



Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Bachelor Kolloquium

Untersuchung mechanischer Eigenschaften der MAGO-Kavität im Bezug auf Gravitationswellendetektion

Von Michel Paulsen

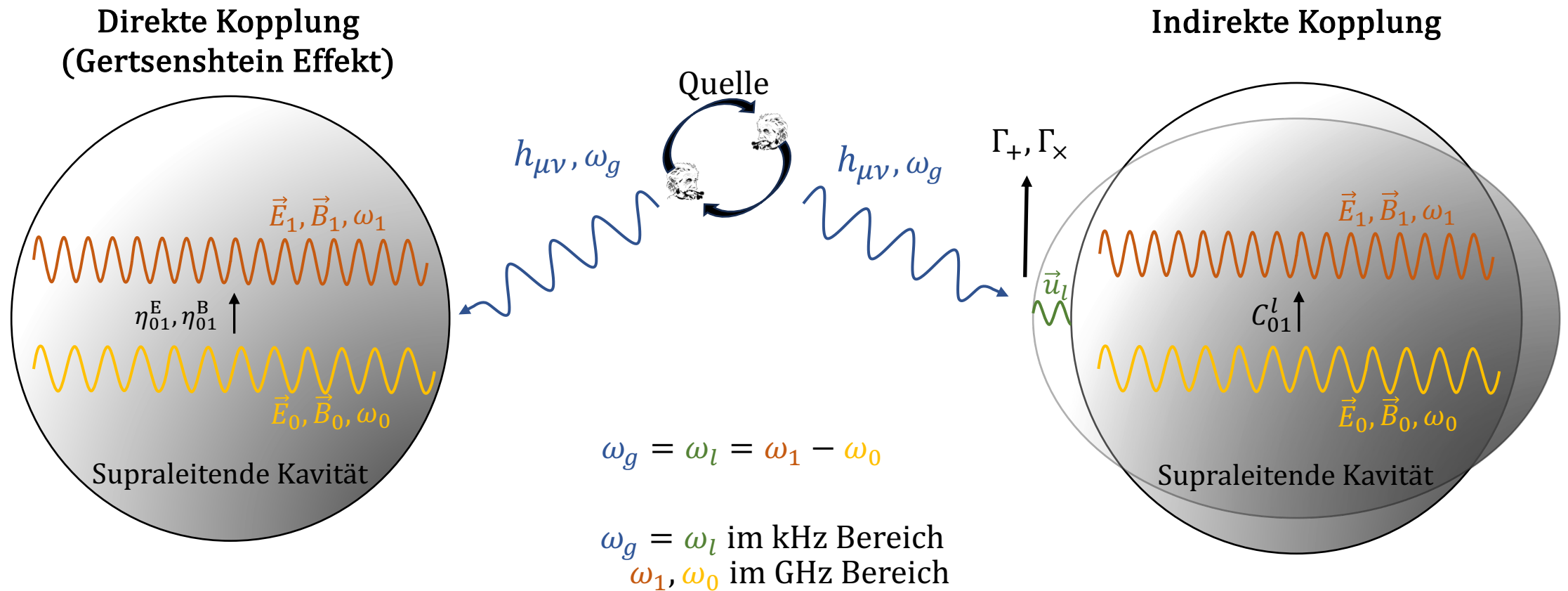
Erstgutachterin: Prof. Dr. Gudrid Moortgat-Pick
Zweitgutachter: Dr. Marc Wenskat

