerschnittes ausmachten, wurde in einem Daten-Monte-Carlo-Konturenvergleich eine Übereinstimmung innerhalb von 5 % erreicht. Auf dieser Grundlage wurde in einem iterativen Verfahren die Born-Asymmetrie bestimmt. Die für HERMES neue kombinierte Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur betrug etwa 10 % im erweiterten und 0 – 2 % im Standardbereich.

Das Strukturfunktionsverhältnis g_1^p/F_1^p fällt mit abnehmenden x von Werten um 0.6 für $x > 0.5$ zu Werten nahe Null für $x < 0.02$. Für die Spinstrukturfunktion g_1^p wurden im Bereich $0.0021 < x < 0.0212$ und $0.1 < Q^2 < 1.2\,\mathrm{GeV}^2$ Werte um 0.3 ermittelt, die zu Werten unter 0.1 für $x > 0.5$ fielen. Die statistische Genauigkeit beträgt etwa 35 % im erweiterten und 7 – 15 % im Standardbereich. Die systematischen Fehler von g_1^p/F_1^p (g_1^p) liegen zwischen 10 – 20 % (12 – 25 %) im erweiterten und bei 7 % (6.5 %) im Standardbereich. Sie werden durch die systematischen Fehler der Polarisationsmessung, der kombinierten Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur und den Unsicherheiten der externen Parametrisierungen der unpolarisierten Strukturfunktionen R und F_2^p und der Absorptionsasymmetrie A_2^p dominiert. Im Vergleich mit den Weltdaten wurde außerhalb der experimentellen Unsicherheiten keine signifikante Q^2-Abhängigkeit von g_1^p/F_1^p gefunden. Insbesondere ergab eine Kombination der SMC-Daten mit den in dieser Arbeit erhaltenen Werten für g_1^p, daß die Genauigkeit derzeit nicht für eine Messung nicht-partonischer Effekte der Ordnung $1/Q^2$ im erweiterten kinematischen Bereich ausreicht.

Die Spinstrukturfunktion g_1^p wurde unter Einbeziehung der Werte für $x < 0.021$ zu festem $Q^2 = 2$ bzw. $5\ \mathrm{GeV}^2$ entwickelt. Die Integrale im gemessen Bereich wurden zu $\int_{0.0021}^{0.85} g_1^p(x, Q^2 = 2\,\mathrm{GeV}^2)\ \mathrm{d}x = 0.135 \pm 0.004 \pm 0.008 \pm 0.004$ bzw. $\int_{0.0021}^{0.85} g_1^p(x, Q^2 = 5\,\mathrm{GeV}^2)\ \mathrm{d}x = 0.129 \pm 0.004 \pm 0.008 \pm 0.004$ bestimmt. Die Fehler sind in der Reihenfolge statistischer Fehler, experimenteller systematischer Fehler sowie die Unsicherheit aller einfließenden externen Größen angegeben. Die Meßwerte aus dem erweiterten kinematischen Bereich $x < 0.021$ tragen mit 5 % bzw. 8 % zu den entsprechenden Integralwerte bei, was die Wichtigkeit der Analyse der kleinen x-Werten unterstreicht. Durch Extrapolation in die ungemessenen Bereiche $0.85 < x \leq 1$ und $0 \leq x < 0.0021$ wurde das erste Moment von g_1^p zu $\Gamma_1^p(Q^2 = 2\,\mathrm{GeV}^2) = 0.138 \pm 0.004 \pm 0.008 \pm 0.011$ bzw. $\Gamma_1^p(Q^2 = 5\,\mathrm{GeV}^2) = 0.132 \pm 0.004 \pm 0.008 \pm 0.015$ berechnet. Der führende Anteil der externen systematischen Unsicherheit beruht auf der modellunabhängigen Extrapolation zu kleinen x unter Verwendung der SMC-Daten für $x < 0.002$. Im Rahmen einer Interpretation des ersten Momentes Γ_1^p im erweiterten QPM mit pQCD-Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s{}^3)$ wurde das reduzierte Singlett-Matrixelement $a_0(Q^2 = 2\,\mathrm{GeV}^2) = 0.30 \pm 0.04 \pm 0.08 \pm 0.12$ bzw. $a_0(Q^2 = 5\,\mathrm{GeV}^2) = 0.21 \pm 0.04 \pm 0.08 \pm 0.16$ ermittelt. Die erhaltenen Resultate stimmen im Rahmen der Unsicherheiten mit den publizierten Werten der Experimente EMC, SMC und E143 überein. Die Resultate einer pQCD-Analyse in NLO der g_1-Weltdaten einschließlich der in dieser Analyse erhaltenen Ergebnisse waren mit obigen Resultaten kompatibel. Es wurde nur eine sehr schwache Q^2-Abhängigkeit von a_0 gefunden, so daß der Wert der pQCD-Analyse $a_0(Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2) = 0.25 \pm 0.04 \pm 0.09 \pm 0.17$ den heutigen Weltmittelwert repräsentiert. Ein positiver Zentralwert des Gluonbeitrages zum Nukleonspin von $\Delta G(Q^2 = 1\,\mathrm{GeV}^2) = 0.33 \pm 0.22 \pm 0.32 \pm 0.94$ (0.46 und 0.61 für $Q^2 = 2$ und $5\ \mathrm{GeV}^2$) wird innerhalb großer Unsicherheiten favorisiert. Im Rahmen der pQCD kann der gefundene kleine Wert von a_0 durch einen ausreichend großen positiven Gluonanteil ΔG erklärt werden. Die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse bilden den Hauptanteil der Resultate in [HERM:01].

Trotz der Erweiterung zu kleinen x entsteht die größte Unsicherheit bei der Bestimmung von Γ_1^p bzw. a_0 immer noch bei der Extrapolation zu kleinen x. Messungen zur polarisierten Lepton-Nukleon-Streuung im Bereich kleiner x erfordern Collider-Experimente. Zum Beispiel könnten durch Verwendung polarisierter Protonen im HERA-Speichering [Desh:99] wegen der hohen Schwerpunktenergie von $\sqrt{s} = 300$ GeV x-Werte der Ordnung 10^{-5} bei $Q^2 > 1$ GeV^2 realisiert werden. Die hohen Q^2-Werte in der Ordnung 10^4 GeV^2 würden außerdem genügen, um mehr über die polarisierte hadronische Struktur der virtuellen Photonen zu erfahren. Ein polarisiertes Fest-Target-Experiment am gegenwärtig in der Vorschlagsphase befindlichen TESLA-Beschleuniger könnte aufgrund hoher Luminositäten eine hohe statistische Präzision erreichen, die für tiefergehende Untersuchungen der Q^2-Abhängigkeit der Spinstrukturfunktion g_1 unentbehrlich ist [TESN:00]. Die genaue Vermessung der Q^2-Abhängigkeit würde wichtige Testmöglichkeiten der störungstheoretischen QCD liefern und hat bei kleinen Photonvirtualitäten besondere Bedeutung für die Modellierung von höheren Twist-Beiträgen und/oder nichtstörungstheoretischen Anteilen aus dem Übergangsbereich zur Photoproduktion, zumal die tatsächlichen Größen derartiger Effekte theoretisch noch unbekannt sind.

Zum Spin des Nukleons $1/2 = \Delta\Sigma/2 + \Delta G + L_{\mathrm{q,G}}$ tragen die Gesamthelizitäten der Quarks und Gluonen, $\Delta\Sigma$ und ΔG, sowie deren orbitale Drehimpulse $L_{\mathrm{q,G}}$ bei. Die Spinstrukturfunktion g_1 gestattet lediglich die Bestimmung der polarisierten Singlettverteilung $\Delta\Sigma$ (im gegebenen Faktorisierungsschema), da sie weder zwischen Quarks und Antiquarks noch zwischen verschiedenen Quark-Flavours unterscheidet. Die Dekomposition in einzelne Flavours erfordert bei der gegenwärtigen verfügbaren statistischen Genauigkeit noch Modellannahmen über die Flavour-Symmetrie im polarisierten See. In semi-inklusiven Analysen werden bei HERMES Asymmetrien positiv und negativ geladener Hadronen bestimmt, aus denen unter Verwendung der inklusiven Asymmetrie polarisierte See- und Valenzquarkverteilungen ermittelt werden [HERM:99]. Insbesondere gestattet der seit 1998 betriebsbereite Ring-abbildende Čerenkov-Zähler die Messung von Kaon-Asymmetrien im gesamten kinematischen Bereich und somit bald die Extraktion des polarisierten *strange* Sees.

Die Kopplung zwischen Gluon- und Quark-Singlettverteilung in den DGLAP-Gleichungen gestattet die indirekte Bestimmung der Gesamthelizität der Gluonen ΔG aus pQCD-Analysen von g_1. Diese ist jedoch mit großen statistischen und systematischen Fehlern behaftet. Ein direkter Zugang zu $\Delta G/G$ ergibt sich über den Prozeß der Photon-Gluon-Fusion (PGF), bei dem z.B. *charmed* Mesonen erzeugt werden. Messungen mit höherer Präzision auf dieser Basis werden vom COMPASS-Experiment und am RHIC erwartet. Ein weiterer vielversprechender Ansatz zur Messung von ΔG, wie er auch bei COMPASS verfolgt wird, ist die Bestimmung der Asymmetrie von Paaren gegensätzlich geladener Hadronen aus dem PGF-Prozeß mit jeweils hohen Transversalimpulsen. Erste Ergebnisse von HERMES auf dieser Grundlage weisen ebenfalls auf einen positiven Gluonbeitrag hin [HERM:00].

Die Meßbarkeit der orbitalen Drehimpulse $L_{\mathrm{q,G}} = L_{\mathrm{q}} + L_{\mathrm{G}}$ ist derzeit sowohl theoretisch als auch experimentell umstritten. Diskutiert wird ein Zugang über die Comptonstreuung von Photonen hoher Virtualität an Nukleonen (engl.: deeply virtual compton scattering, DVCS) unter Bildung reeller Photonen im Grenzwert verschwindenden Viererimpulsübertrages auf das Nukleon [Ji:97]. In diesem Prozeß werden "off-forward" Partonverteilungen (OFPD) definiert, deren zweite Momente mit den Gesamtdrehimpulsen $J_{\mathrm{q}} = \Delta\Sigma/2 + L_{\mathrm{q}}$ der Quarks in Verbindung gebracht werden können. Diese Thematik erfordert jedoch noch wesentliche Fortschritte im theoretischen Sektor.

A. Statistische Verfahren

Im folgenden sind einige Betrachtung zum größenordnungsmäßigen Verhalten der statistischen Fehler von wichtigen Größen der Teilchenidentifizierung (s. Abschn. A.1) und von Größen zum Vergleich von Mengen, die sich nur um eine Differenzmenge unterscheiden (s. Abschn. A.2), dargelegt. Anschließend wird eine Erweiterung des z^2-Testes vorgestellt (A.3). Es wurden sowohl Abschätzungen nach oben als auch Näherungen verwendet, um einfache analytische Resultate zu erhalten, die die führenden Beiträge der betrachteten Größen charakterisieren.

A.1. Statistische Fehler für Kontamination und Identifizierungseffizienz

Es sei x ein Parameter zur Teilchenidentifizierung und $P^{\mathrm{H(e)}}(x)$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Signal x im Detektor von einem Hadron bzw. Positron erzeugt wurde (Zweiteilchenseparation mit der Normierung $P^{\mathrm{H}}(x) + P^{\mathrm{e}}(x) = 1$). Dann gilt:

$$P^{\mathrm{H}^2}(x) \leq P^{\mathrm{H}}(x), \qquad P^{\mathrm{e}2}(x) \leq P^{\mathrm{e}}(x). \tag{A.1}$$

Zusätzlich wird angenommen, daß der Teilchenidentifizierungsparameter x so beschaffen sei, daß $P^{\mathrm{e}}(x)$ monoton steigt. Die Identifizierung von Positronen wird mit einem Schnitt $x > c$ an den gemessenen x-Wert der nachgewiesenen Teilchen durchgeführt.

Gemäß Abschn. 4.4 werden die folgenden Größen definiert:

$$N = \int_{x'>c} n(x')\,\mathrm{d}x' \; : \quad \text{als Positronen identifizierte Teilchen,} \tag{A.2}$$

$$H = \int_{x'>c} n(x')P^{\mathrm{H}}(x')\,\mathrm{d}x' \; : \quad \text{Hadronen oberhalb des Schnittes,} \tag{A.3}$$

$$N_c = \int_{x'>c} n(x')P^{\mathrm{e}}(x')\,\mathrm{d}x' \; : \quad \text{Positronen oberhalb des Schnittes,} \tag{A.4}$$

$$N_{\text{loss}} = \int_{x'<c} n(x')P^{\mathrm{e}}(x')\,\mathrm{d}x' \; : \quad \text{Positronen unterhalb des Schnittes,} \tag{A.5}$$

$$N_{\text{all}} = \int n(x')P^{\mathrm{e}}(x')\,\mathrm{d}x' \; : \quad \text{alle Positronen (jedweder } x\text{-Werte),} \tag{A.6}$$

die den Beziehungen

$$N = H + N_c \ , \quad N_{\text{all}} = N_{\text{loss}} + N_c \tag{A.7}$$

genügen. Daraus ergeben sich die Hadronkontamination h und und Identifizierungseffizienz ϵ der Positronen (bzw. Effizienzverlust δ_ϵ) zu (s. Abschn. 4.4):

$$h = \frac{H}{N} \ , \quad \epsilon = 1 - \delta_\epsilon = \frac{N_c}{N_{\text{all}}} \ , \quad \delta_\epsilon = \frac{N_{\text{loss}}}{N_{\text{all}}} \tag{A.8}$$

Wegen $\frac{\partial n(x')}{\partial n(x)} = \delta(x' - x)$ ist die Ableitung der Hadronkontamination nach der Teilchendichte:

$$\frac{\partial h}{\partial n(x)} = \frac{P^{\text{H}}(x)}{N} - \frac{H}{N^2} \ . \tag{A.9}$$

Mit Gl. (A.1) wird das Quadrat der Ableitung nach oben abgeschätzt:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial n(x)}\right)^2 \leq \frac{P^{\text{H}}(x)}{N^2} - \frac{2P^{\text{H}}(x)H}{N^3} + \frac{H^2}{N^4} \ . \tag{A.10}$$

Aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz folgt mit Gl. (A.10):

$$\sigma^2(h) = \int\limits_{x'>c} \left(\frac{\partial h}{\partial n(x')}\right)^2 n(x') \,\mathrm{d}x' \leq \frac{H}{N^2} - \frac{2H^2}{N^3} + \frac{H^2}{N^3} = \frac{h}{N} - \frac{h^2}{N} \leq \frac{h}{N} \ . \tag{A.11}$$

Die Ableitung der Identifizierungseffizienz nach $n(x)$ ist

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial n(x)} = \frac{P^{\text{e}}(x)\Theta(x-c)}{N_{\text{all}}} - \frac{N_c}{N_{\text{all}}^2} P^{\text{e}}(x) = \Big(\Theta(x-c) - \epsilon\Big) \frac{P^{\text{e}}(x)}{N_{\text{all}}} \tag{A.12}$$

mit $\Theta(x - c) = 1$ für $x > c$ und Null sonst. Unter Berücksichtigung von $\Theta^2(x) = \Theta(x)$ und Gl. (A.1) wird die obere Abschätzung des Quadrates der Ableitung erhalten:

$$\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial n(x)}\right)^2 \leq \big(\Theta(x-c) - 2\epsilon\Theta(x-c) + \epsilon^2\big) \frac{P^{\text{e}}(x)}{N_{\text{all}}^2} \ . \tag{A.13}$$

Das Fehlerfortpflanzungsgesetz ergibt für $\sigma^2(\epsilon)$ unter Verwendung von Gl. (A.13):

$$\begin{aligned} \sigma^2(\epsilon) &= \int \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial n(x)}\right)^2 n(x) \,\mathrm{d}x \\ &\leq (N_c - 2\epsilon N_c + \epsilon^2 N_{\text{all}}) \frac{1}{N_{\text{all}}^2} = \frac{\epsilon - \epsilon^2}{N_{\text{all}}} \ . \end{aligned} \tag{A.14}$$

Es ist zweckmäßig, Gl. (A.14) durch die gemessene Anzahl der als Positronen identifizierten Teilchen N (s. Gl. A.2)) darzustellen. Aus Gl. (A.7) und Gl. (A.8) folgt

$$N_{\text{all}} = \frac{N_{\text{c}}}{\epsilon} = N \frac{1-h}{1-\delta_\epsilon} \ . \tag{A.15}$$

Das Einsetzen in die obere Abschätzung (A.14) ergibt

$$\sigma^2(\epsilon) \leq \frac{\epsilon^2 - \epsilon^3}{N_{\text{c}}} = \frac{(1-\delta_\epsilon)^2 - (1-\delta_\epsilon)^3}{N(1-h)} \ . \tag{A.16}$$

Es sei eine hinreichend klare Teilchenseparation in Hadronen und Positronen vorausgesetzt. Das heißt, es existiert ein Teilchenidentifizierungsschnitt c, bei dem sowohl eine hohe Identifizierungseffizienz (bzw. geringer Effizienzverlust) als auch eine niedrige Hadronkontamination vorliegen. Es kann daher

$$h \ll 1 \ , \qquad \delta_\epsilon \ll 1 \tag{A.17}$$

angenommen werden und die obere Abschätzung (A.16) in δ_ϵ und h zu

$$\sigma^2(\epsilon) \leq \frac{(1-\delta_\epsilon)^2 - (1-\delta_\epsilon)^3}{N(1-h)} \approx \frac{1-\epsilon}{N} \tag{A.18}$$

linear genähert werden [1]. In der linearen Näherung läßt sich die Effizienz direkt durch die als Positronen identifizierten Teilchen N angeben, denn es ist

$$\epsilon \ = \ \frac{N_{\text{c}}}{N_{\text{loss}} + N_{\text{c}}} = \frac{N(1-h)}{N_{\text{loss}} + N(1-h)} = \frac{1-h}{\delta'_\epsilon + 1 - h} \ , \qquad \delta'_\epsilon = \frac{N_{\text{loss}}}{N} \tag{A.19}$$

$$\approx \ \frac{N - N_{\text{loss}}}{N} \qquad \forall \ \delta'_\epsilon \ll 1, \ h \ll 1 \ . \tag{A.20}$$

Es sei $c_{\text{cs}} = N^-/N^+$ das Verhältnis der Anzahl der identifizierten Elektronen (Index "$-$") zur Anzahl der identifizierten Positronen (Index "$+$") und $r_\epsilon = \epsilon^+/\epsilon^-$ das Verhältnis der entsprechenden Identifizierungseffizienzen (s. Abschn. 4.4.3) Der statistische Fehler von r_ϵ,

$$\sigma^2(r_\epsilon) = \left(\frac{\partial r_\epsilon}{\partial \epsilon^+}\right)^2 \sigma^2(\epsilon^+) + \left(\frac{\partial r_\epsilon}{\partial \epsilon^-}\right)^2 \sigma^2(\epsilon^-) = r_\epsilon^2 \left(\frac{\sigma^2(\epsilon^+)}{\epsilon^{+2}} + \frac{\sigma^2(\epsilon^-)}{\epsilon^{-2}}\right) \ , \tag{A.21}$$

läßt sich mit Gl. (A.16) nach oben abschätzen zu

$$\sigma^2(r_\epsilon) \leq r_\epsilon^2 \left(\frac{1-\epsilon^+}{N^+(1-h^+)} + \frac{1-\epsilon^-}{N^-(1-h^-)} \ , \right) \tag{A.22}$$

[1] Die Hadronkontamination spielt in linearer Näherung keine Rolle, da sie nur in Form des Produktes $\delta_\epsilon h$ eingeht, das von zweiter Ordnung klein ist.

wobei h^+ und h^- nun die Hadronkontaminationen für Positronen und Elektronen bezeichnen. Wegen ebenfalls vorausgesetzter guter Teilchenseparation (A.17) für Elektronen und negativ geladene Hadronen ergibt sich in linearer Näherung der oberen Abschätzung (A.22)

$$\sigma^2(r_\epsilon) \lesssim r_\epsilon^2 \left(\frac{1-\epsilon^+}{N^+} + \frac{1-\epsilon^-}{N^-} \right) . \tag{A.23}$$

Es wird ferner $N^- \ll N^+$ bzw. $c_{\text{cs}} \ll 1$ angenommen (Unter HERMES-Bedingungen ist stets $c_{\text{cs}} < 0.2$, s. Abb. 4.7). Die Abschätzung (A.22) wird daher durch den N^-–Term bestimmt. Der N^+-Term kann vernachlässigt werden:

$$\sigma^2(r_\epsilon) \lesssim r_\epsilon^2 \frac{1-\epsilon^-}{N^-} \tag{A.24}$$

Ebenso werden die statistischen Fehler der Produkte $r_\epsilon \cdot c_{\text{cs}}$ und $r_\epsilon \cdot c_{\text{cs}} \cdot h^-$ durch Anzahl der Elektronen N^- dominiert. Es werden daher im folgenden die von N^+ abhängigen Terme von vornherein vernachlässigt. Die partiellen Ableitungen nach N^- sind

$$\frac{\partial r_\epsilon^-}{\partial N^-} \approx -r_\epsilon \frac{1-\epsilon^-}{N^-}, \quad \frac{\partial c_{\text{cs}}}{\partial N^-} = \frac{c_{\text{cs}}}{N^-}, \quad \frac{\partial h^-}{\partial N^-} = -\frac{h^-}{N^-} . \tag{A.25}$$

Zur Bestimmung der Ableitung des Effizienzverhältnisses r_ϵ wurde die Approximation (A.20) verwendet. Es folgt näherungsweise:

$$\begin{aligned} \sigma^2(r_\epsilon \cdot c_{\text{cs}}) &\approx \left(c_{\text{cs}} \frac{\partial r_\epsilon}{\partial N^-} + r_\epsilon \frac{\partial c_{\text{cs}}}{\partial N^-} \right)^2 N^- \\ &\approx \left(-c_{\text{cs}} \cdot r_\epsilon \frac{1-\epsilon^-}{N^-} + \frac{r_\epsilon \cdot c_{\text{cs}}}{N^-} \right)^2 N^- = \frac{c_{\text{cs}}^2 \cdot r_\epsilon^2 {\epsilon^-}^2}{N^-} \qquad \text{(A.26)} \\ &\lesssim \frac{c_{\text{cs}}^2 \cdot r_\epsilon^2}{N^-} . \qquad \text{(A.27)} \end{aligned}$$

Die Abschätzung nach oben erfolgt durch Einsetzen der oberen Grenze $\epsilon \leq 1$. In analoger Weise ergibt sich:

$$\begin{aligned} \sigma^2(r_\epsilon \cdot c_{\text{cs}} \cdot h^-) &\approx \left(c_{\text{cs}} \cdot r_\epsilon \frac{\partial h}{\partial N^-} + c_{\text{cs}} \frac{\partial r_\epsilon}{\partial N^-} h^- + \frac{\partial c_{\text{cs}}}{\partial N^-} r_\epsilon \cdot h^- \right)^2 N^- \\ &\approx \frac{\left[c_{\text{cs}} \cdot r_\epsilon \cdot h^- (1-\epsilon^-) \right]^2}{N^-} \\ &\lesssim \frac{c_{\text{cs}}^2 \cdot r_\epsilon^2 \cdot {h^-}^2}{N^-} . \end{aligned} \tag{A.28}$$

Hier wurde die obere Schranke $1 - \epsilon \leq 1$ verwendet.

A.2. Statistischer Fehler bei Vergleichen mit Differenzstatistiken

Es seien zwei Datensätze $\mathcal{M}_{\mathrm{A}}(N)$ und $\mathcal{M}_{\mathrm{B}}(N')$ mit einer Anzahl von N bzw. N' Elementen gegeben, für die folgende Bedingungen gelten:

$$\mathcal{M}_{\mathrm{A}}(N) \subseteq \mathcal{M}_{\mathrm{B}}(N') \;, \quad N' = N + \Delta N \,, \quad 1 \ll \Delta N \ll N \;. \tag{A.29}$$

Die Datensätze bilden die Grundlage für Messungen $A = A(N)$ und $B = B(N + \Delta N)$ derselben physikalischen Größe X. Daß heißt, i.a. unterscheiden sich die beiden Messungen $A(N)$ und $B(N')$ der Größe X aufgrund statistischer Fluktuationen voneinader. Ziel ist ein Vergleich beider Messungen um z.B. abzuwägen, ob die Unterschiede statistischer oder systematischer Natur sind. Die Messungen haben den statistischen Fehler:

$$\sigma^2(A(N)) = \left(\frac{\partial A}{\partial N}\right)^2 N \;, \quad \sigma^2(B(N')) = \left(\frac{\partial B}{\partial N'}\right)^2 N' \;. \tag{A.30}$$

Es ist eine Vergleichsfunktion $f(A,B)$ gegeben (z.B. $f = B - A$ oder $f = B/A$), für die bei gleichen Eintragsmengen gelte:

$$\frac{\partial f}{\partial A} = -\frac{\partial f}{\partial B} \;, \quad N' = N \;. \tag{A.31}$$

Unter Verwendung von

$$\frac{\partial B(N')}{\partial N} = \frac{\partial B}{\partial N'}\frac{\partial N'}{\partial N} = \frac{\partial B}{\partial N'} \;, \qquad \frac{\partial B(N')}{\partial \Delta N} = \frac{\partial B}{\partial N'}\frac{\partial N'}{\partial \Delta N} = \frac{\partial B}{\partial N'} \tag{A.32}$$

ergibt das Fehlerfortpflanzungsgesetz für den statistischen Fehler der Vergleichsfunktion

$$\sigma^2(f) = \left(\frac{\partial f}{\partial A}\frac{\partial A}{\partial N} + \frac{\partial f}{\partial B}\frac{\partial B}{\partial N'}\right)^2 N + \left(\frac{\partial f}{\partial B}\frac{\partial B}{\partial N'}\right)^2 \Delta N \;. \tag{A.33}$$

Zudem gilt in linearer Näherung

$$\frac{\partial B}{\partial N'} \approx \left.\frac{\partial B}{\partial N'}\right|_{N'=N} + \left.\frac{\partial^2 B}{\partial N'^2}\right|_{N'=N} \Delta N = \frac{\partial A}{\partial N} + \frac{\partial^2 A}{\partial N^2}\Delta N \;, \tag{A.34}$$

da wegen $B(N' = N) \equiv A(N)$ auch $\left.\frac{\partial^n B}{\partial N'^n}\right|_{N'=N} = \frac{\partial^n A}{\partial N^n}$ gilt. Aus dem Einsetzen von Gl. (A.34) in Gl. (A.33) folgt

$$\sigma^2(f) \approx \Bigg(\overbrace{\frac{\partial f}{\partial A}\frac{\partial A}{\partial N} + \frac{\partial f}{\partial B}\frac{\partial A}{\partial N}}^{=0 \text{ wegen (A.31)}} + \frac{\partial f}{\partial B}\frac{\partial^2 A}{\partial N^2}\Delta N \Bigg)^2 N +$$

$$
\begin{aligned}
&+\left(\frac{\partial f}{\partial B}\frac{\partial A}{\partial N}+\frac{\partial f}{\partial B}\frac{\partial^2 A}{\partial N^2}\Delta N\right)^2\Delta N \\
\approx\ &\left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)^2\left(\frac{\partial A}{\partial N}\right)^2\Delta N+\mathcal{O}(\Delta N^2)+\mathcal{O}(\Delta N^3)\ . \qquad \text{(A.35)}
\end{aligned}
$$

Beiträge in höheren Ordnungen von ΔN werden vernachlässigt. Zudem ergibt sich der Betrag der Differenz der statistischen Fehler der Messungen $A(N)$ und $B(N')$ der Größe X in guter Näherung aus der ersten Variation zu:

$$
\begin{aligned}
\left|\sigma^2(B(N'))-\sigma^2(A(N))\right| &\approx \left|\delta\left[\left(\frac{\partial A}{\partial N}\right)^2 N\right]\right| \\
&\approx \left(\frac{\partial A}{\partial N}\right)^2|\delta N|+2\left|\frac{\partial A}{\partial N}\frac{\partial^2 A}{\partial N^2}\right|N|\delta N|\ . \qquad \text{(A.36)}
\end{aligned}
$$

Da A die Messung einer physikalischen Größe darstellt, sollte A mit steigendem N zunehmend weniger von N selbst abhängen, was dazu führt, daß die Beträge der höheren Ableitungen $|\partial^k A/\partial N^k|$ abnehmen und demzufolge $|\partial^2 A/\partial N^2|<|\partial A/\partial N|$ ist. Ein Beispiel ist die Asymmetrie gemäß Gl. (5.13). Durch Rechnung folgt $\partial A_{||}/\partial N^{\stackrel{\rightarrow}{\Leftarrow}(\stackrel{\rightarrow}{\Rightarrow})}\propto 1/2N$ und $\partial^2 A_{||}/\partial N^{\stackrel{\rightarrow}{\Leftarrow}(\stackrel{\rightarrow}{\Leftarrow})^2}\propto 1/N^2$ mit $N^{\stackrel{\rightarrow}{\Leftarrow}}+N^{\stackrel{\rightarrow}{\Rightarrow}}=N$ und $N^{\stackrel{\rightarrow}{\Leftarrow}}\approx N^{\stackrel{\rightarrow}{\Rightarrow}}\approx N/2$. Wenn δN mit ΔN identifiziert wird, kann die Näherung (A.36) für eine Abschätzung des statistischen Fehlers der Vergleichsfunktion in Abhängigkeit der statistischen Fehler der Messungen A und B verwendet werden.

$$
\sigma^2\Big(f\big(A(N),B(N')\big)\Big)\approx\left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)^2_{B=A}\left|\sigma^2(B(N'))-\sigma^2(A(N))\right|\ . \qquad \text{(A.37)}
$$

Die Beträge berücksichtigen den Fall $\Delta N<0$. Diese Darstellung hat den praktischen Vorteil, in vergleichenden Analysen nicht mehr direkt auf die Eintragsmengen zugreifen zu müssen. Beispiele für Vergleichsfunktionen und deren statistische Fehler sind:

Differenz:	$f(A,B)=B-A\ ,$	$\sigma^2(f(A,B))=\lvert\sigma^2(B)-\sigma^2(A)\rvert\ ,$
Sigmavarianz:	$f(A,B)=\dfrac{B-A}{\sqrt{\lvert\sigma^2(B)-\sigma^2(A)\rvert}}\ ,$	$\sigma^2(f(A,B))=1\ ,$
Verhältnis:	$f(A,B)=\dfrac{B}{A}\ ,$	$\sigma^2(f(A,B))=\dfrac{\lvert\sigma^2(B)-\sigma^2(A)\rvert}{A^2}\ .$

A.3. Sensitivität und Binabhängigkeit des z^2-Tests

Der z^2-Test [Grän:96] ist eine statistische Methode zum Überprüfen von Datensätzen auf interne Konsistenz. Ein Datensatz wird zur Messung der Größe x in M disjunkte Teildatensätze in Abhängigkeit von einer Observablen q unterteilt (q-Zerlegung). Für große M gilt:

$$z^2 \approx \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \frac{(x_i - \langle x \rangle))^2}{\sigma_i^2} \ . \tag{A.38}$$

Die Größe x_i bezeichnet die Messung der Größe x im q_i'ten Bin $[q_i - \Delta q_i/2, q_i + \Delta q_i/2]$, $\langle x \rangle$ den Erwartungswert aller x_i und σ_i den statistischen Fehler von x_i. Falls die Größe x unabhängig von der Observablen q ist bzw. $x(q) = \mathrm{const.}$ gilt, wird z nach Gl. (6.18) einen Wert um

$$z \approx 1 \pm \sigma(z) = 1 \pm 1/\sqrt{2M} \tag{A.39}$$

annehmen. Der Datensatz ist innerhalb der statistischen Genauigkeit konsistent und kein veränderlicher, systematischer Einfluß von q auf x liegt vor.

