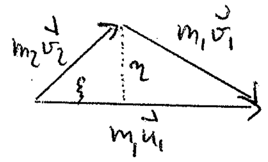
Stoßprobleme

Eine Masse m_1 mit Geschwindigkeit $\vec{u}_1$ stoße auf eine Masse m_2 in Ruhe. Dann gilt:

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \qquad \text{Energieerhaltung} \qquad (1)$$

$$m_1 \vec{u}_1 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \qquad \text{Impulserhaltung}, \qquad (2)$$

wobei $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ die Endgeschwindigkeiten von m_1 und m_2 sind.
Wähle Koordinatensystem so daß Stoß in xy-Ebene stattfindet mit
$\vec{u}_1 = u_1 \vec{e}_x$, $\xi := p_{2x} = m_2 \vec{v}_2 \cdot \vec{e}_x$; $\eta := p_{2y} = m_2 \vec{v}_2 \cdot \vec{e}_y$



$$\Rightarrow \quad \xi^2 + \eta^2 = m_2^2 v_2^2 \quad (3) ; \qquad (m_1 u_1 - \xi)^2 + \eta^2 = m_1^2 v_1^2 \quad (4)$$

Nun ist
$$m_1^2 v_1^2 \underset{(1)}{=} m_1^2 \left(u_1^2 - \frac{m_2}{m_1} v_2^2 \right) \underset{(3)}{=} m_1^2 u_1^2 - \frac{m_1}{m_2} (\xi^2 + \eta^2)$$

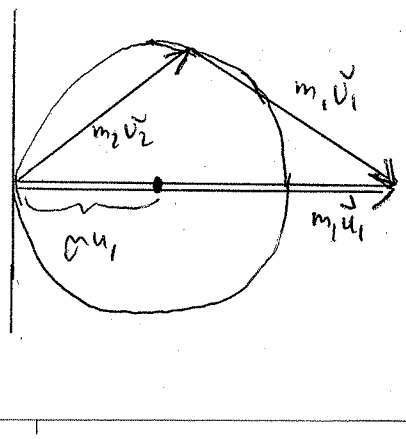
Einsetzen in (4) liefert

$$(\xi^2 + \eta^2)\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) - 2 m_1 u_1 \xi = 0$$

Multiplikation mit $\frac{m_2}{m_1 + m_2}$ gibt $\xi^2 + \eta^2 - 2\mu u_1 \xi = 0$ oder

$$(\xi - \mu u_1)^2 + \eta^2 = (\mu u_1)^2$$

wobei $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ die reduzierte Masse ist



alle Lösungen liegen auf einem Kreis mit Radius μu_1 um den Punkt $(x, y) = (\mu u_1, 0)$

1. zentraler Stoß: Alle Impulse liegen auf der x-Achse; sodaß

$$m_1 u_1 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Anwendung voriger Figur ergibt (abgesehen von der trivialen Lösung $v_1 = u_1, v_2 = 0$)

$$m_2 v_2 = 2\mu u_1 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2} u_1$$

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 - m_2 v_2 = (m_1 - 2\mu) u_1 = \frac{m_1^2 + m_1 m_2 - 2m_1 m_2}{m_1+m_2} u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1+m_2} m_1 u_1$$

In der Tat sind Energie- und Impulserhaltung erfüllt:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{m_1}{2(m_1+m_2)^2}\left((m_1-m_2)^2 + 4m_1 m_2\right) u_1^2 = \frac{m_1}{2} u_1^2$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = \frac{1}{m_1+m_2}\left(m_1^2 - m_1 m_2 + 2m_1 m_2\right) u_1 = m_1 u_1$$