Gliederung

- Konzept von MAGO
- Theoretischer Rahmen
- Simulationen
- Messungen
- Fazit

Konzept von MAGO

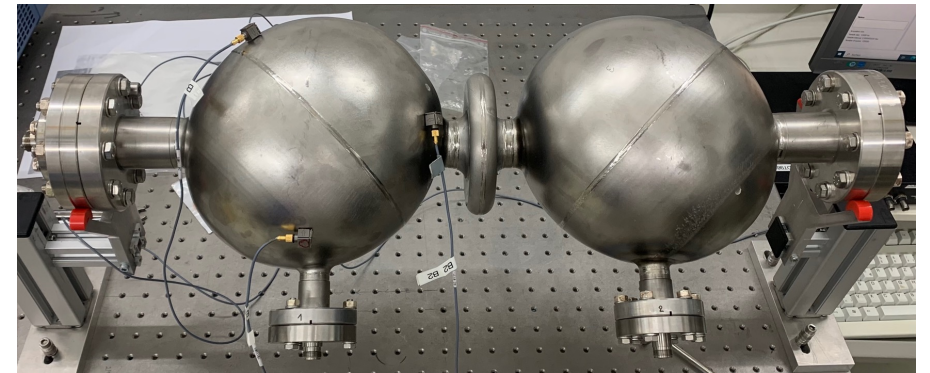
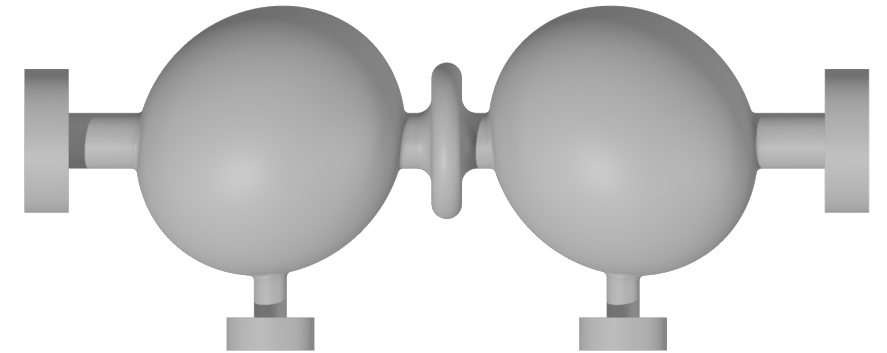
- Ziel ist es, einen Frequenzschub in der Kavität zu messen.



Konzept von MAGO

- MAGO besteht aus zwei gekoppelten ellipsoiden Kavitäten.
- Ellipsoide sorgen für ein stabilere EM-Mode als Kugeln und sorgen für eine bessere Kopplung der GW.
- Die Kopplung sorgt für degenerierte Moden, deren Abstände sehr klein sind.
- Eine komplexere Geometrie sorgt für symmetrieärmere Modenverteilungen.

Ballantini et al, arXiv:gr-qc/0203024



Theoretischer Rahmen

- Die GW erzeugt effektiv eine Kraftdichte, die auf die Kavität wirkt.

$$\vec{f}_{GW}(\vec{x}, t) = -\frac{1}{2}\omega_g^2 M V_{cav}^{\frac{1}{3}} (h_+ \Gamma_+ + h_\times \Gamma_\times) e^{i\omega_g t}$$

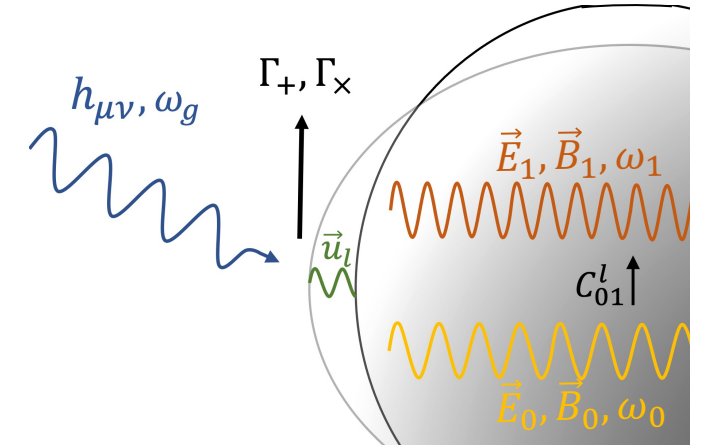
Robin Löwenberg, Masterarbeit, 2023

- Diese Kraftdichte erzeugt ein Auslenkungsfeld $\vec{u}(\vec{x}, t)$, welches der Bewegungsgleichung für isotrope elastische Festkörper folgt.

$$\rho(\vec{x}) \frac{\partial^2 \vec{u}(\vec{x}, t)}{\partial t^2} - (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \vec{u}(\vec{x}, t)) - \mu \nabla^2 \vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{f}_{GW}(\vec{x}, t)$$

