

Einführung in die theoretl. Physik

1. Math. Methoden zur Beschreibung der Newton'schen Mechanik
2. Zweikörperprobleme mit Zentralkräften:
Gravitationskraft, Keplerproblem
3. Beschreibung von Schwingungen: Pendel, Feder etc.
4. Berechnung von Wellen
5. Math. Methoden zur Beschreibung der spez. Relativitätstheorie

Literatur:

- M. Otto, Rechenmethoden für Studierende der Physik im 1. Jahr
- V. Molting, Grundkurs Theoret. Physik 1
- Tipler, Physik
Giancoli, Physics
Alonso / Finn, Physik
- Webpage: www.desy.de/~gudrid/teaching/SOS21
 - alle Vorlesungen + Übungen
 - alle Links
- MIN - MOODLE : Einf. in die theoretl. Physik 1 (SOS21)

Ziel

→ Beschreibung der Bewegung von Körpern

Kräfte und Eigenschaften des Systems

Aufstellung und Lösung der Bewegungsgleichung (BGL) eines physik. Systems
(Equation of motion (EOM))

1. Kinematik — Newton'sche Axiome

01.06.11

Bewegung von Körpern wird häufig durch
vektorielle Größen beschrieben:

Ort $\vec{r}$

Geschwindigkeit $\vec{v}$

Impuls $\vec{p}$

Beschleunigung $\vec{a}$

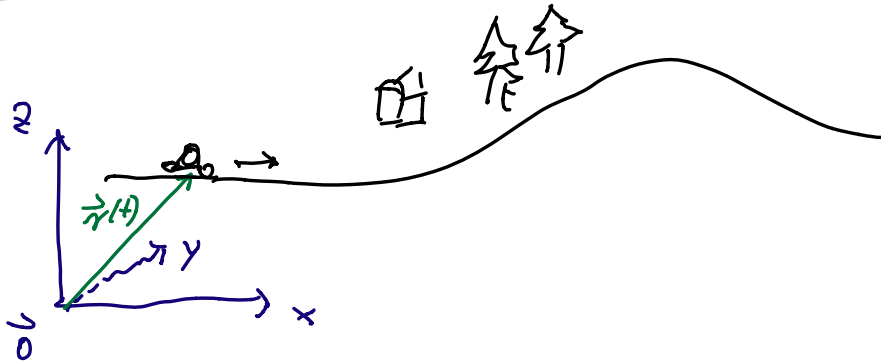
Kraft $\vec{F}$

Vektor $\hat{=}$ "Betrag und Richtung"

Newton'sche Axiome

1. Ein kräftefreier Körper bleibt in Ruhe bzw. bewegt sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit
2. Kraft = Masse $\cdot$ Beschleunigung: $\vec{F} = m \vec{a}$
3. Kraft = Gegenkraft (Actio = Reactio)
$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = - \vec{F}_{B \rightarrow A}$$

1.1 Vektoren: Betrag und Richtung



Ortsvektor $\vec{r}$ beschreibt den Ort des Körpers.

NB: häufig ist der Ortsvektor zeitabhängig,
d.h. $\vec{r} = \vec{r}(t)$!

Wähle Koordinatensystem:

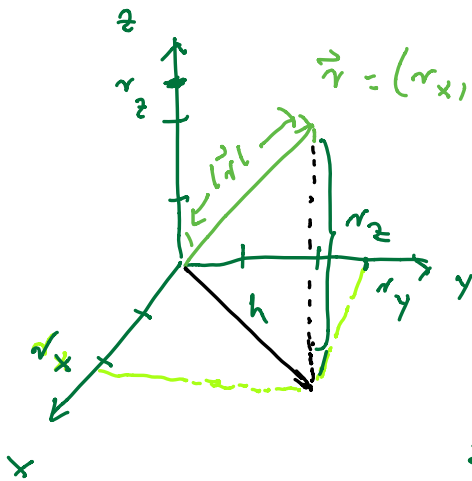
$$\vec{r} = \underbrace{(x, y, z)}_{\text{Zeilenvektor}} = \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_{\text{Spaltenvektor}}$$