2. $m_1 = m_2 = m$ (gleiche Massen)

$$\Rightarrow \mu = \frac{m}{2} \qquad \mu u_1 = \frac{m}{2} u_1 = \frac{m_1 u_1}{2} \quad \Rightarrow \quad \tilde{v}_1 \perp \tilde{v}_2$$

für einen zentralen Stoß gilt damit $v_2 = u_1, \; v_1 = 0$

→ stoßender Körper kommt zur Ruhe → z.B. Billardkugeln

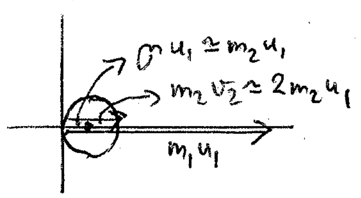
3. $m_1 \gg m_2$

$$\Rightarrow \mu \simeq m_2 \qquad \mu u_1 \simeq m_2 u_1 \ll m_1 u_1$$

für einen zentralen Stoß hat man $m_2 v_2 \simeq 2 m_2 u_1 \Rightarrow v_2 \simeq 2u_1$

$m_1 v_1 \simeq m_1 u_1 - m_2 2u_1 \quad \Rightarrow \quad v_1 \simeq u_1$

Der Energie-übertrag ist $\dfrac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 u_1^2} \simeq 4 \dfrac{m_2}{m_1} \ll 1$



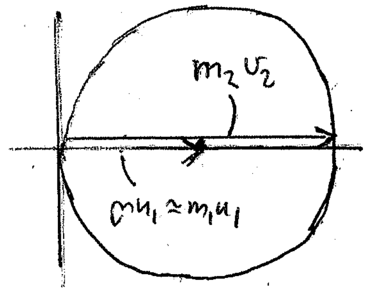
4. $m_1 \ll m_2$

$$\Rightarrow \mu \simeq m_1 \qquad \mu u_1 \simeq m_1 u_1$$

für einen zentralen Stoß ist $m_2 v_2 \simeq 2 m_1 u_1 \Rightarrow v_2 \simeq 2 \frac{m_1}{m_2} u_1$

$m_1 v_1 \simeq m_1 u_1 - 2m_1 u_1 \Rightarrow v_1 \simeq -u_1 \Rightarrow$ Reflexion mit Impulsübertrag

$\Delta p \simeq -2m_1 u_1$ → wichtig in der kinetischen Gastheorie



$$\text{Energieübertrag} = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 u_1^2} \simeq 4 \frac{m_1}{m_2} \ll 1$$

Zentraler inelastischer Stoß zweier gleicher Massen

$$\frac{m}{2} u_1^2 = \frac{m}{2} v_1^2 + \frac{m}{2} v_2^2 + \overset{\rightarrow \text{Wärme}}{Q} \quad (1) \quad ; \quad u_1 = v_1 + v_2$$

Einsetzen von $v_1 = u_1 - v_2$ in ~~die~~ (1) ergibt

$$v_2^2 - v_2 u_1 + \frac{Q}{m} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{u_1}{2} + \sqrt{\frac{u_1^2}{4} - \frac{Q}{m}}$$

$$\Rightarrow \quad v_1 = \frac{u_1}{2} - \sqrt{\frac{u_1^2}{4} - \frac{Q}{m}}$$

Aus der Wurzel folgt auch

$Q \leq \frac{m}{4} u_1^2$ und im Maximalfall gilt $v_1 = v_2 = \frac{u_1}{2}$

Zentralkraft-Felder

Zentral-symmetrisches System $\quad V(\vec{r}) = V(r)$

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(r) = -\frac{dV}{dr}\vec{e}_r$$

Erhaltungsgrößen:

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{m}{2}\dot{\vec{r}}^2 + V(\vec{r}) \qquad \text{Energie}$$

$$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} = m\vec{r}\times\dot{\vec{r}} \qquad \text{Drehimpuls}$$

[$\dot{\vec{L}} = m\vec{r}\times\ddot{\vec{r}} = \vec{r}\times\vec{F} = -\frac{dV}{dr}\vec{r}\times\vec{e}_r = 0$ Wiederholung]

