Abgabe der Lösungen: 21.05.2019

Übung 5 zur Vorlesung Physik I

Aufgabe 1: Formelsammlung **1 (A)**

Stellen Sie auf ca. einer Seite eine eigene Formelsammlung zum Stoff der letzten Vorlesungswoche zusammen.

Aufgabe 2: Antrieb einer Rakete

Eine einstufige Rakete habe eine Startmasse von 25000 kg mit einem Treibstoffanteil von 15000 kg. Sie wird senkrecht von der Erdoberfläche aus gestartet. Während des gesamten Fluges werde $g = \text{const} = 9{,}81\ \text{m/s}^2$ gesetzt.

a) Die Austrittsgeschwindigkeit der Treibstoffgase sei 5000 m/s. Wie groß muss der Treibstoffverbrauch dm/dt mindestens sein, damit sich die Rakete nach der Zündung gerade in der Schwebe hält? **1 (A)**

b) Der Treibstoffverbrauch betrage das Doppelte des oben errechneten Minimalwertes. Wie groß ist die maximale Geschwindigkeit? **1 (A)**

c) Können Sie die maximale Beschleunigung aushalten? **2 (B)**

Aufgabe 3: Pendel

Ein Pendel mit Masse $m = 100$ g und Länge $l = 1$ m wird bei $t = 0$ um den Winkel $\varphi_0 = 30^0$ ausgelenkt und losgelassen.

a) Wie groß ist die maximale potentielle Energie, die Gesamtenergie und die maximale kinetische Energie? **1 (A)**

b) Verwenden Sie Energieerhaltung, um aus der potentiellen Energie die kinetische Energie als Funktion von $\varphi(t)$ auszurechnen. **1 (B)**

c) Nehmen Sie jetzt an, die Bewegung des Pendels folge exakt einer cos-Schwingung, $\varphi(t) = \varphi_0 \cos(\omega t)$ mit $\omega = \sqrt{g/l}$. Berechnen Sie für diese Näherung die potentielle und die kinetische Energie als Funktion des Winkels $\varphi(t)$ und deren Maximalwerte. **2 (B)**

Aufgabe 4: Raumfahrt-1

Auf dem Flug zum Mars untersuchen Sie zunächst einmal die Umgebung der Erde. (Zahlen siehe Rückseite)

a) Sie fliegen zum Mond. Wo auf der Verbindungslinie zwischen Erde und Mond heben sich die Gravitationskräfte der beiden gerade auf? Welche besondere Eigenschaft hat dort das gesamte Gravitationspotential? **2 (A)**

b) Nehmen Sie an, Sonne, Erde und Mars liegen alle auf einer Linie. Wo entlang des Wegs von der Erde zum Mars ist die potentielle Energie maximal? **1 (C)**

	Masse (kg)	Radius (m)	Bahnradius (m)
Sonne	$2 \cdot 10^{30}$	$700 \cdot 10^6$	–
Erde	$6,0 \cdot 10^{24}$	$6,4 \cdot 10^6$	$150 \cdot 10^9$
Mars	$0,64 \cdot 10^{24}$	$3,4 \cdot 10^6$	$228 \cdot 10^9$
Mond	$0,073 \cdot 10^{24}$	$1,7 \cdot 10^6$	$0,38 \cdot 10^9$ zur Erde

Aufgabe 5: Volumenintegral **3 (B)**

Berechnen Sie das dreidimensionale Volumenintegral der Funktion

$$\frac{e^z}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}}$$

über eine Kugel mit Radius R um den Ursprung $(x,y,z) = (0,0,0)$. Hinweis: Verwenden Sie das Volumenelement für Kugelkoordinaten und benutzen Sie die Tatsache daß sich dieses als $dV = r^2 dr d\phi d\mu$ schreiben lässt, wobei $-1 \leq \mu \leq +1$ durch $\mu \equiv \cos\theta$ definiert ist so daß $z = r\cos\theta = z\mu$. Damit vereinfachen sich die Integrale.

Aufgabe 6: Radialsymmetrisches Potential **3 (B)**

Betrachten Sie das Potential

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r^{n-2}}$$

im n-dimensionalen Raum, d.h. der Ortsvektor $\mathbf{r} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ besteht aus den n Koordinaten $x_1, x_2, \cdots, x_n$ und $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}$ ist der Betrag des Ortsvektors. Berechnen Sie das Gradientenfeld $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\boldsymbol{\nabla} V$ und zeigen Sie dass es für $r \neq 0$ quellenfrei ist, d.h. $\mathrm{div}\mathbf{F} = \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{F} = 0$.

Aufgabe 7: Lorentztransformationen

a) Addieren Sie die beiden Geschwindigleiten $v_1 = 0.75c_0$ und $v_2 = 0.9c_0$ mit Hilfe des relativistischen Additionstheorems und vergleichen Sie mit dem Ergebnis, das man mit der Galileitransformation erhalten würde. **1 (A)**

b) Berechnen Sie explizit die Umkehrung der Lorentz-Transformation

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}} \\ t' &= \frac{t - \frac{vx}{c_0^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}}, \end{aligned}$$

d.h. drücken Sie (x,t) durch (x',t') aus. Wie kann man das Resultat auch ohne Rechnung erhalten ? **1 (B)**