

Übungsblatt 4

Abgabe der Lösungen am 21.11.2019

Aufgabe 1: Formelsammlung

1 (A)

Stellen Sie auf ca. einer Seite eine eigene Formelsammlung zum Stoff der letzten Vorlesungswoche zusammen.

Aufgabe 2: Erde 2.0 (E)

Ein Freund behauptet, er hätte sich auf einem Raumflug mit ein paar Aliens angefreundet und eine Weile auf deren Planet gelebt. Glücklicherweise sind die Aliens ebenfalls sportbegeistert, so dass ihm offensichtlich nicht langweilig wurde. Welche der folgenden Aussagen glauben Sie ihm, welche der Aussagen sind widersprüchlich?

- a) Der Radius des Planeten war nur halb so groß wie der der Erde. 2 (A)
- b) Beim Hochsprung habe ich fast sechs Meter erreicht. 2 (B)
- c) Beim Golfen habe ich den Ball fast drei mal soweit schlagen können wie auf der Erde. 2 (B)
- d) Beim Tennis war meine Aufschlaggeschwindigkeit fast drei mal so groß wie auf der Erde. 2 (B)
- e) Beim Segeln war der Horizont mehr als drei Mal soweit weg wie auf der Erde. 2 (B)

Aufgabe 3: Phasenverschiebung (T)

- a) Modifizieren Sie das Python-Script *Kapitel_2_Tangens.py*, um das Verhalten der Funktionen $\sin(x + \varphi)$ und $\cos(x + \varphi)$ als Funktion von x für verschiedene Werte der Phasenverschiebung φ zu untersuchen. Erzeugen Sie Abbildungen der entsprechenden Funktionsgraphen für $\varphi = 0, \pm\pi/2, \pm\pi$. (In Python geben Sie π als *np.pi* ein.) 3 (A)

- b) Erklären Sie Ihre Beobachtungen unter Verwendung der trigonometrischen Additionstheoreme

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) \pm \cos(\alpha) \sin(\beta),$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) \mp \sin(\alpha) \sin(\beta).$$

3 (A)

- c) Diskutieren Sie in Worten, unter Verwendung Ihrer Erkenntnisse aus den Teilaufgaben (a) und (b), das Verhalten der Funktionen $\sin(\omega t + \varphi)$ und $\cos(\omega t + \varphi)$ als Funktion von t für verschiedene Werte von φ . 3 (A)

Aufgabe 4: Bremsen (E)

5 (B)

Ein Wagen fährt zunächst mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 100 \text{ km/h}$ und rollt dann einfach aus. Nach $x = 500 \text{ m}$ kommt der Wagen zum Stillstand. Nehmen Sie an, dass die Luftreibung als Kraft $F_R = b \cdot v(t)$ beschrieben werden kann. Wie lautet die Bewegungsgleichung nach Newton? Zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit beschrieben werden kann als

$$v(t) = v_0 \cdot e^{-ct}$$

Zu welcher Zeit kommt der Wagen zum Stillstand ? Wie gross ist die zurückgelegte Strecke als Funktion der Zeit ? Berechnen Sie die Konstante b aus der Reichweite bis zum Stillstand, für eine Masse von $m = 1\text{t}$ des Wagens.

Aufgabe 5: Beschleunigte Bewegung und Integration (T)

Ein Teilchen befinde sich zum Zeitpunkt $t = 0$ bei $z = z_0$, sei zu diesem Zeitpunkt in Ruhe und erfahre für $t \geq 0$ die Beschleunigung

$$\vec{a}(t) = -ge^{-kt}\hat{e}_z.$$

Dabei seien g und k Konstanten.

- a) Bestimmen Sie $\vec{v}(t)$ für $t \geq 0$. **3 (B)**
- b) Bestimmen Sie $\vec{r}(t)$ für $t \geq 0$. **3 (B)**
- c) Zeigen Sie, dass, für hinreichend große t , $\dot{z}(t) \approx \text{const.}$ **1.5 (B)**
- d) Zeigen Sie, dass, für hinreichend kleine t , $z(t) \approx z_0 - \frac{1}{2}gt^2$. (Beachten Sie die Reihenentwicklung $e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \dots$) **1.5 (B)**
(Die betrachtete Bewegung entspricht näherungsweise der eines Fallschirmspringers.)

