

Die Physik der Musikinstrumente.

Hinweis zur Web-Version:

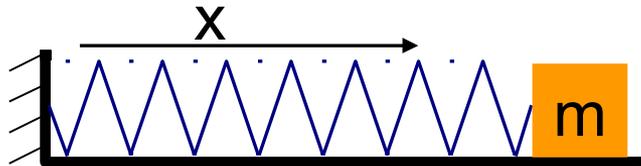
Die während des Vortrags gezeigten
Tonbeispiele und Animationen sind in
diesen Folien nicht enthalten

Yves Kemp

Naturwissenschaft & Musik

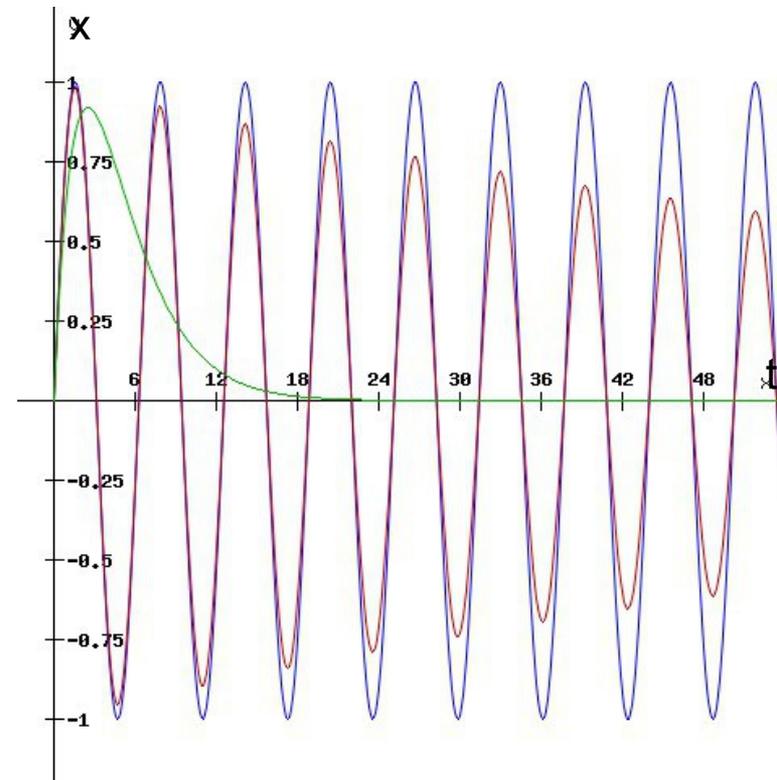
2.3.2018

Harmonischer Oszillator



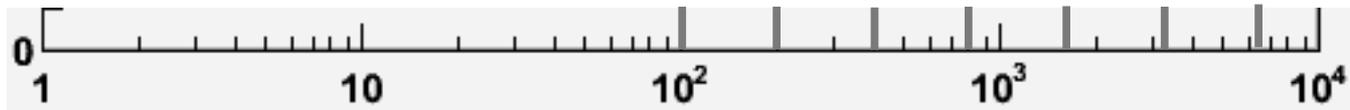
Masse an Feder, horizontale Bewegung
Beschreibung durch Differentialgleichung
Eine vereinfachte Lösung ohne Reibung

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$



Empfinden der Tonhöhe

- 100 Hz - 200 Hz - 300 Hz - 400 Hz - 500 - 600 - 700 Hz
 - $f(n+1)=f(n)+f(0)$
 - Nach oben hin “abflachend”
- 100 Hz - 200 Hz - 400 Hz - 800 Hz - 1600 - 3200 - 6400 Hz
 - $f(n+1)=f(n)*2$
 - Gleichmäßige Schritte
- Empfindung von Tonhöhe: Nicht die Frequenzdifferenz ist entscheidend, sondern Verhältnis
- Der Mathematiker wendet in solchen Fällen eine logarithmische Skala an:



- Und der Musiker/Physiker sagt zur Frequenzverdopplung: Oktave
 - ... und bewundern die Leistungsfähigkeit des Ohres: ~16 Hz - 20 kHz: ~10 Oktaven
 - Das Auge zum Vergleich: ~380 nm bis ~780 nm ist eine Oktave

