Supersymmetrie-Phänomenologie

Jürgen Reuter
— TU Darmstadt —
⟨reuter@hep.tu-darmstadt.de⟩

Seminar Quantenfeldtheorie, TU Darmstadt,
Sommersemester 2001

Poincaré-Superalgebra Die Erweiterung der Poincaré-Algebra zur Poincaré-Superalgebra geschieht durch Einführen fermionischer, d.h. antikommutierender Generatoren, die wegen des Coleman-Mandula-Theorems nur den $(\frac{1}{2}, 0)$- und $(0, \frac{1}{2})$-Darstellungen der Lorentz-Gruppe angehören können, also Spinoren sind:

$$Q \equiv \begin{pmatrix} Q_\alpha \\ \bar{Q}^{\dot\alpha} \end{pmatrix}, \qquad \overline{Q} = (Q^\alpha, \bar{Q}_{\dot\alpha}) \tag{1}$$

$$\boxed{\begin{aligned}
[P^\mu, P^\nu] &= 0 \\
[P^\mu, M^{\rho\sigma}] &= \mathrm{i}\,(\eta^{\mu\rho} P^\sigma - \eta^{\mu\sigma} P^\rho) \\
[M^{\mu\nu}, M^{\rho\sigma}] &= -\mathrm{i}(\eta^{\mu\rho} M^{\nu\sigma} - \eta^{\mu\sigma} M^{\nu\rho} - \eta^{\nu\rho} M^{\mu\sigma} + \eta^{\nu\sigma} M^{\mu\rho}) \\
\{Q, \overline{Q}\} &= 2\gamma^\mu P_\mu \\
[Q, M^{\mu\nu}] &= S^{\mu\nu} Q \quad \text{mit} \quad S^{\mu\nu} = \frac{\mathrm{i}}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\nu] \\
[Q, P^\mu] &= 0
\end{aligned}} \tag{2}$$

Verallgemeinerte Jacobi-Identität:

$$(-1)^{\eta_C \eta_A} [[T_A, T_B\}, T_C\} + (-1)^{\eta_A \eta_B} [[T_B, T_C\}, T_A\} + (-1)^{\eta_B \eta_C} [[T_C, T_A\}, T_B\} = 0 \tag{3}$$

Name	Bosonen	Fermionen	$U(1)_Y$	$SU(2)_L$	$SU(3)_C$
B(-ino)	B	$\tilde{B}$	0	0	1
W(-ino)	W^i	$\tilde{W}^i$	0	1	1
Gluon(-ino)	G^i	$\tilde{G}^i$	0	0	8
(S)leptonen,	$(\tilde{\nu}_e, \tilde{e}_L^-)$	$(\nu_e, e^-)_L$	-1	$\frac{1}{2}$	1
(S)neutrinos	$(\tilde{\nu}_\mu, \tilde{\mu}_L^-)$	$(\nu_\mu, \mu^-)_L$	-1	$\frac{1}{2}$	1
	$(\tilde{\nu}_\tau, \tilde{\tau}_L^-)$	$(\nu_\tau, \tau^-)_L$	-1	$\frac{1}{2}$	1
	$\tilde{e}_R^+$	e_L^+	2	0	1
	$\tilde{\mu}_R^+$	μ_L^+	2	0	1
	$\tilde{\tau}_R^+$	τ_L^+	2	0	1
(S)quarks	$(\tilde{u}_L, \tilde{d}_L)$	$(u, d)_L$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	3
	$(\tilde{c}_L, \tilde{s}_L)$	$(c, s)_L$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	3
	$(\tilde{t}_L, \tilde{b}_L)$	$(t, b)_L$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	3
	$\tilde{u}_R^*$	u_L^c	$-\frac{4}{3}$	0	$\bar{3}$
	$\tilde{c}_R^*$	c_L^c	$-\frac{4}{3}$	0	$\bar{3}$
	$\tilde{t}_R^*$	t_L^c	$-\frac{4}{3}$	0	$\bar{3}$
	$\tilde{d}_R^*$	d_L^c	$\frac{2}{3}$	0	$\bar{3}$
	$\tilde{s}_R^*$	s_L^c	$\frac{2}{3}$	0	$\bar{3}$
	$\tilde{b}_R^*$	b_L^c	$\frac{2}{3}$	0	$\bar{3}$
Higgs(-ino)	(H_1^0, H_1^-)	$(\tilde{H}_1^0, \tilde{H}_1^-)_L$	-1	$\frac{1}{2}$	1
	(H_2^+, H_2^0)	$(\tilde{H}_2^+, \tilde{H}_2^0)_L$	1	$\frac{1}{2}$	1