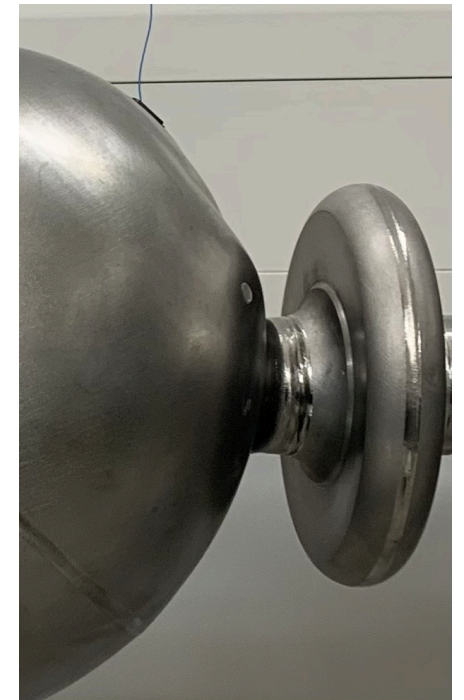
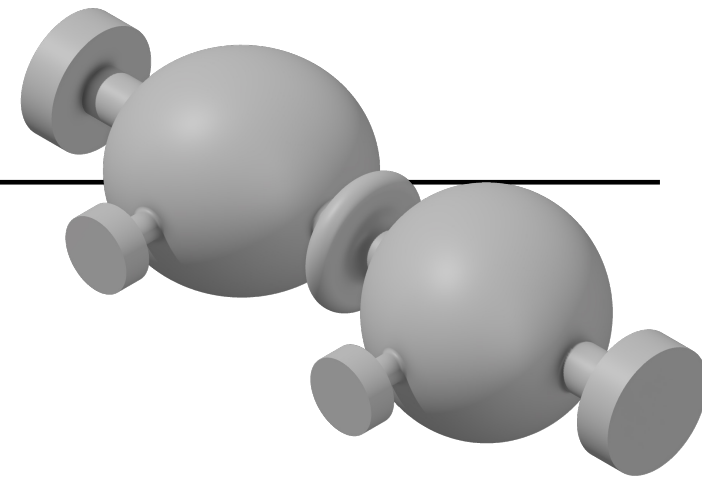
μ und λ beschreiben die Materialeigenschaften der Kavität.

- Separationsansatz als Lösung: $\vec{u}(\vec{x}, t) = \sum_l \xi_l(\vec{x}) q_l(t)$



Simulationen

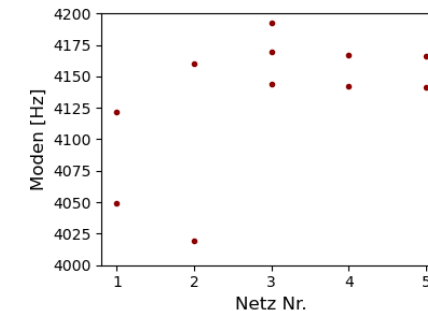
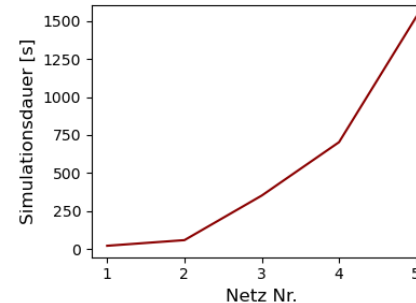
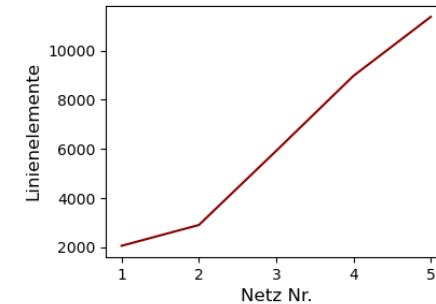
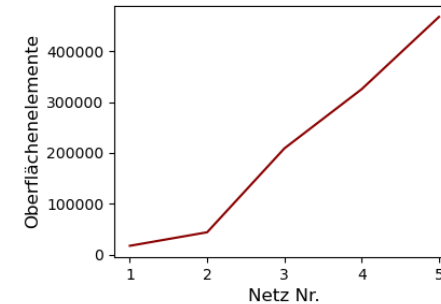
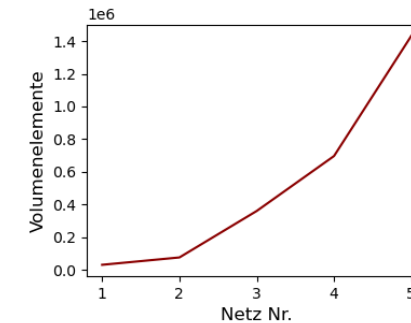
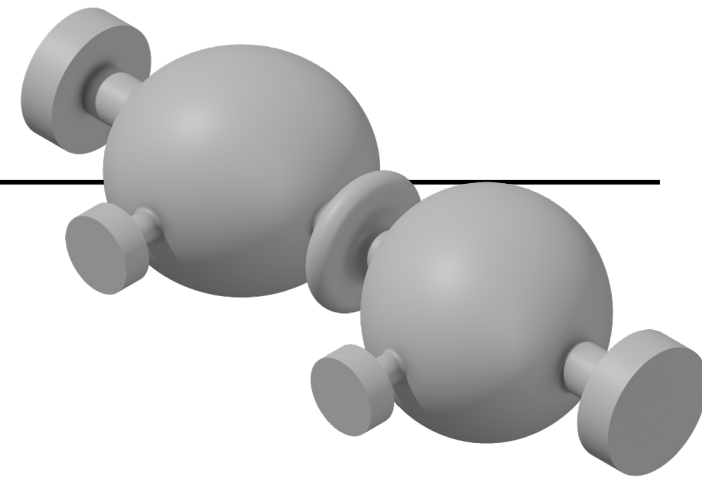
- Um die Kavität zu verstehen, nützt es, Simulationen zu machen, welche wir mit den Messungen vergleichen können.
- Die Simulationen wurden mit COMSOL Multiphysics gemacht. Dabei wird die Finite-Elemente-Methode genutzt.
- Das CAD-Modell basiert auf technischen Zeichnungen der **heilen** Kavität.
- Wir haben angenommen, dass kleine Bauteile keinen großen Einfluss auf die Kavität haben.
- Für die Simulationen wurde immer eine punktuelle Krafteinwirkung simuliert und das dadurch resultierende Vibrationsspektrum an bestimmten Punkten berechnet.