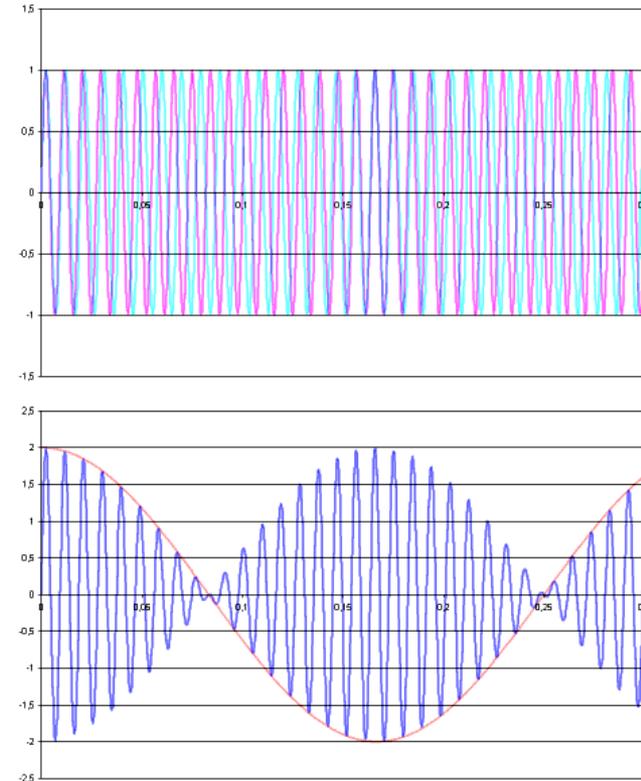
2 gemeinsam erklingende Töne

- Zwei Sinus-Töne erklingen gemeinsam
- Mathematisch:

$$\sin(f_1 t) + \sin(f_2 t) = 2 \sin\left(\frac{f_1 + f_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{f_1 - f_2}{2} t\right)$$

Langsam oszillierender Term wenn die Frequenzdifferenz gering ist

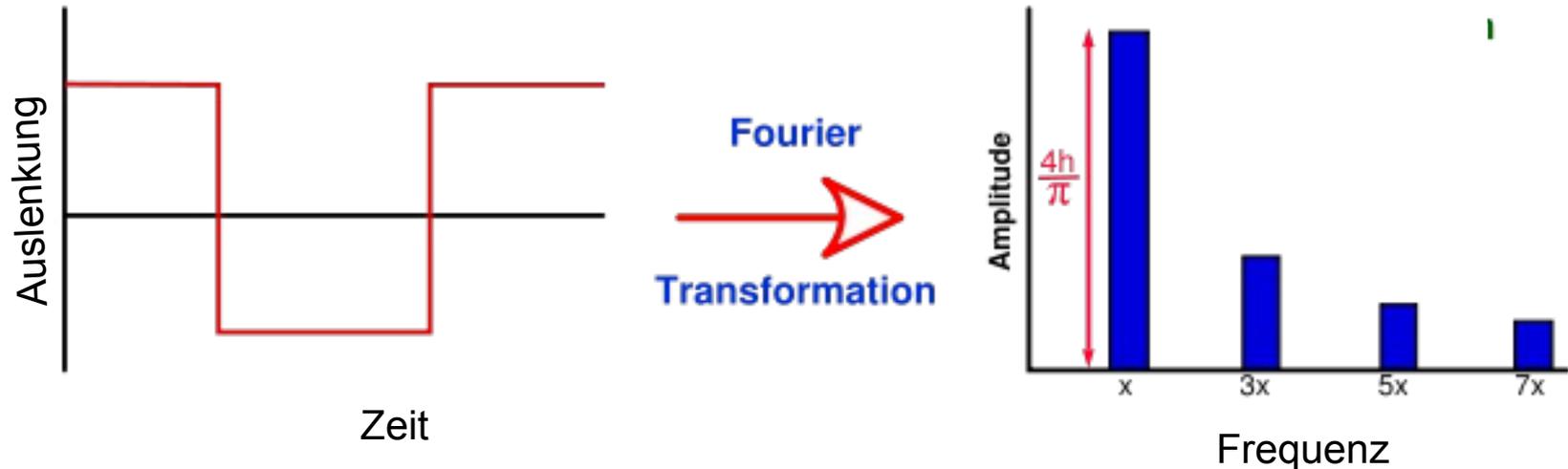
- Physikalisch: Es entsteht eine **Schwebung**