Im folgenden wird ein Modell vorgestellt, das die Auswirkung eines systematischen Einflusses von q auf x und somit auf z^2 sowie das Verhalten von z^2 bei Veränderung der Binanzahl M der q-Zerlegung beschreibt. Hierfür sei eine q-Zerlegung in M Bins und eine Meßgröße x gegeben, für die o.B.d.A. gelten soll:

$$\langle x \rangle = 0, \qquad \sigma_i = \langle \sigma \rangle = \mathrm{const.} \ . \tag{A.40}$$

Der Meßwert im q_i'ten Bin wird beschrieben durch:

$$x_i = S(q_i) + g_i(\langle \sigma \rangle). \tag{A.41}$$

Die Größe g_i stellt einen Zufallswert einer Gaußverteilung mit der Breite $\langle \sigma \rangle$ dar, um die statistischen Fluktuationen der Messung zu berücksichtigen. Die Funktion S beschreibt den Einfluß von q auf x an der Stelle q_i. Es wird die stückweise stetige Differenzierbarkeit von S vorausgesetzt. Das Einsetzen von Gl. (A.41) in Gl. (A.38) ergibt:

$$z^2 = \frac{1}{M \langle \sigma \rangle^2} \Big(\sum_{i=1}^{M} S^2(q_i) \ + \ \underbrace{2 \sum_{i=1}^{M} g_i(\langle \sigma \rangle) S(q_i)}_{\approx 0} \ + \ \underbrace{\sum_{i=1}^{M} g_i^2(\langle \sigma \rangle)}_{\approx M \langle \sigma \rangle^2} \Big) \tag{A.42}$$

Die q-Zerlegung sei so fein, daß die statistischen Fluktuationen g_i zu häufigen Vorzeichenwechseln im zweiten Term führen und dieser daher gegen Null geht. Die Umschreibung des dritten Termes folgt wegen Gl. (A.40) aus der Definition der Standardabweichung. Die Verschiebung des z^2-Wertes von eins stellt inhaltlich das Verhältnis von einem mittleren, quadratischen systematischen Einfluß der Größe q auf x zu der Auflösung von x in einem q-Bin dar:

$$z^2 = 1 + \Delta z_{\mathrm{sys}}^2 \approx 1 + \frac{\sum_{i=1}^{M} S^2(q_i)}{M \langle \sigma \rangle^2} \ . \tag{A.43}$$

Der z^2-Wert ist abhängig von der Anzahl der q-Bins. Zur Quantifizierung wird eine Verdoppelung des q-Bins durch Halbierung der q-Bingröße angenommen. Da der Gesamtdatensatz konstant bleibt, halbiert sich näherungsweise die Statistik in den neuen q'-Bins und der statistische Fehler $\langle\sigma'\rangle$ der Messung der Größe x im q'-Bin steigt:

$$M' = 2M, \quad \Delta q'_{i'} = \frac{\Delta q_i}{2}, \quad \langle\sigma'\rangle = \sqrt{2}\langle\sigma\rangle \ . \tag{A.44}$$

Die neuen Binzentren $q'_{i'}$ ergeben sich aus den alten q_i zu:

$$q'_{i'} = q_i - \frac{\Delta q_i}{4}, \quad q'_{i'+1} = q_i + \frac{\Delta q_i}{4}, \quad i' = 2i - 1 \ . \tag{A.45}$$

Da S stückweise stetig differenzierbar sein soll, kann die q-Zerlegung so gewählt werden, daß die q-Bingrenzen auf etwaige Sprünge fallen, und $S^2(q'_{i'})$ kann wegen der vorausgesetzten Feinheit der q-Zerlegung linear approximiert werden:

$$\begin{aligned} S^2(q'_{i'}) &= S^2(q_i - \frac{\Delta q_i}{4}) = S^2(q_i) - \left.\frac{\partial S^2}{\partial q}\right|_{q=q_i} \frac{\Delta q_i}{4} \ , \\ S^2(q'_{i'+1}) &= S^2(q_i + \frac{\Delta q_i}{4}) = S^2(q_i) + \left.\frac{\partial S^2}{\partial q}\right|_{q=q_i} \frac{\Delta q_i}{4} \ , \end{aligned} \tag{A.46}$$

woraus sich wegen $S^2(q'_{i'}) + S^2(q'_{i'+1}) = 2S^2(q_i)$ für die Summe über S^2

$$\sum_{i'=1}^{M'} S^2(q'_{i'}) = 2\sum_{i=1}^{M} S^2(q_i) \tag{A.47}$$

ergibt. Durch Einsetzen von Gl. (A.44) und Gl. (A.47) in Gl. (A.43) sowie Verallgemeinerung zu beliebigen Verhältnissen der Binanzahlen M und M' zweier q-Zerlegungen folgt:

$$\begin{aligned} z'^2 &= 1 + \Delta z'^2_{\text{sys}} = 1 + \frac{\sum_{i'=1}^{M'} S^2(q'_{i'})}{M'\langle\sigma'\rangle^2} = 1 + \frac{\sum_{i=1}^{M} S^2(q_i)}{2M\langle\sigma\rangle^2} \\ &= 1 + \frac{\Delta z^2_{\text{sys}}}{2} = 1 + \Delta z^2_{\text{sys}} \frac{M}{M'} \ . \end{aligned} \tag{A.48}$$

Mit feinerer q-Zerlegung geht Δz^2_{sys} zwar gegen Null, aber die hier als Grenz-Verhältnis definierte Größe

$$R_{z,\sigma(z)} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sqrt{z^2-1}}{\sigma(z)}, \quad \sigma(R_{z,\sigma(z)}) = \frac{z}{R_z\sigma(z)}, \quad z > 1 \ , \tag{A.49}$$

und nur diese ist von Bedeutung, bleibt innerhalb der statistischer Schwankungen um $\sigma(R_{z,\sigma(z)})$ unabhängig von der gewählten q-Zerlegung, denn mit Einsetzen von Gl. (A.38) und Gl. (A.48) in Gl. (A.49) ergibt sich

$$R_{z,\sigma(z)} = \frac{\sqrt{\Delta z^2_{\mathrm{sys}}}}{\sigma(z)} = \frac{\sqrt{\Delta z'^2_{\mathrm{sys}}}}{\sigma'(z)} = \frac{\sqrt{2\sum_{i=1}^{M} S^2(q_i)}}{\langle\sigma\rangle} = \mathrm{const.}\,. \tag{A.50}$$

Die Binabhängigkeit von z^2 läßt sich verwenden, um die Analysekraft des z^2-Tests zu erhöhen, da sich statistische Fluktuationen bei neuen q-Zerlegungen herausmitteln sollten, während die Systematik unverändert bleibt. Vor allem ein steter Abfall

$$\lim_{M\to\infty} z(M) \to 1, \quad z(M) > 1 \tag{A.51}$$

weist qualitativ auf einen systematischen Einfluß der Größe q auf x hin. Bei rein statistischen Schwankungen wird dagegen kein monoton fallendes Verhalten erwartet. Die Erfüllung der qualitativen Merkmale der Binabhängigkeit der z^2-Werte hängt wesentlich von der Einhaltung obiger Forderungen ab, insbesondere von der analytischen Beschreibbarkeit eines zugrunde liegenden systematischen Einflusses von q auf x.

Als Datenbeispiel sei hier die Abhängigkeit des DIS-Ertrages Y_{dis} (s. Gl. (6.8)) vom Strahlstrom angeführt (s. Abb. 6.7 a)). Es wurden globale z-Werte des Ertrages für Strom-Zerlegungen mit verschiedenen Binanzahlen M bestimmt, indem die Summe (6.15) über die 49 kinematischen Bins k ausgedehnt wurde. Die erhaltenen Werte entsprechen in etwa den in Abb. 6.8 b) als offene Dreiecke dargestellten Erwartungswerten der z-Verteilungen, die aus den z-Werten jedes kinematischen Bins gebildet wurden. Die qualitativen

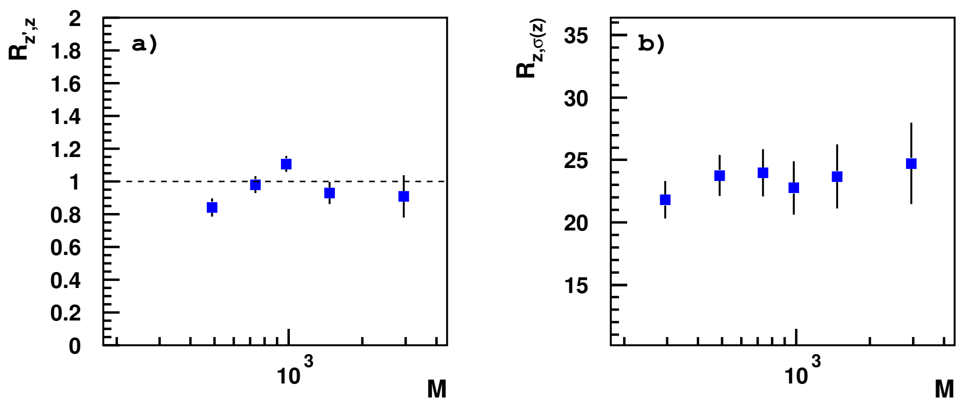


Abbildung A.1.: Abhängigkeit a) des Fall-Verhältnisses $R_{z',z}$ und b) des Grenz-Verhältnisses $R_{z,\sigma(z)}$ des globalen z-Wertes des DIS-Ertrages Y_{dis} von der Binanzahl M der Strom-Zerlegungen des polarisierten Datensatzes. Das Fall-Verhältnis $R_{z',z}$ wurde für aufeinanderfolgende Strom-Zerlegungen mit $M' < M$ bestimmt.

Vergleiche sind dabei mit den neuen z-Grenzen $\sigma(z) = 1/\sqrt{2(49M-1)}$ durchzuführen. Der in Gl. (A.48) beschriebene monotone Abfall wird durch die hier als Fall-Verhältnis bezeichnete Größe ausgedrückt:

$$R_{z',z} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{M'}{M}\,\frac{z'^2-1}{z^2-1} = 1 \pm \sigma(R_{z',z}), \quad \sigma(R_{z',z}) = \left|1 - \frac{M'}{M}\right| \frac{2z\sigma(z)}{|z^2-1|} \; . \tag{A.52}$$

Im statistischen Fehler $\sigma(R_{z',z})$ wurde die strenge Korrelation in Gl. (A.48) zwischen z und z' berücksichtigt. Die Normierung mit M'/M wurde gewählt, damit $R_{z',z}$ im Falle eines systematischen Einflusses von q auf x einen konstanten Wert um eins annimmt.

In Abbildung A.1 a) wurde das Fall-Verhältnis $R_{z',z}$ zwischen aufeinanderfolgenden q-Zerlegungen und in Abb. A.1 b) das Grenz-Verhältnis $R_{z,\sigma(z)}$ für die Strom-Zerlegung des Ertrages dargestellt. Die gefundene Konstanz weist auf einen deutlichen systematischen Zusammenhang zwischen Strom und Ertrag hin, der o.a. Modellannahmen entspricht. Der stromabhängige systematische Fehler des Ertrages (ohne einen eventuellen konstanten Anteil $Y(\text{Strom}) = \text{const.}$)) kann mit Gl. (A.50) abgeschätzt werden zu:

$$\frac{\Delta Y}{\langle Y\rangle} = \frac{R_{z,\sigma(z)}\langle\sigma\rangle}{\sqrt{2M}\langle Y\rangle} = 0.017 \; . \tag{A.53}$$

B. Bestimmung der Molekülpolarisation

Der Anteil $P_{\mathrm{T,M}}$ der Polarisation der Moleküle an der Targetpolarisation ist nach Gl. (3.6) gegeben durch:

$$P_{\mathrm{T,M}} = (1 - \alpha_R)\beta P_{\mathrm{A}}, \quad \beta = P_{\mathrm{M}}/P_{\mathrm{A}} \ . \tag{B.1}$$

Das Verhältnis β von Molekülpolarisation P_{M} zur Atompolarisation P_{A} kann Werte im Intervall $0 \leq \beta \leq 1/P_{\mathrm{A}}$ annehmen. Der Anteil der Moleküle an der Targetpolarisation ist bei mittleren Werten von $\langle \alpha_R \rangle = 0.965$ (s. Gl. (3.5)) nicht zu vernachlässigen. Es gibt aber keine direkte Messung der Molekülpolarisation P_{M}. Eine Grenzwertabschätzung $0 \leq P_{\mathrm{M}} \leq 1,\ (P_{\mathrm{A}} = 1)$ würde allein einen Anteil an Unsicherheit der Targetpolarisation P_{T} von $\Delta P_{\mathrm{T}}/P_{\mathrm{T}} \approx (1 - \alpha_R)/2 = 2.7$ % bewirken. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit einer Einschränkung des Bereiches der Molekülpolarisation P_{M} bzw. β.

B.1. Bestimmung des β-Faktors bei kleinen α_{R}

Die Bestimmung von β erfolgte indirekt durch Vergleich der Asymmetrie, die aus einem speziellen Datensatzes ermittelt wurde, mit der Asymmetrie der Standardanalyse. Der spezielle Datensatz zeichnete sich durch modifizierte Targetbedingungen kleiner α_{R} von $\langle \alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}} \rangle = 0.36 \pm 0.17$ und Speicherzellentemperaturen von $T_{\mathrm{cell}} \approx 260$ K aus (s. Tab. 4.1) und wird mit dem Index "low" versehen. Die nominalen Targetbedingungen des Standarddatensatzes, der in diesem Abschnitt mit dem Index "high" gekennzeichnet wird, wurden in Abschn. 3.2 mit $\langle \alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{high}} \rangle \approx 0.94 \pm 0.04$ und $T_{\mathrm{cell}} \approx 100$ K angegeben. Der Mittelwert $\langle \alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}} \rangle$ wurde analog den nominalen Targetbedingungen (s. Abschn. 3.2.3) aus dem Mittelwert der Grenzen der folgenden modifizierten Stichprobenrohr-Korrekturen bestimmt. Bei hohen Speicherzelltemperaturen behält die untere Grenze der Stichprobenrohr-Korrekturen der nominalen Targetbedingungen ihre Gültigkeit [Bau:00], während die obere Grenze auf α_{TGA} selbst gesetzt wurde [Heno:00]. Der spezielle Datensatz zur Messung von $A_{\|}{}^{\mathrm{low}}$ wurde bis auf die Forderung einer niedrigen Zelltemperatur den gleichen Selektionskriterien unterworfen wie der Standarddatensatz (s. Abschn. 4.2). Die Messung der Asymmetrie $A_{\|}{}^{\mathrm{low}}$ erfolgte analog der Bestimmung der Asymmetrie $A_{\|}{}^{\mathrm{high}}$ aus dem Standarddatensatz.

Die polarisationsgewichtete Luminosität $L_{\mathrm{P}}^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}$ (s. Abschn. 5.2.1) wurde in beiden Datensätzen aufgespalten in

$$L_{\mathrm{P}}^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)} \approx L'^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}_{\mathrm{P}} \left[\langle\alpha_{\mathrm{R}}\rangle + (1-\langle\alpha_{\mathrm{R}}\rangle)\beta\right] \;, \tag{B.2}$$

wobei $L'^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}_{\mathrm{P}}$ definiert wird durch

$$L'^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}_{\mathrm{P}} = \int\limits_{\rightleftarrows(\rightrightarrows)} \epsilon_{\mathrm{Tr}}(t)\mathcal{L}(t)|P_{\mathrm{B}}(t)P_{\mathrm{A}}(t)|\,\mathrm{d}t \;. \tag{B.3}$$

Für die inklusive Asymmetrie $A_{||}$ folgt:

$$A_{||} \approx \frac{A'_{||}}{\langle\alpha_{\mathrm{R}}\rangle + (1-\langle\alpha_{\mathrm{R}}\rangle)\beta} \quad \text{mit} \quad A'_{||} = \frac{N^{\rightleftarrows}L^{\rightrightarrows} - N^{\rightrightarrows}L^{\rightleftarrows}}{N^{\rightleftarrows}L'^{\rightrightarrows}_{\mathrm{P}} + N^{\rightrightarrows}L'^{\rightleftarrows}_{\mathrm{P}}} \;. \tag{B.4}$$

Der β-Extraktion liegt der Ansatz zugrunde, daß $A_{||}$ nicht von den experimentellen Bedingungen abhängt. Das Polarisationsverhältnis β wurde bei gegebenen $\langle\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}}\rangle$ und $\langle\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{high}}\rangle$ durch Minimierung der Funktion

$$F(\beta) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\left(\dfrac{A'^{\,\mathrm{high}}_{||\,i}}{\langle\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{high}}\rangle + (1-\langle\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{high}}\rangle)\beta} - \dfrac{A'^{\,\mathrm{low}}_{||\,i}}{\langle\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}}\rangle + (1-\langle\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}}\rangle)\beta}\right)^2}{\dfrac{\sigma^2(A'_{||})_i^{\mathrm{high}}}{\left[\langle\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{high}}\rangle + (1-\langle\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{high}}\rangle)\beta\right]^2} + \dfrac{\sigma^2(A'_{||})_i^{\mathrm{low}}}{\left[\langle\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}}\rangle + (1-\langle\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}}\rangle)\beta\right]^2}} \tag{B.5}$$

bestimmt. Die Summe erstreckt sich über die kinematischen Bins. Die β-Abhängigkeit der Minimierungsfunktion wird durch die $\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}}$-Terme dominiert, denn wegen $1-\langle\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{high}}\rangle = 0.06$ sind die $\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{high}}$-Terme vergleichsweise β-unabhängig. Aus diesem Grund wurde im Ausdruck (B.5) β bei hohen und tiefen Speicherzelltemperaturen gleichgesetzt. Mit der Minimierungsfunktion wird daher β aus dem speziellen Datensatz mit hohen Speicherzellentemperaturen $T_{\mathrm{cell}} \approx 260$ K und kleinen $\alpha_R < 0.7$ bestimmt. Das Polarisationsverhältnis β wurde durch Anpassung einer Parabel an die Minimierungsfunktion ermittelt (s. Abb. B.1 a)):

$$\beta(T_{\mathrm{cell}}\approx 260\,\mathrm{K}) = 0.69 \pm 0.11_{\mathrm{sta}} \pm 0.04^{P_{\mathrm{A}}}_{\mathrm{sys}} + 0.09^{\alpha}_{\mathrm{sys}} - 0.15^{\alpha}_{\mathrm{sys}} \tag{B.6}$$

Der statistische Fehler von β ergibt sich aus einer analytischen Näherungslösung der Minimierungsfunktion, die im Abschn. B.2 dargelegt ist, zu:

$$\sigma(\beta) = 0.09\frac{\langle\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}}\rangle + (1-\langle\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}}\rangle)\beta}{1-\langle\alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}}\rangle} \;. \tag{B.7}$$

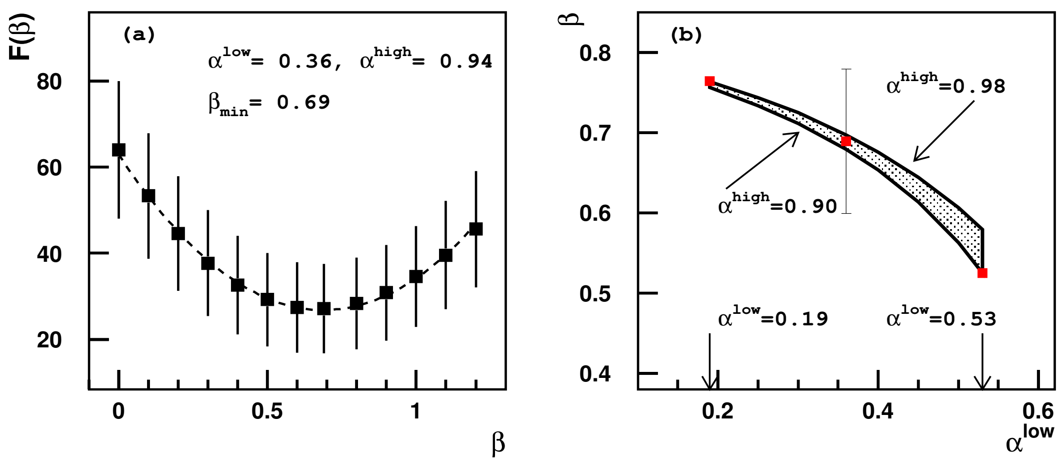


Abbildung B.1.: (a) Darstellung der Minimierungsfunktion $F(\beta)$ für angegebene Werte von $\langle\alpha_\mathrm{R}^\mathrm{high}\rangle$ und $\langle\alpha_\mathrm{R}^\mathrm{low}\rangle$ mit Approximation durch eine Parabel, aus deren Minimum der β_min-Wert bestimmt wurde. (b) β-Bereich in Abhängigkeit der Stichprobenrohr-Korrekturen $\langle\alpha_\mathrm{R}^\mathrm{low}\rangle$ (x-Achse) und $\langle\alpha_\mathrm{R}^\mathrm{high}\rangle$ (obere und untere Grenze des Bandes). Die markierten Ecken ergeben die systematische Unsicherheit des eingefügten Zentralwertes $\beta = 0.69 \pm 0.11_\mathrm{sta}$, dessen statistischer Fehler durch den Fehlerbalken dargestellt ist.

Der unsymmetrische systematische Fehler ("$^{\alpha}_{\mathrm{sys}}$") von β resultiert aus den Grenzen der Stichprobenrohr-Korrekturen der Rekombinationsgrößen $\langle\alpha_\mathrm{R}^\mathrm{low}\rangle$ und $\langle\alpha_\mathrm{R}^\mathrm{high}\rangle$ (s. Abb. B.1 b)). Zum Zeitpunkt der Fertigstellung dieser Arbeit wurden von der Targetgruppe noch Studien zu den Grenzen der Stichprobenrohr-Korrekturen bei kleinen $\alpha_\mathrm{R}^\mathrm{low}$ und zur Atompolarisation durchgeführt. Vorläufige Resultate zur Unsicherheit der Atompolarisation [BHKS:00] wurden in dem zusätzlichen symmetrischen Fehlerterm "$^{P_\mathrm{A}}_{\mathrm{sys}}$" berücksichtigt. Der Fall $\beta = 0$ ($P_\mathrm{M} = 0$) und $\beta \geq 1$ ($1 \geq P_\mathrm{M} \geq P_\mathrm{A}$) ist ausgeschlossen, aber die β-Grenzen lassen keine genaue Fixierung der Spinumklappwahrscheinlichkeit der Protonen der rekombinierenden Wasserstoffatome zu.

Unter der Annahme, daß die Spinumklappwahrscheinlichkeit temperaturunabhängig ist, kann β zum Arbeitspunkt des Targets des Standarddatensatzes zum Wert

$$\beta(T_\mathrm{cell} \approx 100\,\mathrm{K}) = 0.6 \pm 0.4 \tag{B.8}$$

extrapoliert werden [Kols:98], der in der vorliegenden Arbeit für die Standardanalyse verwendet wurde (s. Tab. 3.1). Weitere Studien der Targetgruppe können in Zukunft noch die β-Werte (B.6) und (B.8) im Rahmen der derzeitigen Unsicherheit ändern.

B.2. Analytische Lösung der β-Minimierungsfunktion

Aus den Asymmetrien beider Datensätze wurden folgende Größen erhalten:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{H} &= \sum_{i=1}^{N} {A'_{\|}}_i^{\mathrm{high}\,2} / \sigma^2(A'_{\|})_i^{\mathrm{high}} = 2723.6\ , \\
\mathbf{L} &= \sum_{i=1}^{N} {A'_{\|}}_i^{\mathrm{low}\,2} / \sigma^2(A'_{\|})_i^{\mathrm{high}} = 2142.9\ , \\
\mathbf{M} &= \sum_{i=1}^{N} {A'_{\|}}_i^{\mathrm{high}} {A'_{\|}}_i^{\mathrm{low}} / \sigma^2(A'_{\|})_i^{\mathrm{high}} = 2222.8\ , \\
r_\sigma^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{\sigma^2(A'_{\|})_i^{\mathrm{low}}}{\sigma^2(A'_{\|})_i^{\mathrm{high}}} = 13.2\ .
\end{aligned} \tag{B.9}
$$

Für die analytische Lösung des β-Minimierungsfunktion (B.5) wurden die Vereinfachungen

$$\langle \alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{high}} \rangle = 1 \tag{B.10}$$

und

$$\sigma^2(A'_{\|})_i^{\mathrm{low}} = r_\sigma^2 \sigma^2(A'_{\|})_i^{\mathrm{high}} \tag{B.11}$$

verwendet. Die Näherung (B.10) hat auf die Minimierungsfunktion nur einen geringen Einfluß wegen $0.64 = 1 - \langle \alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}} \rangle \gg 1 - \langle \alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{high}} \rangle = 0.06$ und führt zu alleinigen Abhängigkeit der Minimierungsfunktion vom $\langle \alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}} \rangle$-Term. Die Gl. (B.11) beruht darauf, daß das Verhältnis der statistischen Fehler $\sigma(A'_{\|})_i^{\mathrm{low}}$ und $\sigma(A'_{\|})_i^{\mathrm{high}}$ in jedem kinematischen Bin nur von der Größe der beiden Datensätze abhängt und somit näherungsweise konstant ist.

