

Erhaltung von Impuls und Drehimpuls

$$\text{Impuls eines Teilchens} := \vec{p} = m \vec{v} = m \dot{\vec{r}}$$

↓
Ruhemasse in Newton'scher Physik
ansatz $m \rightarrow m_f$
"bewegte Masse"

$$\Rightarrow \dot{\vec{p}} = \vec{F}(\vec{r}, t)$$

$$\text{Drehimpuls} \quad \vec{L} := m \vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\Rightarrow \dot{\vec{L}} = m \underbrace{\dot{\vec{r}} \times \dot{\vec{r}}}_{=0} + m \vec{r} \times \ddot{\vec{r}} = \vec{r} \times \dot{\vec{p}} = \vec{r} \times \vec{F} = \text{"Drehmoment"}$$

$$N\text{-Teilchensystem: } r_{jk} := |\vec{r}_j - \vec{r}_k| = r_{kj}$$

Angenommen nur Zentralkräfte $\vec{F}_{jk}$ wirken von Teilchen k auf Teilchen j

$$\Rightarrow \vec{F}_{jk} = F_{jk}(r_{jk}) \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_k}{r_{jk}} \quad \text{also} \quad \dot{\vec{p}}_j = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \vec{F}_{jk}$$

insbesondere

$$\vec{F}_{jk} = -\vec{F}_{kj} \rightarrow 3. \text{ Newton'sches Axiom } \vec{0}$$

Definiere:

$$\vec{P} = \sum_j \vec{p}_j \quad \vec{L} = \sum_j \vec{L}_j = \sum_j \vec{r}_j \times \vec{p}_j$$

$$\Rightarrow \dot{\vec{P}} = \sum_j \dot{\vec{p}}_j = \sum_{j \neq k} \vec{F}_{jk} = 0$$

$$\Rightarrow \text{Schwerpunkt} \quad \vec{R} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^N m_j \vec{r}_j \quad \text{bewegt sich mit Geschwindigkeit}$$

$$\vec{V} = \dot{\vec{R}} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^N m_j \dot{\vec{r}}_j = \frac{1}{M} \sum \vec{p}_j = \frac{\vec{P}}{M} = \text{const.}$$

$$\begin{aligned} \dot{\vec{L}} &= \sum_j \dot{\vec{L}}_j = \sum_j \vec{r}_j \times \sum_{k, k \neq j} \vec{F}_{jk} = \sum_{j \neq k} \frac{F_{jk}(r_{jk})}{r_{jk}} \vec{r}_j \times (\vec{r}_j - \vec{r}_k) \\ &= - \sum_{j \neq k} \frac{F_{jk}(r_{jk})}{r_{jk}} \vec{r}_j \times \vec{r}_k = 0 \quad \text{weil} \quad \vec{r}_j \times \vec{r}_k = -\vec{r}_k \times \vec{r}_j \end{aligned}$$