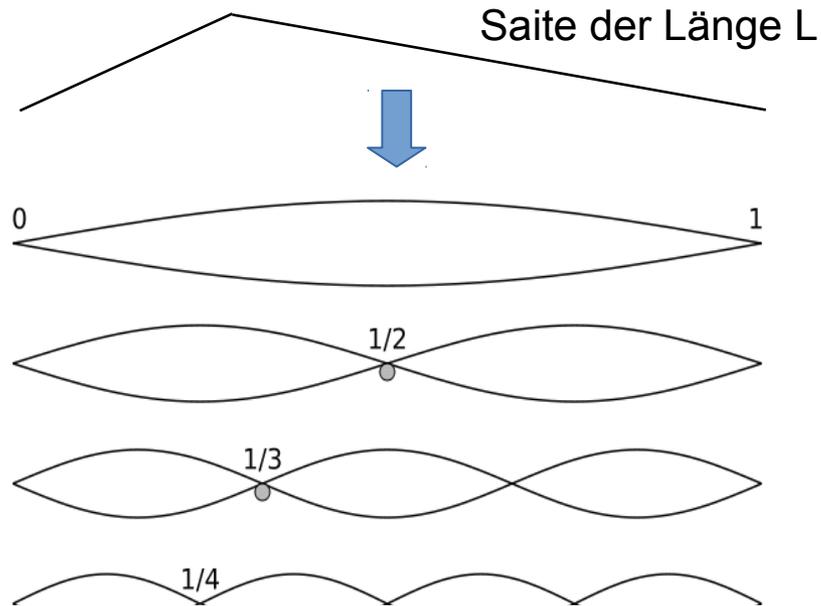
(Quelle Wikipedia)

Sinus klingt nicht gut

- Instrumente produzieren andere Wellenformen (Klänge)
- Jede Funktion läßt sich mit Hilfe von sinus und cosinus darstellen: Fourier-Reihe und Fourier-Transformation



Die gezupfte Saite



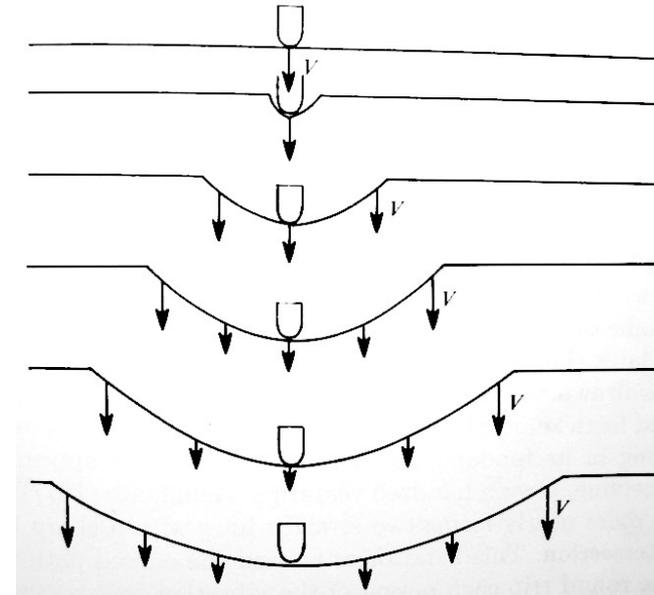
Quelle: <https://www.leifiphysik.de/>



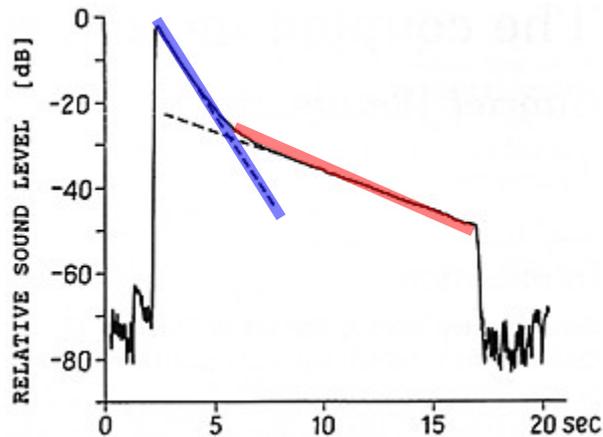
- > Jegliche Schwingung muss an den beiden Enden einen Knoten haben
- > Die Periode muss die doppelte Länge ganzzahlig teilen
- > Wellenlängen der Obertöne: $2L/n$
- > n sind die (Schwingungs-)Moden