Mit der Substitution

$$x = \langle \alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}} \rangle + (1 - \langle \alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}} \rangle)\beta \tag{B.12}$$

in Gl. (B.5) sowie dem Einsetzen der Beziehungen (B.10) und (B.11) und Verwendung der aufsummierten Terme (B.9) vereinfacht sich die β-Minimierungsfunktion zu

$$F(x) = \frac{\mathbf{H}x^2 - 2\mathbf{M}\,x + \mathbf{L}}{x^2 + r_\sigma^2}\ . \tag{B.13}$$

Die Minimierung von Gl. (B.13) führt zur quadratischen Gleichung

$$x^2 + px - r_\sigma^2 = 0, \quad p = \frac{r_\sigma^2 \mathbf{H} - \mathbf{L}}{\mathbf{M}} = 15.2\ , \tag{B.14}$$

deren positive Lösung

$$x = -p/2 + \sqrt{p^2/4 + r_\sigma^2} = 0.82 \tag{B.15}$$

für $\langle \alpha_{\mathrm{R}}^{\mathrm{low}} \rangle = 0.36$ einen physikalisch sinnvollen Wert von $\beta = 0.72$ ergibt. Dieser Wert liegt nur um 5 % höher als der innerhalb der Unsicherheit der Stichprobenrohr-Korrektur bestimmte β-Wert (B.6).

Die analytische Lösung (B.15) wird zur Bestimmung des statistischen Fehlers von β,

$$\sigma(\beta) \approx \left| \frac{\partial \beta}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p} \right| \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left| \frac{\partial p}{\partial {A'_1}_i^{\mathrm{low}}} \right|^2 , \sigma^2 (A'_1)_i^{\mathrm{low}}} \tag{B.16}$$

herangezogen. Unter Verwendung der Näherung

$$\left| \frac{\partial x}{\partial p} \right| = \frac{x}{2x + p} \approx \frac{x}{p} \tag{B.17}$$

mit dem p-Wert aus Gl. (B.14) sowie dem Ableitungswert

$$\sum_{i=1}^{N} \left| \frac{\partial p}{\partial {A'_1}_i^{\mathrm{low}}} \right|^2 \sigma^2 (A'_1)_i^{\mathrm{low}} = \frac{r_\sigma^2}{\mathbf{M^2}} \left[4\mathbf{L} + \frac{(r_\sigma^2 \mathbf{H} - \mathbf{L})^2}{\mathbf{M}^2} \mathbf{H} + 4(r_\sigma^2 \mathbf{H} - \mathbf{L}) \right] = 2.07 \tag{B.18}$$

ergibt sich der statistische Fehler von β gemäß Gl. (B.7).

C. Test der PID-Methoden

Die genaue Bestimmung der positiven und negativen Flüsse des DIS-Triggers stellt eine wesentliche Voraussetzung für die konsequente Anwendung der Wahrscheinlichkeitsinterpretation des "wahren" pid-Parameters (s. Abschn. 4.4) dar. Der Fluß $\Phi(p, \Theta)$ wurde mit einer von [Mend:98] entwickelten algebraischen Methode aus den Verteilungen der bedingten pid'-Werte aller nachgewiesenen Teilchen für fixierten Impuls p und Streuwinkel Θ bestimmt. Das algebraische Verfahren, das im folgenden Abschnitt erläutert wird, ist zu der in [KaMV:97] beschriebenen iterativen Methode zur Flußbestimmung äquivalent. Im Abschn. C.2 werden die Ergebnisse einer Monte-Carlo-Untersuchung des algebraischen Verfahrens der Flußbestimmung und der Wahrscheinlichkeitsmethode der Teilchenidentifizierung vorgestellt.

C.1. Algebraisches Verfahren zur Ermittlung Flußfaktoren

Gegeben sei eine "wahre" pid-Verteilung eines fixierten Flusses Φ, die auf die Gesamtanzahl N aller nachgewiesenen Teilchen normiert ist:

$$N = \int_{-\infty}^{\infty} n(pid)\, \mathrm{d}pid \; . \tag{C.1}$$

Nach Gl. (4.14) gilt:

$$P^{\mathrm{h}}(pid = 0) = P^{\mathrm{e}}(pid = 0) = 0.5 \; . \tag{C.2}$$

Näherungsweise werden Teilchen mit $pid < 0$ als Hadronen und Teilchen mit $pid > 0$ als Positronen identifiziert [1], was durch die Vereinfachung

$$\begin{aligned} P^{\mathrm{h}}(pid < 0) &= 1, \qquad & P^{\mathrm{e}}(pid < 0) &= 0 \; , \\ P^{\mathrm{h}}(pid > 0) &= 0, \qquad & P^{\mathrm{e}}(pid > 0) &= 1 \end{aligned} \tag{C.3}$$

[1] Die Näherung bedeutet inhaltlich die Hinzunahme von Kontaminationsbeiträgen und Vernachlässigung von Identifizierungseffizienzverlusten der Positronen (bzw. Hadronen) in der jeweiligen Teilchenbilanz. Wegen der Erhaltung der Gesamtteilchenanzahl (Positronen + Hadronen) hat dies auf die Flüsse in erster Ordnung jedoch keinen Einfluß. In der Tat ergab die Bestimmung der Flüsse mit Berücksichtigung von Kontamination und Identifizierungseffizienz keinen Unterschied zu den Ergebnissen (s. Abb. 4.6) des hier beschriebenen Verfahrens.

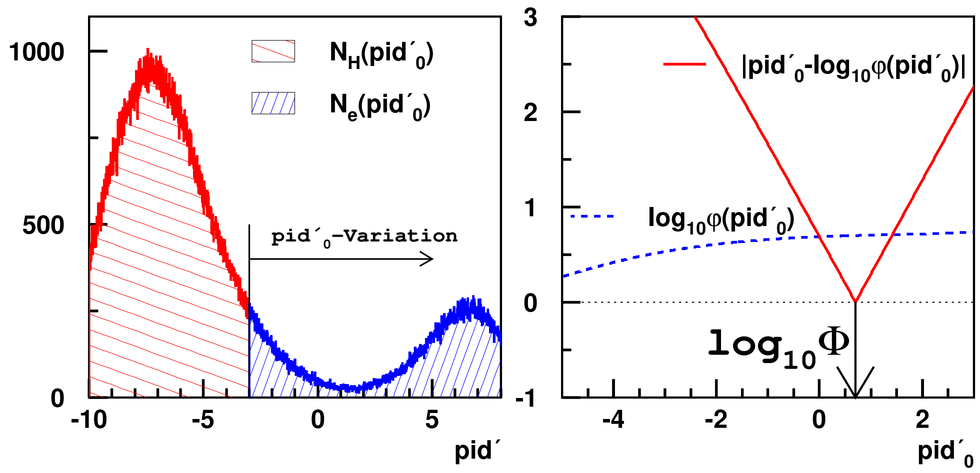


Abbildung C.1.: Methode der algebraische Flußbestimmung aus der pid'-Verteilung

ausgedrückt wird. Der Fluß Φ und sein statistischer Fehler ergibt sich somit aus der "wahren" pid-Verteilung zu:

$$\Phi = \frac{N_\mathrm{H}}{N_\mathrm{e}} \approx \frac{\int\limits_{-\infty}^{0} n(pid)\,\mathrm{d}pid}{\int\limits_{0}^{\infty} n(pid)\,\mathrm{d}pid} \qquad \sigma(\Phi) = \Phi\sqrt{\frac{1}{N_\mathrm{H}} + \frac{1}{N_\mathrm{e}}}\;, \tag{C.4}$$

wobei N_H und N_e die Anzahlen der identifizierten Hadronen und Positronen sind. Da die "wahren" pid-Werte sich nur um die Konstante $\log_{10}\Phi$ von den bedingten pid'-Werten unterscheiden, existiert in der bedingten pid'-Verteilung ein Wert $\overline{pid'_0}$, für den gilt:

$$P^\mathrm{h}(\overline{pid'_0}) = P^\mathrm{e}(\overline{pid'_0}) = 0.5\;. \tag{C.5}$$

Mit der Forderung (C.2) ergibt Gl. (4.13):

$$\overline{pid'_0} = \log_{10}\Phi\;. \tag{C.6}$$

Die Aufgabe besteht darin, aus der pid'-Verteilung $\overline{pid'_0}$ zu extrahieren. Dazu wird $\overline{pid'_0}$ variiert und für jedes variierte pid'_0 ein vorläufiger Fluß $\varphi(pid'_0)$ berechnet:

$$\varphi(pid'_0) = \frac{\int\limits_{-\infty}^{pid'_0} n(pid')\,\mathrm{d}pid'}{\int\limits_{pid'_0}^{\infty} n(pid')\,\mathrm{d}pid'}\;. \tag{C.7}$$

Der Nullwert der Suchfunktion

$$f(pid'_0) = pid'_0 - \log_{10} \varphi(pid'_0) \tag{C.8}$$

liefert gerade den gesuchten Wert $\overline{pid'_0} = \log_{10} \Phi$ zur Bestimmung des Flusses Φ. In der Praxis wurden die bedingten pid'-Verteilungen durch fein unterteilte Histogramme dargestellt, die Integrale durch Summen über die Einträge ersetzt und das Minimum des Betrages der nun diskretisierten Suchfunktion $f(pid'_0)$ bestimmt. Das Verfahren ist in Abb. C.1 veranschaulicht. Zur Ermittlung der kinematischen Abhängigkeit der Flüsse positiv und negativ geladener Teilchen wurden die pid'-Verteilungen in verschiedenen Impuls- und Streuwinkelintervallen getrennt nach Ladung bestimmt. Die kinematische Ebene wurde hierfür in 27 Impuls- und 6 Streuwinkel-Bins mit folgenden Intervallgrenzen unterteilt:

p-Unterteilung:	{ 0.0, 1.4, 2.4, 3., 4., 5.,. . . , 25, 26., 30. } GeV ,
Θ-Unterteilung:	{ 0.040, 0.075, 0.100, 0.125, 0.150, 0.175, 0.220 } .

Es wurde eine feine Impulsunterteilung verwendet, um der im Vergleich zum Streuwinkel Θ stärkeren Impulsabhängigkeit Rechnung zu tragen. Die Streuwinkelunterteilung wurde derart gewählt, daß insbesondere bei großen Impulsen und Streuwinkeln eine ausreichende Anzahl von Einträgen in den p, Θ-Bins gewährleistet ist. Die obere Grenze des ersten Impuls-Bins von 1.4 GeV wurde der Triggerschwelle des Kalorimeters angepaßt. Die nächstfolgende Grenze von 2.4 GeV ist äquivalent dem kinematischen Schnitt $y < 0.91$ für die DIS-Kandidaten (s. Abschn. 4.5). Einträge oberhalb von 26 GeV bis zur Rekonstruktionsgrenze von 30 GeV wurden im letzten Impuls-Bin zusammengefaßt. Die untere und obere Grenze der Streuwinkelunterteilung von 0.040 rad bzw. 0.220 rad sind durch die HERMES-Akzeptanz vorgegeben.

C.2. Verfahrenstest der Fluß- und PID-Algorithmen

Eine Monte-Carlo-Untersuchung der Wahrscheinlichkeitsmethode und Flankenanpassungsmethode zur Bestimmung der Hadronkontamination h und Identifizierungseffizienz $\epsilon_{\rm pid}$ wurde in [Wend:99] durchgeführt. Dort wurde eine gute Übereinstimmung zwischen generierter und mit der Wahrscheinlichkeitsmethode rekonstruierter Kontamination und Effizienz gefunden, während die Flankenanpassungsmethode in der pid-Verteilung des TRD zur Überschätzung der Kontamination bei zu kleiner Effizienz führt (s. Abb. C.3). In der Monte-Carlo-Untersuchung wurden die im Experiment verwendeten, impulsabhängigen Spektralverteilungen der vier PID-Detektoren eingesetzt. Die Impulse der Hadronen und Elektronen wurden entsprechend der HERMES-Kinematik generiert. Für die Extraktion der Kontamination und Effizienz mit Wahrscheinlichkeitsmethode wurde aber nur ein mittlerer Fluß Φ angenommen und die algebraische Flußbestimmung [Mend:98] nicht getestet.

Es wurde daher im Rahmen dieser Analyse eine unabhängige PID-Simulation für einen Test der Kombination von algebraischer Flußbestimmung und Wahrscheinlichkeitsmethode durchgeführt. Die Untersuchung betraf vor allem den Einfluß des Flusses Φ auf

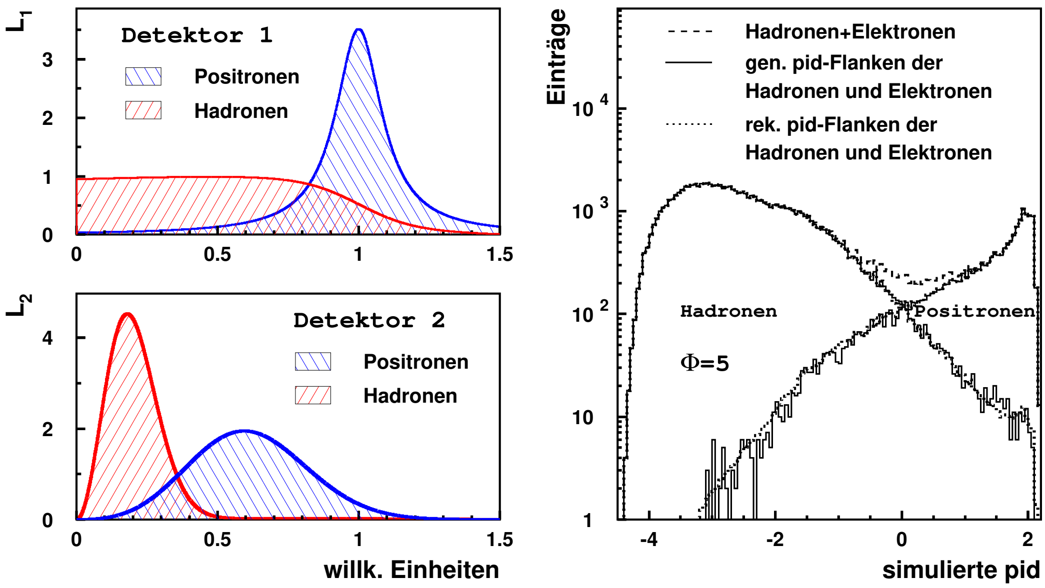


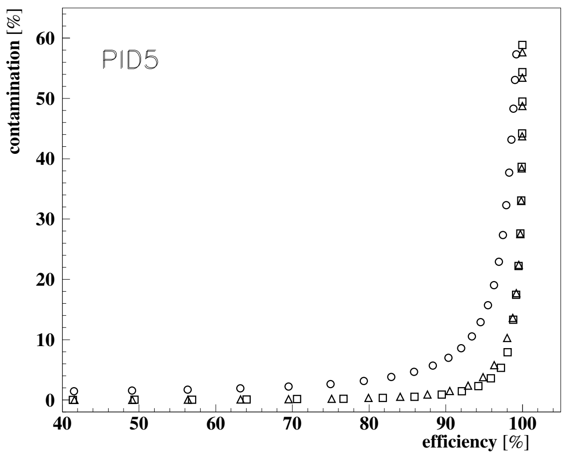
Abbildung C.2.: Grundlegende Elemente der PID-Simulation eines Zwei-Detektorsystems. Links sind die normierten Spektralverteilungen zur Generation der Detektorantworten dargestellt. Sie wurden denen des Kalorimeters und des TRD nachempfunden (s. Abb. 4.4). Rechts ist die *pid*-Verteilung des Systems für Fluß $\Phi = 5$ dargestellt. Die generierten *pid*-Flanken der Hadronen und Elektronen (durchgezogene Linien) werden von der Wahrscheinlichkeitsmethode (gepunktete Linien) in guter Übereinstimmung wiedergegeben.

die Rekonstruktion der Größen h und ϵ_{pid}. Aus Rechenzeitgründen wurde die Generation von *pid*-Verteilungen auf zwei PID-Detektoren mit festen, impulsunabhängigen, analytischen Spektralverteilungen beschränkt (s. Abb. C.2). Diese Vereinfachung stellt keine große Einschränkung dar, da einerseits die Wahrscheinlichkeitsmethode wie oben beschrieben unter HERMES-PID-Bedingungen getestet wurde, und andererseits die Verfahren unabhängig von den konkreten Eigenschaften eines PID-System sind.

Es wurden bedingte pid'-Verteilungen generiert, wobei die Flüsse im Intervall $-2 < \log_{10}\Phi_{\text{gen}} < 2$ generiert wurden. Aus diesen Verteilungen wurden die Flüsse algebraisch ermittelt, die "wahren" *pid*-Verteilungen rekonstruiert und Hadronkontamination sowie Identifizierungseffizienz bestimmt. Größere Flüsse wurden nicht simuliert, da die verwendeten Spektralverteilungen der beiden PID-Detektoren nur ein pid'-Intervall von $-3.8 < pid' < 3.3$ abdeckten. Dieser hier als PID-Breite bezeichnete Bereich möglicher bedingter pid'-Werte ist eine reine Eigenschaft des PID-Systems.

Die Ergebnisse für Positronen sind in Abb. C.4 dargestellt. Die Hadronenseite ($pid < 0$) wird nicht näher betrachtet, da sich die entsprechenden *pid*-Größen analog verhalten. Wie die Darstellung C.4 zeigt, muß das PID-System so dimensioniert sein, daß die PID-Breite etwa dem Dreifachen der zu erwartenden logarithmischen Flüsse entspricht:

$$pid'_{\max} > 3\log_{10}\Phi_{max}\,, \quad \forall\, pid > 0 \quad \text{(Positronseite)}\;. \tag{C.9}$$



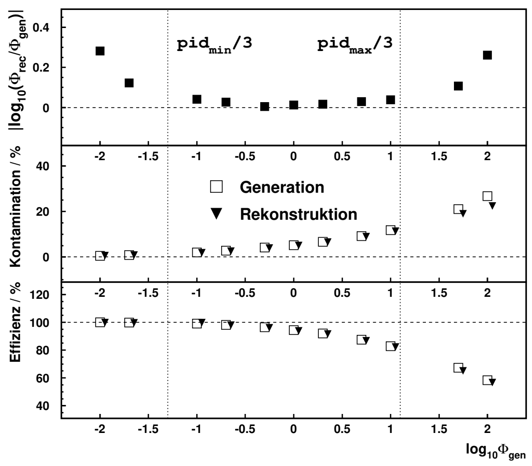


Abbildung C.3.: Links: Monte-Carlo-Studie zum Zusammenhang von Hadronkontamination und Identifizierungseffizienz, die aus der pid-Verteilung des TRD ($pid5$) extrahiert wurden [Wend:99]. Die pid-Schnitte wurden variiert und in der Rekonstruktion ein mittlerer Fluß angenommen. Die Quadrate stellen die generierten Monte-Carlo-Werte, die Dreiecke mit der Wahrscheinlichkeitsmethode und die Kreise mit der Flankenanpassungsmethode berechneten Werte dar.

Abbildung C.4.: Rechts: Simulation des PID-Systems aus zwei Detektoren. In Abhängigkeit von den simulierten Flüssen sind folgende Größen dargestellt: oben: der Betrag des logarithmischen Verhältnisses von rekonstruiertem zu simuliertem Fluß, Mitte: die simulierte (offene Quadrate) und mit der Wahrscheinlichkeitsmethode rekonstruierte (gefüllte Dreiecke) Hadronkontamination und unten: die simulierte und rekonstruierte Identifizierungseffizienz. Es wurde ein fester pid-Schnitt, $pid > 0$, gewählt. Die gepunkteten Senkrechten markieren ein Drittel der PID-Breite des Systems.

Im Falle von Flüssen größer als ein Drittel der PID-Breite wächst die Hadronkontamination stark an, während die Identifizierungseffizienz deutlich fällt. Das PID-System verliert die Separationsfähigkeit zwischen Hadronen und Positronen. Außerdem weichen die in Abb. C.4 dargestellten rekonstruierten PID-Größen zunehmend von den simulierten ab.

Bei Flüssen kleiner als ein Drittel der PID-Breite wird eine sehr gute Überstimmung zwischen Simulation und Rekonstruktion erreicht. Die Voraussetzung (C.9) ist beim PID-System von HERMES mit einer PID-Breite von etwa $|pid'| < 15$ (vgl. m. Abb. 4.5) und $|\log_{10}\Phi| < 3$ (s. Abb. 4.6) erfüllt. Innerhalb dieser Grenzen werden die Flüsse mit einer Unsicherheit der algebraischen Methode von $\Delta\Phi/\Phi \approx 5\,\%$ bestimmt. Der kombinierte Einfluß der Unsicherheit der algebraischen Flußbestimmung und der Wahrscheinlichkeitsmethode unter Verwendung der rekonstruierten Flüsse auf Hadronkontamination h und Identifizierungseffizienz ϵ ist kleiner als $\Delta h/h < 5\,\%$ und $\Delta\epsilon/\epsilon < 0.5\,\%$. Der Einfluß der Algorithmenunsicherheit kann gegenüber den in Abschn. 6.2.1 ermittelten systematischen Unsicherheiten für die Hadronkontamination und Identifizierungseffizienz von $h < 0.1^{+0.3}_{-0.1}\,\%$ (bzw. $\Delta h/h < 300\,\%$) und $\epsilon > 96 \pm 2\,\%$ (etwa $\Delta\epsilon/\epsilon < 2\,\%$), vernachlässigt werden.

D. Ergebnisse der internen Alignementkorrektur

Eine detaillierte Darstellung für das interne Alignement der hinteren Driftkammern befindet sich in [Gärb:96]. Die dort beschriebenen Verfahren gelten in leichter Abwandlung ebenso für das gesamte Spektrometer. Im folgenden werden die wichtigsten Ergebnisse des Modells und der Untersuchungen für die internen Alignementkorrekturen des gesamten HERMES-Spurkammersystem angegeben, die die Basis für die externe Alignementkorrektur des Datensatzes 1997 bildeten.

D.1. Definition des externen und internen Alignements

Die Raumspuren sind im HERMES-Koordinatensystem (s. Abschn. 3.3) definiert durch

$$\vec{t} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_{\text{mag}} \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} x_{\text{sl}} \\ y_{\text{sl}} \\ 1 \end{pmatrix} , \qquad \vec{T} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ x_{\text{sl}} \\ y_{\text{sl}} \end{pmatrix} = \{t_\mu\} , \tag{D.1}$$

mit z als freien Parameter, $z_{\text{mag}} = 275$ cm als Magnetzentrum und $\vec{T}$ als Spurparametervektor. Die Geometrie der Spurkammern wird beschrieben durch Geometriematrix $\mathbf{G}$ und Aufpunktsvektor $\vec{W}$ (Position des ersten Drahtes im Ebenensystem):

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \frac{\cos\beta_1}{\sigma_1} & \frac{\sin\beta_1}{\sigma_1} & \frac{z_1\cos\beta_1}{\sigma_1} & \frac{z_1\sin\beta_1}{\sigma_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\cos\beta_N}{\sigma_N} & \frac{\sin\beta_N}{\sigma_N} & \frac{z_N\cos\beta_N}{\sigma_N} & \frac{z_N\sin\beta_N}{\sigma_N} \end{pmatrix} = \left\{ \frac{g_{i\mu}}{\sigma_i} \right\} , \tag{D.2}$$

$$\vec{W} = \begin{pmatrix} \frac{w_1}{\sigma_1} \\ \vdots \\ \frac{w_N}{\sigma_N} \end{pmatrix} = \left\{ \frac{w_i}{\sigma_i} \right\} , \qquad i = 1 \cdots N,\ \mu = 1 \cdots 4 . \tag{D.3}$$

Die Größe z_i bezeichnet die z-Position der Ebene i, β_i deren Stereowinkel und σ_i deren Auflösung, und N stellt die Anzahl der an der Spuranpassung beteiligten Ebenen dar.

Ein allgemeiner Positionierungsfehler der Spurkammerebenen sei gegeben durch laterale Verschiebungen $\delta\vec{W} = \{\delta w_i/\sigma_i\}$ sowie longitudinale Verschiebungen und Verdrehungen $\delta\mathbf{G} = \{\delta g_{i\mu}/\sigma_i\}$ der Kammerebenen. Erfolgt die Anpassung der Spurparameter wie bei HERMES durch χ^2-Minimierung [Wand:96], so erhält man nach [Gärb:96] in linearer Näherung eine systematische Verschiebung der Spurparameter $\vec{T}$ und Residuen $\vec{R} = \{w_i + x_i - g_{i\mu}t_\mu\}$ von

$$\vec{T} = \vec{T}_0 + \vec{A}\,, \qquad \vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{I}\,, \tag{D.4}$$

wobei $\vec{T}_0$ und $\vec{R}_0$ Spurparameter und Residuen ohne Positionierungsfehler sind. Das externe Alignement $\vec{A}$ und das interne Alignement $\vec{I}$ ergeben sich aus dem absoluten Positionierungsfehler zu:

$$\vec{A} = \mathbf{C}\mathbf{G}^{\mathbf{T}}(\delta\mathbf{G}\vec{T} - \delta\vec{W}), \tag{D.5}$$
$$\vec{I} = \delta\mathbf{G}'\vec{T} - \delta\vec{W}' = (\mathbf{1} - \mathbf{G}\mathbf{C}\mathbf{G}^{\mathbf{T}})(\delta\mathbf{G}\vec{T} - \delta\vec{W})\,. \tag{D.6}$$

Die Matrix $\mathbf{C} = (\mathbf{G}^{\mathbf{T}}\mathbf{G})^{-1}$ ist Kovarianzmatrix der Spurparameter und $\mathbf{1}$ die N-dimensionale Einheitsmatrix. Das externe Alignement $\vec{A}$ hängt im allgemeinen über den $\delta\mathbf{G}$-Term von den Spurparametern ab, wird aber bei den kleinen Winkeln von Experimenten mit Vorwärtsstreuung ($\Theta < 0.22$ rad bei HERMES) durch die laterale Verschiebung $\delta\vec{W}$ dominiert, falls $\delta g_{i\mu}$ und δw_i von derselben Größenordnung sind. Zudem führt bei HERMES eine Mittelung über alle Spuren zur weiteren Unterdrückung Einflusses von δG, denn wegen der ϕ-Symmetrie (Azimutalwinkel) des Streuquerschnittes (2.13) ist $\langle x_0\rangle = \langle x_{\mathrm{sl}}\rangle = 0$. Es kann daher

$$\vec{A} \approx -\mathbf{C}\mathbf{G}^{\mathbf{T}}\delta\vec{\mathbf{W}} \tag{D.7}$$

als Konstante genähert und somit als optische Achse der an der Spuranpassung beteiligten Ebenen interpretiert werden.

D.2. Resultate der internen Alignementkorrektur

Abbildung D.1 zeigt die lateralen und longitudinalen internen Verschiebungen der Kammerebenen des Jahres 1997. Es konnten keine signifikanten Verdrehungen gefunden werden. Zur Spuranpassung wurden bis auf die Meßwerte der Magnetkammern die Daten aller Spurkammern bei ausgeschaltetem Magnetfeld verwendet. Die Positionen der Magnetkammern wurden relativ zum restlichen Kammersystem korrigiert. Das verwendete Detektorensemble wird mit DET_0={VC, DVC, FC, $\mathrm{MC}_{\mathrm{ext}}$, BC} bezeichnet.

Die Stabilität der Korrektur wurde über mehrere Iterationen überprüft. Als Stabilitätsmaß wurde der quadratische Mittelwert der lateralen bzw. longitudinalen internen Verschiebungen gewählt. Die Ergebnisse sind in Abb. D.2 dargestellt. Die lateralen Korrekturen werden bereits ab dem zweiten Durchlauf stabil, während die longitudinalen wegen geringerer Sensitivität des Extraktionsverfahren eine weitere Iteration benötigen.

