Physikalisches Institut, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Übungen zur Vorlesung

Quantenfeldtheorie

SS 07

Prof. Dr. J. Reuter
(Westbau/02.007), 8047

Blatt 11

Präsenz-Aufgabe 9 QED @ 1 Loop

Verifizieren Sie durch explizites Berechnen, daß in der QED auf 1-Schleifen-Niveau die 1-Punkt- und die 3-Punkt-Funktion verschwinden. Wie ist es allgemein mit $(2n+1)$-Punkt-Funktionen? **Hinweis:** Für die 3-Punkt-Funktion gibt es auf 1-Schleifen-Niveau zwei Feynman-Diagramme. Zeigen Sie, daß diese sich gegenseitig wegheben. Benutzen Sie wieder die Ladungskonjugationsmatrix $\mathcal{C}$. Für den allgemeinen Fall mit n äußeren Linien ist tatsächlich der Ortsraum einfacher.

Präsenz-Aufgabe 10 Powercounting in $\Psi^{(2n)}$- und ϕ^n-Theorie

Wir betrachten eine $\Psi^{(2n)}$-Theorie mit der Lagrange-Dichte in d Dimensionen

$$\mathcal{L} = \overline{\Psi}\left(i\gamma_\mu\partial^\mu - m\right)\Psi - \lambda_n\left(\overline{\Psi}\Psi\right)^n .$$

(Prinzipiell kann dabei $\overline{\Psi}\Psi$ ein Bilinear mit beliebiger Spinorstruktur sein, soll aber der Einfachheit halber *keine* Ableitungen enthalten.)

Bestimmen Sie:

(a) Die Massen-Dimensionen des Ψ-Felds und der Kopplungskonstante λ_n, wenn $\int \mathrm{d}^d x \mathcal{L}$ dimensionslos sein soll.

(b) Den oberflächlichen Divergenzgrad D eines Diagramms mit L Schleifen und P Propagatoren.

(c) Den Zusammenhang zwischen der Zahl der Schleifen und der Zahl der Propagatoren P und Vertizes V.

(d) Die Zahl der Vertizes ausgedrückt durch die Zahl der Propagatoren und externen Linien N.

Drücken Sie den oberflächlichen Divergenzgrad durch d, N und V aus und diskutieren Sie, für welche Kombinationen von n und d die Theorie renormierbar, super-renormierbar oder nicht-renormierbar ist. Was ergibt sich speziell für $n = 2$?

Wie sieht die Diskussion für eine skalare $\lambda_n\phi^n$-Theorie aus? (Achtung für $d = 2$!)