Die geschlagene Saite: Klavier

- Zwei wesentliche Unterschiede zur gezupften Saite (z.B. Gitarre):
 - Saite durch Hammer angeschlagen
 - Mehrere Saiten (2-3) gleichzeitig angeschlagen
- Hammer, und das Anschlagen
 - Hämmer haben unterschiedliche Härten, Härte kann verändert werden



Zeitlicher Verlauf des Klanges



Effekte durch parallele und senkrechte Schwingungen der Saiten

- Am Anfang **senkrecht**: Hoher Energieverlust
- Gegen Ende **parallel**: Niedriger Energieverlust
- Änderung der Polarisierung: Aufhängung und spiralförmige Ummantelung der Saiten.

Effekte durch die Unisono-Saiten

- Leichte Verstimmungen: Schwebungen im Bereich von mehreren Sekunden
- Gleiche Phase, aber leicht unterschiedliche Amplituden (Unregelmässigkeiten des Hammers): Energieaustausch zwischen Saiten ähnlich zum gekoppelten Pendel

Einfluss der Materialien auf den Klang

- Über das Geheimnis der Stradivaris wird seit Jahrhunderten gerätselt und spekuliert
- Die Plastikblockflöten vom Jahrmarkt sind nicht gerade als Konzertinstrumente bekannt
- Historische Orgelpfeifen haben andere Legierungen als moderne
- Manche Blasmusiker (Querflöte, Trompete,...) schwören auf bestimmte Legierungen
- Was sagt die Physik dazu?

Materialien: Unterscheidung in drei Instrumente-Typen

- **Idiophone Instrumente:** Die direkt durch die externe Erregung verursachte Schwingung ist für die Abstrahlung des wahrgenommenen Tons verantwortlich
 - Glocken, Becken
 - Eventuell auch Saiten, Membran, Blätter von Holzblasinstrumenten, ...
- **Resonante Instrumente:** Die Abstrahlung des wahrgenommenen Tons entsteht durch Mitschwingung eines indirekt erregten Körpers
 - Körper von Saiteninstrumenten (Gitarre, Geigen, Klavier, ...)
 - Kessel von Schlaginstrumenten
- **Aerophone Instrumente:** Das Instrument an sich vibriert nicht, sondern die eingeschlossene Luft produziert den wahrgenommenen Ton
 - Trompeten, Orgelpfeifen (ohne Zungen), Querflöten und Blockflöten
 - Korpus von Oboe, Saxophon, ...

Die Stradivaris:

- Stradivari wohl der bekannteste und vermutlich auch einer der besten Geigenbauer (1644-1737)
 - Von ~1100 Instrumenten existieren noch ~600, hauptsächlich Geigen und Bratzen und Cellis.
 - Sie werden regelmässig gespielt
- Das “Geheimnis” der Stradivaris, einige Ideen:
 - Geringe Holzdichte wegen “kleiner Eiszeit” / Pilzbefall. Wieso sind andere Geigen aus der Zeit und Gegend nicht so gut?
 - Altes Holz, gut gelagert? Verwendetes Holz normalerweise jünger als 20 Jahre
 - Spezielle Lackierung? Verluste durch Abnutzung oder Neulackierung
- Aber auch:
 - Veränderungen am Corpus und normalerweise andere Saiten.
 - Kammerton seit Stradivari Halbton höher: Geigen klingen heute anders.
 - Üblicherweise spielen nur herausragende Musiker Stradivaris.
 - Moderne akustische Kopien werden von einigen Geigern teilweise als gleichwertig angesehen

Orgelpfeifen

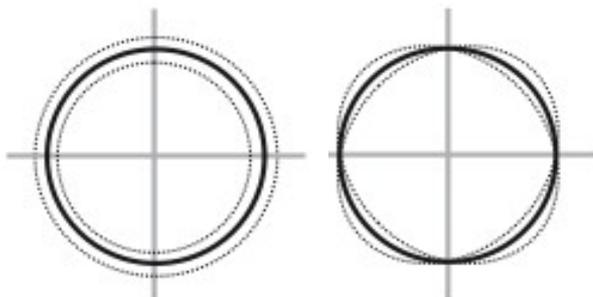
- Orgelpfeifen

- Aus Metall (vorwiegend rund) oder Holz (vorwiegend rechteckig)
- Beiden gemeinsam: Stabil (Statik und Einfluss der Schwingung), einfache Handhabbarkeit bei Herstellung, Stimmung und Wartung, temperaturbeständig, keine Oxidation (Metalle) (und Kosten...)