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{MSSM}} = &\sum_{i=1}^{3}\left({Q_i}^\dagger \exp\left[\mathcal{V}\right] Q_i\right)_D + \sum_{i=1}^{3}\left({L_i}^\dagger \exp\left[\mathcal{V}\right] L_i\right)_D \\
&+ \sum_{i=1}^{3}\left({\bar{U}_i}^\dagger \exp\left[\mathcal{V}\right] \bar{U}_i\right)_D + \sum_{i=1}^{3}\left({\bar{D}_i}^\dagger \exp\left[\mathcal{V}\right] \bar{D}_i\right)_D + \sum_{i=1}^{3}\left({\bar{E}_i}^\dagger \exp\left[\mathcal{V}\right] \bar{E}_i\right)_D \\
&+ \left({H_1}^\dagger \exp\left[\mathcal{V}\right] H_1\right)_D + \left({H_2}^\dagger \exp\left[\mathcal{V}\right] H_2\right)_D \\
&+ \frac{1}{2}\Re\left[\sum_{a=1}^{8} \overline{W_R}_a{}^{SU(3)_C}\, W_{L,a}{}^{SU(3)_C}\right]_F + \frac{1}{2}\Re\left[\sum_{a=1}^{3} \overline{W_R}_a{}^{SU(2)_L}\, W_{L,a}{}^{SU(2)_L}\right]_F \\
&+ \frac{1}{2}\Re\left[\overline{W_R}^{U(1)_Y}\, W_L{}^{U(1)_Y}\right]_F - \frac{g_s^2\theta_{\text{QCD}}}{16\pi^2}\Im\left[\sum_{a=1}^{8} \overline{W_R}_a{}^{SU(3)_C}\, W_{L,a}{}^{SU(3)_C}\right]_F \\
&+ \left[\mathcal{W}\right]_F + \mathcal{L}_{SR}
\end{aligned}
$$

Das Vektor-Superfeld der Eichfelder:

$$
\mathcal{V} = -\mathcal{V}_{U(1)_Y}\cdot\frac{Y}{2} - \sum_{a=1}^{3}\mathcal{V}_{SU(2)_L\,a}\frac{\sigma^a}{2} - \sum_{a=1}^{8}\mathcal{V}_{SU(3)_C\,a}\frac{\lambda^a}{2}, \qquad W := -\frac{1}{4}(\overline{\mathcal{D}}\mathcal{D})\mathcal{D}V
$$

Dabei ist $\mathcal{W}$ das *Superpotential* und $\mathcal{L}_{SR}$ der *superrenormierbare Anteil*:

$$
\mathcal{W} = h^E_{kl}\left({L_k}^i\epsilon_{ij}{H_1}^j\right)\bar{E}_l + h^D_{mn}\left({Q_m}^i\epsilon_{ij}{H_1}^j\right)\bar{D}_n + h^U_{pq}\left({Q_p}^i\epsilon_{ij}{H_2}^j\right)\bar{U}_q + \mu\left({H_1}^i\epsilon_{ij}{H_2}^j\right),
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SR} = &-\sum_{ij}(M^2_{\tilde{Q}})_{ij}(Q_i^\dagger Q_j) - \sum_{ij}(M^2_{\tilde{U}})_{ij}(\bar{U}_i^\dagger \bar{U}_j) - \sum_{ij}(M^2_{\tilde{D}})_{ij}(\bar{D}_i^\dagger \bar{D}_j) \\
&- \sum_{ij}(M^2_{\tilde{L}})_{ij}(L_i^\dagger L_j) - \sum_{ij}(M^2_{\tilde{E}})_{ij}(\bar{E}_i^\dagger \bar{E}_j) - \Bigg(\frac{1}{2}m_{\text{Gluino}}(\lambda_s\lambda_s) + \frac{1}{2}m_{\text{Wino}}(\lambda\lambda) \\
&+ \frac{1}{2}m_{\text{Bino}}(\lambda'\lambda') - \sum_{ij}A^D_{ij}h^D_{ij}(Q_i^T\epsilon H_1)\bar{D}_j - \sum_{ij}A^E_{ij}h^E_{ij}(L_i^T\epsilon H_1)\bar{E}_j \\
&- \sum_{ij}A^U_{ij}h^U_{ij}(Q_i^T\epsilon H_2)\bar{U}_j + \sum_{ij}C^D_{ij}h^D_{ij}(Q_i^T H_2^*)\bar{D}_j + \sum_{ij}C^E_{ij}h^E_{ij}(L_i^T H_2^*)\bar{E}_j \\
&+ \sum_{ij}C^U_{ij}h^U_{ij}(Q_i^T H_1^*)\bar{U}_j + \frac{1}{2}(B\mu)(H_1^T\epsilon H_2) + \text{h.c.}\Bigg) + m_1^2|H_1^0|^2 + m_2^2|H_2^0|^2
\end{aligned}
$$