Durch Anwendung der internen Alignementkorrektur $\delta\vec{W}'_0$ des Detektorensembles DET_0

wird die optische Achse $\vec{A}_0$ für alle anderen Detektorensembles DET$_i$, die für Spuranpassungen verwendet werden, fixiert, denn es gilt:

$$\vec{A}_{i,0} = \mathbf{C}_i \mathbf{G}_i^{\mathbf{T}} (\delta\vec{W} - \delta\vec{W}_0') \equiv \vec{A}_0 \; . \tag{D.8}$$

Insbesondere erfahren die vordere und hintere Teilspur dieselbe systematische Verschiebung um $\vec{A}_0$, womit der geometrieabhängige Ablenkungswinkelfehler im Magnetfeld und somit der geometrieabhängige Impulsfehler verschwindet. Die Werte von $\vec{A}_0$ (s. Tab. 4.3) können nicht aus der internen Korrektur bestimmt werden, da $(\mathbf{1} - \mathbf{GCG^T})$ ein Projektor mit dim Ker=4 ist. Die Überprüfung der Fixierung der optischen Achse erfolgte daher indirekt durch die Forderung der Unabhängigkeit der Differenz $\vec{A}_1 - \vec{A}_0$ von

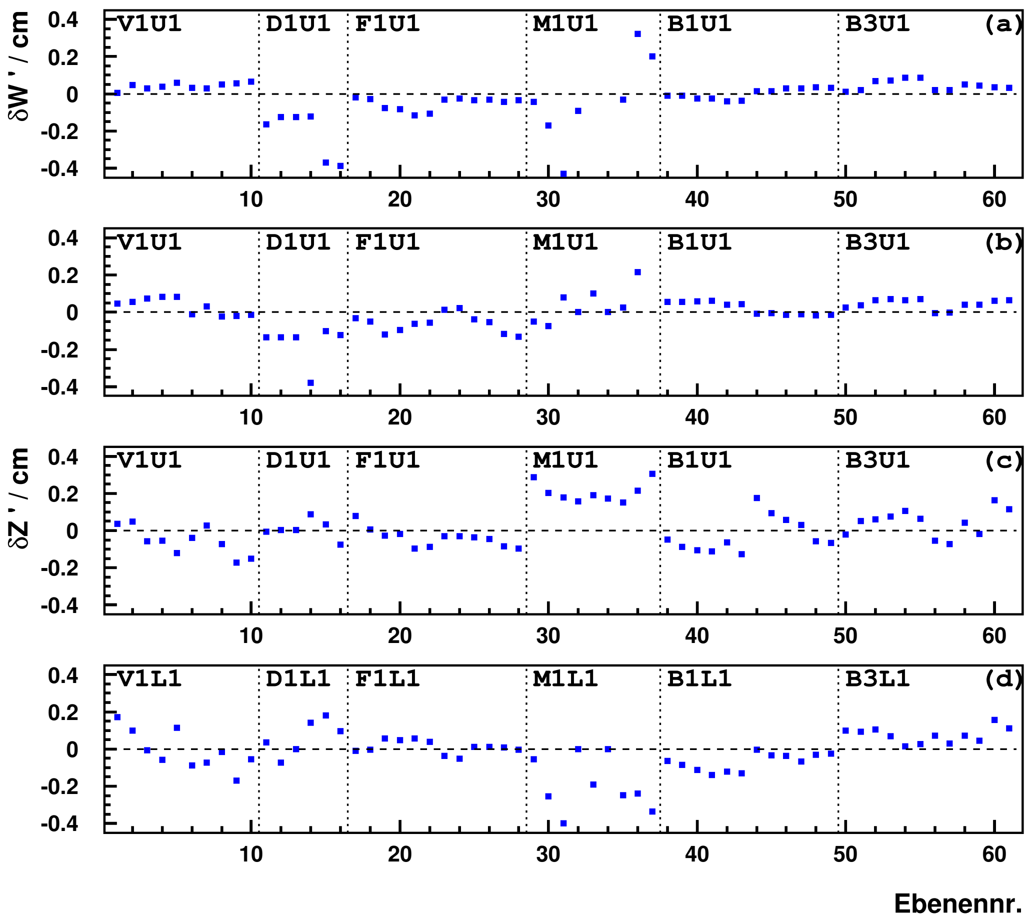


Abbildung D.1.: Laterale (a,b) und longitudinale (c,d) interne Alignementkorrekturen 1997. Die nicht eingetragenen Lateralkorrekturen der MC's sind $\delta w'(\mathrm{M2U2, M2U3, M3L3}) = (-0.55, -0.93, 0.49)\,\mathrm{cm}$. Die gleiche Größenordnung der quadratischen Mittelwerte $\sqrt{\langle \delta W'^2 \rangle} = 0.69\,\mathrm{cm}$ und $\sqrt{\langle \delta Z'^2 \rangle} = 0.93\,\mathrm{cm}$ rechtfertigt die Annahme der konstanten optischen Achse (s. Text). Bei der Mittelung wurden die MC's nicht berücksichtigt, da sie nicht an der Spuranpassung beteiligt sind.

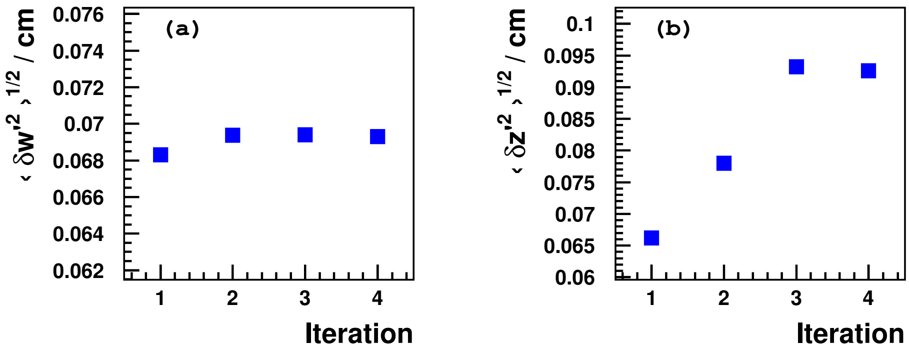
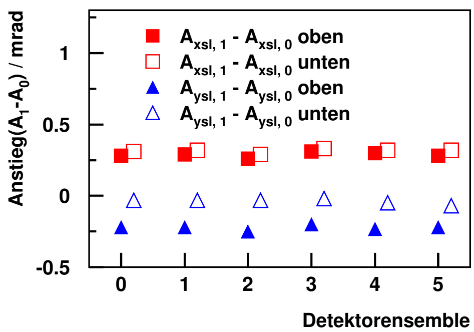


Abbildung D.2.: Quadratischer Mittelwert über alle Ebenen (außer MC's) der lateralen (a) und longitudinalen (b) internen Alignementkorrekturen in Abhängigkeit von der Iterationsstufe. Die Stabilität der Gesamtkorrektur wird in Stufe 3 erreicht.

verschiedenen zur Spuranpassung verwendeten Detektorensemblen DET_i, denn es gilt ebenso:

$$\vec{A}_{i,1-0} = \mathbf{C}_i \mathbf{G}_i^{\mathbf{T}} (\delta\vec{W}'_1 - \delta\vec{W}'_0) \equiv \vec{A}_1 - \vec{A}_0 \,, \tag{D.9}$$

wobei $\vec{A}_1$ durch eine speziell erstellte interne Alignementkorrektur des Ensembles $\mathrm{DET}_1 = \{\mathrm{VC}_{\mathrm{ext}}, \mathrm{DVC}, \mathrm{FC}, \mathrm{MC}_{\mathrm{ext}}, \mathrm{BC}\}$ definiert wurde. Die Ergebnisse dieser Konsistenzuntersuchung sind in Abb. D.3 gezeigt. Die Studie wurde auf die für die systematische Unsicherheit der Streuwinkel entscheidenden Anstiege $A_{\mathrm{xsl}_{\mathrm{i},1-0}}$ und $A_{\mathrm{ysl}_{\mathrm{i},1-0}}$ beschränkt. Die Abweichungen der Anstiege zwischen den Ensemblen liegen mit $\Delta A_{\mathrm{xsl,ysl}_{i,1-0}} < 0.05$ mrad deutlich unterhalb der Streuwinkelauflösung von 0.3 mrad $< \sigma(\Theta) < 0.6$ mrad [HERM:98a] und des systematischen Fehlers der Extraktion des externen Alignements von $\Delta A_{\mathrm{xsl,ysl}_0} = 0.22$ mrad [BöGS:99] (s. Tab. 4.3). Die nachgewiesene Unabhängigkeit der optischen Achse vom Detektorensemble belegt, daß kein geometrieabhängiger Impulsfehler außerhalb der Impulsauflösung ($\sigma(p)/p \approx 1$ %) nach Anwendung der internen Alignementkorrektur bei HERMES existiert (s. Abschn. 3.3.1).



Ensemble	VC	DVC	FC	MC	BC
0	×	×	×		×
1		×	×		×
2	×	×	×		
3	×	×			×
4			×		×
5					×

Abbildung D.3.: Unabhängigkeit der links dargestellten Differenzen der Anstiege der optischen Achsen $\vec{A}_1$ und $\vec{A}_0$ von den in der Spuranpassung unter Anwendung der internen Korrekturen $\delta\vec{W}'_1$ und $\delta\vec{W}'_0$ verwendeten Detektoren gemäß der rechten Tabelle.

E. Modell der Akzeptanz

Zwei Prozesse gehen in die Akzeptanz $\mathcal{A}$ ein, die zwischen theoretischem (generiertem) und experimentellem Streuquerschnitt vermittelt:

kinematische "Verschmierung": Durch Wechselwirkung der gestreuten Teilchen mit dem Detektormaterial und der begrenzten Rekonstruktionsgenauigkeit verändern sich die kinematischen Variablen der rekonstruierten Teilchen gegenüber den kinematischen Größen der generierten ("wahren") Teilchen im Endzustand der primären Wechselwirkung, wie z.B. Streuwinkel und Energie. Die Energie des gestreuten Teilchens verringert sich hauptsächlich durch Bremsstrahlung beim Durchqueren des Detektormaterials, aber auch z.B. durch Ionisierung von Driftkammergasen und Bhabha-Streuung an Hüllenelektronen. Zusätzlich werden durch Vielfachstreuung am Coulombpotential der Kerne die Streuwinkel verändert.

Geometrie und Schnitte: Ein Detektor deckt im allgemeinen nicht den vollen Raumwinkel ab. Zudem werden die Daten reduzierenden und selektiven wie auch kinematischen, phasenraumeingrenzenden Schnitten (s. Abschn. 4.1, 4.2 u. 4.5) unterzogen. In der Modellierung des Streuquerschnittes in einer Monte-Carlo-Simulation ist der Phasenraum, in dem Ereignisse generiert werden, begrenzt (s. Tab. 3.2). Um eine Abhängigkeit der Akzeptanz von den Generationsschnitten möglichst zu vermeiden, sollten die Generationsschnitte deutlich "weiter" gefaßt sein als vom Detektor und der Reduktion bzw. Selektion vorgegeben.

Beide Eigenschaften führen neben Effizienzverlusten zu Unterschieden zwischen experimentell nachgewiesenen und vom theoretischen Streuquerschnitt her erwarteten, "generierten" Ereignisanzahlen. Die Trennung zwischen Schnitt- und Effizienzverlusten ist dabei nicht immer eindeutig. Wegen des ersten Punktes wird die Akzeptanz auch als "verschmierte" Akzeptanz (engl.: smeared acceptance) bezeichnet. Dieser Zusatz wird in der vorliegenden Arbeit weggelassen, da beide genannten Punkte gleichberechtigt sind. Das im folgenden beschriebene Modell eignet sich zur Beschreibung einer Streuquerschnittsabhängigkeit der Akzeptanz.

Es wird ein Detektor mit der Effizienz $\epsilon = 1$ angenommen. Die Generation bzw. Streuung am Target wird der Einfachheit halber mit einem einfach differentiellen Streuquerschnitt $\sigma_{\mathrm{gen}}(x)$ in Abhängigkeit von einer kinematischen Variablen x beschrieben, der über den gesamten kinematischen Bereich von x normiert ist:

$$\int \sigma_{\mathrm{gen}}(x)\,\mathrm{d}x \stackrel{\mathrm{def}}{=} 1 \ . \tag{E.1}$$

Diese als Generationsstreuquerschnitt bezeichnete Größe, stellt dann die Wahrscheinlichkeit $\sigma_{\mathrm{gen}}(x)\,\mathrm{d}x$ für die Streuung ins Intervall $x, x+\,\mathrm{d}x$ dar.

Es sei $a(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein im *festem* Intervall $[y, y+\,\mathrm{d}y]$ generiertes Teilchen im Intervall $[x, x+\,\mathrm{d}x]$ rekonstruiert wird und $\bar{a}(y)$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein im *festem* Intervall $[y, y+\,\mathrm{d}y]$ generiertes Teilchen *überhaupt nicht* rekonstruiert wird. Die Größe $\bar{a}(y)$ berücksichtigt den Einfluß von Detektorgeometrie und Schnitten (zweite der o.a. Eigenschaften). Es gilt die Normierung:

$$\int a(x,y)\,\mathrm{d}x + \bar{a}(y) = 1, \qquad \forall\, y. \tag{E.2}$$

Die Größe $a(x,y)$ wird hier als *bedingte Akzeptanz* bezeichnet, da eine Generation bei festem y vorausgesetzt wird. Die infinitesimalen Intervallbereiche werden der Kürze halber weggelassen. Die bedingte Akzeptanz ist eine Eigenschaft des Detektors und der verwendeten Schnitte. Sie ist im allgemeinen nicht symmetrisch bezüglich Variablenvertauschung: $a(x,y) \neq a(y,x)$. In dieser Formulierung wird deutlich, daß auch die symmetrischen Verschiebungen in kinematischen Variablen wie etwa die Vielfachstreuung und Rekonstruktionsauflösung in die bedingte Akzeptanz eingehen. Die bedingte Akzeptanz würde in einer Umgebung von x lediglich die Form $a(x,y) = a(|x-y|, y)$ annehmen. Bei zu großen Abständen $|x-y|$ würde der Einfluß von Schnitten auch diese (Abstands)Symmetrie zerstören. Die zusätzliche Abhängigkeit von y beschreibt, daß beispielsweise der mittlere quadratische Ablenkungswinkel der Vielfachstreuung für hochrelativistische Teilchen indirekt proportional zum Impuls ist [Perk:91]. Der experimentelle Streuquerschnitt $\sigma_{\mathrm{exp}}(x)$ ist die Faltung der bedingten Akzeptanz mit dem Generationsstreuquerschnitt:

$$\sigma_{\mathrm{exp}}(x) = \int a(x,y)\sigma_{\mathrm{gen}}(y)\,\mathrm{d}y\ . \tag{E.3}$$

Die Integration reicht über das gesamte kinematische Gebiet, da ein an jedem beliebigen Punkt y mit der Wahrscheinlichkeit $\sigma_{\mathrm{gen}}(y)$ generiertes Teilchen mit der Wahrscheinlichkeit $a(x,y)$ an der Stelle x rekonstruiert wird.

Die Akzeptanz $\mathcal{A}(x)$ wird an derselben Stelle x des generierten wie auch rekonstruierten, experimentellen Streuquerschnitts definiert:

$$\mathcal{A}(x) \stackrel{\mathrm{def}}{=} 1 + \delta_{\mathcal{A}}(x) = \frac{\sigma_{\mathrm{exp}}(x)}{\sigma_{\mathrm{gen}}(x)} = \frac{\int a(x,y)\sigma_{\mathrm{gen}}(y)\,\mathrm{d}y}{\sigma_{\mathrm{gen}}(x)}\ , \tag{E.4}$$

woraus sich wegen Gl. (E.3) die Streuquerschnittsabhängigkeit Akzeptanz $\mathcal{A}(x)$ ergibt. Die Akzeptanz an der Stelle x beschreibt daher den geometrischen und Kinematik verändernden Einfluß des Detektors sowie den Einfluß der angewendeten Schnitte, wobei die kinematischen Bereiche, die aufgrund der "Verschmierung" zum experimentellen Streuquerschnitt an der Stelle x beitragen, mit dem Generationsstreuquerschnitt gewichtet werden. Im Spezialfall kleiner Generationsstreuquerschnittsunterschiede

$$\sigma'_{\mathrm{gen}}(x) = \sigma_{\mathrm{gen}}(x) + \Delta\sigma_{\mathrm{gen}}(x) \tag{E.5}$$

verändert sich die Akzeptanz in linearer Näherung zu:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}'(x) &= \mathcal{A}(x) + \frac{\mathrm{d}A(x)}{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{gen}}(x)}\Delta\sigma_{\mathrm{gen}}(x) \ , \\
\frac{\mathrm{d}\mathcal{A}(x)}{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{gen}}(x)} &= \frac{\int a(x,y)\frac{\partial\sigma_{\mathrm{gen}}(y)}{\partial\sigma_{\mathrm{gen}}(x)}\,\mathrm{d}y}{\sigma_{\mathrm{gen}}(x)} - \frac{\sigma_{\mathrm{rec}}(x)}{\sigma^2_{\mathrm{gen}}(x)}, \quad \frac{\partial\sigma_{\mathrm{gen}}(y)}{\partial\sigma_{\mathrm{gen}}(x)} = \delta(y-x) \ , \\
\Rightarrow \mathcal{A}'(x) - \mathcal{A}(x) &= \Big(a(x,x) - \mathcal{A}(x)\Big)\frac{\Delta\sigma_{\mathrm{gen}}(x)}{\sigma_{\mathrm{gen}}(x)} \ . \qquad \text{(E.6)}
\end{aligned}$$

Falls die kinematische "Verschmierung" in der Rekonstruktion vernachlässigt werden könnte (nur geometrische Akzeptanz und kinematische Schnitte, vernachlässigbare Wechselwirkung mit dem Detektormaterial), ließe sich die bedingte Akzeptanz durch $a(x,y) = a(x,x)\delta(x-y)$ angeben. Die Akzeptanz würde mit $\mathcal{A}(x) = a(x,x)$ streuquerschnittsunabhängig ($\mathcal{A}'(x) - \mathcal{A}(x) = 0$) werden.

Aufgrund der allgemeinen Streuquerschnittsabhängigkeit der Akzeptanz ist diese jedoch nicht nur vom Detektor und dem (spinabhängigen) Bornschen Streuquerschnitt abhängig [1], sondern auch von den Strahlungskorrekturen δ_{rc}, da diese in Faltung (E.4) mit eingehen, wenn der Generationsstreuquerschnitt dargestellt wird durch:

$$\sigma_{\mathrm{gen}}(x) = \sigma_{\mathrm{rc}}(x) \stackrel{\mathrm{def}}{=} (1 + \delta_{\mathrm{rc}}(x))\sigma_{\mathrm{Born}}(x) \ . \qquad \text{(E.7)}$$

Die lineare Näherung (E.6) ergibt daher einen Unterschied der Akzeptanz $\mathcal{A}$ zur "Bornschen" Akzeptanz $\mathcal{A}_{\mathrm{Born}}$ von

$$\mathcal{A}(x) - \mathcal{A}_{\mathrm{Born}}(x) = (a(x,x) - \mathcal{A}_{\mathrm{Born}}(x))\delta_{\mathrm{rc}}(x) \ , \qquad \text{(E.8)}$$

was in dem hier dargelegten Modell zu einem Strahlungskorrektur-Anteil in der Binintegration (5.25) des "verschmierten" Bornschen Streuquerschnittes $\sigma^{\square}_{\mathrm{Born},\mathcal{A}}$ führt. Eine separate Bestimmung der binintegrierten Strahlungskorrektur (5.24) außerhalb einer Detektorsimulation und der Akzeptanzkorrektur (5.25) in einer Monte-Carlo-Simulation des Detektors ausschließlich auf der Basis des Bornschen Streuquerschnittes könnte daher bei großen Strahlungsbeiträgen $\delta_{\mathrm{rc}}(x)$ und/oder starken "Verschmierungen" $a(x,x) - \mathcal{A}_{\mathrm{Born}}(x)$ zu ungenauen Ergebnissen führen. Die Berechnung einer kombinierten Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur in einer Monte-Carlo-Simulation auf der Basis des strahlungskorrigierten Streuquerschnittes (E.7), wie in der vorliegenden Arbeit, vermeidet diese Fehlerquelle im Rahmen der Genauigkeit der Beschreibung des strahlungskorrigierten Streuquerschnittes und des Detektors.

[1] Die in Abschn. 5.3 berücksichtigten Spinabhängigkeiten werden hier nicht betrachtet.

F. Twist und Operator-Produkt-Entwicklung im Überblick

Der folgende allgemeine Überblick zum Thema Twist und Operator-Produkt-Entwicklung (OPE) basiert auf den Darstellungen in [Bura:80, GrTr:71, Jaff:96, Mano:92, Muta:87]. Wichtige Resultate, wie die Summenregeln der Spinstrukturfunktionen sowie höhere Twist- und Targetmasse-Effekte wurden in den Abschnitten 2.4 und 2.6 diskutiert.

Der hadronische Tensor der tief-inelastischen Streuung kann nach dem optischen Theorem durch den Imaginärteil der nicht lorentzkontrahierten Vorwärtsstreuamplitude $T_{\mu\nu}$ der Comptonstreuung virtueller Photonen an Nukleonen in der Form

$$\begin{aligned} 2\pi W_{\mu\nu} = \mathrm{Im} T_{\mu\nu} &= \mathrm{Im}\langle P,S|t_{\mu\nu}|P,S\rangle \ , \\ \text{mit } t_{\mu\nu} &= i\int \mathrm{d}^4\xi q^{iq\xi}\mathcal{T}(J_\mu(\xi)J_\nu(0)) \ , \end{aligned} \tag{F.1}$$

dargestellt werden. $\mathcal{T}(J_\mu(\xi)J_\nu(0))$ stellt das zeitgeordnete, *bilokale* Produkt der hadronischen Stromoperatoren im Ortsraum dar, $t_{\mu\nu}$ die Fouriertransformierte von $\mathcal{T}_{\mu\nu}$ und $|PS\rangle$ den Nukleonzustand mit dem Viererimpuls P und Viererspinvektor S. Im Bjorken-Limes $Q^2, \nu \to \infty,\ x = \mathrm{const.}$ wird $T_{\mu\nu}$ durch Beiträge des Integrals um den Lichtkegel $\xi^2 = 0$ dominiert. Das zeitgeordnete Produkt $\mathcal{T}(J_\mu(\xi)J_\nu(0))$ kann daher um die Singularität bei $\xi^2 = 0$ entwickelt werden:

$$\mathcal{T}(J(\xi),J(0)) \overset{\xi^2\to 0}{=} \sum_{i,n} c_n^i(\xi^2,\mu^2)\xi_{\mu_1}\cdots\xi_{\mu_n}\Theta_i^{\{\mu_1\cdots\mu_n\}}(0,\mu^2)\,; \tag{F.2}$$

Die Singularität bei $\xi^2 = 0$ bestimmt die Wilson-Koeffizientenfunktionen $c_n^i(\xi^2,\mu^2)$. Die $\Theta_i^{\{\mu_1\cdots\mu_n\}}$ bezeichnen *lokale*, nicht singuläre Operatoren der Quark- und Gluonfelder. Sowohl Koeffizientenfunktionen als auch lokale Operatoren hängen im allgemeinen von der Renormierungsskale μ ab. Es wird in diesem Rahmen angenommen, daß die lokalen Operatoren spurlos und symmetrisch unter Vertauschung der Lorentzindizes $\mu_1\cdots\mu_n$ sind. Die Klammern $\{\cdots\}$ symbolisieren die Symmetrisierung der eingeschlossenen Indizes. Der Index i bezeichnet verschiedene unabhängige Typen der Operatoren, die im folgenden Beispiel näher spezifiziert werden.

Da das zeitgeordnete Produkt der hadronischen Ströme eichinvariant ist, müssen es ebenso die lokalen Operatoren sein. Jeder eichinvariante lokale Operator besteht aus wenigstens zwei Quarkfeldern ψ (u,d,s-Flavour-Vektor) oder Gluon-Feldstärke-Tensoren

		ψ	$G_{\mu\nu}$	D^μ	$\langle PS\|PS\rangle$	P	S
Dimension	d	$3/2$	2	1	-2	1	1
Spin	n	$1/2$	1	1			
Twist	τ	1	1	0			

Tabelle F.1.: Dimension, Spin und Twist in Einheiten der Masse der grundlegenden QCD-Operatoren (nach [Mano:92]) und Dimension des Nukleonzustandes sowie der Impuls- und Spinvektoren.

$G_{\mu\nu}$ (Matrizen im Farbraum). Da der harte Streuprozeß die Helizität erhält (Quarkmassen $m_{q_f} = 0$ vorausgesetzt), besteht die Lorentzstruktur der einfachsten Quarkoperatoren aus den Vektor- und Axialvektorströmen $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ und $\bar{\psi}\gamma_5\gamma^\mu\psi$. Daraus lassen sich z.B. nach [Koda+:79] die spurlosen, symmetrischen Flavour-Singlett-, Flavour-Nonsinglett- und Gluon- "Operatortürme"

$$\begin{aligned}
\Theta_{\mathrm{S}}^{\{\sigma\mu_1\cdots\mu_{n-1}\}} &= \bar{\psi}\gamma_5\gamma^{\{\sigma}\, iD^{\mu_1}\cdots iD^{\mu_{n-1}\}}\,\frac{\lambda_0}{2}\psi\;, \\
\Theta_{\mathrm{NS},i}^{\{\sigma\mu_1\cdots\mu_{n-1}\}} &= \bar{\psi}\gamma_5\gamma^{\{\sigma}\, iD^{\mu_1}\cdots iD^{\mu_{n-1}\}}\,\frac{\lambda_i}{2}\psi\;, \qquad i = 1\cdots 8\;, \\
\Theta_{\mathrm{G}}^{\{\sigma\mu_1\cdots\mu_{n-1}\}} &= \mathrm{Tr}\left(-\epsilon^{\alpha\beta\gamma\{\sigma}G_{\beta\gamma}\, iD^{\mu_1}\cdots iD^{\mu_{n-2}}\; G_\alpha^{\mu_{n-1}\}}\right)
\end{aligned} \tag{F.3}$$

aufbauen. Die Anzahl der eingefügten kovarianten Ableitungen D^μ entspricht der Anzahl $\xi^{\mu_1}\cdots\xi^{\mu_n}$ in der Lichtkegelentwicklung (F.2). Die λ_i sind die $SU(3)_{\mathrm{F}}$-Gell-Mann-Matrizen und $\lambda_0/2$ die Einheitsmatrix im u, d, s-Flavour-Raum. $\mathrm{Tr}(\cdots)$ kennzeichnet die Spurbildung über die $SU(3)_{\mathrm{C}}$-Farbmatrizen der Gluon-Feldstärke-Tensoren. Die lokalen, symmetrischen, spurlosen Operatoren haben eine charakteristische Dimension d und einen definierten Spin n in Einheiten der Masse (s. Tab. F.1). Da die Nukleon-Matrixelemente dieser Operatoren lorentzkontravariante Funktionen des Nukleonimpulses P^μ sind [1], haben sie die Gestalt

$$\langle P,S|\Theta_i^{\{\mu_1\cdots\mu_n\}}(0,\mu^2)|P,S\rangle \sim P^{\mu_1}\cdots P^{\mu_n} M^{\tau-2} a_i^n(\mu^2)\;, \quad \tau = d-n\;. \tag{F.4}$$

M stellt hier eine willkürliche Massenskale dar, die aus den reduzierten Matrixelementen a_i^n ausgeklammert wurde, damit diese dimensionslos werden ($\mathrm{Dim}[\langle PS|\Theta_i^{\{\mu_1\cdots\mu_n\}}|PS\rangle] = d-2$). In der Literatur werden die a_i^n oft dimensionsbehaftet belassen.