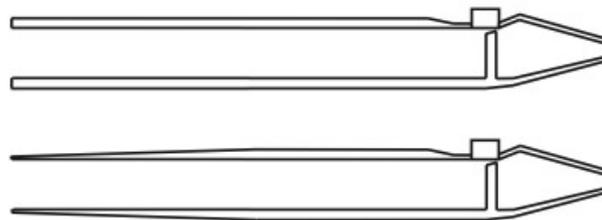
→ Einfluss auf Materialwahl

- Altes Wissen und neue Forschung:

- Orgelpfeifen wurden testweise aus unterschiedlichsten Materialien wie Beton oder Karton hergestellt: Wichtigster Faktor nach der Form war Festigkeit.
- Allerdings: Manche Pfeifen vibrieren leicht: Material hat Einfluss. Unterschiedliche Legierungen beeinflussen Vibration, somit wahrnehmbarer und messbarer Effekt.
- Alte Pfeifen (Arp Schnitger, Gottfried Silbermann) haben konisch nach oben verjüngende Wände: Wahrnehmbarer und messbarer Effekt.



Zwei Schwingungsmoden



Konisch verjüngende Wände

... Und andere Blasinstrumente

- Z.B. **Querflöte**: Ursprünglich aus Holz (deshalb auch Holzblasinstrument), heute meist aus Metall: Silber, Gold, vergoldetes Silber, vergoldetes Silber, Weißgold, Neusilber, Platin, Palladium, Nickel, Titan, Carbon, Messing, Edelstahl...
- Manchmal unterschiedliche Materialien für Kopfstück und Mittel/Fußstück - auch unterschiedliche Instrumentenbauer
- Querflöte härter als Orgelpfeife: Schwingungen weniger stark (wenn überhaupt) → geringer bis kein Einfluss des Materials auf Klang
- Einfluss des Instrumentenbauers viel stärker

- Z.B. (Kontra)-**Fagott**: Kunststoff-Beschichtung innen, Teile komplett
aus Kunststoff hergestellt
- Z.B. Giora Feidmann spielt auf einer **Plexiglas-Klarinette**

- Plastik hat teilweise Nachteile in der Fertigung: Schwerer als Holz. Allerdings resistenter gegenüber Feuchtigkeit
- **Plastikblockflöte**: Akzeptanzprobleme eher durch Massenproduktion.

Ein Ton - mehrere Töne

- Wir haben gesehen, dass schwingende Systeme Obertöne haben
- “Melodie”-Instrumente bedienen sich bei den Obertönen aus der Reihe $f_n = n \cdot f_0$
- Was bedeutet das für mehrere gleichzeitig gespielte Töne?
 - Und ein Tonsystem (Tonleiter)?
- Gibt es eventuell physikalisch erklärbare universelle Gesetze?