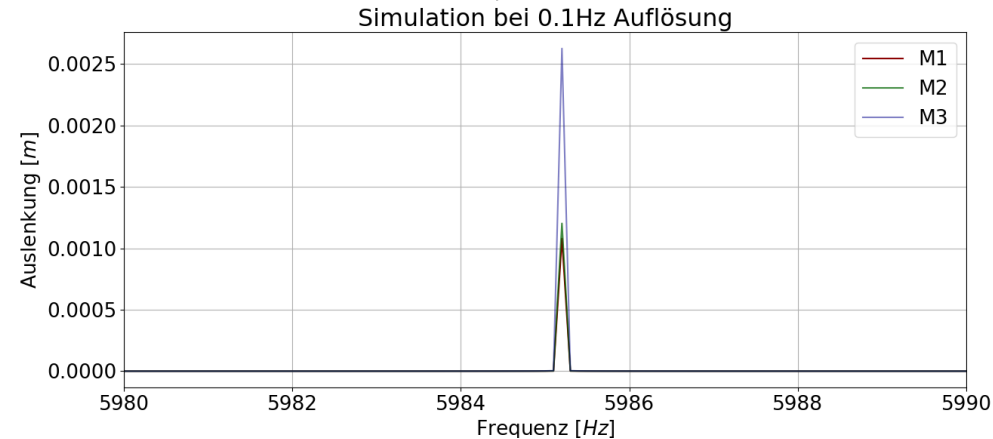
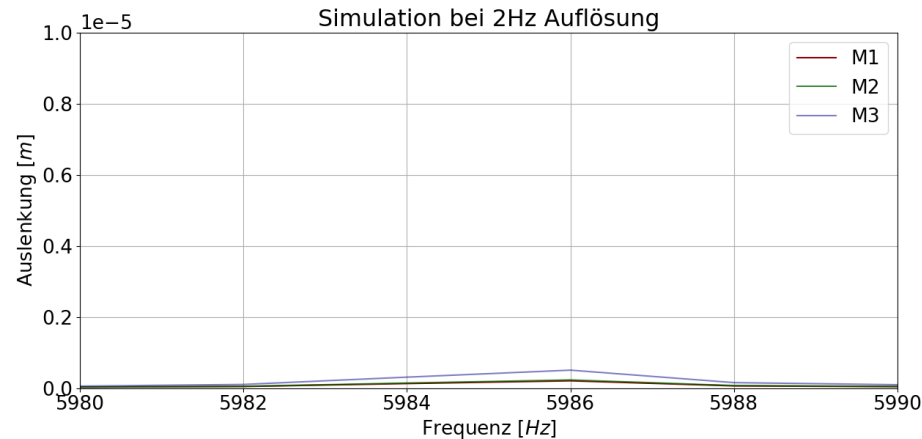
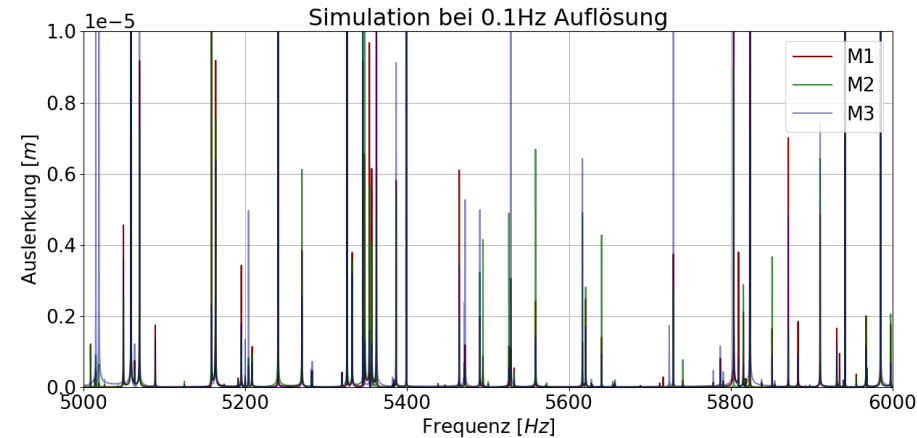