Die Größe $\tau = d - n$ in der Potenz der Massenskale M wird der *Twist* [GrTr:71] des lokalen Operators $\Theta_i^{\{\mu_1\cdots\mu_n\}}$ genannt (Twist=Dimension-Spin). Der Twist wird nur durch die Dimensionsanalyse bestimmt und klassifiziert die Lichtkegelsingularität der Koeffizientenfunktionen, $c_i^n \sim \xi^{-6+\tau}$ für $\xi^2 \to 0$. Das Einsetzen von Gl. (F.2) in Gl. (F.1) unter Verwendung des Ausdrucks (F.4) führt nach Ausführung der Fouriertransformation in

[1] Es wird vereinfachend longitudinale Polarisation $S^\mu \propto P^\mu$ angenommen

Gl. (F.2) zu (s. z.B. in [Mano:92]):

$$T \sim \sum_{i,n} \left(\frac{M}{Q}\right)^{\tau-2} \omega^n \, C_i^n(Q^2/\mu^2, \alpha_s(\mu^2)) a_i^n(\mu^2) \ , \qquad \omega = \frac{1}{x} \, , \tag{F.5}$$

wobei $2Pq = Q^2/x$ eingesetzt wurde. Die fouriertransformierten Koeffizientenfunktionen C_i^n können störungstheoretisch in Ordnungen von α_s bestimmt werden (s. Gl. (2.77)) für die polarisierten Koeffizientenfunktionen ΔC_1^S und ΔC_1^{NS}). Die Koeffizientenfunktionen sind unabhängig von den reduzierten Nukleon-Matrixelementen a_i^n (s. Abschn. 2.3.3 zur Faktorisierung), welche die nicht-störungstheoretische Quark-Gluon-Wechselwirkung im Nukleon repräsentieren.

Aus Gl. (F.5) ist zu entnehmen, daß der Beitrag eines Operators zur tief-inelastischen Lepton-Nukleon-Streuung durch seinen Twist bestimmt wird. In der QCD beträgt der kleinstmögliche Twist $\tau = 2$, wie für die Operatortürme in Gl. (F.3) (vgl. m. Tab. F.1). Beiträge der Twist-2-Operatoren skalieren mit Q^2 modulo logarithmischen Q^2-Abhängigkeiten durch die QCD-Strahlungskorrekturen. Operatoren mit höherem Twist werden mit entsprechenden Potenzen $(M/Q)^{\tau-2}$ bei großen Q^2 unterdrückt, gewinnen aber bei kleinen Q^2 an Bedeutung.

Diese generelle Eigenschaft des Beitrages von Operatoren gestattet die Definition des Twists ebenfalls für Matrixelemente *bilokaler* Operatoren entsprechend der Ordnung in M/Q, in der das Matrixelement zum tief-inelastischen Prozeß beiträgt. Die Twist-Entwicklung der Matrixelemente bilokaler Operatoren führt zur Darstellung der Verteilungsfunktionen im Rahmen der OPE. Als Beispiel diene das Matrixelement des bilokalen Quark-Axialstrom-Operators einer Flavour f, das die spinabhängigen Verteilungsfunktionen auf dem Lichtkegel definiert (Notation nach [JaJi:92]):

$$\begin{aligned} \int \frac{\mathrm{d}\lambda}{2\pi} \quad & e^{i\lambda x} \langle PS|\bar{\psi}_f(0)\gamma_\mu\gamma_5\psi_f(\lambda n)|PS\rangle \\ & = 2\left[g_1^f(x) p_\mu S\cdot n + g_{\mathrm{T}}^f(x) S_{\perp\mu} + M^2 g_3^f(x) n_\mu S\cdot n\right] \ . \end{aligned} \tag{F.6}$$

Die $p_\mu = \frac{p}{\sqrt{2}}(1,0,0,1)$ und $n^\mu = \frac{1}{p\sqrt{2}}(1,0,0,-1)$ bezeichnen Lichtkegelvektoren, p und λ skalare Faktoren und x die Bjorkensche Skalenvariable [2]. Die logarithmische Q^2-Abhängigkeit wurde vernachlässigt. Die Verteilungsfunktionen $g_1(x)$, $g_{\mathrm{T}}^f(x) = g_1^f(x) + g_2^f(x)$ und $g_3^f(x)$ tragen zum harten Streuprozeß in der Ordnung g_1^f, g_{T}^f/Q, g_3^f/Q^2 bei und sind daher vom Typ Twist 2, 3, und 4. Die unpolarisierten Twist-2 und Twist-4- Verteilungsfunktionen f_1^f und f_4^f ergeben sich aus Gl. (F.6) unter Einsetzung des Vektorstromoperators $\bar{\psi}\gamma_\mu\psi$.

Eine wichtige Eigenschaft ist die, daß die Twist-2-Verteilungsfunktionen f_1^f und g_1^f durch Parton-Hadron-Amplituden gegeben sind, in die nur dynamisch unabhängige Lichtkegelkomponenten der Quark-Felder ψ eingehen, was eine Quark-Parton-Modell- Interpre-

[2] In Gl. (F.6) wurde die Lichtkegeldarstellung $S_\mu = S\cdot np_\mu + S\cdot pn_\mu + S_\perp$ des Nukleon-Spinvektors S^μ und $S\cdot p = -M^2 S\cdot n/2$ verwendet. Die Form (F.6) der Fouriertransformation ergibt sich aus Gl. (F.1) unter Berücksichtigung der Lichtkegeldominanz (s. z.B. in [Jaff:96]).

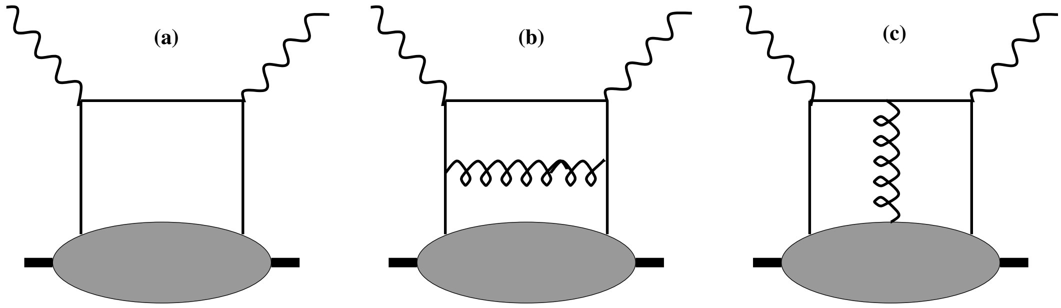


Abbildung F.1.: Führende Twist-Beiträge zur polarisierten tief-inelastischen Streuung. In (a): dominantes Twist-2-"Handtaschen"-Diagramm (2 Quarks in Vorwärtsstreuamplitude). In (b): eine QCD-Strahlungskorrektur des Twist-2-Diagramms. Der Gluonpropagator ist verbunden mit den Linien des *hart gestreuten* Quarks). In (c): Twist-3-Diagramm (2 Quarks, 1 Gluon). Der Gluonpropagator ist verbunden mit dem "weichen" Nukleon-"Blob".

tation gestattet (s. z.B. in [Jaff:96]). So entspricht die polarisierte Twist-2-Verteilungsfunktion $g_1^f(x)$ der Flavour f der polarisierten Quark-Partonverteilung $\Delta q_f(x)$ gemäß Gl. (2.41)) bzw. Gl. (2.55) im erweiterten QPM. Die Normierung in Gl. (F.6) wurde gerade so gewählt, daß sich im asymptotischen Limes $Q^2 \to \infty$ die elektromagnetische Spinstrukturfunktion g_1 aus $g_1 = 1/2 \sum_{f=1}^{N_f} e_f^2 g_1^f$ ergibt. Im unpolarisierten Fall gelten analoge Beziehungen.

Objekte höheren Twists $\tau \geq 3$, wie z.B. die spinabhängige Twist-3-Verteilungsfunktion $g_\mathrm{T} = \sum_f e_f^2 g_\mathrm{T}^f$, enthalten dynamisch abhängige Lichtkegelkomponenten. Durch Verwendung der Bewegungsgleichungen können diese durch die dynamisch unabhängigen Quark- und Gluonfelder ersetzt werden. Die Matrixelemente von Operatoren höheren Twists enthalten daher Korrelationen von (dyn. unabh.) Quark- und Gluonfeldern. Diese unterscheiden sich von den QCD-Strahlungskorrekturen (s. Abb. F.1).

Die Abbildung F.1 veranschaulicht auch eine Interpretation nach [JaJi:92], nach welcher vereinfacht gesagt der Twist als Anzahl der Partonen in der Vorwärtsstreuamplitude betrachtet werden kann, die am harten Streuprozeß teilnehmen. Während g_T indirekt durch Messung der Spinstrukturfunktionen g_1 und g_2 sowie Verwendung der Wandzura-Wilczek-Darstellung von g_2 (s. Abschn. 2.4.4) meßbar ist, kann die Twist-4-Verteilungsfunktion $g_3 = \sum_f e_f^2 g_3^f$ nicht separat gemessen werden. Sie bildet zusammen mit anderen Twist-4-Quark-Quark- und Quark-Gluon-Verteilungen sowie Targetmasse-Effekten eine gemeinsame $1/Q^2$-Korrektur der Spinstrukturfunktion g_1 (s. Abschn. 2.6.2).

Im Rahmen der OPE erscheint zusätzlich die Twist-2-Verteilungsfunktion h_1^f, die die Transversalität [3] mißt (s. z.B. in [Jaff:96]). In der Transversalitätsbasis [4] kann h_1^f im Rahmen des QPM als transversale Quarkspinverteilung $\delta q^f(x) = q^f(x)^\perp - q^f(x)^\top$ in einem transversal zu seinem (unendlichen) Impuls polarisierten Nukleon interpretiert werden. Im nichtrelativistischen Fall ist die transversale Verteilung δq_f gleich der Helizitätsver-

[3] Eigenwerte des Projektionsoperators auf den transversalen Spin.
[4] Projektionsoperator auf den transversalen Spin ist hier diagonal.

teilung Δq_f. Da in der h_1^f definierenden Parton-Hadron-Amplitude die Quarkhelizität im Gegensatz zu den anderen oben genannten Verteilungsfunktionen nicht erhalten ist, wird h_1^f in der inklusiven Lepton-Nukleon-Streuung wegen der Helizitätserhaltung im harten Streuprozeß ($m_{q_f} = 0$) unterdrückt. Eine Summe über die Quarkflavours, wie für g_1 bzw. f_1, existiert daher nicht. Die Verteilungsfunktion h_1^f wird als "chiral-odd" (engl. für ungerade Anzahl der Vorzeichenwechsel der Helizität) bezeichnet, und beispielsweise g_1 als "chiral-even" (engl. für keine und gerade Anzahl der Vorzeichenwechsel der Helizität). Wie in [Coll:93] bemerkt wurde, spielt h_1^f in semi-inklusiver Pion-Produktion bei mittleren Transversalimpulsen eine Rolle im Zusammenhang mit einer chiral-odd Fragmentationsfunktion $H_1^{f,\perp}$, womit die Helizitätserhaltung des gestreuten Quarks im Gesamtprozeß wieder gewährleistet wird. Erste Hinweise eines solchen Prozesses wurden kürzlich bei HERMES durch Analyse von Einzel-Spin-Asymmetrien unter Verwendung eines longitudinal polarisierten Targets und eines unpolarisierten Strahls gefunden [HERM:00a].

Ein anderer wichtiger Bestandteil in Gl. (F.5) ist die Potenzreihe in $\omega = 1/x$ bei festem Twist. Der n'te Term ist auf eine Operatorreihe zurückzuführen, deren Dimension d und Spin n gleichermaßen wächst, so daß kein Twistzuwachs erfolgt. Dies geschieht z.B. durch die Einfügung der kovarianten Ableitungen D^μ (s. Tab. F.1). Die Potenzreihe in ω konvergiert nur für unphysikalische Werte $\omega < 1$ ($x > 1$). Die OPE gestattet daher nur die Berechnung der Vorwärtsstreuamplitude $T_{\mu\nu}$ im unphysikalischen Gebiet $\omega \to 0$ (s. z.B. in [Mano:92]). Die Ursache für dieses Verhalten liegt in der Lichtkegeldominanz der tief-inelastischen Lepton-Nukleon-Streuung. Die OPE im Sinne einer Taylorreihe erfordert kurze Distanzen $\xi \to 0$. Wenn die Vorwärtsstreuamplitude $T_{\mu\nu}$ im Bjorken-Johnson-Low-Limes [BjJL:66] ($\vec{q} = 0\,,\ q^0 \to \infty\ \Rightarrow q^2 \to -\infty\,,\ \omega = 1/x \to -i0$) betrachtet wird, zeigt sich jedoch, daß sie durch kurze Distanzen $\xi \to 0$ dominiert wird. Die OPE ist daher für $\omega < 1$ anwendbar. Die Beziehung zur Vorwärtsstreuamplitude im physikalischen Gebiet $\omega > 1$ wird durch Dispersionsrelationen ermöglicht. Da $T_{\mu\nu}(Q^2, \omega)$ für $|\omega| < 1$ analytisch ist, kann die Vorwärtsstreuamplitude in eine Potenzreihe entwickelt werden:

$$\lim_{BJL} T_{\mu\nu}(Q^2, \omega) = 2 \sum_{n=2,4,\cdots} M^n_{\mu\nu}(Q^2)\omega^n\ , \quad M^n(Q^2) = \int_0^1 \mathrm{d}x\, x^{n-2} W_{\mu\nu}(x, Q^2)\ . \quad \text{(F.7)}$$

Hierin wurde das optische Theorem und $T(-\omega) = T(\omega)$ verwendet (s. z.B. in [Muta:87]). Die Summe läuft dabei nur über gerade n. Die Identifizierung der OPE-Terme (F.5) der Potenz ω^n mit den Momenten $M^n(Q^2)$ führt direkt zu den Summenregeln der unpolarisierten und polarisierten Strukturfunktionen (s. Abschn. 2.4).

G. Tabellen der Resultate

	x-Bingröße	y-Bingröße			Binzentren				
					x_c	Q^2_c			$\langle Q^2 \rangle$
Nr.		1	2	3		1	2	3	
1.	0.0021 – 0.0061	0.79 – 0.91			0.0046	0.21			0.21
2.	0.0061 – 0.0076	0.76 – 0.91			0.0068	0.31			0.30
3.	0.0076 – 0.0094	0.71 – 0.91			0.0085	0.37			0.37
4.	0.0094 – 0.0116	0.67 – 0.91			0.0105	0.45			0.45
5.	0.0116 – 0.0143	0.62 – 0.91			0.0129	0.54			0.54
6.	0.0143 – 0.0175	0.57 – 0.91			0.0159	0.64			0.64
7.	0.0175 – 0.0212	0.53 – 0.91			0.0193	0.75			0.75
8.	0.0212 – 0.0253	0.48 – 0.91			0.0232	0.87			0.87
9.	0.0253 – 0.0302	0.44 – 0.72	0.72 – 0.91		0.0277	0.86	1.17		0.99
10.	0.0302 – 0.0361	0.39 – 0.68	0.68 – 0.91		0.0331	0.95	1.35		1.13
11.	0.0361 – 0.0430	0.35 – 0.63	0.63 – 0.91		0.0395	1.04	1.55		1.27
12.	0.0430 – 0.0513	0.31 – 0.60	0.60 – 0.91		0.0470	1.15	1.78		1.42
13.	0.0513 – 0.0613	0.28 – 0.57	0.57 – 0.91		0.0562	1.26	2.06		1.58
14.	0.0613 – 0.0731	0.24 – 0.54	0.54 – 0.91		0.0670	1.38	2.35		1.74
15.	0.0731 – 0.0872	0.21 – 0.51	0.51 – 0.91		0.0799	1.50	2.68		1.91
16.	0.0872 – 0.1040	0.18 – 0.38	0.38 – 0.57	0.57 – 0.91	0.0954	1.44	2.29	3.35	2.09
17.	0.1040 – 0.1240	0.16 – 0.35	0.35 – 0.53	0.53 – 0.91	0.1137	1.54	2.52	3.77	2.26
18.	0.1240 – 0.1480	0.14 – 0.33	0.33 – 0.50	0.50 – 0.91	0.1356	1.66	2.83	4.28	2.44
19.	0.1480 – 0.1770	0.12 – 0.30	0.30 – 0.47	0.47 – 0.91	0.1620	1.76	3.13	4.84	2.64
20.	0.1770 – 0.2110	0.10 – 0.28	0.28 – 0.44	0.44 – 0.91	0.1933	1.89	3.48	5.46	2.81
21.	0.2110 – 0.2510	0.10 – 0.27	0.27 – 0.41	0.41 – 0.91	0.2300	2.06	3.93	6.07	3.02
22.	0.2510 – 0.3000	0.10 – 0.25	0.25 – 0.38	0.38 – 0.91	0.2739	2.29	4.34	6.76	3.34
23.	0.3000 – 0.3580	0.10 – 0.35	0.35 – 0.91		0.3267	3.13	7.45		3.76
24.	0.3580 – 0.4270	0.10 – 0.91			0.3892	4.25			4.25
25.	0.4270 – 0.5100	0.10 – 0.91			0.4638	4.81			4.81
26.	0.5100 – 0.6080	0.10 – 0.91			0.5505	5.52			5.52
27.	0.6080 – 0.8500	0.12 – 0.91			0.6597	7.32			7.31

Tabelle G.1.: Aufteilung der kinematischen Ebene und die Binzentren für den Streuwinkelschnitt $\Theta_y > 0.040$ rad (Q^2 in GeV^2).

Bin	x_c	Q^2_c	r_ϵ	c_{cs}	$A^{cs}_{\parallel}$	$\pm\sigma(A^{cs}_{\parallel})$	c_{tot}
1	0.0046	0.2104	1.0034	0.1988	0.0170	0.0121	1.4430
2	0.0068	0.3030	1.0196	0.1476	0.0214	0.0199	1.0800
3	0.0085	0.3716	1.0321	0.1437	0.0014	0.0192	1.1130
4	0.0105	0.4489	1.0420	0.1373	-0.0149	0.0187	1.0430
5	0.0129	0.5363	1.0521	0.1354	-0.0060	0.0182	1.0020
6	0.0159	0.6404	1.0622	0.1286	0.0388	0.0182	0.9940
7	0.0193	0.7500	1.0729	0.1204	0.0437	0.0187	0.9780
8	0.0232	0.8674	1.0854	0.1104	0.0107	0.0199	0.9820
9	0.0277	0.8610	1.2317	0.0077	-0.0784	0.1019	0.9800
10	0.0277	1.1695	1.0624	0.1966	0.0264	0.0212	0.9890
11	0.0331	0.9532	1.2400	0.0050	0.0114	0.1242	0.9970
12	0.0331	1.3568	1.0745	0.1657	-0.0124	0.0226	0.9970
13	0.0395	1.0392	1.2755	0.0029	0.0474	0.1643	0.9700
14	0.0395	1.5521	1.0902	0.1275	0.0388	0.0257	0.9540
15	0.0470	1.1450	1.2548	0.0020	-0.1383	0.1927	0.9920
16	0.0470	1.7877	1.1178	0.0970	0.0339	0.0302	0.9870
17	0.0562	1.2604	1.3331	0.0010	-0.0656	0.2569	1.0100
18	0.0562	2.0655	1.1565	0.0664	-0.0118	0.0379	0.9660
19	0.0670	1.3775	1.2983	0.0007	-0.0502	0.3091	1.0040
20	0.0670	2.3599	1.2030	0.0445	0.0124	0.0487	0.9590
21	0.0799	1.5001	1.3125	0.0007	0.3758	0.2970	1.0060
22	0.0799	2.6902	1.2512	0.0237	-0.0180	0.0693	0.9710
23	0.0954	1.4353	1.2786	0.0004	0.0000	0.0000	0.9690
24	0.0954	2.2931	1.6379	0.0007	0.0000	0.0000	1.0300
25	0.0954	3.3646	1.3041	0.0198	0.0064	0.0994	0.9530
26	0.1137	1.5341	1.3832	0.0003	0.0000	0.0000	1.0010
27	0.1137	2.5247	1.5327	0.0004	0.0000	0.0000	0.9950
28	0.1137	3.7783	1.3433	0.0095	-0.1898	0.1451	0.9670
29	0.1356	1.6570	1.2717	0.0003	0.0000	0.0000	1.0060
30	0.1356	2.8392	1.3924	0.0002	0.0000	0.0000	0.9640
31	0.1356	4.2942	1.4731	0.0055	-0.1328	0.2012	0.9720
32	0.1620	1.7559	1.3340	0.0002	0.0000	0.0000	1.0280
33	0.1620	3.1321	1.4773	0.0002	0.0000	0.0000	1.0100
34	0.1620	4.8611	1.4307	0.0027	0.3119	0.4118	0.9800
35	0.1933	1.8821	1.4605	0.0001	0.0000	0.0000	1.0500
36	0.1933	3.4872	1.4185	0.0003	0.0000	0.0000	1.0140
37	0.1933	5.4753	1.5102	0.0020	0.0000	0.0000	0.9820
38	0.2300	2.0586	1.5065	0.0001	0.0000	0.0000	1.0370
39	0.2300	3.9339	1.4824	0.0002	0.0000	0.0000	0.9940
40	0.2300	6.0925	1.4689	0.0010	0.0000	0.0000	1.0030
41	0.2739	2.2871	1.3928	0.0001	0.0000	0.0000	1.0130
42	0.2739	4.3390	1.3364	0.0007	0.0000	0.0000	0.9980
43	0.2739	6.7721	1.5929	0.0010	0.0000	0.0000	0.9970
44	0.3267	3.1252	1.5746	0.0001	0.0000	0.0000	0.9880
45	0.3267	7.4759	1.3370	0.0008	0.0000	0.0000	0.9980
46	0.3892	4.2547	1.2235	0.0001	0.0000	0.0000	0.9950
47	0.4638	4.8063	1.4568	0.0002	0.0000	0.0000	0.9990
48	0.5505	5.5167	1.2440	0.0005	0.0000	0.0000	1.0240
49	0.6597	7.3142	1.4606	0.0012	0.0000	0.0000	1.0220

Tabelle G.2.: Angewendete Korrekturen zur Bestimmung der Bornschen Asymmetrie $A_{\parallel}$ (Q^2 in GeV^2). Es stellen $r_\epsilon = \epsilon^+_{\mathrm{pid}}/\epsilon^-_{\mathrm{pid}}$ das Identifizierungseffizienz-Verhältnis und c_{cs} den relativen, ladungssymmetrischen Anteil (s. Abschn. 4.4.3), $A^{cs}_{\parallel} \pm \sigma(A^{cs}_{\parallel})$ die Asymmetrie (± stat. Fehler) des ladungssymmetrischen Anteils (s. Abschn. 5.2.3) und c_{tot} die kombinierte Strahlungs- und Akzeptanzkorrektur (s. Abschn. 5.3) dar. Falls die Anzahl der Elektronen zu klein für eine $A^{cs}_{\parallel}$-Messung war, wurden die Werte auf Null gesetzt.

		Experiment (Δ_{Exp})					Param (Δ_{Par})		
x_{c}	Q^2_{c}	$P_{\mathrm{B}}P_{\mathrm{T}}$	c_{tot}	Θ, z_{v}	L, ϵ_{Tr}	h	A_2	R	Total
0.0046	0.21	0.0008	0.0376	0.0006	0.0001	0.0000	0.0000	0.0011	0.0032
0.0068	0.30	0.0012	0.0244	0.0007	0.0001	0.0000	0.0000	0.0015	0.0031
0.0085	0.37	0.0014	0.0213	0.0007	0.0001	0.0001	0.0001	0.0018	0.0034
0.0105	0.45	0.0017	0.0182	0.0008	0.0002	0.0001	0.0001	0.0022	0.0037
0.0129	0.54	0.0020	0.0165	0.0008	0.0002	0.0001	0.0001	0.0024	0.0040
0.0159	0.64	0.0024	0.0157	0.0007	0.0002	0.0001	0.0001	0.0028	0.0046
0.0193	0.75	0.0028	0.0154	0.0007	0.0002	0.0001	0.0002	0.0033	0.0053
0.0232	0.87	0.0032	0.0144	0.0007	0.0002	0.0001	0.0002	0.0025	0.0052
0.0277	0.86	0.0036	0.0123	0.0006	0.0003	0.0001	0.0001	0.0036	0.0061
0.0277	1.17	0.0037	0.0156	0.0005	0.0003	0.0002	0.0001	0.0020	0.0057
0.0331	0.95	0.0042	0.0112	0.0006	0.0003	0.0001	0.0002	0.0043	0.0069
0.0331	1.36	0.0042	0.0139	0.0005	0.0003	0.0002	0.0002	0.0024	0.0063
0.0395	1.04	0.0048	0.0106	0.0006	0.0004	0.0001	0.0002	0.0051	0.0079
0.0395	1.55	0.0048	0.0113	0.0003	0.0004	0.0003	0.0002	0.0027	0.0067
0.0470	1.15	0.0055	0.0098	0.0005	0.0004	0.0001	0.0002	0.0057	0.0089
0.0470	1.79	0.0055	0.0093	0.0003	0.0004	0.0003	0.0002	0.0030	0.0072
0.0562	1.26	0.0063	0.0090	0.0007	0.0005	0.0001	0.0001	0.0063	0.0099
0.0562	2.07	0.0064	0.0078	0.0004	0.0005	0.0002	0.0001	0.0033	0.0080
0.0670	1.38	0.0072	0.0084	0.0008	0.0006	0.0000	0.0001	0.0068	0.0110
0.0670	2.36	0.0073	0.0060	0.0004	0.0006	0.0003	0.0001	0.0041	0.0090
0.0799	1.50	0.0083	0.0078	0.0010	0.0006	0.0000	0.0002	0.0073	0.0121
0.0799	2.69	0.0083	0.0045	0.0005	0.0005	0.0003	0.0002	0.0058	0.0106
0.0954	1.44	0.0095	0.0099	0.0015	0.0007	0.0000	0.0000	0.0078	0.0144
0.0954	2.29	0.0095	0.0051	0.0009	0.0007	0.0000	0.0000	0.0071	0.0125
0.0954	3.36	0.0096	0.0037	0.0006	0.0006	0.0004	0.0000	0.0070	0.0122
0.1137	1.53	0.0108	0.0100	0.0017	0.0008	0.0000	0.0002	0.0067	0.0154
0.1137	2.52	0.0109	0.0045	0.0010	0.0008	0.0000	0.0002	0.0080	0.0141
0.1137	3.78	0.0110	0.0031	0.0006	0.0006	0.0004	0.0002	0.0076	0.0137
0.1356	1.66	0.0124	0.0093	0.0019	0.0010	0.0000	0.0002	0.0069	0.0169
0.1356	2.84	0.0125	0.0039	0.0012	0.0007	0.0000	0.0002	0.0098	0.0166
0.1356	4.29	0.0125	0.0022	0.0007	0.0007	0.0002	0.0002	0.0079	0.0152
0.1620	1.76	0.0142	0.0093	0.0022	0.0011	0.0000	0.0005	0.0079	0.0196
0.1620	3.13	0.0143	0.0038	0.0014	0.0008	0.0000	0.0005	0.0110	0.0187
0.1620	4.86	0.0143	0.0021	0.0008	0.0008	0.0003	0.0006	0.0083	0.0168
0.1933	1.88	0.0162	0.0090	0.0025	0.0012	0.0000	0.0009	0.0093	0.0227
0.1933	3.49	0.0163	0.0034	0.0016	0.0009	0.0000	0.0009	0.0113	0.0204
0.1933	5.48	0.0164	0.0020	0.0013	0.0009	0.0000	0.0009	0.0091	0.0192
0.2300	2.06	0.0184	0.0080	0.0032	0.0014	0.0000	0.0014	0.0106	0.0251
0.2300	3.93	0.0185	0.0032	0.0021	0.0011	0.0000	0.0014	0.0118	0.0228
0.2300	6.09	0.0186	0.0016	0.0014	0.0011	0.0000	0.0014	0.0104	0.0218
0.2739	2.29	0.0208	0.0066	0.0036	0.0016	0.0000	0.0020	0.0116	0.0277
0.2739	4.34	0.0210	0.0027	0.0024	0.0012	0.0000	0.0020	0.0125	0.0254
0.2739	6.77	0.0210	0.0015	0.0020	0.0012	0.0000	0.0020	0.0121	0.0247
0.3267	3.13	0.0236	0.0035	0.0041	0.0018	0.0000	0.0032	0.0131	0.0290
0.3267	7.48	0.0237	0.0012	0.0023	0.0014	0.0000	0.0032	0.0141	0.0283
0.3892	4.25	0.0263	0.0019	0.0035	0.0015	0.0000	0.0041	0.0152	0.0319
0.4638	4.81	0.0290	0.0014	0.0033	0.0017	0.0000	0.0056	0.0167	0.0351
0.5505	5.52	0.0311	0.0010	0.0030	0.0018	0.0000	0.0072	0.0186	0.0383
0.6597	7.31	0.0323	0.0005	0.0025	0.0019	0.0000	0.0093	0.0205	0.0404

Tabelle G.3.: Absolute systematische Fehler von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ an den Binzentren (Q^2 in GeV^2) getrennt nach experimentellen und parametrisierungsbedingten Anteilen (s. Kap. 6 für Details).