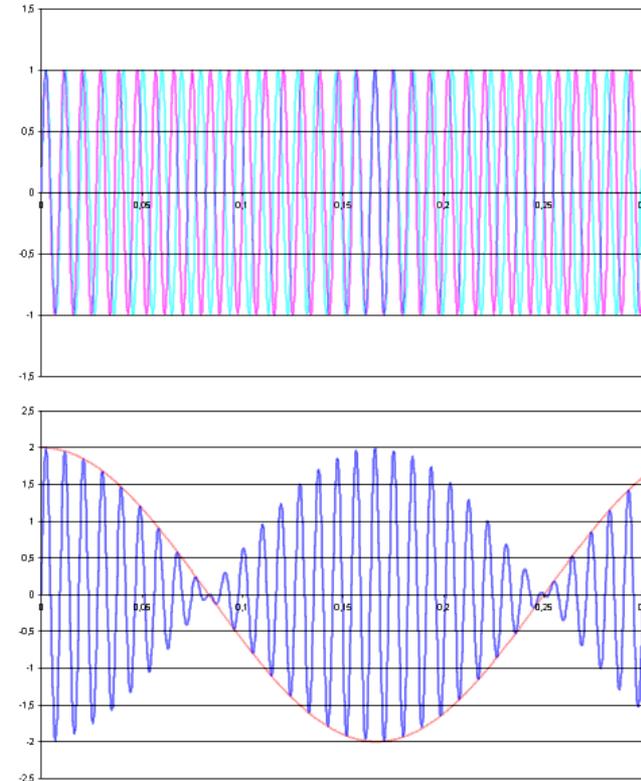
Erinnerung: Schwebungen

- Zwei Sinus-Töne erklingen gemeinsam
- Mathematisch:

$$\sin(f_1 t) + \sin(f_2 t) = 2 \sin\left(\frac{f_1 + f_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{f_1 - f_2}{2} t\right)$$

Langsam oszillierender Term wenn die Frequenzdifferenz gering ist

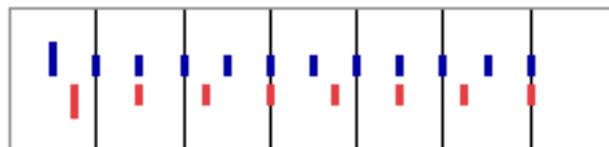
- Physikalisch: Es entsteht eine **Schwebung**



(Quelle Wikipedia)

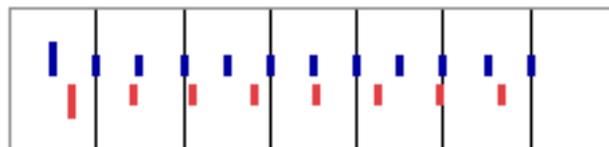
Und jetzt noch die Obertöne dazu

- Auch die Obertöne des Zweiklangs rufen Schwebungen hervor
 - Obertöne des Grundton im Vergleich zu einem zweiten Ton



Zweiter Ton: Quinte
Grundton-Verhältnis $3/2$

Frequenz und Oberton
→



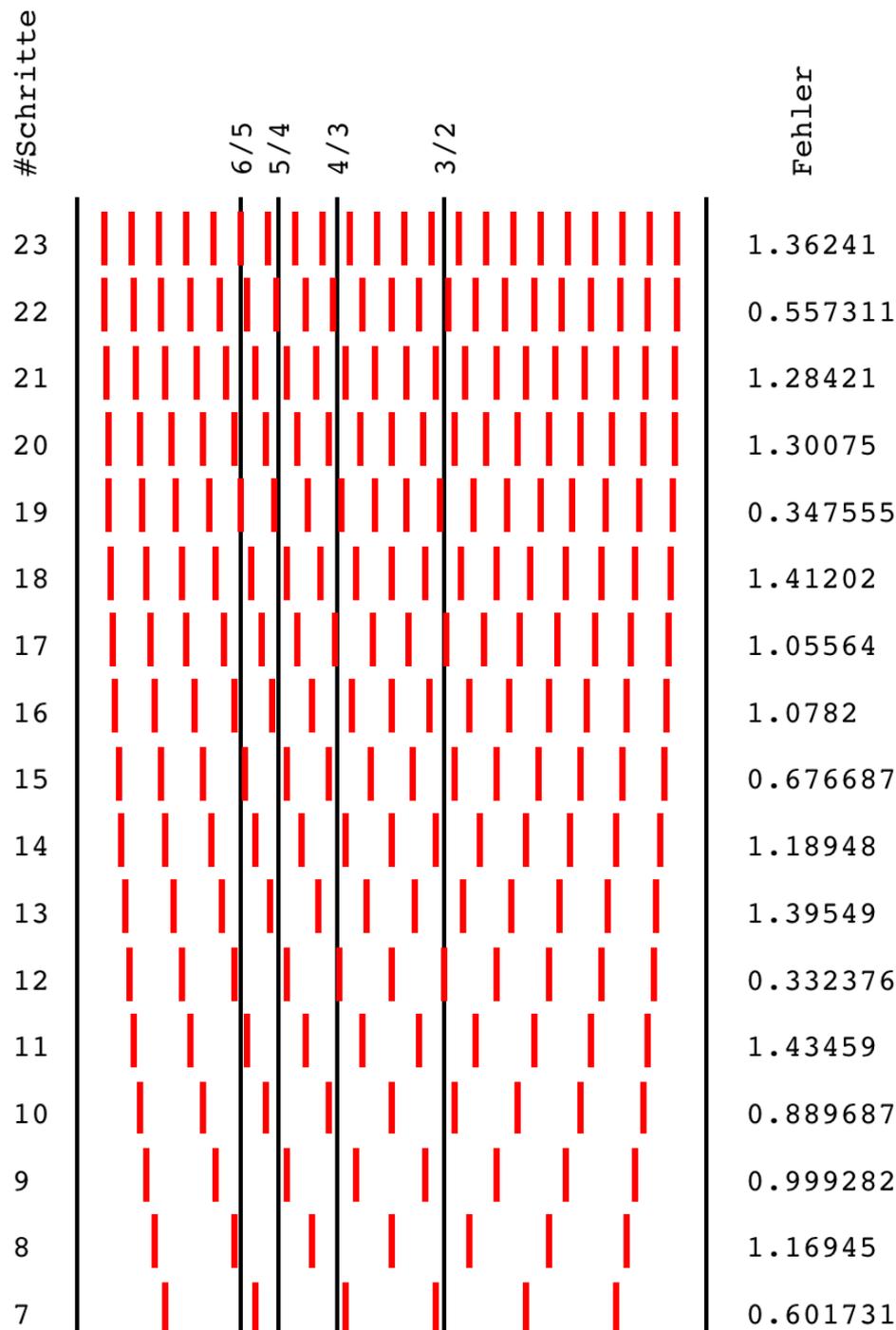
Zweiter Ton: Tritonus (drei ganze Töne)
Grundton-Verhältnis $\sqrt{2}/1$ (=1.4142)

