

# ÜBUNGSBLATT 8 ZU THERMODYNAMIK UND STATISTISCHE MECHANIK

Prof. Günter Sigl  
II. Institut für Theoretische Physik der Universität Hamburg  
Luruper Chaussee 149  
D-22761 Hamburg  
Germany  
email: guenter.sigl@desy.de  
tel: 040-8998-2224

Abgabetermin: 14.12.2015 vor den Übungen

1. (5 Punkte) Die inneren Energien einzelner Mikrozustände seien  $U_i$ . Zeigen Sie, daß die Gleichung

$$U = \frac{\sum_i U_i \exp(-\beta U_i)}{\sum_i \exp(-\beta U_i)}$$

für  $\min(U_i) \leq U \leq \max(U_i)$  eine eindeutige Lösung für  $\beta$  im Raum der reellen Zahlen hat.

2. (5 Punkte) Zeigen Sie explizit daß die Boltzmann-Verteilung

$$p_i \propto \exp(-\beta U_i)$$

die Unsicherheitsfunktion

$$H(p_i) = - \sum_i p_i \ln p_i$$

unter der Nebenbedingung  $U = \sum_i p_i U_i$  *maximiert*. Hinweis: Verwenden Sie die in der Vorlesung in diesem Zusammenhang abgeleitete Ungleichung.

3. (4 Punkte) Ein System bestehe aus zwei harmonischen Oszillatoren mit jeweils der natürlichen Frequenz  $\omega_0$  und Quantenzuständen der Energie  $(n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_0$ , wobei  $n$  nicht-negative ganze Zahlen sind. Die totale Energie des Systems im mikrokanonischen Ensemble sei  $U = m \hbar \omega_0$ , wobei  $m$  eine positive ganze Zahl ist. Wieviele Mikrozustände stehen dem System zur Verfügung? Was ist die Entropie des Systems?

**bitte wenden**

4. (6 Punkte) Betrachten Sie 1 Mol eines paramagnetischen Salzes nicht-wechselwirkender Ionen mit einem magnetischen Moment eines Bohr-Magnetons  $\mu_B = 9.274 \times 10^{-24}$  Joules/Tesla. Das magnetische Moment kann entweder parallel oder anti-parallel zu einem externen Magnetfeld  $B_e$  ausgerichtet sein, wobei die Energie dieser beiden Zustände pro Ion  $\mp\mu_B B_e$  beträgt.

a) Das System befinde sich in einem Wärmebad der Temperatur  $T = 4$  K und das Magnetfeld werde von  $B_e = 1$  T auf  $B_e = 10$  T erhöht. Wieviel Wärme tauscht das System dabei mit dem Wärmebad aus ?

b) Das System werde nun thermisch von seiner Umgebung isoliert und das Magnetfeld werde wieder von  $B_e = 10$  T auf  $B_e = 1$  T erniedrigt. Berechnen Sie die Temperatur des Systems am Ende dieses Prozesses, der als Kühlung durch adiabatische Demagnetisierung bekannt ist.

Hinweis: Die in Aufgabe 1, Übungsblatt 7 abgeleiteten Relationen könnten hier eventuell hilfreich sein.