In ebenen Polarkoordinaten ist $\dot{\vec{r}} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{m}{2}\left(\dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi\right)^2 + V(r) = \frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\right) + V(r)$$

$$\vec{L} = m\vec{r}\times\left(\dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi\right) = mr^2\dot{\varphi}\,\vec{e}_z$$

senkrecht zur Bahnebene

Mit $L^2 = (mr^2\dot{\varphi})^2 = \text{const.}$ kann man die Energie schreiben als

$$E = \frac{m}{2}\dot{r}^2 + V_{eff}(r) \qquad V_{eff}(r) = V(r) + \underbrace{\frac{L^2}{2mr^2}}_{\text{Drehimpulsbarriere}}$$

→ effektiv eindimensionales Problem

$$\Rightarrow \quad \dot{r} = \frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(E - V_{eff}(r)\right)}$$

$$\Rightarrow \quad t(r) - t(r_0) = \int_{t(r_0)}^{t(r)} dt' = \int_{r_0}^{r}\frac{dr'}{\dot{r}(r')} = \int_{r_0}^{r}\frac{dr'}{\sqrt{\frac{2}{m}\left(E - V_{eff}(r')\right)}}$$

Ähnlich kann man den Azimuthwinkel φ als Funktion von r ausdrücken:

$$\varphi(r) - \varphi(r_0) = \int_{\varphi(r_0)}^{\varphi(r)} d\varphi' = \int_{r_0}^{r}\frac{d\varphi}{dt}\frac{dt}{dr}dr' = \int_{r_0}^{r}\dot{\varphi}\frac{1}{\dot{r}(r')}dr'$$

$$= \frac{L}{\sqrt{2m}}\int_{r_0}^{r}\frac{dr'}{r'^2\sqrt{E - V_{eff}(r')}}$$

$L = mr^2\dot{\varphi} = \text{const.}$

Im allgemeinen $\lim_{r\to\infty} V(r) = 0$, also auch $V_{eff}(r) \to 0$ für $r \to \infty$

$\Rightarrow$ Für ungebundene Bahnen ist $E \geq 0$

Für gebundene Bahnen: $r_{min} \leq r \leq r_{max}$ und die Umlaufzeit ist

$$T = 2 \int_{r_{min}}^{r_{max}} \frac{dr'}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - V_{eff}(r'))}}$$

Nur wenn der ~~dabei~~ durchlaufene Azimuthwinkel

$$\Delta\varphi = \frac{2L}{\sqrt{2m}} \int_{r_{min}}^{r_{max}} \frac{dr'}{r'^2\sqrt{E - V_{eff}(r')}}$$

ein Vielfaches von 2π ist, $\Delta\varphi = 2\pi n$, $n \in \mathbb{N}$, ist die Bahn geschlossen

$\Rightarrow$ nur für $1/r$ Potential

Typische Potentiale:

$$V(r) = \alpha \Big[\underbrace{\left(\frac{r_0}{r}\right)^{12}}_{\text{Abstoßender Kern}} - \underbrace{2\left(\frac{r_0}{r}\right)^{6}}_{\text{Anziehung}} \Big]$$

Lennard-Jones Potential für Wechselwirkung zwischen Atomen

$$V(r) = -\frac{G_N M m}{r}$$

Gravitationspotential zwischen zwei Massen M und m

$$V(r) = \frac{e_1 e_2}{4\pi r}$$

Elektrostatische Wechselwirkung zwischen zwei Ladungen e_1 und e_2

Keplerproblem

Zwei Massen M, m (i.a. $M \gg m$)

Wähle Inertialsystem in welchem der Schwerpunkt ruht:

$$\vec{R} = \frac{M\vec{r}_1 + m\vec{r}_2}{M+m} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{r}_1 = -\frac{m\vec{r}_2}{M}$$

$$\vec{r} := \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \frac{M+m}{M}\vec{r}_2 \quad \Rightarrow \quad \vec{r}_2 = \frac{M}{M+m}\vec{r} \qquad \vec{r}_1 = \frac{m}{M+m}\vec{r}$$

$$V(r) = -\frac{G_N M m}{r} = -\frac{G_N (M+m)\mu}{r} \qquad \mu = \frac{Mm}{M+m} \text{ reduzierte Masse}$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{\mu}{2}\dot{r}^2 + V_{eff}(r) = \text{const.} \qquad V_{eff}(r) = -\frac{GMm}{r} + \frac{L^2}{2\mu r^2}$$

$$\vec{L} = \mu\, \vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \text{const.}$$

