ÜBUNGSBLATT 3 ZU THERMODYNAMIK UND STATISTISCHE MECHANIK

Abgabetermin: 9.11.2015 vor den Übungen

Prof. Günter Sigl
II. Institut für Theoretische Physik der Universität Hamburg
Luruper Chaussee 149
D-22761 Hamburg
Germany
email: guenter.sigl@desy.de
tel: 040-8998-2224

1. (3 Punkte) Betrachten Sie den in der Vorlesung besprochenen irreversiblen Ausgleichsprozess zwischen zwei Systemen bei anfänglicher Temperatur T_A bzw. T_B und zeigen Sie explizit daß die Entropieänderung

$$\Delta S_{\rm tot} = C_A \ln \frac{C_A T_A + C_B T_B}{T_A(C_A + C_B)} + C_B \ln \frac{C_A T_A + C_B T_B}{T_B(C_A + C_B)}$$

genau dann größer Null ist wenn $T_A \neq T_B$. Hinweis: Betrachten Sie $\Delta S_{\rm tot}$ als Funktion $x \equiv T_B/T_A$.

2. (6 Punkte) Energie und Entropie des van-der-Waals-Gases: Die Zustandsgleichung des van-der-Waals-Gases ist gegeben durch

$$\left[p + a\left(\frac{N}{V}\right)^2\right](V - bN) = N k_{\rm B} T\,,$$

wobei a und b empirische Konstanten sind.

a) Berechnen Sie die innere Energie $U(T, V)$ des van-der-Waals-Gases unter der Annahme daß die isochore Wärmekapazität C_V eine Konstante ist, die weder von T noch von V abhängt und daß die Teilchenzahl N konstant ist.

b) Berechnen Sie sodann die Entropie des van-der-Waals-Gases als Funktion von T und V.

c) Berechnen hieraus nun noch die *fundamentale Relation* in der Form $U = U(S, V)$.

bitte wenden

3. (6 Punkte) Energie und Entropie des freien Photonen-Gases:

   a) Zeigen Sie daß Druck p und Energiedichte U/V eines freien Photonengases in der Relation

$$p = \frac{1}{3}\frac{U}{V}$$

   zueinander stehen. Gehen Sie dazu ähnlich wie in Aufgabe 3 von Übungsblatt 1 vor und verwenden Sie die Tatsache daß Energie und Impuls von masselosen Photonen gleich sind. Ferner weiss man empirisch aufgrund des Planck'schen Strahlungsgesetzes, daß der Druck und damit die Energiedichte nur von der Temperatur und nicht vom Volumen abhängen. Insbesondere ist der Druck also von der Photonenanzahl unabhängig.

   b) Zeigen Sie unter Verwendung dieser Eigenschaften daß die Energiedichte U/V proportional zu T^4 sein muss. Verwenden Sie dazu daß $dS = (dU + pdV)/T$ ein vollständiges Differential ist.

   c) Das Planck'sche Gesetz legt die Proportionalitätskonstante fest; es ist $U/V = 4\sigma T^4/c_0$ wobei $\sigma_\mathrm{B} = \pi^2 k_\mathrm{B}^4/(60 c_0^2 \hbar^3)$ die *Stefan-Boltzmann Konstante* ist. Berechnen Sie daraus nun noch die Entropie $S(T, V)$ des Schwarzkörperstrahlers als Funktion von Temperatur und Volumen.

4. (5 Punkte) Betrachten Sie einen im $p - V$ Diagramm rechteckigen Kreisprozess dessen Eckpunkte durch die Drucke $p_2 > p_1$ und Volumina $V_2 > V_1$ gegeben sind und dessen Medium ein ideales Gas sei.

   a) Berechnen Sie den Wirkungsgrad η dieses Kreisprozesses als Funktion von p_1, p_2, V_1, V_2.

   b) Berechnen Sie die minimale und die maximale Temperatur T_k und T_h die während dieses Kreisprozesses erreicht werden und drücken Sie damit den maximalen Wirkungsgrad η_max, den ein zwischen diesen Temperaturen arbeitender Kreisprozess erreichen kann, als Funktion von p_1, p_2, V_1, V_2 aus.

   c) Zeigen Sie nun explizit daß der Wirkungsgrad des rechteckigen Kreisprozesses tatsächlich kleiner als dieser maximale Wirkungsgrad ist, $\eta < \eta_\mathrm{max}$. Hinweis: Verwenden Sie die Verhältnisse $\alpha = p_2/p_1 > 1$ und $\beta = V_2/V_1 > 1$.