		Experiment (Δ_{Exp})					Param (Δ_{Par})			
x_c	Q_c^2	$P_B P_T$	c_{tot}	Θ, z_v	$L, \epsilon_{\mathrm{Tr}}$	h	A_2	R	F_2	Total
0.0046	0.21	0.0109	0.0376	0.0080	0.0013	0.0002	0.0004	0.0322	0.0095	0.0521
0.0068	0.30	0.0124	0.0244	0.0074	0.0012	0.0002	0.0005	0.0339	0.0108	0.0456
0.0085	0.37	0.0130	0.0213	0.0068	0.0013	0.0005	0.0005	0.0338	0.0113	0.0442
0.0105	0.45	0.0135	0.0182	0.0065	0.0013	0.0005	0.0005	0.0341	0.0117	0.0432
0.0129	0.54	0.0139	0.0165	0.0059	0.0013	0.0005	0.0008	0.0205	0.0120	0.0327
0.0159	0.64	0.0141	0.0157	0.0043	0.0014	0.0005	0.0008	0.0182	0.0122	0.0309
0.0193	0.75	0.0143	0.0154	0.0036	0.0011	0.0005	0.0008	0.0165	0.0124	0.0297
0.0232	0.87	0.0144	0.0144	0.0030	0.0011	0.0006	0.0008	0.0080	0.0124	0.0255
0.0277	0.86	0.0139	0.0123	0.0021	0.0011	0.0005	0.0005	0.0048	0.0121	0.0228
0.0277	1.17	0.0151	0.0156	0.0020	0.0012	0.0009	0.0006	0.0113	0.0058	0.0254
0.0331	0.95	0.0139	0.0112	0.0019	0.0011	0.0003	0.0005	0.0040	0.0053	0.0194
0.0331	1.36	0.0151	0.0139	0.0017	0.0012	0.0009	0.0006	0.0096	0.0058	0.0237
0.0395	1.04	0.0138	0.0106	0.0016	0.0011	0.0003	0.0005	0.0029	0.0053	0.0185
0.0395	1.55	0.0151	0.0113	0.0009	0.0012	0.0009	0.0006	0.0078	0.0058	0.0215
0.0470	1.15	0.0138	0.0098	0.0013	0.0011	0.0003	0.0005	0.0024	0.0053	0.0182
0.0470	1.79	0.0150	0.0093	0.0009	0.0012	0.0009	0.0006	0.0064	0.0058	0.0199
0.0562	1.26	0.0137	0.0090	0.0016	0.0011	0.0003	0.0003	0.0018	0.0053	0.0175
0.0562	2.07	0.0150	0.0078	0.0009	0.0012	0.0006	0.0003	0.0052	0.0058	0.0187
0.0670	1.38	0.0136	0.0084	0.0016	0.0010	0.0000	0.0003	0.0013	0.0052	0.0171
0.0670	2.36	0.0148	0.0060	0.0009	0.0011	0.0006	0.0003	0.0049	0.0057	0.0179
0.0799	1.50	0.0135	0.0078	0.0016	0.0010	0.0000	0.0003	0.0010	0.0052	0.0167
0.0799	2.69	0.0147	0.0045	0.0008	0.0008	0.0006	0.0003	0.0048	0.0056	0.0172
0.0954	1.44	0.0131	0.0099	0.0020	0.0010	0.0000	0.0000	0.0005	0.0051	0.0174
0.0954	2.29	0.0140	0.0051	0.0013	0.0011	0.0000	0.0000	0.0016	0.0054	0.0161
0.0954	3.36	0.0147	0.0037	0.0008	0.0008	0.0006	0.0000	0.0065	0.0057	0.0175
0.1137	1.53	0.0130	0.0100	0.0020	0.0010	0.0000	0.0002	0.0002	0.0050	0.0174
0.1137	2.52	0.0137	0.0045	0.0013	0.0011	0.0000	0.0003	0.0013	0.0053	0.0158
0.1137	3.78	0.0145	0.0031	0.0008	0.0008	0.0006	0.0003	0.0047	0.0056	0.0167
0.1356	1.66	0.0127	0.0093	0.0020	0.0010	0.0000	0.0002	0.0002	0.0049	0.0167
0.1356	2.84	0.0135	0.0039	0.0013	0.0008	0.0000	0.0003	0.0013	0.0052	0.0152
0.1356	4.29	0.0143	0.0022	0.0008	0.0008	0.0003	0.0003	0.0038	0.0055	0.0160
0.1620	1.76	0.0124	0.0093	0.0019	0.0010	0.0000	0.0005	0.0002	0.0048	0.0165
0.1620	3.13	0.0131	0.0038	0.0013	0.0008	0.0000	0.0005	0.0010	0.0051	0.0148
0.1620	4.86	0.0138	0.0021	0.0008	0.0008	0.0003	0.0005	0.0029	0.0053	0.0153
0.1933	1.88	0.0120	0.0090	0.0018	0.0009	0.0000	0.0007	0.0002	0.0046	0.0159
0.1933	3.49	0.0126	0.0034	0.0012	0.0007	0.0000	0.0007	0.0007	0.0049	0.0142
0.1933	5.48	0.0131	0.0020	0.0010	0.0008	0.0000	0.0008	0.0023	0.0050	0.0145
0.2300	2.06	0.0115	0.0080	0.0020	0.0009	0.0000	0.0009	0.0002	0.0044	0.0150
0.2300	3.93	0.0119	0.0032	0.0014	0.0007	0.0000	0.0009	0.0007	0.0046	0.0134
0.2300	6.09	0.0121	0.0016	0.0009	0.0007	0.0000	0.0009	0.0016	0.0047	0.0133
0.2739	2.29	0.0107	0.0066	0.0019	0.0008	0.0000	0.0010	0.0002	0.0041	0.0134
0.2739	4.34	0.0108	0.0027	0.0012	0.0006	0.0000	0.0010	0.0004	0.0041	0.0121
0.2739	6.77	0.0108	0.0015	0.0010	0.0006	0.0000	0.0010	0.0015	0.0042	0.0121
0.3267	3.13	0.0095	0.0035	0.0016	0.0007	0.0000	0.0013	0.0002	0.0037	0.0111
0.3267	7.48	0.0091	0.0012	0.0009	0.0005	0.0000	0.0012	0.0009	0.0035	0.0102
0.3892	4.25	0.0078	0.0019	0.0010	0.0004	0.0000	0.0012	0.0001	0.0030	0.0087
0.4638	4.81	0.0058	0.0014	0.0007	0.0003	0.0000	0.0011	0.0001	0.0022	0.0065
0.5505	5.52	0.0037	0.0010	0.0004	0.0002	0.0000	0.0009	0.0001	0.0014	0.0043
0.6597	7.31	0.0017	0.0005	0.0001	0.0001	0.0000	0.0005	0.0001	0.0006	0.0020

Tabelle G.4.: Absolute systematische Fehler von g_1^p an den Binzentren (Q^2 in GeV^2) getrennt nach experimentellen und parametrisierungsbedingten Anteilen (s. Kap. 6 für Details).

x_c	Q_c^2	y_c	γ	η	D	A_2^p	R	F_2^p	F_1^p
0.0046	0.2104	0.8842	0.0188	0.0039	0.9439	0.0050	0.1378	0.1380	13.1863
0.0068	0.3030	0.8612	0.0232	0.0056	0.9129	0.0062	0.1985	0.1727	10.6010
0.0085	0.3716	0.8451	0.0262	0.0070	0.8896	0.0070	0.2364	0.1933	9.2020
0.0105	0.4489	0.8264	0.0294	0.0087	0.8649	0.0078	0.2633	0.2127	8.0234
0.0129	0.5363	0.8036	0.0331	0.0108	0.8345	0.0088	0.2895	0.2310	6.9514
0.0159	0.6404	0.7785	0.0373	0.0135	0.8013	0.0099	0.3116	0.2491	5.9815
0.0193	0.7500	0.7511	0.0418	0.0166	0.7665	0.0111	0.3261	0.2650	5.1863
0.0232	0.8674	0.7227	0.0467	0.0203	0.7314	0.0125	0.3349	0.2793	4.5195
0.0277	0.8610	0.6008	0.0560	0.0319	0.5899	0.0149	0.3339	0.2819	3.8264
0.0277	1.1695	0.8161	0.0481	0.0149	0.8337	0.0128	0.3417	0.3038	4.0968
0.0331	0.9532	0.5566	0.0636	0.0390	0.5377	0.0170	0.3371	0.2929	3.3227
0.0331	1.3568	0.7923	0.0533	0.0183	0.8085	0.0142	0.3397	0.3162	3.5754
0.0395	1.0392	0.5085	0.0727	0.0478	0.4825	0.0194	0.3377	0.3028	2.8804
0.0395	1.5521	0.7595	0.0595	0.0230	0.7735	0.0159	0.3351	0.3270	3.1111
0.0470	1.1450	0.4709	0.0824	0.0569	0.4407	0.0220	0.3366	0.3131	2.5091
0.0470	1.7877	0.7352	0.0660	0.0275	0.7483	0.0176	0.3282	0.3374	2.7140
0.0562	1.2604	0.4335	0.0939	0.0678	0.4004	0.0250	0.3333	0.3231	2.1752
0.0562	2.0655	0.7104	0.0734	0.0328	0.7230	0.0196	0.3190	0.3470	2.3531
0.0670	1.3775	0.3974	0.1071	0.0803	0.3629	0.0285	0.3281	0.3321	1.8873
0.0670	2.3599	0.6808	0.0818	0.0394	0.6924	0.0218	0.3087	0.3549	2.0374
0.0799	1.5001	0.3629	0.1224	0.0949	0.3280	0.0326	0.3213	0.3400	1.6345
0.0799	2.6902	0.6508	0.0914	0.0471	0.6620	0.0244	0.2961	0.3613	1.7593
0.0954	1.4353	0.2908	0.1494	0.1235	0.2554	0.0398	0.3164	0.3415	1.3902
0.0954	2.2931	0.4646	0.1182	0.0821	0.4455	0.0315	0.2977	0.3580	1.4659
0.0954	3.3646	0.6817	0.0976	0.0468	0.7075	0.0260	0.2694	0.3682	1.5346
0.1137	1.5341	0.2608	0.1723	0.1458	0.2273	0.0459	0.3083	0.3464	1.1987
0.1137	2.5247	0.4292	0.1343	0.0971	0.4102	0.0358	0.2827	0.3609	1.2597
0.1137	3.7783	0.6423	0.1098	0.0574	0.6720	0.0292	0.2417	0.3694	1.3238
0.1356	1.6570	0.2362	0.1977	0.1703	0.2051	0.0527	0.2987	0.3491	1.0298
0.1356	2.8392	0.4047	0.1510	0.1120	0.3895	0.0402	0.2600	0.3613	1.0814
0.1356	4.2942	0.6121	0.1228	0.0681	0.6493	0.0327	0.2086	0.3674	1.1379
0.1620	1.7559	0.2095	0.2294	0.2013	0.1813	0.0611	0.2878	0.3477	0.8771
0.1620	3.1321	0.3737	0.1718	0.1314	0.3625	0.0458	0.2333	0.3570	0.9198
0.1620	4.8611	0.5800	0.1379	0.0808	0.6237	0.0367	0.1771	0.3608	0.9640
0.1933	1.8821	0.1882	0.2644	0.2352	0.1631	0.0704	0.2734	0.3419	0.7431
0.1933	3.4872	0.3487	0.1942	0.1520	0.3426	0.0518	0.2039	0.3473	0.7744
0.1933	5.4753	0.5475	0.1550	0.0956	0.5957	0.0413	0.1503	0.3483	0.8022
0.2300	2.0586	0.1730	0.3008	0.2700	0.1513	0.0802	0.2540	0.3304	0.6246
0.2300	3.9339	0.3306	0.2176	0.1728	0.3302	0.0580	0.1752	0.3308	0.6409
0.2300	6.0925	0.5120	0.1749	0.1133	0.5615	0.0466	0.1288	0.3289	0.6528
0.2739	2.2871	0.1614	0.3399	0.3069	0.1432	0.0906	0.2305	0.3110	0.5146
0.2739	4.3390	0.3062	0.2467	0.1999	0.3087	0.0657	0.1529	0.3058	0.5137
0.2739	6.7721	0.4779	0.1975	0.1337	0.5273	0.0526	0.1110	0.3009	0.5136
0.3267	3.1252	0.1849	0.3468	0.3076	0.1729	0.0924	0.1818	0.2785	0.4041
0.3267	7.4759	0.4423	0.2242	0.1581	0.4894	0.0597	0.0968	0.2630	0.3855
0.3892	4.2547	0.2113	0.3541	0.3076	0.2076	0.0943	0.1396	0.2321	0.2945
0.4638	4.8063	0.2003	0.3970	0.3466	0.1991	0.1058	0.1228	0.1798	0.1998
0.5505	5.5167	0.1937	0.4398	0.3846	0.1951	0.1172	0.1075	0.1230	0.1204
0.6597	7.3142	0.2143	0.4577	0.3928	0.2231	0.1220	0.0843	0.0618	0.0522

Tabelle G.5.: Kinematische Variablen (Q^2 in GeV^2) und verwendete Parametrisierungen für die Absorptionsasymmetrie A_2^p und die Strukturfunktionen R und F_2^p bzw. $F_1^p = F_2^p(1+\gamma^2)/(2x(1+R))$ an den Binzentren gemäß Abschn. 3.5.

x_c	Q^2_c	$A_\parallel^\square$	$\pm\sigma$	$A_\parallel$	$\pm\sigma$	$\pm\Delta_{\mathrm{Exp}}$	A_1^{p}	$\pm\sigma$	$\pm\Delta_{\mathrm{Exp}}$	$\pm\Delta_{\mathrm{Par}}$
0.0046	0.2104	0.0076	0.0072	0.0110	0.0104	0.0029	0.0116	0.0110	0.0030	0.0010
0.0068	0.3030	0.0240	0.0094	0.0260	0.0102	0.0024	0.0284	0.0112	0.0027	0.0015
0.0085	0.3716	0.0290	0.0090	0.0323	0.0100	0.0025	0.0363	0.0112	0.0028	0.0018
0.0105	0.4489	0.0233	0.0085	0.0243	0.0088	0.0025	0.0280	0.0102	0.0029	0.0022
0.0129	0.5363	0.0317	0.0082	0.0318	0.0082	0.0027	0.0380	0.0098	0.0032	0.0024
0.0159	0.6404	0.0197	0.0079	0.0196	0.0079	0.0029	0.0244	0.0098	0.0036	0.0028
0.0193	0.7500	0.0362	0.0078	0.0354	0.0076	0.0031	0.0460	0.0099	0.0041	0.0033
0.0232	0.8674	0.0524	0.0078	0.0514	0.0077	0.0033	0.0701	0.0105	0.0045	0.0025
0.0277	0.8610	0.0432	0.0089	0.0423	0.0087	0.0029	0.0713	0.0148	0.0049	0.0036
0.0277	1.1695	0.0670	0.0128	0.0663	0.0126	0.0044	0.0793	0.0152	0.0053	0.0020
0.0331	0.9532	0.0318	0.0087	0.0317	0.0087	0.0029	0.0582	0.0162	0.0054	0.0043
0.0331	1.3568	0.0706	0.0119	0.0704	0.0119	0.0047	0.0869	0.0147	0.0057	0.0023
0.0395	1.0392	0.0590	0.0088	0.0572	0.0085	0.0029	0.1176	0.0177	0.0060	0.0050
0.0395	1.5521	0.0639	0.0111	0.0609	0.0106	0.0047	0.0784	0.0137	0.0060	0.0027
0.0470	1.1450	0.0529	0.0084	0.0525	0.0083	0.0030	0.1178	0.0189	0.0067	0.0056
0.0470	1.7877	0.0747	0.0109	0.0738	0.0107	0.0049	0.0981	0.0144	0.0065	0.0030
0.0562	1.2604	0.0522	0.0081	0.0528	0.0082	0.0030	0.1301	0.0205	0.0075	0.0062
0.0562	2.0655	0.0909	0.0107	0.0878	0.0104	0.0052	0.1209	0.0144	0.0072	0.0033
0.0670	1.3775	0.0433	0.0079	0.0435	0.0079	0.0031	0.1176	0.0218	0.0084	0.0067
0.0670	2.3599	0.0747	0.0109	0.0716	0.0105	0.0055	0.1026	0.0151	0.0078	0.0040
0.0799	1.5001	0.0474	0.0077	0.0477	0.0077	0.0032	0.1424	0.0236	0.0095	0.0072
0.0799	2.6902	0.1280	0.0109	0.1243	0.0106	0.0058	0.1866	0.0160	0.0087	0.0057
0.0954	1.4353	0.0525	0.0089	0.0509	0.0086	0.0031	0.1943	0.0337	0.0118	0.0077
0.0954	2.2931	0.0835	0.0110	0.0860	0.0114	0.0046	0.1904	0.0255	0.0102	0.0071
0.0954	3.3646	0.1275	0.0142	0.1215	0.0135	0.0070	0.1705	0.0192	0.0099	0.0070
0.1137	1.5341	0.0452	0.0087	0.0452	0.0087	0.0032	0.1922	0.0382	0.0137	0.0066
0.1137	2.5247	0.0851	0.0114	0.0846	0.0114	0.0048	0.2028	0.0277	0.0115	0.0079
0.1137	3.7783	0.1515	0.0142	0.1465	0.0137	0.0076	0.2164	0.0204	0.0112	0.0076
0.1356	1.6570	0.0523	0.0083	0.0526	0.0084	0.0033	0.2476	0.0409	0.0154	0.0069
0.1356	2.8392	0.1190	0.0119	0.1147	0.0115	0.0052	0.2900	0.0296	0.0130	0.0098
0.1356	4.2942	0.1788	0.0148	0.1738	0.0144	0.0083	0.2655	0.0221	0.0127	0.0079
0.1620	1.7559	0.0428	0.0083	0.0440	0.0085	0.0034	0.2303	0.0471	0.0179	0.0079
0.1620	3.1321	0.1179	0.0121	0.1190	0.0122	0.0055	0.3224	0.0338	0.0150	0.0110
0.1620	4.8611	0.1587	0.0154	0.1555	0.0151	0.0092	0.2464	0.0242	0.0146	0.0083
0.1933	1.8821	0.0528	0.0083	0.0554	0.0087	0.0035	0.3230	0.0533	0.0206	0.0095
0.1933	3.4872	0.1161	0.0131	0.1177	0.0132	0.0060	0.3356	0.0386	0.0171	0.0114
0.1933	5.4753	0.2080	0.0165	0.2042	0.0162	0.0101	0.3389	0.0273	0.0167	0.0092
0.2300	2.0586	0.0487	0.0084	0.0505	0.0087	0.0037	0.3120	0.0575	0.0231	0.0109
0.2300	3.9339	0.1368	0.0149	0.1360	0.0148	0.0066	0.4019	0.0448	0.0196	0.0120
0.2300	6.0925	0.2066	0.0179	0.2073	0.0179	0.0108	0.3638	0.0319	0.0190	0.0105
0.2739	2.2871	0.0591	0.0090	0.0599	0.0091	0.0039	0.3901	0.0634	0.0257	0.0123
0.2739	4.3390	0.1364	0.0161	0.1361	0.0160	0.0071	0.4278	0.0520	0.0222	0.0129
0.2739	6.7721	0.1937	0.0192	0.1931	0.0191	0.0116	0.3592	0.0363	0.0216	0.0125
0.3267	3.1252	0.0847	0.0090	0.0837	0.0089	0.0049	0.4556	0.0513	0.0267	0.0142
0.3267	7.4759	0.2372	0.0216	0.2367	0.0216	0.0123	0.4742	0.0441	0.0246	0.0148
0.3892	4.2547	0.1228	0.0099	0.1222	0.0098	0.0064	0.5595	0.0473	0.0291	0.0167
0.4638	4.8063	0.1231	0.0122	0.1230	0.0122	0.0069	0.5808	0.0614	0.0326	0.0191
0.5505	5.5167	0.1682	0.0170	0.1722	0.0174	0.0075	0.8374	0.0893	0.0359	0.0220
0.6597	7.3142	0.1325	0.0288	0.1354	0.0294	0.0090	0.5592	0.1318	0.0376	0.0252

Tabelle G.6.: Resultate für die Asymmetrien an den Binzentren (Q^2 in GeV^2). Die Asymmetrie $A_\parallel^\square$ stellt die experimentelle, binintegrierte, inklusive Asymmetrie dar (korrigiert auf ladungssymmetrische Kontamination), $A_\parallel$ ist die inklusive Bornsche Asymmetrie und A_1^{p} die Proton-Absorptionsasymmetrie transversaler virtueller Photonen. Es bezeichnen σ den statistischen und $\Delta_{\mathrm{Exp(Par)}}$ den experimentellen bzw. parametrisierungsbedingten systematischen Fehler der jeweiligen Größe.

x_c	Q^2_c	g_1^p/F_1^p	$\pm\sigma$	$\pm\Delta_{Exp}$	$\pm\Delta_{Par}$	g_1^p	$\pm\sigma$	$\pm\Delta_{Exp}$	$\pm\Delta_{Par}$
0.0046	0.2104	0.0117	0.0113	0.0030	0.0011	0.1542	0.1484	0.0400	0.0335
0.0068	0.3030	0.0285	0.0114	0.0027	0.0015	0.3024	0.1210	0.0284	0.0356
0.0085	0.3716	0.0364	0.0115	0.0028	0.0018	0.3353	0.1057	0.0259	0.0357
0.0105	0.4489	0.0282	0.0105	0.0029	0.0022	0.2261	0.0838	0.0237	0.0361
0.0129	0.5363	0.0383	0.0100	0.0032	0.0024	0.2659	0.0696	0.0224	0.0238
0.0159	0.6404	0.0247	0.0100	0.0036	0.0028	0.1477	0.0599	0.0216	0.0219
0.0193	0.7500	0.0464	0.0101	0.0041	0.0033	0.2404	0.0524	0.0213	0.0206
0.0232	0.8674	0.0705	0.0107	0.0046	0.0025	0.3186	0.0483	0.0206	0.0148
0.0277	0.8610	0.0719	0.0151	0.0049	0.0036	0.2751	0.0577	0.0188	0.0130
0.0277	1.1695	0.0798	0.0155	0.0053	0.0020	0.3268	0.0634	0.0219	0.0127
0.0331	0.9532	0.0591	0.0165	0.0054	0.0043	0.1963	0.0547	0.0180	0.0067
0.0331	1.3568	0.0874	0.0150	0.0058	0.0024	0.3124	0.0535	0.0207	0.0112
0.0395	1.0392	0.1184	0.0180	0.0061	0.0051	0.3410	0.0518	0.0175	0.0061
0.0395	1.5521	0.0791	0.0140	0.0061	0.0027	0.2460	0.0436	0.0189	0.0098
0.0470	1.1450	0.1188	0.0192	0.0068	0.0057	0.2981	0.0483	0.0170	0.0058
0.0470	1.7877	0.0988	0.0146	0.0065	0.0030	0.2682	0.0397	0.0177	0.0086
0.0562	1.2604	0.1312	0.0207	0.0076	0.0063	0.2855	0.0451	0.0165	0.0056
0.0562	2.0655	0.1216	0.0146	0.0072	0.0033	0.2862	0.0344	0.0169	0.0078
0.0670	1.3775	0.1193	0.0220	0.0085	0.0068	0.2252	0.0415	0.0161	0.0054
0.0670	2.3599	0.1037	0.0154	0.0079	0.0041	0.2112	0.0313	0.0161	0.0075
0.0799	1.5001	0.1442	0.0237	0.0096	0.0073	0.2357	0.0388	0.0157	0.0053
0.0799	2.6902	0.1872	0.0162	0.0088	0.0058	0.3294	0.0286	0.0154	0.0074
0.0954	1.4353	0.1958	0.0337	0.0119	0.0078	0.2722	0.0469	0.0166	0.0051
0.0954	2.2931	0.1914	0.0258	0.0102	0.0071	0.2806	0.0378	0.0150	0.0056
0.0954	3.3646	0.1714	0.0194	0.0099	0.0070	0.2631	0.0298	0.0152	0.0086
0.1137	1.5341	0.1943	0.0380	0.0138	0.0067	0.2329	0.0455	0.0165	0.0050
0.1137	2.5247	0.2039	0.0278	0.0116	0.0080	0.2569	0.0351	0.0146	0.0055
0.1137	3.7783	0.2170	0.0206	0.0112	0.0076	0.2873	0.0273	0.0149	0.0073
0.1356	1.6570	0.2483	0.0403	0.0155	0.0069	0.2557	0.0415	0.0159	0.0049
0.1356	2.8392	0.2895	0.0296	0.0131	0.0098	0.3130	0.0320	0.0141	0.0054
0.1356	4.2942	0.2655	0.0223	0.0127	0.0080	0.3021	0.0254	0.0145	0.0067
0.1620	1.7559	0.2321	0.0457	0.0179	0.0079	0.2036	0.0401	0.0157	0.0048
0.1620	3.1321	0.3208	0.0335	0.0149	0.0110	0.2951	0.0309	0.0137	0.0052
0.1620	4.8611	0.2467	0.0243	0.0145	0.0083	0.2379	0.0234	0.0140	0.0061
0.1933	1.8821	0.3193	0.0509	0.0204	0.0094	0.2373	0.0379	0.0152	0.0047
0.1933	3.4872	0.3331	0.0381	0.0170	0.0113	0.2579	0.0295	0.0131	0.0050
0.1933	5.4753	0.3372	0.0272	0.0166	0.0092	0.2705	0.0218	0.0133	0.0056
0.2300	2.0586	0.3082	0.0539	0.0226	0.0107	0.1925	0.0337	0.0141	0.0045
0.2300	3.9339	0.3957	0.0438	0.0193	0.0118	0.2536	0.0281	0.0124	0.0047
0.2300	6.0925	0.3609	0.0316	0.0188	0.0105	0.2356	0.0207	0.0123	0.0050
0.2739	2.2871	0.3773	0.0582	0.0248	0.0118	0.1942	0.0299	0.0128	0.0043
0.2739	4.3390	0.4185	0.0501	0.0218	0.0127	0.2150	0.0258	0.0112	0.0043
0.2739	6.7721	0.3557	0.0357	0.0214	0.0123	0.1827	0.0184	0.0110	0.0045
0.3267	3.1252	0.4353	0.0468	0.0255	0.0135	0.1759	0.0189	0.0103	0.0039
0.3267	7.4759	0.4642	0.0429	0.0241	0.0145	0.1789	0.0166	0.0093	0.0038
0.3892	4.2547	0.5269	0.0430	0.0274	0.0157	0.1552	0.0127	0.0081	0.0032
0.4638	4.8063	0.5380	0.0542	0.0301	0.0176	0.1075	0.0108	0.0060	0.0025
0.5505	5.5167	0.7448	0.0765	0.0324	0.0199	0.0897	0.0092	0.0039	0.0017
0.6597	7.3142	0.5085	0.1115	0.0336	0.0225	0.0266	0.0058	0.0018	0.0008

Tabelle G.7.: Resultate für das Strukturfunktionsverhältnis g_1^p/F_1^p und die Spinstrukturfunktion g_1^p des Protons an den Binzentren (Q^2 in GeV^2). Es sind σ der statistische und $\Delta_{Exp(Par)}$ der experimentelle bzw. parametrisierungsbedingte systematische Fehler der jeweiligen Größe.