Ferner ist für dieses spezielle Potential der Lenz-Runge-Vektor

$$\vec A = \dot{\vec r}\times\vec L - \frac{G_N M m}{r}\vec r$$

erhalten:

$$\dot{\vec A} = \ddot{\vec r}\times\vec L + \frac{G_N M m}{r^2}\dot r\,\vec r - \frac{G_N M m}{r}\dot{\vec r}$$

$$= \frac{G_N M m}{r}\left(-\frac{\vec r}{m r^2}\times(m\,\vec r\times\dot{\vec r}) + \frac{\dot r}{r}\vec r - \dot{\vec r}\right)$$

$$m\ddot{\vec r} = \vec F(\vec r) = -\vec\nabla V(r) = -\frac{G_N M m}{r^3}\vec r$$

$$= \frac{G_N M m}{r}\left(\dot{\vec r} - \frac{\dot r}{r}\vec r + \frac{\dot r}{r}\vec r - \dot{\vec r}\right) = 0$$

$$\vec r\times(\vec r\times\dot{\vec r}) = \vec r\,(\vec r\cdot\dot{\vec r}) - \dot{\vec r}\,(\vec r\cdot\vec r) = \vec r\, r\dot r - r^2\dot{\vec r}$$

bac-cab-Regel $\qquad \frac{d}{dt}(r^2) = 2r\dot r = \frac{d}{dt}(\vec r\cdot\vec r) = 2\vec r\cdot\dot{\vec r}$

Betrag:

$$A^2 = \vec A\cdot\vec A = \left(\dot{\vec r}\times\vec L - \frac{G_N M m}{r}\vec r\right)^2 = \dot{\vec r}^2\vec L^2 - \frac{2G_N M m}{r}(\dot{\vec r}\times\vec L)\cdot\vec r + (G_N M m)^2$$

$|\dot{\vec r}\times\vec L| = \dot{\vec r}^2\vec L^2$ weil $\dot{\vec r}\cdot\vec L = 0$

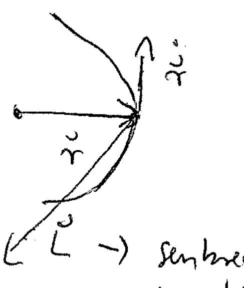
$$= L^2\left(\dot{\vec r}^2 - \frac{2G_N M m}{m r}\right) + (G_N M m)^2 = \frac{2L^2}{m}E + (G_N M m)^2$$

$$(\dot{\vec r}\times\vec L)\cdot\vec r = (\vec r\times\dot{\vec r})\cdot\vec L = \frac{\vec L^2}{m}$$

Definiere numerische Exzentrizität

$$\varepsilon := \sqrt{1 + \frac{2L^2E}{m(G_N M m)^2}} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow A = \cancel{G_N M m} \; G_N M m\,\varepsilon$$



wähle Punkt ~~wo~~ $\dot{\vec r}\cdot\vec r = 0$, also $r = r_{min,max}$

$\Rightarrow \vec A$ in $\vec r$-Richtung

$\vec L \to$ senkrecht zur Ebene der Keplerbahn

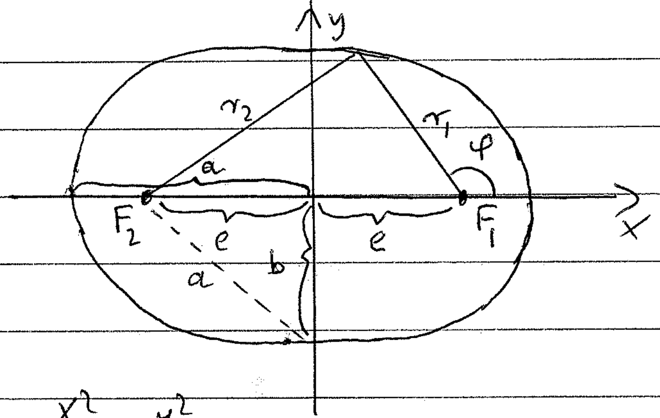
$$\vec A\cdot\vec r = A r\cos\varphi = G_N M m\,\varepsilon\, r\cos\varphi$$