$x, y, z \hat{=}$ "Komponenten"

Koordinatenursprung durch Nullvektor beschrieben:

$$\vec{0} = (0, 0, 0)$$

Länge eines Vektors:



Länge des Vektors $\vec{r}$

$$|\vec{r}| := r = \sqrt{h^2 + r_z^2} \\ = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2} \quad (1.1)$$

Zahlenwert: $\vec{r} = (1.5, 3, 4)$

$$\text{z.B.} \rightarrow |\vec{r}| = \sqrt{1.5^2 + 3^2 + 4^2} \approx 5.2$$

Richtung eines Vektors:

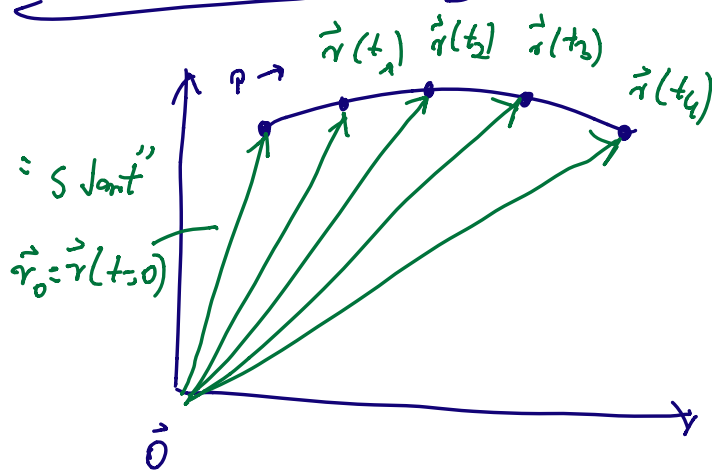
$$\vec{r} = |\vec{r}| \vec{e}_r$$

$\vec{e}_r$ = Einheitsvektor in $\vec{r}$ -Richtung

$$\text{z.B.} \rightarrow \vec{r} = 5.2 \cdot \vec{e}_r$$

1.2 Bahnkurve

04.10, 6.1



$\vec{r} = \vec{r}(t)$ = Bahnkurve
eines punktf.
körpers

Bahnkurve = zeitabhängig: laufender Parameter t

$$\vec{r}(t) := (x(t), y(t), z(t))$$

Je schneller von $\vec{r}(t_1) \rightarrow \vec{r}(t_4) \Rightarrow$ um so schneller!

1.3 Geschwindigkeit ($\hat{=}$ Momentangeschwindigkeit)

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$

$$= \dot{\vec{r}}(t) = (\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t))$$

↑
komponentenweise

Gegensatz: Durchschnittsgeschwindigkeit

$$\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$

Richtung der Geschwindigkeit

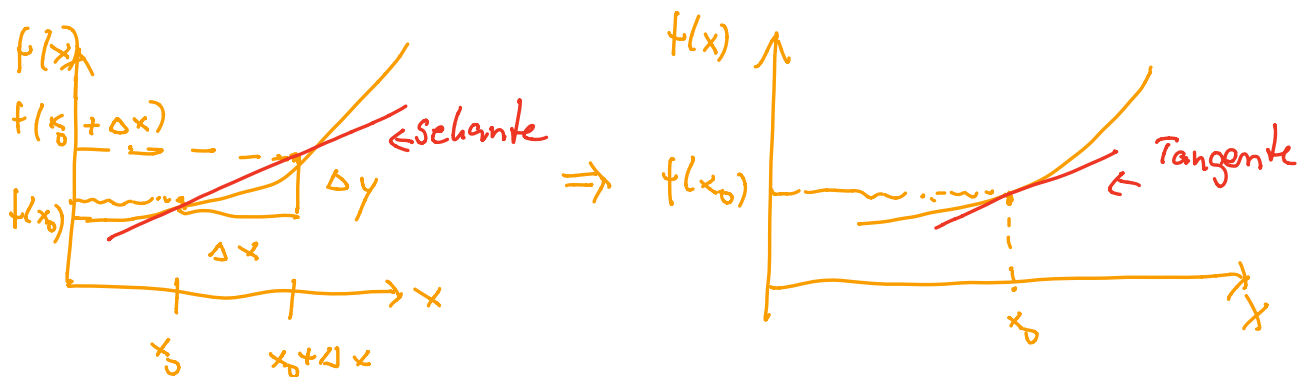
$\dot{\vec{r}}(t)$: immer tangential zur Bahnkurve ($\hat{=}$ Steigung)