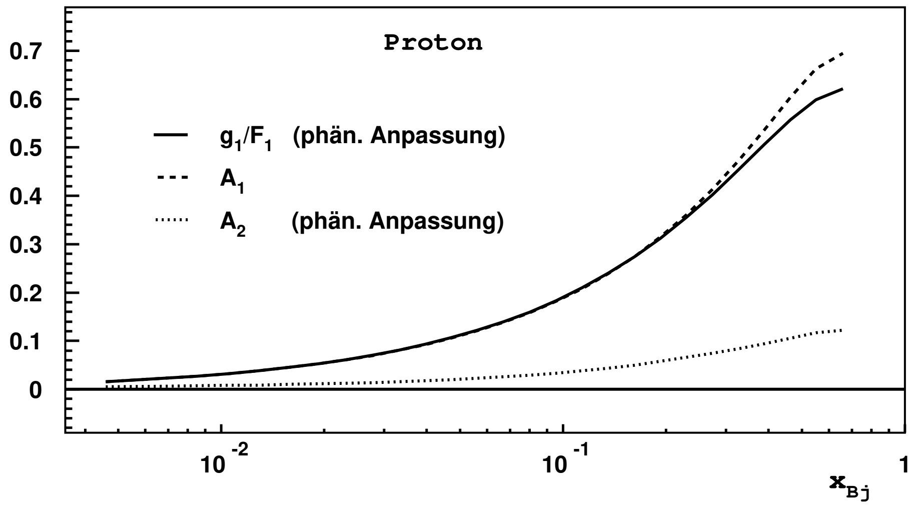


Abbildung G.1.: Vergleich des Strukturfunktionsverhältnisses g_1^p/F_1^p mit den Absorptionsasymmetrien A_1^p und A_2^p in der HERMES-Kinematik. Für g_1^p/F_1^p und A_2^p wurden die Parametrisierungen nach Tab. 5.1 und Tab. 3.2 verwendet. Die Absorptionsasymmetrie A_1^p wurde nach Gl. (2.34) aus g_1^p/F_1^p und A_2^p bestimmt.

x_c	$\langle Q^2\rangle$	g_1^p/F_1^p	$\pm\sigma$	$\pm\Delta_{\mathrm{Exp}}$	$\pm\Delta_{\mathrm{Par}}$	g_1^p	$\pm\sigma$	$\pm\Delta_{\mathrm{Exp}}$	$\pm\Delta_{\mathrm{Par}}$
0.0046	0.2104	0.0117	0.0113	0.0030	0.0011	0.1542	0.1484	0.0400	0.0335
0.0068	0.3030	0.0285	0.0114	0.0027	0.0015	0.3024	0.1210	0.0284	0.0356
0.0085	0.3716	0.0364	0.0115	0.0028	0.0018	0.3353	0.1057	0.0259	0.0357
0.0105	0.4489	0.0282	0.0105	0.0029	0.0022	0.2261	0.0838	0.0237	0.0361
0.0129	0.5363	0.0383	0.0100	0.0032	0.0024	0.2659	0.0696	0.0224	0.0238
0.0159	0.6404	0.0247	0.0100	0.0036	0.0028	0.1477	0.0599	0.0216	0.0219
0.0193	0.7500	0.0464	0.0101	0.0041	0.0033	0.2404	0.0524	0.0213	0.0206
0.0232	0.8674	0.0705	0.0107	0.0046	0.0025	0.3186	0.0483	0.0206	0.0098
0.0277	0.9921	0.0725	0.0106	0.0050	0.0030	0.2862	0.0417	0.0198	0.0091
0.0331	1.1278	0.0692	0.0109	0.0055	0.0036	0.2380	0.0375	0.0189	0.0083
0.0395	1.2715	0.0954	0.0110	0.0060	0.0042	0.2858	0.0330	0.0180	0.0075
0.0470	1.4186	0.1060	0.0118	0.0065	0.0047	0.2764	0.0306	0.0170	0.0068
0.0562	1.5832	0.1233	0.0122	0.0072	0.0050	0.2784	0.0276	0.0162	0.0063
0.0670	1.7394	0.1096	0.0131	0.0080	0.0056	0.2141	0.0257	0.0157	0.0059
0.0799	1.9094	0.1654	0.0143	0.0089	0.0062	0.2790	0.0240	0.0151	0.0056
0.0954	2.0917	0.1871	0.0154	0.0101	0.0070	0.2715	0.0224	0.0147	0.0055
0.1137	2.2630	0.2086	0.0170	0.0115	0.0071	0.2598	0.0212	0.0144	0.0053
0.1356	2.4428	0.2733	0.0186	0.0131	0.0091	0.2911	0.0199	0.0139	0.0052
0.1620	2.6368	0.2711	0.0210	0.0149	0.0107	0.2452	0.0190	0.0135	0.0050
0.1933	2.8132	0.3361	0.0240	0.0171	0.0116	0.2558	0.0183	0.0130	0.0048
0.2300	3.0212	0.3577	0.0275	0.0193	0.0118	0.2264	0.0174	0.0122	0.0046
0.2739	3.3428	0.3903	0.0306	0.0218	0.0126	0.2003	0.0157	0.0112	0.0043
0.3267	3.7591	0.4521	0.0355	0.0245	0.0140	0.1807	0.0142	0.0098	0.0038
0.3892	4.2547	0.5269	0.0430	0.0274	0.0157	0.1552	0.0127	0.0081	0.0032
0.4638	4.8063	0.5380	0.0542	0.0301	0.0176	0.1075	0.0108	0.0060	0.0025
0.5505	5.5167	0.7448	0.0765	0.0324	0.0199	0.0897	0.0092	0.0039	0.0017
0.6597	7.3142	0.5085	0.1115	0.0336	0.0225	0.0266	0.0058	0.0018	0.0008

Tabelle G.8.: Über Q^2 (in GeV^2) gemittelte Resultate für das Strukturfunktionsverhältnis g_1^p/F_1^p und die Spinstrukturfunktion g_1^p des Protons. Es stellen σ die statistischen Fehler, $\Delta_{\mathrm{Exp(Par)}}$ die experimentellen bzw. parametrisierungsbedingten systematischen Unsicherheiten der jeweiligen Größe dar.

x_c	$g_1^p(Q^2=2)$	$\pm\sigma$	$\pm\Delta_{Exp}$	$\pm\Delta_{Par}$	$\pm\Delta_{Evol}$	$g_1^p(Q^2=5)$	$\pm\sigma$	$\pm\Delta_{Exp}$	$\pm\Delta_{Par}$	$\pm\Delta_{Evol}$
0.0046	0.3701	0.3564	0.0960	0.0121	0.0795	0.5061	0.4873	0.1313	0.0155	0.1164
0.0068	0.5811	0.2325	0.0545	0.0110	0.0452	0.7761	0.3105	0.0728	0.0135	0.0669
0.0085	0.5796	0.1826	0.0448	0.0106	0.0327	0.7628	0.2404	0.0589	0.0126	0.0489
0.0105	0.3559	0.1319	0.0372	0.0100	0.0240	0.4616	0.1711	0.0483	0.0117	0.0365
0.0129	0.3871	0.1013	0.0326	0.0088	0.0177	0.4947	0.1295	0.0417	0.0119	0.0276
0.0159	0.2004	0.0813	0.0294	0.0085	0.0130	0.2522	0.1023	0.0369	0.0111	0.0209
0.0193	0.3076	0.0670	0.0273	0.0083	0.0096	0.3816	0.0831	0.0338	0.0102	0.0162
0.0232	0.3878	0.0588	0.0251	0.0075	0.0072	0.4746	0.0719	0.0307	0.0159	0.0128
0.0277	0.3339	0.0487	0.0231	0.0068	0.0054	0.4034	0.0588	0.0279	0.0141	0.0103
0.0331	0.2675	0.0422	0.0213	0.0064	0.0039	0.3192	0.0503	0.0254	0.0126	0.0083
0.0395	0.3113	0.0359	0.0196	0.0061	0.0028	0.3672	0.0424	0.0231	0.0117	0.0068
0.0470	0.2933	0.0325	0.0180	0.0060	0.0019	0.3425	0.0380	0.0210	0.0110	0.0056
0.0562	0.2888	0.0287	0.0168	0.0058	0.0012	0.3339	0.0332	0.0194	0.0108	0.0046
0.0670	0.2184	0.0262	0.0160	0.0057	0.0007	0.2504	0.0300	0.0183	0.0105	0.0038
0.0799	0.2806	0.0242	0.0152	0.0057	0.0002	0.3193	0.0275	0.0173	0.0096	0.0032
0.0954	0.2701	0.0223	0.0146	0.0054	0.0002	0.3051	0.0252	0.0165	0.0084	0.0027
0.1137	0.2567	0.0209	0.0142	0.0052	0.0005	0.2876	0.0235	0.0159	0.0071	0.0022
0.1356	0.2858	0.0195	0.0136	0.0052	0.0007	0.3171	0.0216	0.0151	0.0058	0.0019
0.1620	0.2398	0.0186	0.0132	0.0051	0.0009	0.2621	0.0203	0.0144	0.0053	0.0015
0.1933	0.2504	0.0179	0.0127	0.0048	0.0011	0.2679	0.0191	0.0136	0.0050	0.0012
0.2300	0.2233	0.0171	0.0121	0.0046	0.0012	0.2317	0.0178	0.0125	0.0047	0.0010
0.2739	0.2016	0.0158	0.0112	0.0043	0.0013	0.2005	0.0157	0.0112	0.0043	0.0007
0.3267	0.1895	0.0149	0.0103	0.0041	0.0014	0.1779	0.0140	0.0096	0.0038	0.0004
0.3892	0.1749	0.0143	0.0091	0.0036	0.0014	0.1520	0.0124	0.0079	0.0032	0.0002
0.4638	0.1362	0.0137	0.0076	0.0032	0.0013	0.1065	0.0107	0.0060	0.0025	0.0000
0.5505	0.1366	0.0140	0.0059	0.0026	0.0011	0.0929	0.0095	0.0040	0.0017	0.0000
0.6597	0.0598	0.0131	0.0040	0.0019	0.0008	0.0330	0.0072	0.0022	0.0010	0.0001

Tabelle G.9.: Resultate für die Proton-Spinstrukturfunktion g_1^p bei festem Q^2 von 2 und 5 GeV^2. Es bezeichnen σ den statistischen Fehler, Δ_{Exp} den experimentellen systematischen Fehler, Δ_{Par} den parametrisierungsbedingten systematischen Fehler und Δ_{Evol} den systematischen Fehler der Q^2-Entwicklung von g_1^p.

Methode	$Q^2 = 2\ \mathrm{GeV}^2$	$Q^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2$
systematische Unsicherheiten und Integral im gemessenen Bereich: $0.0021 < x < 0.8500$		
$P_\mathrm{B}P_\mathrm{T}$	0.007	0.007
c_tot	0.003	0.003
Akzeptanz	0.001	0.001
L und h	0.001	0.001
F_2	0.003	0.003
R	0.001	0.001
A_2	0.001	0.001
Evolution	0.002	0.002
$\int_{0.0021}^{0.85} \mathrm{d}x\ g_1^\mathrm{p}$	$0.135 \pm 0.004 \pm 0.008 \pm 0.004$	$0.129 \pm 0.004 \pm 0.008 \pm 0.004$
Extrapolation zu $x \to 0$: $0 < x < 0.0021$		
$\alpha = 0$	0.001	0.001
$\alpha = 0.5$	0.000	0.000
$\ln(1/x)$	0.001	0.002
$\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s})$	0.000	0.001
$1 - \mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s})$	0.000	0.000
NLO-Anp.	0.002	0.001
SMC: kl. x	$-0.008 \cdots 0.012$	$-0.012 \cdots 0.017$
$\int_{0}^{0.0021} \mathrm{d}x\ g_1^\mathrm{p}$	0.002 ± 0.010	0.002 ± 0.014
Extrapolation zu $x \to 1$: $0.85 < x < 1$		
$(1-x)^3$	0.000	0.000
$A_1^\mathrm{p} = 0.6$	0.001	0.000
$A_1^\mathrm{p} = 1.0$	0.003	0.001
$\int_{0.85}^{1} \mathrm{d}x\ g_1^\mathrm{p}$	0.001 ± 0.001	0.001 ± 0.001
erstes Moment: $0 < x < 1$		
$\Gamma_1^p = \int_0^1 \mathrm{d}x\ g_1^\mathrm{p}$	$0.138 \pm 0.004 \pm 0.008 \pm 0.011$	$0.132 \pm 0.004 \pm 0.008 \pm 0.015$

Tabelle G.10.: Bestimmung des ersten Momentes der Spinstrukturfunktion g_1^p. Die obere Teiltabelle zeigt die Anteile der Unsicherheiten der angegebenen Größen am systematischen Fehler des gemessenen Integrals, das am Schluß dieser Teiltabelle angegeben ist. Die Fehler sind der Reihenfolge,der statistische Fehler, der experimentelle systematische Fehler und der externe Fehler (Parametrisierungen und Q^2-Entwicklung). Die zweite und dritte Teiltabelle zeigen die Ergebnisse der Extrapolationen für die Modellannahmen nach Gl. (2.84) – (2.88), der NLO-Anpassung von g_1^p und den SMC-Daten für kleine x aus denen Extrapolationswerte und systematische Unsicherheiten abgeleitet wurden, die am Ende der jeweiligen Teiltabellen angegeben sind. Ganz unten sind die Ergebnisse für das erste Moment mit statistischem Fehler, experimentellen systematischem und externem Fehler (wie oben einschließlich Extrapolation) angegeben. Die Zusammenfassung der Fehler erfolgte durch quadratische Summation.

Parameter	HERMES ($\overline{\text{MS}}$)	SMC ($\overline{\text{MS}}$)
Singlett		
η_{S}	$0.26 \quad \pm 0.04$	$0.19 \quad + 0.04 - 0.05$
α_{S}	$-0.42 \quad \pm 0.07$	$-0.48 \quad + 0.11 - 0.10$
β_{S}	$3.01 \quad \pm 0.39$	$3.29 \quad + 0.40 - 0.37$
a_{S}	$-10.1 \quad \pm 1.9$	$-13.8 \quad + 1.3 \quad - 1.9$
Gluon		
η_{G}	$0.33 \quad \pm 0.22$	$0.25 \quad + 0.29 - 0.22$
α_{G}	$1.29 \quad \pm 1.03$	$0.33 \quad + 2.05 - 1.05$
β_{G}	4.00 const.	4.00 const.
a_{G}	0.00 const.	0.00 const.
Nonsinglett Proton		
$\eta_{\text{NS}}^{\text{p}}$	1.095 const.	1.080 const.
$\alpha_{\text{NS}}^{\text{p}}$	$-0.42 \quad \pm 1.0$	$-0.19 \quad + 0.09 - 0.08$
$\beta_{\text{NS}}^{\text{p}}$	$2.10 \quad \pm 0.97$	$1.35 \quad + 0.23 - 0.21$
a_{NS}^{p}	0.00 const.	0.00 const.
Nonsinglett Neutron		
$\eta_{\text{NS}}^{\text{n}}$	-0.805 const.	-0.8000 const.
$\alpha_{\text{NS}}^{\text{n}}$	$0.81 \quad \pm 0.26$	$0.06 \quad + 0.14 - 0.13$
$\beta_{\text{NS}}^{\text{n}}$	$3.33 \quad \pm 0.77$	$2.59 \quad + 0.52 - 0.48$
a_{NS}^{n}	0.00 const.	0.00 const.
χ^2	336.0	122.9
N_{DF}	$385 - 10$	$133 - 10$
starke Kopplungskonstante		
$\alpha_{\text{s}}(M_Z^2)$	0.118 const.	0.118 const.

Tabelle G.11.: Vergleich der Parameter der pQCD-Analyse in NLO [Bött:00] (HERMES) mit der pQCD-Analyse [SMC:98b] (SMC) für $Q^2 = 1\ \text{GeV}^2$. Es sind nur die statistischen Fehler der angepaßten Parameter angegeben. Die mit "const." gekennzeichneten Werte stellen die fixierten Eingabegrößen dar.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

[AbLe:97] H. Abramowicz und A. Levy, *The ALLM Parametrization of $\sigma_{tot}(\gamma^* p)$ an Update*, hep-ph/9712415 (1997).

[Agos:94] G. D' Agostini, *A Multidimensional Unfolding Based on Bayes' Theorem*, DESY 94-099 (1994).

[AhRo:76] M. A. Ahmed und E. G. Ross, *Polarized Lepton - Hadron Scattering in Asymptotically Free Gauge Theories*, Nucl. Phys. **B 111**, 441 (1976).

[AiHe:89] I. J. R. Aitchison und J. G. Hey, *Gauge Theories in Particle Physics*, 2. Edition, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia (1989).

[AkBR:99] I. Akushevich, H. Böttcher und D. Ryckbosch, *RADGEN 1.0, Monte Carlo Generator for Radiative Events in DIS on Polarized and Unpolarized Targets*, hep-ph/9906408 (1999).

[AkSh:94] I. V. Akushevich und N. M. Shumeiko, *Radiative Effects in Deep Inelastic Scattaring of Polarized Leptons by Polarized Light Nuclei*, J. Phys. **G 20**, 513 (1994).

[Akus$^+$:97] I. Akushevich, A. Ilichev, N. Shumeiko, A. Soroko und A. Tolkachev, *POLRAD 2.0 Code for the Radiative Corrections to DIS of Polarized Particles*, Acta Phys. Polon. **B 28**, 563 (1997). (Es wurde eine frühere Version verwendet, die sich methodisch aber nicht unterscheidet.)

[AlPa:77] G. Altarelli and G. Parisi, *Asymptotic Freedom in Parton Language*, Nucl. Phys. **B 126**, 298 (1977).

[AlRo:88] G. Altarelli und G. G. Ross, *The Anomalous Gluon Contribution to Polarized Leptoproduction*, Phys. Lett. **B 212**, 391 (1988).

[Alta:81] G. Altarelli, *Partons in Quantum Chromodynamik*, Phys. Rep. **81**, 1 (1981).

[AnEL:95] M. Anselmino, A. Efremov und E. Leader, *The Theory and Phenomenology of Polarized Deep Inelstic Scattering*, Phys. Rep. **261**, 1 (1995).

[ArYM:75] X. Artru, G. B. Yodh und G. Mennessier, *Practical Theory of The Multylayerd Detector*, Phys. Rev. **D 12-5**, 1289 (1975).

[ASG:94] Application Software Group, Computing and Network Division *GEANT-Detector and Simulation Tool*, CERN (1994).

[Assm$^+$:94] R. Assmann et al., *Lepton Beam Polarization at LEP*, CERN preprint, CERN SL/94-08 (1994).

[Avak$^+$:98] H. Avakian et al., *Performance of the Electromagnetic Calorimeter of the HERMES Experiment*, Nucl. Instr. Meth. **A 17**, 69 (1998).

[BaER:96] J. Bartels, B. I. Ermolaev und M. G. Ryskin, *Flavour Singlet Contribution to the Structure Function g_1 at Small-x*, Z. Phys. **C 72**, 627 (1996).

[BaFR:96] R. D. Ball, S. Forte und G. Ridolfi, *Next-to-Leading-Order-Determination of the Singlett Axial Charge and the Polarized Gluon Content of the Nucleon*, Phys. Lett. **B 378**, 255 (1996).

[Bain$^+$:97] B. Bains, B. Fox, A. Gute, D. Hasch, A. Mateos, U. Stößlein und B. Tipton mit signifikanten Beiträgen von N. Akopov, A. Brüll, A. Dvoredsky, J. Martin, F. Menden, A. Nagaitsev, B. Owen, T. Shin, M. Sutter und E. Volk, *Preleminary Extraction of the g_p^1 Structure Function from the 1996 HERMES Polarized Proton Data*, HERMES interner Report 97-048 (1997).

[BaKK:99] B. Badalek, J. Kiryluk und J. Kwicinski, *Spin Dependent Structure Function g_1 at Low x and Low Q^2*, J. Phys. **625**, 1533 (1999).

[BaMT:59] V. Bargmann, L. Michel und V. L. Telegdi, *Precession of the Polarization of Particles Mooving in a Homogenous Electromagnetic Field*, Phys. Rev. Lett. **2**, 435 (1955).

[Barb$^+$:93] D. P. Barber et al., *the HERA Polarimeter and the First Observation of Elektron Spin Polarization at HERA*, Nucl. Instr. Meth. **A 329**, 79 (1993).

[Barn$^+$:96] D. E. Barnett et al., *Review of Particle Physics*, Phys. Rev. **D 54**, 1 (1996).

[BaSh:77] D. Bardin und N. Shumeiko, *On an Exact Calculation of the Lowest-Order Electromagnetic Correction to the Point Particles Elastic Scattering*, Nucl. Phys. **B 127**, 242 (1977).

[Bau:00] C. Baumgarten, *Studies of Spin Relaxation and Recombination at the HERMES Hydrogen/Deuterium Gas Target*, Dissertation, Ludwig Maximimilians Universität München (2000).

[Bau:98] C. Baumgarten, *The HERMES Internal Polarized Hydrogen and Deuterium Targets*, in Proceedings of the of the 13$^{\text{th}}$ International Symposium of High Energy Spin Physics (SPIN 98), Protvino, Russia (1998).

[Ben:98] T. Benisch, *Der Luminositätsmonitor für das HERMES-Experiment*, Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg (1998).

[Bern$^+$:98] S. Bernreuther et al., *The HERMES Back Driftchambers*, Nucl. Instr. Meth. **A 464**, 45 (1998).

[BHKS:00] C. Baumgarten, M. Henoch, H. Kolster und U. Stößlein, private Kommunikation (1998-2000).

[BjJL:66] J. D. Bjorken, *Inequality for Electron And Muon Scattering From Nucleons*, Phys. Rev. Lett. **16**, 408 (1966).
K. Johnson and F. E. Low, *Current Algebras in a Simple Model*, Prog. Theor. Phys. Suppl. **37**, 74 (1966).

[Bjor:66] J. D. Bjorken, *Applications of the Chiral $U(6) \otimes U(6)$ Algebra of Current Densities*, Phys. Rev. **148**, 1467 (1966). J. D. Bjorken, Phys. Rev. **D 1**, 1276 (1970).

[Bjor:69] J. D. Bjorken, *Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum*, Phys. Rev. **179**, 1647 (1969).

[BjPa:69] J. D. Bjorken und E. A. Paschos, *Inelastic Electron Proton and γ-Proton Scattering and the Structure of the Nucleon*, Phys. Rev **185**, 1975 (1969).

[BlTk:99] J. Blümlein und A. Tkabladze, *Target Mass Corrections for Polarized Structure Functions and New Sum Rules*, Nucl. Phys. **B 553**, 427 (1999).

[Bode:84] A. Bodek et al., *Experimental Studies of the Neutron and Proton Electromagnetic Structure Functions*, Phys. Rev. **D 20**, 1427 (1979). A. Bodek. paßte die Koeffizienten der Resonanz-Parametrisierung nach W. B. Atwood, an die Daten der Experimente E87, E49A, E49B für die Analyse von E139 an (1984).

[BöGS:99] H. Böttcher, Y. Gärber und U. Stößlein, *Results on the Top/Bottom Detector Alignment for 1997 Data*, HERMES interner Report 99-053 (1999).

[BoQi:90] G. T. Bodwin und J. Qiu, *Gluonic Contribution to g_1 and its Relationship to the Spin-Dependent Parton Distributions*, Phys. Rev. **D 41**, 2755 (1990).

[Bött:00] H. Böttcher, private Kommunikation, eine pQCD-Analyse in NLO auf der Basis des SMC-Programmes [Wind:98] (2000).

[BöVo:99b] H. Böttcher und E. Volk, *Permuted Plane Efficiencies*, Vortrag auf HERMES-Kollaborationstreffen, DESY-Hamburg (August 1999).

[Brau:95] B. Braun, *Spinrelaxation von Wasserstoff und Deuterium in Speicherzellen*, Dissertation, Ludwig Maximilians Universität München (1995).

[BrBS:95] S. J. Brodsky, M. Burkardt und I. Schmidt, *QCD Constraints om the Shape of Polarized Quark and Gluon Distributions*, Nucl. Phys. **B 441**, 197 (1995).

[Brei$^+$:69] M. Breidenbach et al., *Observed Behaviour of Highly Inelastic Electron Proton Scattering*, Phys. Lett. **23**, 935 (1969).

[BSYP:78] T. Bauer, R. Spital, D. Yennie und F. Pipkin, *The Hadronic Properties of The Photon in High-Energy Interactions*, Rev. Mod. Phys. **50**, 261 (1978).

[BuCo:70] H. Burkhardt und W. N. Cottingham, *Sum Rules for Forward Virtual Compton Scattering*, Ann. Phys. **56**, 453 (1970).

[Buon:86] H. Buon und K. Steffen, *HERA Variable Energy Spin Rotator*, Nucl. Instr. Meth. **A 245**, 248 (1986).

[Bura:80] A. J. Buras, *Asymptotic Freedom in Deep Inelastic Processes in the Leading Order and Beyond*, Rev. Mod. Phys. **52**, 199 (1980).

[CaCM:88] R. D. Carlitz, J. C. Collins und A. H. Müller, *The Role of the Axial Anomaly in Measuring Spin-Dependent Parton-Distributions*, Phys. Lett. **B 214**, 229 (1988).

[CaGr:69] C. G. Callan, Jr. und D. J. Gross, *High-Energy Electroproduction and the Constitution of Electric Current*, Phys. Rev. Lett. **22**, 156 (1969).

[Cas:74] W. E. Caswell, *Asymptotic Behavior of Non-Abelian Gauge Theories to Two-Loop Order*, Phys. Rev. Lett. **33**, 244 (1974).

[CDHS:91] CDHSW-Kollaboration, P. Berge et al., *A Measurement of Differential Cross-Section and Nucleon Structure Functions in Charged-Current Neutrino Interactions on Iron*, Z. Phys. **C 49**, 187 (1991).

[CERN:93] CERN Computing and Network Divisions, *CERN Program Library Long Writeup D506*, CERN, Geneva (1993).

[Chao:81] A. W. Chao, Nucl. Inst. Meth. **180**, 29 (1981). A. W. Chao, *Physics of High Energy Particle Accelerators*, American Institute Proceedings **87**, 395 (1982).

[Chen:96] H. Y. Cheng, *Status of Proton Spin Problem*, Lecture at the 10th Spring School on Particle and Fields, National Cheng University, Taiwan, ROC; hep-ph/9607254 (1996).

[Cisb:98] E. Cisbani für die HERMES-Kollaboration, *The Dual Radiator RICH for the HERMES-Experiment at DESY*, in Proceedings of the 6^{th} International Conference for Adv. Technology and Particle Physics, Coo, Italy (1998).

[ClRo:93] F. E. Close und R. G. Roberts, *Consistent Analysis of Spin Content of the Nucleon*, Phys. Lett. **B 316**, 165 (1993).

[ClRo:94] F. E. Close und R. G. Roberts, *The Spin Dependence of Diffractive Processes and Implications for the Small x Behaviour og g_1 and the Spin Content of the Nucleon*, Phys. Lett. **B 336**, 257 (1994).

[Coll:84] J. C. Collins, *Renormalization*, Cambridge University Press (1984).

[Coll:93] J. Collins, *Fragmentation of Transversely Polarized Quarks Probed in Transvers Momentum Distributions*, Nucl. Phys. **B 396**, 161 (1993).

[COMP:96] COMPASS-Kollaboration, G. Baum et al., *A Proposal for a Common Muon and Proton Apparatus for Structure and Spectroscopy*, CERN SPSLC/96-14 (1996). Ein kurzer Überblick befindet sich in: F. Bradamante, *The Gluon Contribution to the Nucleon Spin and the Compass-Experiment at CERN*, Proceedings of the 21th Course on the International Scool of Nuclear Physics, Erice (September 1999).

[CoSW:63] F. D. Colegrove, L. D. Schearer und G. K. Walters, *Polarization of ^{3}He Geas by Optical Pumping*, Phys. Rev. **1320**, 2561 (1963).

[Crit:97] J. A. Crittenden, *Exclusive Production of Neutral Vector Mesons at Electron Proton Collider HERA*, hep-ex/9704009 (1997).

[CTEQ:00] CTEQ5-Kollobaration, H. L. Lai et al., *Global QCD Analysis of Parton Structure of the Nucleon: CTEQ5 Parton Distributions*, Eur. Phys. J. **C 12**, 375 (2000).

[CTEQ:95] CTEQ-Kollobaration, R. Brock et al., *Handbook of Perturbative QCD: Version 1.0*, Rev. Mod. Phys. **67**, 157 (1995).

[Desh:99] A. Deshpandle, *The Physics Case Polarised Protons at HERA*, DESY-PROC-1999-03 (1999).

[Doks:77] Y. L. Dokshitzer, *Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and E+ E- Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics*, Sov. Phys. JETP **46**, 641 (1977).

[E142:96] E142-Kollaboration, P. L. Anthony et al., *Deep Inelastic Scattering of Polarized Electrons by Polarized He-3 and the Study of the Neutron Spin Structure*, Phys. Rev. **D 54**, 6620 (1996).

[E143:98] E143 Kollaboration, K. Abe et al, *Measurement of the Proton and Deuteron Spin Structure Functions g_1 and g_2*, Phys. Rev. **D 58**, 112003 (1998).