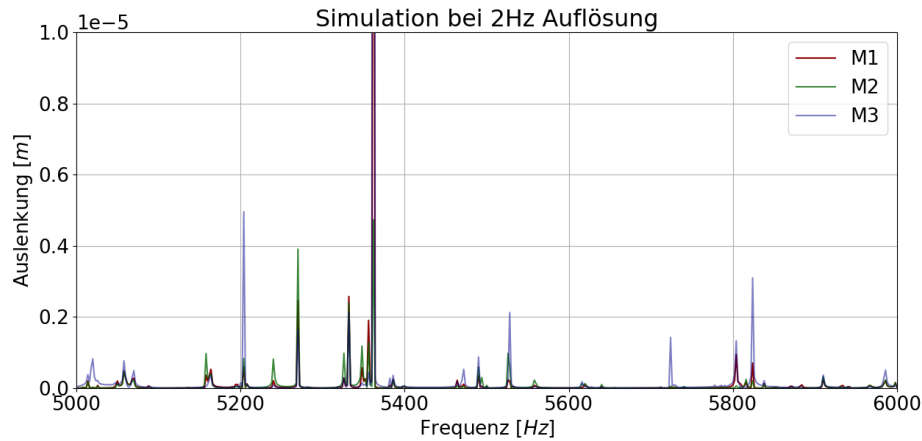
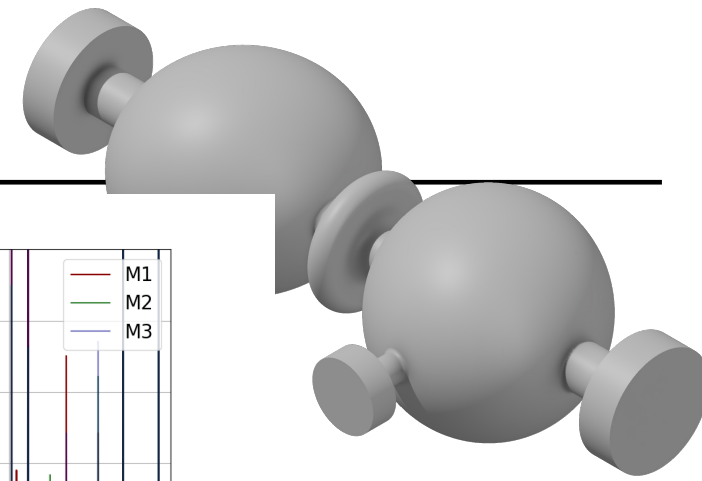
Beule in der Kavität