Zählen der Freiheitsgrade (FG) beim Standardmodell

- g, g', g_s - drei reelle Eichkopplungen
- θ_{QCD} - der QCD-Vakuumwinkel
- $(m^2, \lambda) \longleftrightarrow (v, M_H)$ - zwei reelle Parameter im Higgs-Sektor
- h_E, h_U, h_D - drei Yukawa-Kopplungs-Matrizen mit 54 Parametern; globale $U(3)^5$-Invarianz ohne Yukawa-Terme; $U(n)$-Matrix hat $2 \cdot n^2 - n(n-1) - n$ unabhängige reelle Parameter; für $U(3)$ sind das 9: 3 reelle Winkel, 6 Phasen; $\Rightarrow$ eliminiere 15 reelle und 30 imaginäre FG, *aber:* 4 Symmetrien (Phasen) müssen bleiben: B und L_e, L_μ, L_τ. $\Rightarrow$ es bleiben 12 reelle FG (6 Quarkmassen, 3 Leptonmassen, 3 CKM-Mischungswinkel) und 1 imaginärer FG (Phase der CKM-Matrix).

Insgesamt hat man 19 Parameter im SM.

1. *Eichsektor*
   - g, g', g_s - drei reelle Eichkopplungen
   - θ_{QCD} - der QCD-Vakuumwinkel
   - $m_{\text{Wino}}, m_{\text{Bino}}, m_{\text{Gluino}}$ - drei *komplexe* Gaugino-Massenparameter
2. *Higgs-Sektor*
   - m_1^2, m_2^2 - zweie reelle Massenquadrate
   - $(B\mu), \mu$ - zwei komplexe Massenparameter
3. Im Grenzfall $m_{\text{Wino}} = m_{\text{Bino}} = m_{\text{Gluino}} = \mu = (B\mu) = A^D = A^U = A^E = 0$ $\exists$ zwei flavourerhaltende Symmetrien: $U(1)_R$, $U(1)_{PQ}$. $U(1)_R$-Rotation $\Rightarrow$ $\mathbb{R} \ni m_{\text{Gluino}} > 0$; $U(1)_{PQ}$-Rotation $\Rightarrow (B\mu) \in \mathbb{R}$. Higgs-Sektor ist *CP-erhaltend*. Insgesamt hat der Higgs/Higgsino/Gaugino-Sektor sieben reelle Parameter: v, $\tan\beta$, m_{A^0}, m_{Gluino}, $|m_{\text{Wino}}|$, $|m_{\text{Bino}}|$, $|\mu|$; sowie drei Phasen: $\arg m_{\text{Wino}}$, $\arg m_{\text{Bino}}$, $\arg \mu$.
4. *Flavour-Sektor*
   - h_E, h_U, h_D wie im SM: $27 + 27$ Parameter
   - A_E, A_U, A_D - zusätzliche $27 + 27$ Parameter
   - M_{Q}^2, M_{U}^2, M_{D}^2, M_{L}^2, M_{E}^2 - hermitesche 3×3-Matrizen der Sparticle-Massenquadrate: $30 + 15$ FG
   - Durch globale $U(3)^5$-Rotationen der *Superfelder*

(Gaugino-WW!) Eliminieren der unphysikalischen FG. Unterschied zum SM: durch beliebige Sneutrinomassen sind die *einzelnen Leptonenzahlen L_e, L_μ, L_τ nicht mehr erhalten*, sondern nur noch die globale Leptonzahl L. $\Rightarrow$ eliminiere 15 reelle Parameter und 28 Phasen.

- Damit enthält der Flavour-Sektor $27 + 27 + 30 - 15 = 69$ reelle Parameter sowie $27 + 27 + 15 - 28 = 41$ Phasen. Reelle Parameter: 6 Quarkmassen, 3 Leptonmassen, 3 CKM-Winkel, 12 Squarkmassen, 9 Sleptonmassen. Es bleiben 36 neue reelle Mischungswinkel, sowie neben der CKM-Phase des SM 40 neue CP-verletzende Phasen in den Squark- und Slepton-WW!!!

Ein Zusammenzählen liefert für das MSSM 124 Parameter, 110 aus dem Flavour-Sektor, 105 sind im SM nicht vorhanden!

☹ Hinzufügen der C-Terme liefert weitere 54 FG.

☺ Terme verschwinden in *SUGRA* und *GMSB*.

- L_e, L_μ und L_τ im MSSM i.a. *nicht erhalten*
- beliebig große FCNC's
- Abhilfe durch spezielle Annahmen: *Horizontale Universalität* (A_L, A_U, A_D, M_Q^2, M_U^2, M_D^2, M_L^2, M_E^2 sind generationenunabhängig); *Flavour-Alignment* (obige Matrizen sind in Basis, in welcher Quark- und Leptonmassen diagonal, flavourdiagonal).