$$\vec A\cdot\vec r = (\dot{\vec r}\times\vec L)\cdot\vec r - \frac{G_N M m}{r}\,\vec r\cdot\vec r = \frac{L^2}{\mu} - G_N M m r$$

$$\Rightarrow \quad r(\varphi) = \frac{k}{1+\varepsilon\cos\varphi} \qquad k = \frac{L^2}{G_N M m \mu} \qquad (2)$$

$\rightarrow$ Kegelschnitte
$$\begin{cases} E<0 \Leftrightarrow \varepsilon<1 \rightarrow \text{Ellipse} \\ E=0 \Leftrightarrow \varepsilon=1 \rightarrow \text{Parabel} \\ E>0 \Leftrightarrow \varepsilon>1 \rightarrow \text{Hyperbel} \end{cases}$$

1.) <u>Ellipse</u>



$a^2 = e^2 + b^2$

$\varepsilon := \frac{e}{a} < 1$

F_1, F_2 = Brennpunkte

1. Definition: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ Man kann zeigen daß dies äquivalent ist zu

2. Definition: $r_1 + r_2 = \text{const.} = 2a = (a+e) + (a-e)$

$$\Rightarrow \quad r_1^2 = (x-e)^2 + y^2 \qquad r_2^2 = (x+e)^2 + y^2$$

$$\Rightarrow \quad r_1 - r_2 = \frac{r_1^2 - r_2^2}{r_1 + r_2} = \frac{1}{2a}\left[(x-e)^2 + y^2 - (x+e)^2 - y^2\right] = -2\frac{e}{a}x = -2\varepsilon x$$

$$\Rightarrow \quad r_1 = \frac{1}{2}(r_1+r_2) + \frac{1}{2}(r_1-r_2) = a - \varepsilon x = a - \varepsilon(e + r_1\cos\varphi)$$

$$= a - \varepsilon e - \varepsilon r_1\cos\varphi = \frac{a^2-e^2}{a} - \varepsilon r_1\cos\varphi = \frac{b^2}{a} - \varepsilon r_1\cos\varphi$$

$$\Rightarrow \quad r_1 = \frac{b^2/a}{1+\varepsilon\cos\varphi} = \frac{k}{1+\varepsilon\cos\varphi} \qquad \text{mit } k = \frac{b^2}{a}$$

Spezialfall $e = \varepsilon = 0 \rightarrow$ Kreis

Drücke Halbachsen a und b durch E und L aus:

$$a = \frac{1}{2}\left(r(\varphi=0) + r(\varphi=\pi)\right) = \frac{k}{2}\left(\frac{1}{1+\varepsilon} + \frac{1}{1-\varepsilon}\right) = \frac{k}{1-\varepsilon^2} \underset{\downarrow}{=}$$

setze (1) und (2) ein

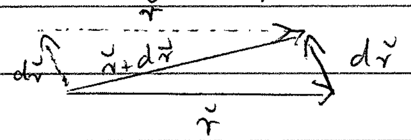
$$= \frac{L^2}{G_N M m \mu\left(-\frac{2L^2E}{(G_N M m)^2\mu}\right)} = -\frac{G_N M m}{2E} > 0 \qquad (3)$$

$$b = \cancel{\sqrt{a^2-e^2}} = \cancel{a\sqrt{1-\varepsilon^2}} = \sqrt{\frac{b^2}{a} \cdot a} = \sqrt{ka} \underset{(2)}{=}$$

