

**Hausaufgabe 5 Noetherströme der Dirac-Theorie**

Berechnen Sie den Noetherstrom für die Symmetrietransformation des 4-Dirac-Spinors  $\Psi \rightarrow \exp[i\alpha] \Psi$  und zeigen Sie (wie immer), daß er erhalten ist. Was muß gelten, damit auch  $\Psi \rightarrow \exp[i\alpha\gamma^5] \Psi$  eine Symmetrie der Dirac-Lagrangedichte ist?

[6 Punkte]

**Hausaufgabe 6 Impuls- und Ladungsoperatoren des Fermionfeldes**

Rechnen Sie für das freie Dirac-Feld die Operatoren des Impulses  $P^\mu$  und der Ladung  $Q$  (Transformation  $\Psi \rightarrow e^{i\alpha} \Psi$  aus. Wie würden diese Größen aussehen, wenn man keine Normalordnung eingeführt hätte?

[6 Punkte]

**Hausaufgabe 7 Gordon-Identität**

Leiten Sie die Gordon-Identität

$$\bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) = \bar{u}(p') \left[ \frac{p^\mu + p'^\mu}{2m} + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m} \right] u(p) \quad (1)$$

her. Hier ist  $q$  der Impulsübertrag  $q = (p' - p)$ ,  $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ .

[5 Punkte]

**Hausaufgabe 8 Dirac-Gleichung für masselose Teilchen**

- (a) Zeigen Sie unter Verwendung der chiralen Darstellung, daß im Falle eines masselosen Dirac-Teilchens die Dirac-Gleichung für den 4-Spinor

$$\Psi = \begin{pmatrix} \xi_L \\ \xi_R \end{pmatrix}, \quad (2)$$

in zwei getrennte Gleichungen für die 2-Spinoren  $\xi_L$ ,  $\xi_R$  zerfällt. Die beiden so erhaltenen Gleichungen heißen Weyl-Gleichungen.

[4 Punkte]

*bitte wenden*

(b) Drücken Sie  $\xi_L$  und  $\xi_R$  mittels  $\Psi$  und  $\gamma^5$  aus.

[3 Punkte]

(c) Finden Sie das infinitesimale Transformationsverhalten unter allgemeinen Lorentz-Transformationen  $\exp[-i\omega_{\mu\nu}S^{\mu\nu}]$  mit Parameter  $\omega^{0i} = \beta^i$  für Boosts bzw.  $\omega^{ij} = \epsilon^{ijk}\theta^k$  für Rotationen. Lösung z.B.:

$$\xi_L \rightarrow \left( \mathbf{1} - \frac{1}{2}\vec{\sigma}\vec{\beta} - \frac{i}{2}\vec{\sigma}\vec{\theta} \right) \xi_L.$$

[7 Punkte]

(d) Zeigen Sie, daß  $\sigma^2\xi_L^*$  dasselbe Transformationsverhalten wie  $\xi_R$  besitzt.

[4 Punkte]