

ÜBUNGSBLATT 5 ZU THERMODYNAMIK UND STATISTISCHE MECHANIK

Prof. Günter Sigl

II. Institut für Theoretische Physik der Universität Hamburg

Luruper Chaussee 149

D-22761 Hamburg

Germany

email: guenter.sigl@desy.de

tel: 040-8998-2224

Abgabetermin: 23.11.2015 vor den Übungen

1. (3 Punkte) Betrachten Sie die in der Vorlesung definierte Legendre-Transformierte einer Funktion $f(x, \dots)$ einer Variablen x und etwaiger anderer durch \dots symbolisierten Variablen,

$$g(u, \dots) \equiv f[x(u, \dots), \dots] - ux(u, \dots),$$

mit $u \equiv (\partial f / \partial x)(x, \dots)$. Bestimmen Sie die Legendre-Transformierte der Funktion $g(u, \dots)$ bezüglich u und zeigen Sie, daß dies zu der ursprünglichen Funktion $f(x, \dots)$ zurückführt.

2. (3 Punkte) Zeigen Sie, daß bei variabler Entropie S , Volumen V und Teilchenzahl N die *molare Relation*

$$du = Tds - pdv$$

gilt, wobei $u = U/N$, $s = S/N$ und $v = V/N$ die *spezifische* innere Energie, Entropie bzw. Volumen sind, also die jeweiligen intensiven Größen pro Stoffmenge. Hinweis: Verwenden Sie die Eulergleichung.

3. (6 Punkte) Berechnen Sie mit Hilfe der molaren Relation die fundamentalen Relationen, d.h. die Entropie $S(U, V, N)$, für folgende Systeme:

a) Das ideale Gas mit f Freiheitsgraden pro Teilchen, d.h., mit den Zustandsgleichungen

$$pV = Nk_B T, \quad U = \frac{f}{2} Nk_B T.$$

bitte wenden

b) Ein System mit den Zustandsgleichungen

$$U = pV, \quad p = cT^2,$$

mit einer Konstanten c .

c) Ein System mit den Zustandsgleichungen

$$p = -\frac{NU}{NV - 2c_1UV}, \quad T = 2c_2 \frac{(UV)^{1/2}}{N - 2c_1U} \exp\left(\frac{c_1U}{N}\right),$$

wobei c_1 und c_2 Konstanten sind. Hinweis: Verwenden Sie den Ansatz $s = c_3 u^n v^m \exp(-c_1 u)$ mit $c_3 = \text{const}$ und n und m zu bestimmende Konstanten.

4. (8 Punkte) Die kosmologische Hintergrundstrahlung ist in sehr guter Näherung ein Schwarzkörperstrahler bei der Temperatur $T \simeq 2.7^\circ\text{K}$.
- a) Berechnen Sie den Strahlungsdruck p in Pascal. Verwenden Sie dazu das Stefan-Boltzmann Gesetz aus einer der früheren Übungsaufgaben.
- b) Um welchen Faktor verringert sich die Temperatur der Schwarzkörperstrahlung, wenn sich das Volumen des Universums isentropisch um einen Faktor k ausdehnt ?
- c) Das intergalaktische Medium, das hauptsächlich aus molekularem Wasserstoff (H_2) besteht, befindet sich im thermischen Gleichgewicht mit der kosmologischen Hintergrundstrahlung und übt einen Druck von etwa 10^{-23} Pa aus. Schätzen Sie die Dichte des intergalaktischen Gases in Atome pro m^3 ab.
- d) Was ist das Verhältnis der Energiedichte des Gases (einschliesslich Ruhemasse !) zur Photon-Energiedichte ? Was ist das Verhältnis der Anzahlen von Photonen und H_2 -Molekülen, wenn die mittlere Energie der Photonen $2.7k_B T$ beträgt ?