- Je “komplizierter” das Verhältnis, umso mehr Schwebungen treten hervor
- Dies kann man auch hören (und im spectrum analyzer sehen)

Was bedeutet das für Tonleiter?

- Gut klingende Zweitöne sind die mit kleinem Frequenzverhältnis
 - $3/2$ (Quinte), $4/3$ (Quarte), $5/4$ (grosse Terz), $6/5$ (kleine Terz)
- Ein Tonleiter entspricht einem Tonvorrat an festen Tönen
- Wenn man eine Tonleiter konstruieren möchte, sollen die gut klingenden Zweitöne so gut wie möglich Bestandteil sein
- Wegen der Spielbarkeit: Möglichst gleichbleibendes Frequenzverhältnis zwischen zwei aufeinanderfolgenden Tönen
- Die Frequenzverdopplung (Oktave) MUSS exakt abgebildet sein

$$\left(\sqrt[n]{2}\right)^m$$



Methode

- Probiere alle n zwischen 7 und 23, und summiere die Fehler zu den gewünschten Tönen
- Bei $n=12$ kleinster Fehler
- Dies sagt nur etwas über den Tonvorrat aus
- Effektiv musikalisch benutzte Töne können ein Subset sein

Rein ist nicht rein

- Wir benutzen also 12 Töne (die Musiker sagen Halbtöne, meinen aber eigentlich das gleiche)
- Nach 12 aufsteigenden *reinen* Quinten ($3/2$) sind wir wieder am Anfangston angelangt (Quintenzirkel), bzw. einer Oktave davon ... fast:
- Ca $1/4$ eines Halbtons daneben: "Pythagoreisches Komma"

$$\frac{(3/2)^{12}}{2^7} \approx 1.0136$$

Musikalische Stimmungen: Die Kunst, diesen "Fehler" gleich/ungleich zu verteilen

➤ Es gibt keine allgemeingültige "richtige" Stimmung.

- Musikinstrumente und Musik erzählen uns viel über Physik.
- Die physikalische Analyse von Musikinstrumenten und Musik trägt zu einem tieferen Verständnis bei, und ermöglicht Verbesserungen und Innovationen.
- Ausschlaggebend für das ästhetische Empfinden ist aber nicht die Physik.
- **It don't mean a thing (If it ain't got that swing).** (Zitat Cootie Williams und gleichnamiger Jazz-Standard)