B Formeln zum Elektromagnetismus

Konstanten	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}$	$= 1,2566 \cdot 10^{-6} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}$
	$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = \frac{10^7}{4\pi c^2} \frac{\mathrm{A}^2}{\mathrm{N}}$	$= 8,854187817 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2}$
	$c = 299\,792\,458 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$\approx 3 \cdot 10^8 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 30 \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{ns}}$
Elementarladung	$e = 1,602176565 \cdot 10^{-19}$ C	$e = q_p = -q_e$
Massen	Elektron: $m_e = 511$ KeV	Proton: $m_p = 938$ MeV

Strom u. Ladung	$I = \partial_t q$	
Strom- u. Ladungsdichte	$I = \iint \vec{j}\, d\vec{A}$	$q = \iiint \varrho\, d\vec{r}$
Ladungserhaltung	$\nabla \vec{j} = -\partial_t \varrho$	$\oiint \vec{j}\, d\vec{A} = -\partial_t q$
Maxwell-Gleichungen		
Gauß für $\vec{E}$	$\nabla \vec{E} = \frac{\varrho}{\epsilon_0}$	$\oiint \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$
Gauß für $\vec{B}$	$\nabla \vec{B} = 0$	$\oiint \vec{B}\, d\vec{A} = 0$
Faraday-Henry	$\nabla \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B}$	$\oint \vec{E}\, d\vec{s} = -\partial_t \iint \vec{B} d\vec{A}$
Ampere-Maxwell	$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{j} + \epsilon_0\, \partial_t \vec{E})$	$\oint \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 (I + \epsilon_0 \partial_t \iint \vec{E} d\vec{A})$
Lorentz-Kraft	$\vec{F} = q\, \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$	
Energiedichte	$w = \frac{1}{2} E\, D + \frac{1}{2} B\, H$	
Dielektrikum	$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$	
Magnetismus	$\vec{B} = \mu_0\, (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \mu_r \vec{H}$	

Potentiale	$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$	$\vec{E} = -\nabla \varphi - \partial_t \vec{A}$
Eichtransform.	$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla \lambda$	$\varphi' = -\varphi - \partial_t \lambda$
Superposition	$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$	$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i$
	$\varphi = \sum_i \varphi_i$	$\vec{A} = \sum_i \vec{A}_i$

Elektrostatik

Potentielle Energie	$W_p = -\int_1^2 \vec{F}\, d\vec{s}$	$\varphi = \frac{W_p}{q'}$
Potential φ	$\vec{E} = -\nabla\varphi$	$\varphi = -\int \vec{E}\, d\vec{s}$
Spannung U	$U = \varphi(\vec{r}_2) - \varphi(\vec{r}_1)$	
Punktquelle q	$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r$	$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$
Dipol-Feld $\pm q$	$\vec{p} = q\,\vec{d} \quad (-q \to +q)$	$\varphi \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p\,\cos\theta}{r^2}$
Dipol-Energie	$E_{pot} = -\vec{p}\,\vec{E}$	$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$
Plattenkondensator	$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$	$U = E\,d$
	$C = q/U$	$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$
	$W = \frac{1}{2} C U^2$	
Poisson-Gleichung	$\Delta\,\varphi = -\varrho\,/\,\epsilon_0$	

Elektrische Leitung

Stromdichte	$\vec{j} = \varrho\,\vec{v} = \varrho\,\mu\,\vec{E} = \sigma_{el}\,\vec{E}$	
Ohm'sches Gesetz	$R = U/I = \frac{1}{\sigma_{el}} \frac{L}{A}$	
Stromkreise	Masche: $U_{emk} = \sum_a U_a$	Knoten: $\sum_a I_a = 0$
Widerstände	Reihe: $R_{ges} = R_1 + R_2$	Parallel: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Magnetostatik

Biot-Savart	$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$	
B-Feld eines Leiters	$\vec{B} = \frac{\mu_0\,I}{2\pi\,R} \vec{e}_\varphi$	
Kreisbahn	$P_T = q\,B\,R$	
Spule	$B = \mu_0\,n\,I$	
Kraft auf Leiter	$\vec{F} = I \int d\vec{l} \times \vec{B}$	
Kraft zwischen Leitern	$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0\,I^2}{2\pi\,R}$	
magnetischer Dipol	$\vec{m} = I\,\vec{A}$	$\vec{B} = \frac{\mu_0\,\vec{m}}{2\pi\,r^3}$ auf der Achse
Dipol-Energie	$E_{pot} = -\vec{m}\,\vec{B}$	$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$
Hall Effekt	$U_H = v\,b\,B$	
Vektor-Potential	$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{\vec{j}}{r}\, dV$	

Induktion

induzierte Spannung	$U_{ind} = -\partial_t \iint \vec{B}\,\vec{A}$		
Selbstinduktion	$U_{ind} = -L\,\partial_t I$		
Spule	$L = \mu_o\,\mu_r\,n^2\,V$		

