Übungen zur Physik II - SS 2013
8. Übungsblatt
Abzugeben am Di 18.06.2013 in der Vorlesung

Alle Informationen und Übungsblätter finden Sie unter
http://www.desy.de/~schleper/lehre/physik2/SS_2013/.

34. Aufgabe: Koaxialkabel(1) (7 Punkte)

Ein koaxiales Kabel mit einem inneren Drahtradius R_1 und einem äußeren Metallmantel mit Radius R_2 ist mit einem Dielektrikum mit Dielektritititätskonstante ϵ gefüllt.

a.) Berechnen Sie mit Hilfe des Gauss'schen Intregralsatzes über einen Zylinder der Länge l und dem Radius r ($R_1 < r < R_2$) die radiale Feldstärke E(r) und daraus die Kapazität pro Länge $C' = C/l$.

Wir setzen das Ergebnis $L' = \frac{\mu_0}{2\pi} ln \frac{R_2}{R_1}$ für die Induktivität pro Längeneinheit vorraus.

b.) Berechnen Sie den Wellenwiderstand $Z_0 = \sqrt{L'/C'}$.

c.) Berechnen Sie die Ausbreitungsgeschwindigkeit $c_k = 1/\sqrt{L'C'}$.

d.) Wie groß muss R_2 sein, damit $Z_0 = 50\Omega$ wird ($R_1 = 1$mm)?

35. Aufgabe: Ein Elektronenmodell der Dispersion (7 Punkte)

Die Polarisation

$$\vec{P} = (\epsilon_r - 1) \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E} \tag{1}$$

ist nach Definition das elektrische Dipolmoment pro Volumeneinheit:

$$\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dV}. \tag{2}$$

Die Modellsubstanz, ein Isolator, habe N gleichartige Atome pro Volumeneinheit. An ihnen werden unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes E_x Dipolmomente durch Ladungsverschiebung induziert:

$$\vec{p} = e \cdot \vec{x} \tag{3}$$

(Es wurde lediglich die Verschiebung x eines Elektrons pro Atom gegen den Rumpf betrachtet). Da die Kraft $\vec{F} = e \cdot \vec{E}$ ist, besagt (1-3), dass das Elektron durch eine rücktreibende Kraft gebunden ist, die der Auslenkung proportional ist. Es sei w_0 die entsprechende Eigenfrequenz.

a.) Betrachten Sie die Bewegung eines Elektrons unter dem Einfluss des elektrischen Feldes $E_x(t) = E_{x0} \cdot sin(wt)$ der harmonischen ebenen Welle am Ort des Elektrons (Reibung vernachlässigt).

b.) Bestimmen Sie $\vec{p}$ nach (3) und daraus ϵ_r.

c.) Erläutern Sie den resultierenden Brechungsindex $n = \sqrt{\epsilon_r}$ anhand einer graphischen Darstellung $n(w)$.

36. Aufgabe: Koaxialkabel(2) (6 Punkte)

Eine Rechteckwelle der Spannung $U_0 = 1\text{V}$ wird an einen mit $R = 100\Omega$ abgeschlossenen Ende eines Koaxialkabels reflektiert. Der Wellenwiderstand des Kabels beträgt $Z = 50\Omega$.

a.) Berechnen Sie die Spannung U_R des reflektierten Signals.

b.) Berechnen Sie den Bruchteil ϵ der im Abschlußwiderstand R in Joulsche Wärme umgewandelten Energie, bezogen auf die Energie der einlaufenden Welle.

37. Aufgabe (10 Punkte)

Die Wellengleichungen für das Vektropotential $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ und für das Skalarpotential $\phi(\mathbf{r}, t)$ in der Lorentz-Eichung lauten (siehe Vorlesung)

$$\left(\nabla^2 - \epsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathbf{A} = 0 \tag{4}$$

$$\left(\nabla^2 - \epsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\phi = 0 \tag{5}$$

mit der Eichbedingung

$$\nabla\mathbf{A} + \mu_0\epsilon_0\partial_t\phi = 0. \tag{6}$$

Betrachten Sie die Lösung der Gleichungen in Form einer ebenen Welle

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A_0}e^{i(\mathbf{kr}-\omega t)} \tag{7}$$

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \phi_0 e^{i(\mathbf{kr}-\omega t)}. \tag{8}$$

a.) Leiten Die die Beziehung zwischen der Amplitude des Vektor-Potentials $\mathbf{A_0}$ und des Skalarpotentials ϕ_0 ab, die die Eichbedingung erfüllt. (**3P**)

b.) Finden Die den Winkel zwischen dem Vektorpotential $\mathbf{A}$ und dem Wellenvektor $\mathbf{k}$. Unter welcher Bedingung ist die Welle für das Vektorpotential transversal? (**3P**)

c.) Finden Sie die Richtung des Pointing-Vektors $\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0}[\mathbf{E} \times \mathbf{B}]$. (**4P**)