- Eine Erzeugung der Massen für up- und down-Fermionen durch *ein* Higgs-Dublett durch Forderung nach Supersymmetrie der Lagrangedichte verboten.
- Aber: Supersymmetrie schränkt den Parameterraum des allgemeinen Zwei-Higgs-Dublett-Modells (2HDM) stark ein!

$$H_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\left(v_1 + H^0 \cos\alpha - h^0 \sin\alpha + \mathrm{i}A^0 \sin\beta + \mathrm{i}\phi^0 \cos\beta\right) \\ H^- \sin\beta + \phi^- \cos\beta \end{pmatrix}, \tag{4}$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} H^+ \cos\beta - \phi^+ \sin\beta \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\left(v_2 + H^0 \sin\alpha + h^0 \cos\alpha + \mathrm{i}A^0 \cos\beta - \mathrm{i}\phi^0 \sin\beta\right) \end{pmatrix} \tag{5}$$

Physikalische Higgs-Felder: h^0, H^0 , A^0 , $H^\pm$

Goldstone-Bosonen: ϕ^0, $\phi^\pm$

1-Loop-LLA:

$$m_{h^0}^2 \lesssim m_Z^2 \cos^2(2\beta) + \frac{3g^2 m_t^2}{8\pi^2 m_W^2} \ln\left(\frac{M_{\tilde{t}}^2}{m_t^2}\right) \tag{6}$$

1-Loop, 2-Loop, RG:

$$m_{h^0} \lesssim 112GeV \text{ ohne stop-Mischung}$$
$$m_{h^0} \lesssim 125GeV \text{ maximale stop-Mischung}$$

Wichtige Parameter Der wichtigste Parameter des MSSM ist das Verhältnis der beiden Vakuumerwartungswerte der

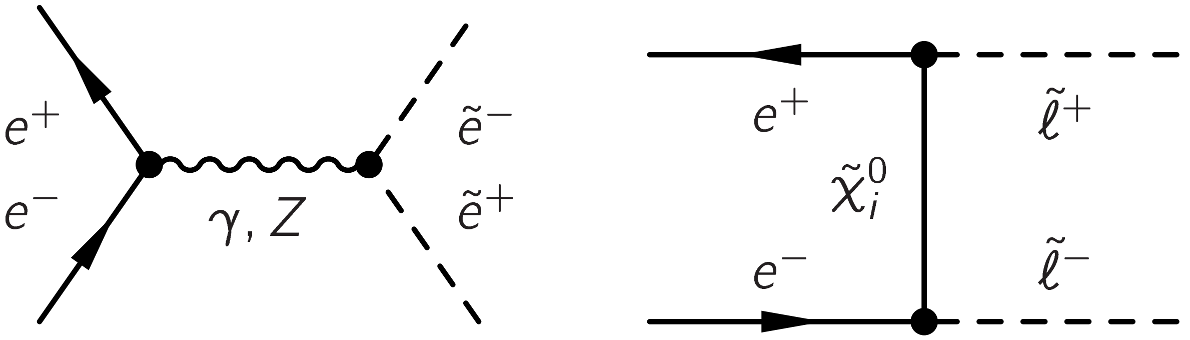
Higgs-Felder:

$$\boxed{\tan\beta = \frac{v_2}{v_1}}$$

Bemerkung: Für alle Sleptonen ist eine Mischung der rechts- und linkshändigen Teilchen möglich, voraussichtlich aber nur die *stau*s wichtig!

Prinzpiell möglich: Mischung der Generationen. Experimentell durch Leptonenzahlverletzung nachzuprüfen, theoretisch unwahrscheinlich durch SUGRA-Inspiration.

Produktion in e^+e^--Kollisionen:



(7)

$$
\begin{aligned}
e^+e^- \longrightarrow\; & \tilde{e}_R^+\tilde{e}_R^-,\, \tilde{e}_L^+\tilde{e}_L^-,\, \tilde{e}_L^\pm\tilde{e}_R^\mp,\, \tilde{\nu}_e\tilde{\nu}_e^*, \\
& \tilde{\mu}_R^+\tilde{\mu}_R^-,\, \tilde{\mu}_L^+\tilde{\mu}_L^-,\, \tilde{\nu}_\mu\tilde{\nu}_\mu^*, \\
& \tilde{\tau}_1^+\tilde{\tau}_1^-,\, \tilde{\tau}_2^+\tilde{\tau}_2^-,\, \tilde{\tau}_1^\pm\tilde{\tau}_2^\mp,\, \tilde{\nu}_\tau\tilde{\nu}_\tau^*
\end{aligned} \tag{8}
$$