$$= \frac{L}{\sqrt{-2\mu E}} \qquad (4)$$

Es gilt der <u>Flächensatz</u>: Der Radiusvektor überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen (Zweites Kepler'sches Gesetz):

$$d\vec{F} = \frac{1}{2}\, \vec{r} \times d\vec{r}$$



$$\Rightarrow \frac{d\vec{F}}{dt} = \frac{1}{2}\, \vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \frac{\vec{L}}{2\mu} = \text{const.}$$

$$F = \pi a b = \pi a \frac{L}{\sqrt{-2\mu E}}$$

andererseits $F = \int_0^T \frac{dF}{dt}\, dt = \frac{1}{2\mu} \int_0^T L\, dt = \frac{LT}{2\mu}$

$$\Rightarrow T = \pi a \sqrt{\frac{2\mu}{-E}} \underset{\substack{\downarrow \\ (3):\ \text{eliminiere } E}}{=} 2\pi a \sqrt{\frac{\mu a}{G_N M m}}$$

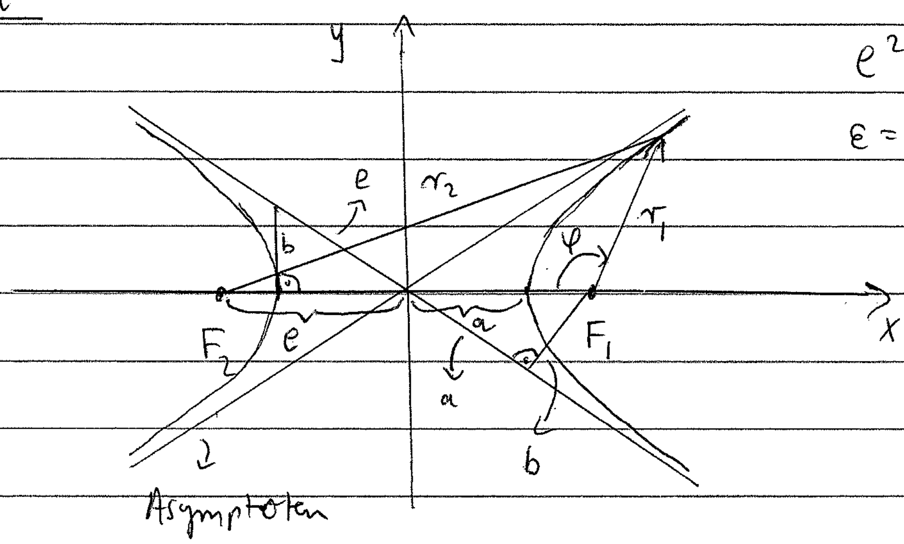
$$\Rightarrow \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2 \mu}{G_N M m} = \text{const.} = \frac{4\pi^2}{G_N (M+m)} \simeq \frac{4\pi^2}{G_N M}$$

→ drittes Kepler'sches Gesetz

<u>2. Hyperbel</u>

$$e^2 = a^2 + b^2$$

$$\varepsilon = \frac{e}{a} > 1$$



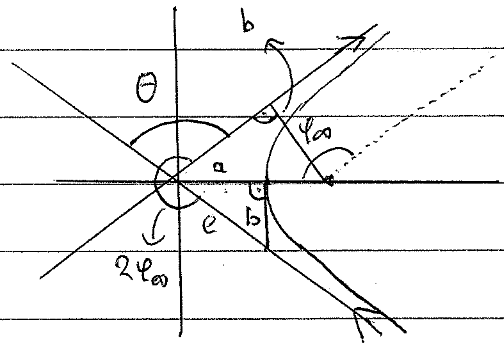
ohne detaillierte Beweise:

1. Definition: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

2. Definition: $|r_2 - r_1| = 2a$

$\Rightarrow \quad r_1 = \frac{h}{1+\varepsilon\cos\varphi} \qquad h = \frac{b^2}{a}$