Schaltkreise

Einschaltvorgänge	$\tau\,\partial_t I + I = I_\infty$	$I(t) = I_\infty\,(1 - e^{-t/\tau})$	
Zeitkonstanten	$\tau = R\,C$	$\tau = L\,/\,R$	
Wechselspannung	$U = U_0 e^{i\omega t}$	$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}$	
Leistung	$P = U\,I$	$\bar{P} = \frac{\int_0^T U \cdot I\,dt}{T} = \frac{U_0 I_0}{2}\,\cos(\varphi_U - \varphi_I)$	
komplexe Widerstände	$U = Z\,I$		
	$Z_R = R$	$Z_L = i\omega L$	$Z_C = 1/(i\omega C)$
Reihenschwingkreis	$\partial_t U = R\partial_t I + \frac{1}{C} I + L\partial_t^2 I$		
	$Z = R + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L$	$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$	$R_{LC} = \sqrt{L/C}$
Parallelschwingkreis	$Z = R + Z_{LC}$	$\frac{1}{Z_{LC}} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L}$	

Wellen

Wellengleichung	$\partial_t^2\,\vec{f} - c^2\,\nabla^2\,\vec{f} = 0$	$\vec{f}(\vec{r},t) = \vec{f}_0 \cdot g(\omega\,t - \vec{k}\vec{r})$	für $c = \frac{\omega}{k}$
harmonische Wellen	$\vec{f} = \vec{f}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$	$\vec{f} = \vec{f}_0 \cdot \frac{1}{r}\,e^{i(\omega t - kr)}$	
	$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	
Intensität	$I \sim f^2$		
Superposition	$\vec{f}_{ges} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2$	$\vec{I}_{ges} \neq \vec{I}_1 + \vec{I}_2$	

EM-Wellen

Wellengleichung	$\partial_t^2 \vec{E} - c^2 \nabla^2 \vec{E} = 0$	$\partial_t^2 \vec{B} - c^2 \nabla^2 \vec{B} = 0$
Lichtgeschwindigkeit	$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$	$c' = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}}$
Polarisierung (freie W.)	$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B}$	$\vec{k} \vec{E} = 0 \qquad \vec{k} \vec{B} = 0$
Amplitude	$E_0 = c B_0$	
Poyntingvektor	$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$	$I = \lvert \vec{S} \rvert = c \cdot \epsilon_o \cdot E^2$
Zeitliches Mittel	$\langle I \rangle = \frac{1}{2} c \cdot \epsilon_o \cdot E^2$	
Energie-, Impulsdichte	$w = \frac{S}{c} = \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{\mu_0} B^2$	$P/V = \frac{S}{c^2}$
Hertz'scher Dipol	$\vec{P}_R = \vec{P}(t - \frac{r}{c})$	$\vec{A}(\vec{r}_1, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}_2, t - \frac{r_{12}}{c})}{r_{12}} dV_2$
Dipol-Fernfeld	$\vec{E}(\vec{r}_1, t) = \frac{(\ddot{\vec{P}}_R \times \vec{r}) \times \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 c^2 \; r^3}$	$\vec{B}(\vec{r}_1, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\ddot{\vec{P}}_R \times \vec{r}}{r^2 c}$
Leistung Dipol	$\langle I \rangle \sim \sin^2 \theta$	$\langle P_{em} \rangle = \frac{1}{12\pi\epsilon_0 c^3} \omega^4 P_0^2$
Beschleunigte Ladung	$P_{em}(t) = \frac{2}{3} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{a}{c^3}$	

Optik

Stehende Welle	$I \sim E_0^2 \cdot \sin^2(\omega t) \cdot sin^2(kx)$	
Brechung	$\omega_1 = \omega_2$	$k_1 \cdot c_1 = k_2 \cdot c_2$
	$n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2$	$n(\omega) = \frac{c}{c'} \approx \sqrt{\epsilon_r}$
	$n(\omega) = 1 + \frac{q^2 N}{2\epsilon_0 m} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega/\tau}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega/\tau)^2}$	
Totalreflexion	$\frac{n_2}{n_1} \sin \alpha_2 > 1$	
Brewster-Winkel	$\tan \alpha_1 = \frac{n_2}{n_1}$	
Geschwindigkeiten	$c = c_{Ph} = \frac{\omega}{k}$	$c_g = \frac{\partial w}{\partial k} = \frac{c}{n + \omega \frac{\partial n}{\partial \omega}}$
Kohärenz	$\Delta t < \tau$	
konstruktive Interferenz	$\Delta = n_2 x_2 - n_1 x_2 = m \cdot \lambda$	
Interferenz ebene Platten	$c \cdot \Delta t = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}$	
Doppelspalt (eng)	$\langle I \rangle \sim \cos^2 \frac{\phi}{2}$	$\phi = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta$
Einzelspalt	$\langle I \rangle \sim \left(\frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \right)^2$	$\beta = 2\pi \frac{a}{\lambda} \sin \theta$
Gitter	$\langle I \rangle \sim \left(\frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)} \right)^2 \left(\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2$	
Kreisblende	$\Theta_{min} = 1,22 \frac{\lambda}{D}$	
Dopplereffekt (long.)	$(c - v_e) T_E = (c - v_s) T_S$	
Dopplereffekt relativistisch	$T_S = \gamma T'_S$	