
Präsenz-Aufgabe 4 Dirac-Gleichung für masselose Teilchen

- (a) Zeigen Sie unter Verwendung der chiralen Darstellung, daß im Falle eines masselosen Dirac-Teilchens die Dirac-Gleichung für den 4-Spinor

$$\Psi = \begin{pmatrix} \xi_L \\ \xi_R \end{pmatrix}, \quad (1)$$

in zwei getrennte Gleichungen für die 2-Spinoren ξ_L , ξ_R zerfällt. Die beiden so erhaltenen Gleichungen heißen Weyl-Gleichungen.

- (b) Drücken Sie ξ_L und ξ_R mittels Ψ und γ^5 aus.
- (c) Finden Sie das infinitesimale Transformationsverhalten unter allgemeinen Lorentz-Transformationen $\exp[-i\omega_{\mu\nu}S^{\mu\nu}]$ mit Parameter $\omega^{0i} = \beta^i$ für Boosts bzw. $\omega^{ij} = \epsilon^{ijk}\theta^k$ für Rotationen. Lösung z.B.:

$$\xi_L \rightarrow \left(\mathbf{1} - \frac{1}{2}\vec{\sigma}\vec{\beta} - \frac{i}{2}\vec{\sigma}\vec{\theta} \right) \xi_L.$$

- (d) Zeigen Sie, daß $\sigma^2\xi_L^*$ dasselbe Transformationsverhalten wie ξ_R besitzt.

Hausaufgabe 6 Noetherströme der Dirac-Theorie

Berechnen Sie den Noetherstrom für die Symmetrietransformation des 4-Dirac-Spinors $\Psi \rightarrow \exp [i\alpha] \Psi$ und zeigen Sie (wie immer), daß er erhalten ist. Was muß gelten, damit auch $\Psi \rightarrow \exp [i\alpha\gamma^5] \Psi$ eine Symmetrie der Dirac-Lagrangedichte ist?

[7 Punkte]

Hausaufgabe 7 Impuls- und Ladungsoperatoren des Fermionfeldes

Rechnen Sie für das freie Dirac-Feld die Operatoren des Impulses P^μ und der Ladung Q (Transformation $\Psi \rightarrow e^{i\alpha}\Psi$ aus. Wie würden diese Größen aussehen, wenn man keine Normalordnung eingeführt hätte?

[7 Punkte]

Hausaufgabe 8 Gordon-Identität

Leiten Sie die Gordon-Identität

$$\bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) = \bar{u}(p') \left[\frac{p^\mu + p'^\mu}{2m} + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m} \right] u(p) \quad (2)$$

her. Hier ist q der Impulsübertrag $q = (p' - p)$, $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$.

[7 Punkte]