$a = \frac{G_N M m}{2E} > 0 \qquad b = \frac{L}{\sqrt{2mE}}$



Streuung:

$\cos\varphi_\infty = -\frac{1}{\varepsilon}$

$\Theta = 2\varphi_\infty - \pi$ → Streuwinkel

$0 \le \Theta \le \pi$

$\Rightarrow \quad \sin\frac{\Theta}{2} = \sin\left(\varphi_\infty - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\varphi_\infty = \frac{1}{\varepsilon}$

$\Rightarrow \quad \tan\frac{\Theta}{2} = \frac{\sin\Theta/2}{\sqrt{1-\sin^2\Theta/2}} = \left(\sin^{-2}\frac{\Theta}{2} - 1\right)^{-1/2} = \left(\varepsilon^2 - 1\right)^{-1/2} =$

$= \left(\frac{e^2}{a^2} - 1\right)^{-1/2} = \left(\frac{b^2}{a^2}\right)^{-1/2} = \frac{a}{b} = \frac{G_N M m}{2bE}$

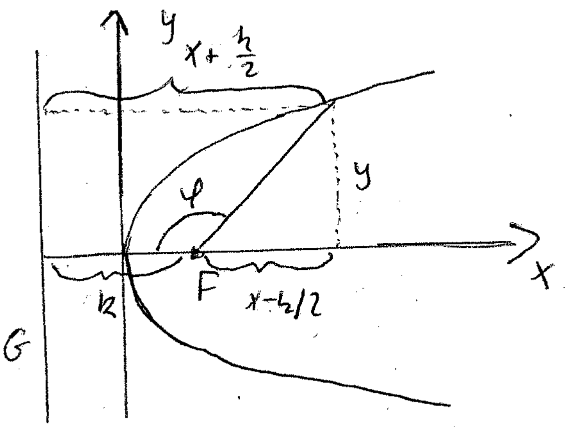
$\Rightarrow \quad \Theta(b) = 2\arctan\frac{G_N M m}{2bE}$

b ist minimale Abstand ~~der~~ Asymptoten vom Kraftzentrum
(= "Stoßparameter")

3. Parabel → siehe frühere Übungsaufgabe

Anmerkung: Keplerbahnen sind geschlossen; wenn das Potential nicht $\propto \frac{1}{r}$, wie z.B. in allgemeiner Relativitätstheorie, dann sind Bahnen nicht geschlossen
z.B. Periheldrehung des Merkur

3. Parabel:



Menge aller Punkte, die vom Brennpunkt F und einer Geraden G den gleichen Abstand haben

$$x + \frac{h}{2} = \sqrt{y^2 + (x-\frac{h}{2})^2} \Leftrightarrow (x+\frac{h}{2})^2 = y^2 + (x-\frac{h}{2})^2$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 2hx$$

In Polarkoordinaten: $r(\varphi) = x + \frac{h}{2} = \frac{h}{2} - r\cos\varphi + \frac{h}{2} = h - r\cos\varphi$

$$\Rightarrow r(\varphi) = \frac{h}{1+\cos\varphi}$$

Zusammenfassung:

1. Keplersche Gesetz: Gebundene Planetenbewegungen (Zweikörperproblem) sind Ellipsen

2. Keplersches Gesetz: Der Fahrstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen

3. Keplersches Gesetz: $\frac{T^2}{a^3} = \text{const.} = \frac{4\pi^2}{G_N(M+m)}$

Wirkungsquerschnitt und Streuung

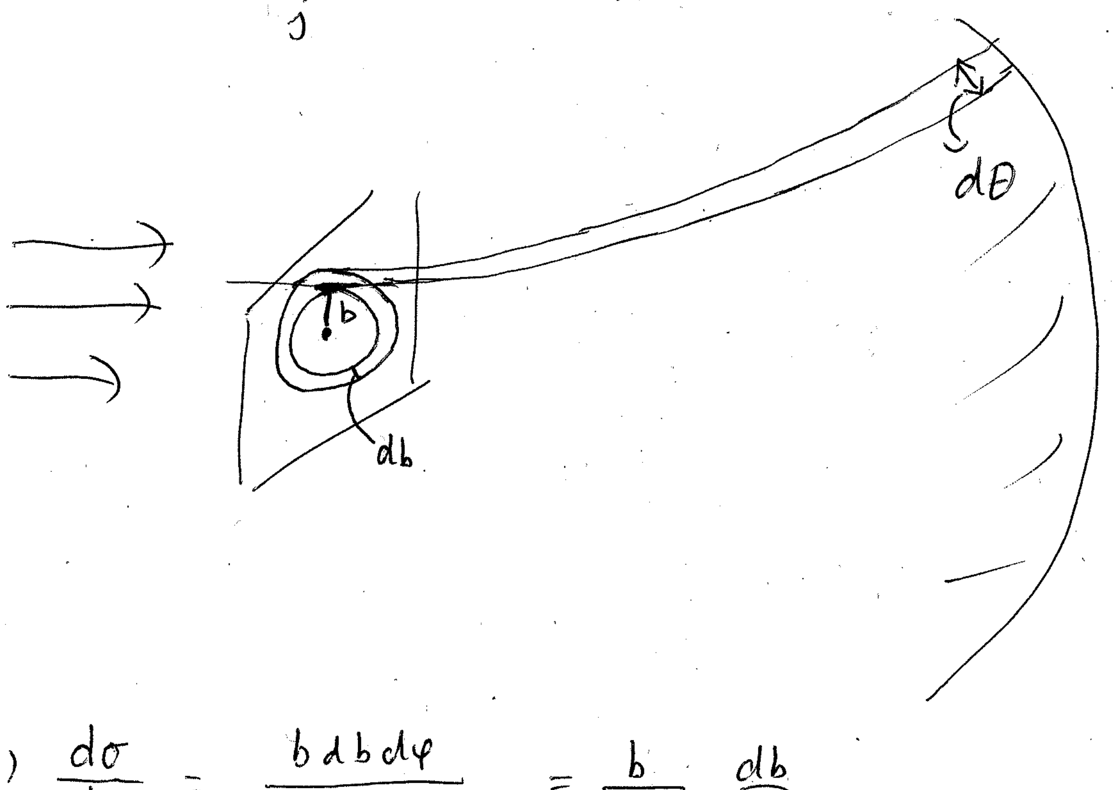
Stromdichte j = # einfallende Teilchen pro Zeit und Fläche

Raumwinkelelement $d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$

Wirkungsquerschnitt $d\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega =$

$$= \frac{\#\text{ Teilchen gestreut in } d\Omega \text{ pro Zeit}}{j} =$$

$$= \frac{j\, b\, db\, d\varphi}{j} = b\, db\, d\varphi$$ "impact parameter" b



$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b\, db\, d\varphi}{\sin\theta\, d\theta\, d\varphi} = \frac{b}{\sin\theta} \frac{db}{d\theta}$$

Streuwinkel θ wird mit wachsendem Impact b kleiner

$\frac{db}{d\theta} < 0 \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta} \left|\frac{db}{d\theta}\right|$

hier: $b = \frac{G_N M m}{2E} \cot\frac{\theta}{2} \Rightarrow \frac{db}{d\theta} = -\frac{G_N M m}{4E} \frac{1}{\sin^2\frac{\theta}{2}}$

$$\cancel{\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(G_N M m)^2}{16 E^2}}$$

mit $\cot\frac{\theta}{2} = \frac{\cos\theta/2}{\sin\theta/2}$ und $\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(G_N M m)^2}{16 E^2} \frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

Rutherford'sches Streugesetz
(im Schwerpunktssystem)
$\hat{=}$ Coulomb Streuung
Rutherford'sches Atommodell

θ fest $\quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{1}{E^2}$

E fest $\quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{1}{\theta^4}$ für $\theta \ll 1$