[E143:99] E143-Kollaboration, K. Abe et al., *Measurements of $R = \sigma_L/\sigma_T$ for $0.03 < x < 0.1$ and Fit to World Data*, Phys. Lett. **B 452**, 194 (1999).

[E154:97] E154-Kollaboration, K. Abe et al., *Precision Determination of the Neutron Spin Structure Function g_1^{n}*, Phys. Rev. Lett. **97**, 26 (1997).

[E154:97a] E154-Kollaboration, K. Abe et al., *Next to Leading Order QCD Analysis of Polarized Deep Inelasting scattering data*, Phys. Lett. **B 405**, 180 (1997).

[E155:00] E155-Kollaboration, P. L. Anthony et al., *Measurement of the Q^2-Dependence of the Proton and Neutron Spin Structure Funktions g_1^{p} and g_1^{n}*, hep-ph/007248 (2000).

[E155:99] E155-Kollaboration, P. L. Anthony et al., *Measurement of the Deuteron Spin Structure Function $g_1^d(x)$ for 1 $(\mathrm{GeV}/c)^2 < Q^2 < 40(\mathrm{GeV}/c)^2$*, Phys. Lett. **B 463**, 339 (1999).

[E155x:00] E155x-Kollaboration, G. Cort, in Proceedings of the 8th International Workshop on Deep Inelastic Scattering and QCD (DIS 2000), Liverpool, England (Apr. 25 - 30, 2000).

[E665:96] E665-Kollaboration, M. R. Adams et al., *Proton and Deteron Structure Functions in Muon Scattering at 470 GeV*, Phys. Rev. **D 54**, 3006 (1996).

[EfTe:88] A. V. Efremov und O. V. Teryaev, *Spin Structure Of The Nucleon And Triangle Anomaly*, JINR-E2-88-287 (1988).

[ElJa:74] J. Ellis und R. Jaffe, *Sum Rule for Deep-Inelastic Electroproduction from Polarized Protons*, Phys. Rev. **D 10**, 1444 (1974).

[ElKa:95] J. Ellis und M. Karliner, *Determination of α_s and the Nucleon Spin Decomposition Using Recent Polarized Structure Function Data*, Phys. Lett. **B 341**, 397 (1995).

[EMC:89] European Mueon Collaboration, J. Ashmann et al., *An Investigation of the Spin Structure of the Proton in Deep Inelastic Scattering of Polarised Muons on Polarised Protons*, Nucl. Phys. **B 328**, 1 (1989).

[Fasc:96] D. Fasching, *(Slightly Less Brutal) Method for Numerically Evaluating Structure Functions*, hep-ph/9610261 (1996).

[FeGZ:64] R. P. Feynman, M. Gell-Mann und G. Zweig *Group $U(6) \bigotimes U(6)$ Generated by Current Components*, Phys. Rev. Lett. **13**, 678 (1964).

[Feyn:72] R. P. Feynman, *Photon - Hadron - Interactions*, W. A. Benjamin, Inc. Advanced Book Program, Massacusetts (1972).

[FoFe:99] B. Fox und L. Felawka, μDST-Produktion der HERMES-Daten, DESY, Hamburg. (seit 1995)

[Fort:95] S. Forte, *Polarized Structure Functions: A Theoretical Update*, hep-ph/9511345 (1995).

[Funk:98] M.-A. Funk, *A Measurement of the Polarized Parton Densities of the Nucleon in Deep Inelastic Scattering at HERMES*, Dissertation, Universität Hamburg (1998).

[FuWa:98] M.-A. Funk und W. Wander für die HERMES- Software-Gruppe, *The HERMES Date Production PC Farm*, In Proceedings of CHEP'97, Berlin (Apr. 7 - 11, 1997).
A. Kisselev, W. Wander, *The HERMES-Linux Production Cluster*, http://hermes.desy.de/ww/cluster.html (1998).

[Gärb:96] Y. Gärber, *Kalibration der hinteren Driftkammern im HERMES-Experiment aus den Daten 1995*, Diplomarbeit; DESY interner Report 96-10 (1996).

[GäSt:99] Y. Gaerber und U. Stößlein mit signifikanten Beiträgen von H. Böttcher, L. Falwake, B. Fox E. Volk, *Status of Low x_{Bj}, High y g_1/F_1 Analysis*, Vortrag auf dem HERMES-Kollaborationstreffen, DESY-Hamburg (November 1999).

[Gell:64] M. Gell-Mann, *A Scematic Model of Baryons Mesons*, Phys. Lett. **8**, 214 (1964).

[GeLo:54] M. Gell-Mann und F. E. Low, *Quantum Electrodynamics At Small Distances*, Phys. Rev. **95**, 1300 (1954).

[GePo:74] H. Georgi und H. D. Politzer, *Electroproduction Scaling in an Asymptotically Free Theory of Strong Interactions*, Phys. Rev. **D 9**, 416 (1974).

[GeSt:96] T. Gehrman und W. J. Stirling, *Polarized Parton Distributions in the Nucleon*, Phys. Rev. **D 53**, 6100 (1996).

[GlRV:95] M. Glück, E. Reya und A. Voigt, *Dynamical Parton Distributions of the Proton and Small-x Physics*, Z. Phys. **C 67**, 433 (1995).

[Goto$^+$:00] Y. Goto et al., *Polarized Parton Distributions in the Nucleon*, hep-ph/0001287 (2000).

[Grän:96] W. H. Gränicher. *Messung beendet - was nun? Einführung und Nachschlagewerk für die Planung und Auswetung von Messungen*, vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zürich, Stuttgart Teubner (1996).

[GrLi:72] V. N. Gribov und L. N. Lipatov, *Deep Inelastic E P Scattering in Perturbation Theory*, Sov. J. Nucl. Phys. **15**, 438 (1972).

[GRSV:00] M. Glück, E. Reya, M. Stratmann und W. Vogelsang, *Models for Polarized Parton Distribution of the Nucleon*, hep-ph/0011215 (2000).

[GRSV:96] M. Glück, E. Reya, M. Stratmann und W. Vogelsang, *Next-to-Leading-Order Radiative Parton Model Analysis of Polarized Deep Inelastic Lepton-Nucleon Scattering*, Phys. Rev. **D 53**, 4775 (1996).

[GrTr:71] D. J. Gross und S. B. Treiman, *Light-Cone Structure of Current Commutators in the Gluon-Quark Model*, Phys. Rev. **D 4**, 1059 (1971).

[GrWa:95] O. Grebenyuk und W. Wander, *Error of the Vertex Determination*, HERMES interner Report 95-051, (1995).

[GrWi:73] D. J. Gross und F. Wilczek, *Ultraviolet Behavior Of Nonabelian Gauge Theories*, Phys. Rev. Lett. **30**, 1343 (1973).

[GrWi:74] D. J. Gross und F. Wilczek, *Asymptotically Free Gauge Theories. II*, Phys. Rev. **D 9**, 980 (1974).

[Gute:99] A. Gute, Dissertation, *Messung der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} des Protons im HERMES-Experiment*, Friedrich Alexander Universität Erlangen-Nürnberg, (1999).

[HaMa:84] F. Halzen und A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductionary Course in Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons, New York (1984).

[Hand:63] L. N. Hand, *Experimental Investigation of Pion Electroproduction*, Phys. Rev. **129**, 1834 (1963).

[Hasc:99] D. Hasch, Dissertation, *Messung der polarisierten Strukturfunktion $g_1(x, Q^2)$ des Protons mit dem HERMES-Experiment*, Humboldt-Universität zu Berlin (1999).

[Heim:73] R. L. Heimann, *Spin Dependent High Frequency Inelastic Electron Scattering and Helicity Flip Couplings*, Nucl. Phys. **B 64**, 429 (1973).

[Heno:00] M. Henoch, HERMES interner Report 00-004, (2000).

[Heno:98] M. Henoch, *Interpretation der Polarisationsmessung am polarisierten Wasserstofftarget des HERMES-Experimentes am DESY in Hamburg*, Diplomarbeit, Westfählische Wilhelmsuniversität Münster (1998).

[HERM:00] HERMES-Kollaboration, A. Airapetian et al, *Measurement of the Spin Asymmetry in the Photoproduction of Pairs of High-pT Hadrons at HERMES*, Phys. Rev. Lett. **84**, 2584 (2000).

[HERM:00a] HERMES-Kollaboration, A. Airapetian et al, *Evidence for Single Spin Azimuthal Asymmetry in Semi-Inclusive Pion Electro-Production*, Phys. Rev. Lett.**84**, 4047 (2000).

[HERM:01] HERMES-Kollaboration, A. Airapetian et al, *A Measurement of the Proton Spin Structure Function g_1^{p} at Small x and Low Q^2*, Unterbreitung geplant an Phys. Lett. **B** (2001).

[HERM:93] HERMES-Kollaboration, *Technical Design Report*, DESY-PRC 93/06 (1993).

[HERM:97] HERMES-Kollaboration, K. Ackerstaff et al, *Measurement of the Neutron Spin Structure Function g_1^{n} with a Polarized He-3 Internal Target*, Phys. Lett. **B 404**, 383 (1997).

[HERM:98] HERMES-Kollaboration, K. Ackerstaff et al., *Measurement of the Proton Spin Structure Function g_1^p with a Pure Hydrogen Target*, Phys. Lett. **B 442**, 484 (1998).

[HERM:98a] HERMES-Kollaboration, K. Ackerstaff et al., *The HERMES-Spectrometer*, Nucl. Instr. Meth. **A 417**, 230 (1998).

[HERM:98b] HERMES-Kollaboration, K. Ackerstaff et al., *Beam Induced Nuclear Depolarisation in a Gaseous Polarized Hydrogen Target*, hep-ex/9806006 (1998).

[HERM:99] HERMES-Kollaboration, K. Ackerstaff et al., *Flavor Decomposition of the Polarized Quark Distributions in the Nucleon from Inclusive and Semi-Inclusive Deep-inelastic Scattering*, Phys. Lett. **B 464**, 123 (1999).

[Hoof:71] G. 't Hooft, *Renormalization of Massless Yang Mills Fields*, Nucl. Phys. **B 33**, 173 (1971).
G. 't Hooft, *Renormalisable Lagrangians for Massive Yang-Mills Fields*, Nucl. Phys. **B 35**, 167 (1971).

[Hoof:73] G. 't Hooft, *Dimensional Regularization And The Renormalization Group*, Nucl. Phys. **B 61**, 455 (1973).
G. 't Hooft, *An Algorithm For The Poles At Dimension Four In The Dimensional Regularization Procedure*, Nucl. Phys. **B 62**, 444 (1973).

[HoVe:72] G. 't Hooft und M. Veltman, *Regularization And Renormalization Of Gauge Fields*, Nucl. Phys. **B 44**, 189 (1972).

[Hune:97] J. J. van Hunen für die HERMES-Kollaboration, *Performance of the HERMES Micro-Strip Gas Chamber*, in Proceedings of the 7$^{\text{th}}$ Pisa Meeting on Advanced Detectors, La Biodola Isola d'Elba, Italien (May 25 - 31 1997).

[Jaff:90] R. L. Jaffe, *g_2 – The Nucleon's Other Spin-Dependent Structure Funktion*, Comments Nucl. Phys. **19**, 239 (1990).

[Jaff:96] R. L. Jaffe, *Spin, Twist and Hadron Structure in Deep Inelastic Processes*, hep-ph/9602236 (1996).

[JaJi:92] R. L. Jaffe und X. Ji, *Chiral-odd Parton Distributions in Drell-Yan Processes*, Nucl. Phys. **B 375**, 527 (1992).

[Ji:97] X. Ji *Gauge Invariant Decomposition of Nucleon Spin*, Phys. Rev. Lett. **78**, 610 (1997).

[JiTa:97] X. Ji und J. Tang, *Spin Structure of the Nucleon in th Asymptotic Limit*, Phys. Rev. Lett. **78**, 610 (1997).

[John:83] J. R. Johnson et al, *Beam Polarization Measurememnt at the SPEAR Storage Ring*, Nucl. Instr. Meth. **204**, 261 (1983).

[Kais:97] R. Kaiser, *Measurement of the Spin Structure of the Neutron using Polarised Deep Inelastic Scattering*, Dissertation, Simon Fraser University, Vancouver (1997).

[Kais:97a] R. Kaiser, *Particle Identification at HERMES*, HERMES interner Report 97-025 (1997).

[KaLi:99] M. Karliner und H. J. Lipkin, *Nucleon Spin with and without Hyperon Data: A New Tool for Analysis*, Phys. Lett. **B 461**, 280 (1999).

[KaMV:97] R. Kaiser, F. Menden und M. Vetterli, *Probability Analysis of the TRD-response and the Contribution of Flux Ratios to the HERMES Particle Identification*, HERMES interner Report 97-063 (1997).

[KaSt:95] A. L. Kataev und V. V. Starshenko, *Estimates of The Higher Order QCD Corrections to $R(s)$, R_τ and Deep Inelastic Scattering Sum Rules*, Mod. Phys. Lett. **A 10**, 235 (1995).

[Kaur:77] J. Kaur, *Spin Dependent Distributions in the Quark Parton Model*, Nucl. Phys. **B 128**, 219 (1977).

[KiPQ:76] T. Kinoshita, *Mass Singularities of Feynman Amplitudes*, J. Math. Phys. **3**, 650 (1962).
E.C Poggio und H. R. Quinn, *Infrared Behaviour of Zero-Mass Green's Functions and the Absence of Quark Confinement in Perturbation Theory*, Phys. Rev. **D 14**, 578 (1976).

[Koda$^+$:79] J. Kodaira, S. Matsuda, K. Sasaki und T. Uemanu, *QCD Higher-Order Effects in Spin-Dependent Deep Inelastic Electroproduction*, Nucl. Phys. **B 159**, 99 (1979).
J. Kodaira, *QCD Higher-Order Effects in Polarized Electroproduction*, Nucl. Phys. **B 165**, 129. (1980).
J. Kodaira, S. Matsuda, T. Muta, K. Sasaki und T. Uemanu, *Quantum-Chromodynamic Effects in Polarized Electroproducion*, Phys. Rev. **D 20**, 627 (1979).

[Kols:98] H. Kolster, *The HERMES Gaseous Internal Polarized Proton Target and its use in the HERA Positron Storage Ring*, Dissertation, Ludwig-Maximilian-Universität München (1998).

[Lari:94] S. A. Larin, *The Next-to-Leading QCD Approximation to the Ellis-Jaffe Sum Rule*, Phys. Lett. **B 334**, 192 (1994).

[LaTV:91] S. A. Larin, F. V. Tkachov und J.A.M. Vermaseren, *α_s^3 Correction to the Bjorken Sum Rule*, Phys. Rev. Lett. **66**, 862 (1991).
S.A. Larin und J.A.M. Vermaseren, *The α_s^3-Correction to the Bjorken Sum Rule for polarized Electroproduction and to the Gross-LLewellyn-Smith Sum Rule*, Phys. Lett. **B 259**, 345 (1991).

[LePr:85] E. Leader und E. Predazzi, *An Introduction to Gauge Theoriess and the New Physics*, Cambridge University Press (1985).

[LeSS:98] E. Leader, A. V. Sidorov und D. B. Stamenov, *Scheme Dependence in Polarized Deep Inelastic Scattering*, hep-ph/9808248 (1998).

[Lore:97] W. Lorentz für die HERMES-Kollaboration und HERA-Polarimeter-Gruppe, *Beam Polaremetrie at HERA*, Conference Proceedings of 7th International Workshop on Polarized Gas Targets and Polarized Beams, Urbana-Champaign (Aug. 18 - 22, 1997); DESY-Report 97-068 (1997).

[Mano:92] A. Manohar, *An Introduction into Spin Dependent Deep Inelastic Scattering*, Proc. of the 7th Lake Louise Winter Institute, World Scientific (1992).

[MaSh:92] B. R. Martin und G. Shaw *Particle Physics*, John Wiley $ Sons Ltd, Chichester England (1992).

[Meiß:00] F. Meißner, *Measurement of j/Ψ-Cross Section and Double Spin Asymmetries in Vector Meson Production in Polarized Lepton Nucleon Scattering at HERMES*, Dissertation, Humboldt-Universität zu Berlin (2000).

[Mend:98] F. Menden, private Mitteilung DESY-Hamburg (1998).

[MeNe:94] R. Mertig und W. L. van Neerven, *Order α_s^2 corrections to the polarized structure function $g_1(x, Q^2)$*, Nucl. Phys. **B 417**, 61 (1994).

[MeNe:96] R. Mertig und W. L. van Neerven, *The Calculation of the Two-Loop Spin Splitting Functions $P_{ij}^{(1)}(x)$*, Z. Phys. **C 70**, 637 (1996).

[Most:97] A. Most, private Mitteilung (1997).

[Muta:87] T. Muta, *Foundations of QCD, an Introduction into Perturbative Quantum Chromdynamics*, World Scientific Publishing co. pte. ltd., (1987).

[Nach:73] O. Nachtmann, *Positivity Constraints for Anomalous Dimensions*, Nucl. Phys. **B 63**, 237 (1973).

[NMC:95] NMC-Kollaboration, M. Arneodo et al., *Measurement of the Proton and Deuteron Structure Functions, F_2^p and F_2^d*, Phys. Lett. **B 364**, 107 (1995).

[NMC:97] NMC-Kollaboration, M. Arneodo et al., *Measurement of the Proton and Deuteron Structure Functions, F_2^p and F_2^d, and the Ratio $\sigma_\mathrm{L}/\sigma_\mathrm{T}$*, Nucl. Phys. **B 483**, 3 (1997).

[PDG:98] Particle Data Group, C. Caso et al., *Review of Particle Physics*, Eur. Phys. J. **C 3**, 1 (1998).

[Perk:91] D. H. Perkins, *Introduction to high energy physics*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. (1987).

[PeSc:95] M. E. Peskin und D. V. Schröder, *An Introduction into Quantum Field Theory*, Perseus Books Publishing, USA (1995).

[PHEN:94] PHENIX-Kollaboration, J. C. Gregory et al., *PHENIX Experiment at RHIC*, Nucl. Phys. **A 566**, 287 (1994).

[Poli:73] H. D. Politzer, *Reliable Perturbative Results For Strong Interactions?*, Phys. Rev. Lett. **30**, 1346 (1973).

[PuWi:95] T. Pussieux und R. Windmolders, *A Collection of Formulas for Spin Dependent Deep Inelastic Scattering*, DAPNIA/SPhN 95-10 (1995).

[Quig:83] C. Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Elektromagnetic Interactions*, Addison-Wesley Publishing Company, Massechusetts (1983).

[Sche$^+$:98] D. D. Schepper et al, *The HERMES Polarized ^{3}He Internal Gas Target*, Nucl. Instr. Meth **A 419**, 16 (1998).

[ShVa:82] E. V. Shuryak und A. I. Vainstein, *Theory of Power Corrections to Deep Inelastic Scattering in Quantum Chromodynamics (II). Q^{-4} Effects; Polarized Target*, Nucl. Phys. **B 201**, 141 (1982).

[SMC:97] Spin Muon Collaboration, D. Adams et al., *Spin Structure of the Proton from Polarized Inclusive Deep-Inelastic Muon-Proton Scattering*, Phys. Rev. **D 56**, 5330 (1997).

[SMC:98] Spin Muon Collaboration, D. Adeva et. al., *Spin Asymmetries A_1 and Structure functions g_1 of the Proton and Deuteron from Polarized High Energy Muon Scattering*, Phys. Rev. **D 058**, 112001 (1998).

[SMC:98a] Spin Muon Collaboration, D. Adeva et al., *Poalized Quark Distributions in the Nucleon from Semi-Inclusive Spin Asymmetries*, Phys. Lett. **B 420**, 180 (1998).

[SMC:98b] Spin Muon Collaboration, D. Adeva et. al., *A Next-to-Leading Order QCD-analysis of spin structure function g_1*, Phys. Rev. **D 058**, 112002 (1998).

[SMC:99] Spin Muon Collaboration, B. Adeva et al, *Spin Asymmetries A_1 of the Proton and the Neutron in the Low x and Low Q^2 Region from Polarized High Energy Muon Scattering*, Phys. Rev. **D 60**, 072004 (1999).

[SMMS:99] E. Stein, M. Maul, L. Mankiewicz und A. Schäfer, *Renormalon Model Predictions for Power corrections to Flavor-Singlet Deep-Inelastic Structure Functions*, Nucl. Phys. **B 536**, 318 (1999).

[Sope:96] D. E. Soper, *Basics of QCD Perturbation Theory*, Lectures at SLAC Summer Institute; hep-ph/9702203 (1996).

[SoTe:64] A. A. Sokolov und I. M. Ternov, *On Polarization and Spin Effects in the Theory of Synchrotron Radiation*, Sov. Phys. Doklady **8**, 1203 (1964).

[Ster:78] G. Sterman *Mass Divergenes in Annihilation Processes. I. Origin and Nature of Divergences in Cut Vacuum Polarization Diagrams*, Phys. Rev. **D 17**, 2773 (1977).

[Stoc$^+$:94] F. Stock et al., *The FILTEX/HERMES Polarized Hydrogen Atomic Beam Source*, Nucl. Instr. Meth. **A 343**, 334 (1994).

[Stöß:00] U. Stößlein, private Kommunikation, Generierung der Monte-Carlo-Ereignisse und Berechnung der Strahlungskorrekturen mit POLRAD (1999-2000).

[Stöß:96] U. Stößlein, *Messung der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ und Bestimmung der Gluondichte $xg(x, Q^2)$ bei kleinen Bjorken-x*, Dissertation, Humboldt-Universität zu Berlin (1996).

[Stöß:98] U. Stößlein, *Determination of the Trigger 21 Efficiency for the 1997 data*, Vortrag auf dem Analysistreffen, DESY (November 1998).

[StPe:53] E. C. Stueckelberg und A. Petermann, *Normalization Of Constants In The Quanta Theory*, Helv. Phys. Acta **26**, 499 (1953).

[StTk:99] U. Stößlein und A. Tkabladze, private Mitteilung (1999).

[TASS:80] TASSO-Kollaboration, R. Brandelik et al., *Evidence for a Spin-1 Gluon in Three Jet Events*, Phys. Lett. **B 97**, 453 (1980).

[TESN:00] TESLA-N Study Group, M. Anselmino et. al., *Electron Scattering with Polarized Target at TESLA*, DESY Report 00-160; hep-ph/0011299 (2000).

[Tipt:98] B. Tipton für die HERMES-Polarimeter-Gruppe, *Analysis of Positron Beam Polarization Measured by the Transverse Polarimeter in 1997*, DESY interner Report 98-090 (1998).

[Voge:96] W. Vogelsang, *A Rederivation of the Spin-dependent Next-to-leading Order Splitting Functions*, Phys. Rev. **D 54**, 2023 (1996).

[Volk:99] E. Volk, private Mitteilung, Installation und Wartung des HERMES-Programmpaketes GMC (1999). Eine Dokumentation befindet unter http://hermes.desy.de/hmc/.

[Volk:99a] E. Volk, private Mitteilung auf dem HERMES-Kollaborationstreffen, Hamburg (November 1999).

[VoSt:00] W. Vogelsang und M. Stratman, private Mitteilung (1999 - 2000).

[Wand:96] W. Wander *Rekonstruktion hochenergetischer Streuereignisse im HERMES-Experiment*, Dissertation, Universität Erlangen–Nürnberg, (1996).

[WaWi:77] S. Wandzura und F. Wilczek, *Sum Rules For Spin-Dependent Electroproduction – Test of Relativistic Constituent Quarks*, Phys. Lett. **B 72**, 295 (1977).

[Weis:98] C. Weiskopf, *Untersuchung der Bhabha-Asymmetrien mit dem HERMES-Luminusitätsmonitor*, Diplomarbeit, Universität erlangen-Nürnberg, (1998).

[Wend:99] J. Wendland, Diplomarbeit, *Improved Particle Identification at HERMES and Polarised Valence Quark Distributions in the Protons*, Simon Fraser University, Vancouver (1999).

[Whit$^+$:90] L. W. Whitlow *et al*, *A Precise Extraction of* $R = \sigma_L/\sigma_T$ *from a Global Analysis of the Deep Inelastic* $e-p$ *and* $e-d$ *Scattering Cross Sections*, Phys. Lett. **B 250**, 193 (1990).

[Whit:90b] L. W. Whitlow, Ph.D. thesis, *Deep Inelastic Structure Functions From Electron Scattering On Hydrogen, Deuterium and Iron At 0.6-Gev**2 ¡= Q**2 ¡= 30-Gev**2*, Stanford University; SLAC Report 0357 (1990).

[Wils:69] K. G. Wilson, *Non-Lgrangian Models of Current Algebra*, Phys. Rev. **179**, 1499 (1969).

[Wind:98] R. Windmolders, *The SMC* Q^2 *Evolution Program*, SMC Report 98-02 (1998).

[YaMi:54] C. N. Yang und R. L. Mills, *Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance*, Phys. Rev. **96**, 191 (1954).

[ZiNe:94] E. B. Zijlstra und W. L. van Neerven, *Order-*α_s^2 *Corrections to the Polarized Structure Function* $g_1(x, Q^2)$, Nucl. Phys. **B 417**, 61 (1994).

[Zwei:64] G. Zweig, *An SU(3) Model for Strong Interaction Symmetry and its Breaking. 2*, CERN-TH-412 (1964).

Danksagung

An dieser Stelle nehme ich die Gelegenheit wahr, mich bei allen zu bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beitrugen. Die schöpferische Atmosphäre der HERMES-Kollaboration wird mir für immer in guter Erinnerung bleiben.

Zu allererst danke ich meinem Arbeitsgruppenleiter Dr. Wolf-Dieter Nowak für die Betreuung meiner Arbeit. Ich schätze besonders das Vertrauen und die Freiheiten, die er mir bei der Auswahl der Themen ließ, die ich stets mit ihm diskutieren konnte. Ganz herzlich danke ich Prof. Klaus Rith von der Universität Erlangen-Nürnberg für seine wertvolle Unterstützung gegen Ende dieser Arbeit. Ich danke Prof. Paul. Söding für die Gelegenheit, die Dissertation am DESY-Zeuthen anzufertigen, und ich bedanke mich bei Prof. Thomas Lohse von der Humboldt-Universität zu Berlin für die offizielle Betreuung der Dissertation.

Es bereitete mir viel Freude, in dem angenehmen Klima der Zeuthener HERMES-Gruppe zu arbeiten. Zu besonders herzlichem Dank bin ich Dr. Uta Stößlein verpflichtet. Die enge Zusammenarbeit in den letzten Jahren und die angeregten Diskussionen mit ihr führten zu vielen neuen Erkenntnissen und Sichtweisen in verschiedenen Bereichen der Physik, besonders der Analyse. Ein großer Dank gilt Dr. Helmut Böttcher für die harmonische und hilfreiche Zusammenarbeit im Rahmen des Alignementprojektes und der QCD-Analyse. Ich danke Dr. Erik Volk für seine bereitwillige Unterstützung und fachkundige Hilfe bei der Installation von GMC auf dem Zeuthener Rechnersystem. Weiterhin danke ich Dr. Brendan Fox und Dr. Larry Felawka für ihre Arbeit bei der Produktion des Datensatzes in Hamburg. Dr. Delia Hasch danke ich für ihre Hilfsbereitschaft beim Überprüfen der Ergebnisse im Zwischenstadium der Arbeit. Dr. Wolfgang Wander gilt mein Dank für seine Unterstützung bei der rechentechnischen Umsetzung des Spurkammeralignements. Schließlich danke ich Peter Jung für seine Tips und Tricks während der Code-Implementierung.

Für das Lesen der Dissertation und viele wertvolle Vorschläge und Hinweise beim Verfassen dieser Arbeit danke ich Dr. Wolf-Dieter-Nowak, Dr. Uta Stößlein, Dr. Helmut Böttcher und Dr. Dirk Rehle.

Ich danke Dr. Ralf und Marianne Kaiser für die geselligen Abende in Berlin. Bei Dr. Falk Meißner bedanke ich mich herzlich für die gemeinsame Zeit während der Schichten in Hamburg.

Von ganzem Herzen danke ich meinen Eltern, Mutti und Walter, für ihre immerwährende Liebe und den Rückhalt, ohne den die Arbeit nicht möglich gewesen wäre. Ebenso tief verbundener Dank gilt meinen lieben Brüdern, Nils, Thomas und Mirko, die mich ablenkten, wenn nötig und bestärkten, wenn möglich. Danke Familie, daß es euch gibt.