Womit das nicht bekannt vor? Differentialquotient!

Einschub: Differentialquotient

040 4.1

Ziel: Steigung einer Funktion $f(x)$ in einem bestimmten Punkt x_0 bestimmen.



Steigungsformel:

$$m_{\text{Sehante}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{(x_0 + \Delta x) - x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Die Sekantensteigung nähert sich der Tangentensteigung, je kleiner Δt wird.

$\Rightarrow$ Differentialquotient wird im Limes $\Delta x \rightarrow 0$ erreicht!

$$\left\| \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} =: f'(x_0) \right\|$$

andere Beschreibung der Ortsableitung:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$$

Schreibweisen:

$$f'(x) = f' = \frac{df}{dx}$$

kleines Δ

$$f'(x_0) = f'(x) \Big|_{x_0} = \frac{df}{dx} \Big|_{x_0}$$

$$\left\| \text{Falls Zeitableitung: } \frac{df}{dt} := \dot{f}(t) \right\|$$

später (z.B. Wellen): $f(x, t)$

$$\rightarrow f' = \frac{df}{dx} \quad \text{und} \quad \dot{f} = \frac{df}{dt}$$

1.4 Beschleunigung

Analog zur Geschwindigkeit definiert:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

$$= \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{r}}(t) = (\ddot{x}(t), \ddot{y}(t), \ddot{z}(t))$$

Allgemeine Vorsicht:

$$|\dot{\vec{r}}(t)| \neq \frac{d}{dt} |\vec{r}| \quad ?$$

Warum? $|\vec{r}(t)| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)}$

$$\frac{d}{dt} |\vec{r}(t)| = \frac{d}{dt} \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{2x(t)\dot{x}(t) + 2y(t)\dot{y}(t) + 2z(t)\dot{z}(t)}{\sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)}}$$

$$= \frac{x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}}{\sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)}} = \frac{\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}}}{|\vec{r}|} = \vec{e}_r \cdot \dot{\vec{r}} \\ = \dot{e}_r$$

Ableitungsregeln für Vektoren:

- Ein Vektor wird komponentenweise abgeleitet

- $\frac{d}{dt} |\vec{r}(t)| = \frac{\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}}}{|\vec{r}|} = \dot{r} \hat{e}_r$

- $\frac{d}{dt} (\vec{r}(t) \cdot \vec{s}(t)) = \dot{\vec{r}}(t) \cdot \vec{s}(t) + \vec{r}(t) \cdot \dot{\vec{s}}(t)$
↑
Produktregel!

- $\frac{d}{dt} (\vec{r}(t) \times \vec{s}(t)) = \dot{\vec{r}}(t) \times \vec{s}(t) + \vec{r}(t) \times \dot{\vec{s}}(t)$
↓

- $\frac{d}{dt} (\lambda \vec{r}(t) \pm \mu \vec{s}(t)) = \lambda \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \pm \mu \frac{d\vec{s}(t)}{dt}$
 $= \lambda \dot{\vec{r}}(t) \pm \mu \dot{\vec{s}}(t)$