ÜBUNGSBLATT 2 ZU
THERMODYNAMIK UND STATISTISCHE MECHANIK

Prof. Günter Sigl
II. Institut für Theoretische Physik der Universität Hamburg
Luruper Chaussee 149
D-22761 Hamburg
Germany
email: guenter.sigl@desy.de
tel: 040-8998-2224

Abgabetermin: 2.11.2015 vor den Übungen

1. (4 Punkte) Es wird beobachtet daß Druck und Volumen eines Gases bei adiabatischer Expansion in der Relation
$$p^3V^5 = \text{const} \quad \text{für } \Delta Q = 0$$
zueinander stehen. Berechnen Sie die dem System zugeführte Wärme sowie die vom System geleistete Arbeit wenn es entlang einer Geraden im $p - V$ Diagramm vom Zustand $V = 10^{-3}\,\text{m}^3$, $p = 10^5\,\text{Pa}$, zum Zustand $V = 8 \times 10^{-3}\,\text{m}^3$, $p = 10^5/32\,\text{Pa}$ überführt wird.

2. (5 Punkte) Die innere Energie eines Gases sei durch
$$U = 2.5\,pV + \text{const}$$
gegeben und die Zustände A,B und C seien durch $V = 0.01\,\text{m}^3$, $p = 0.2\,\text{MPa}$, $V = 0.03\,\text{m}^3$, $p = 0.2\,\text{MPa}$, bzw. $V = 0.01\,\text{m}^3$, $p = 0.5\,\text{MPa}$ charakterisiert.

   a) Berechnen Sie die dem System zugeführte Wärme sowie die vom System geleistete Arbeit für die Übergänge $A \to B$, $B \to C$ und $C \to A$ entlang geraden Linien im $p - V$ Diagramm.

   b) Berechnen Sie die dem System zugeführte Wärme sowie die vom System geleistete Arbeit für den Übergang von A nach B entlang der Parabel $p/\text{Pa} = 10^5 + 10^9(V/\text{m}^3 - 0.02)^2$.

   c) Berechnen Sie die Adiabaten dieses Systems, d.h. die Kurven $p = p(V)$ entlang derer $\delta Q = 0$.

bitte wenden

3. (2 Punkte) Finden Sie die Adiabaten für ein System mit der inneren Energie

$$U = c\,p^2\,V\,,$$

wobei c eine Konstante ist.

4. (7 Punkte) Entropiemaximierung und Energieminimierung:

Ein System sei durch einen variablen internen Parameter X charakterisiert, so daß innere Energie und Entropie als Funktionen $U = U(S, X)$ bzw. $S = S(U, X)$ geschrieben werden können. Zeigen Sie die Äquivalenz folgender beider Prinzipien:

a) Prinzip der Entropiemaximierung: Der Gleichgewichtswert eines variablen internen Parameters X maximiert die Entropie bei festgehaltener innerer Energie.

b) Prinzip der Energiemaximierung: Der Gleichgewichtswert eines variablen internen Parameters X minimiert die innere Energie bei festgehaltener Entropie.

Hinweise: Berechnen Sie die erste und die zweite Ableitung der Entropie S bzw. inneren Energie U nach X bei festgehaltener innerer Energie bzw. Entropie, also $(\partial S/\partial X)_U$ und $(\partial^2 S/\partial X^2)_U$ bzw. $(\partial U/\partial X)_S$ und $(\partial^2 U/\partial X^2)_S$. Verwenden Sie ferner die Kettenregel $(\partial/\partial X)_S = (\partial/\partial X)_U + (\partial U/\partial X)_S(\partial/\partial U)_X$.

5. (2 Punkte) Intensive und extensive Größen

a) Bei konstanter Stoffmenge $N = N_0$ hänge die innere Energie eines Systems wie

$$U(p, V) = c\,p\,V^2$$

von Druck p und Volumen V ab, wobei c eine Konstante sei. Leiten Sie die Abhängigkeit $U(p, V, N)$ der inneren Energie von p, V und N für beliebige Stoffmenge N ab. Hinweis: Verwenden Sie die Tatsache daß extensive Größen proportional zur Stoffmenge und intensive Größen unabhängig von der Stoffmenge sind.

b) Bei konstanter Stoffmenge $N = N_0$ hänge die innere Energie eines Systems wie

$$U(T, V) = c\,V^{-2/3}\,T$$

von Temperatur T und Volumen V ab, wobei c eine Konstante sei. Leiten Sie die Abhängigkeit $U(T, V, N)$ der inneren Energie von T, V und N für beliebige Stoffmenge N ab.