Aufgabe 6: Affe am Seil (E)

8 (B)

Ein 10 kg schwerer Affe möchte einen Eimer von 15 kg kurzzeitig 2 Meter hochheben. Dazu wirft ein (masseloses) Seil über einen glatten Ast eines Baumes (reibunglose Lagerung), befestigt den Eimer an einem Seilende und klettert am anderen Ende hoch. In welcher Weise wird er klettern, so daß der Eimer genau 2 Meter angehoben ist, wenn er selbst 5 Meter hoch geklettert ist?

Aufgabe 7: Trampolin (E)

Aus einem Haus müssen Kinder aus 6 m Höhe vor einem Feuer gerettet werden. Eines der Kinder (Gewicht 30 kg) traut sich nicht zu springen. Daher stellt sich ein Feuerwehrmann (Gewicht 90 kg) auf das Trampolin, das dadurch um $x = 60$ cm eingedrückt wird. Tatsächlich springt das Kind und der Feuerwehrmann fängt es.

Nehmen Sie an, dass sich das Trampolin völlig elastisch verhält, wie eine Spiralfeder. Es wird dann eine Schwingung ausführen.

- a) Wie groß ist die Federkonstante des Trampolins? **2 (A)**
- b) Bei welchem Wert x_0 liegt der Mittelpunkt der Schwingung? (Hinweis: Nach langer Zeit hört die Schwingung sicherlich auf. Welche Kräfte wirken dann?) **2 (A)**
- c) Welche Geschwindigkeit hat das Kind, wenn es die 6 m gefallen ist, und welche Geschwindigkeit haben Feuerwehrmann und Kind zusammen unmittelbar nach dem Auffangen? **2 (B)**
- d) Wie lautet die Bewegungsgleichung $x(t)$ für die Schwingung (ohne Reibung)? Wie weit wird das Trampolin maximal eingedrückt? Bei welcher Eindringtiefe ist die Geschwindigkeit maximal ? **6 (B)**

Aufgabe 8: Impulserhaltung (T)

Betrachten Sie ein abgeschlossenes N -Teilchensystem, das aus

$$N = N_1 + N_2$$

Teilchen besteht. Die Gesamtmenge der Teilchen sei also in zwei Untermengen zerlegt, unter denen Sie sich zwei verschiedene Objekte (z.B. zwei Moleküle) vorstellen können. Das erste Objekt bestehe demnach aus N_1 Teilchen und das zweite Objekt aus N_2 Teilchen. Nehmen Sie nun an, dass die beiden Objekte während Zeiten lange vor und lange nach $t = 0$ nicht miteinander wechselwirken und nur um $t = 0$ herum Kräfte aufeinander ausüben. Betrachten Sie speziell einen *nichtreaktiven* Stoßprozess zwischen den beiden Objekten, bei dem sich die Teilchenzusammensetzung der beiden Objekte durch deren Kollision miteinander nicht ändert. Beachten Sie dabei, dass die Kräfte zwischen den N_1 Teilchen im ersten Objekt bzw. zwischen den N_2 Teilchen im zweiten Objekt im Allgemeinen zu keinem Zeitpunkt vernachlässigbar sind.

- a) Definieren Sie für jedes dieser beiden Objekte einen entsprechenden Gesamtimpuls und leiten Sie einen Zusammenhang zwischen diesen Impulsvektoren lange vor und lange nach dem Stoß her. **3 (B)**
- b) Zusätzlich zu den Impulsvektoren seien die Positionen der Schwerpunkte der beiden Objekte zu einem Zeitpunkt $t = t_V$ vor dem Stoß gegeben. Leiten Sie einen Zusammenhang zwischen den Positionen der Schwerpunkte der beiden Objekte zu einem Zeitpunkt $t = t_N$ nach dem Stoß her. **3 (C)**