Simulationen - Gitter

- Je dichter das Gitter, desto besser wird die Geometrie aufgelöst.
- Dichteres Gitter $\Rightarrow$ Längere Simulationszeit
- Die Moden konvergieren erst ab einer bestimmten Simulationsgenauigkeit!

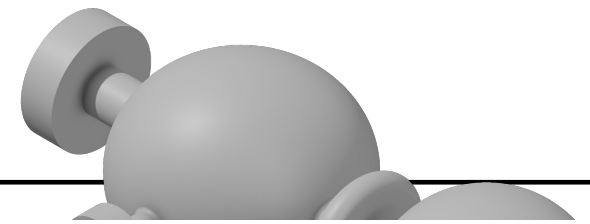


Simulationen – Frequenzauflösung

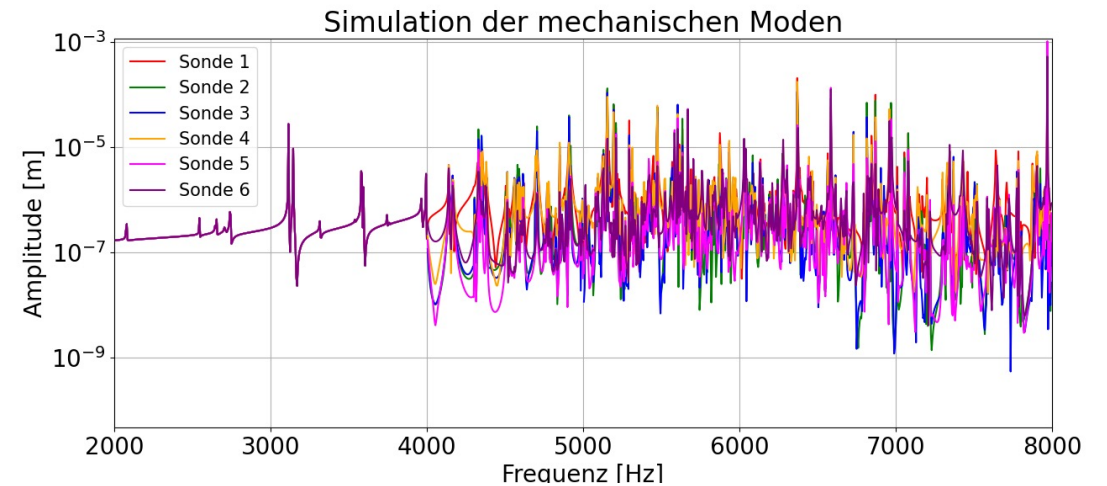
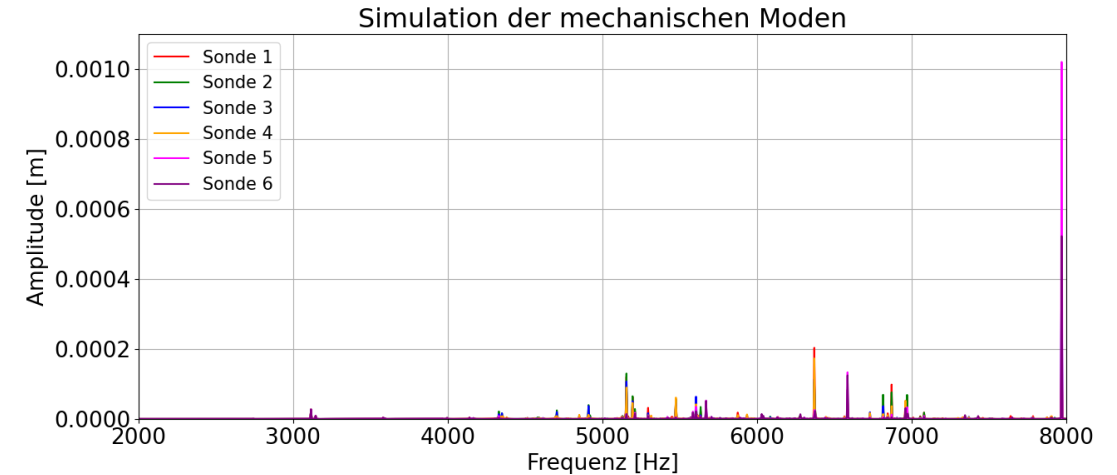


- Die Frequenzauflösung spielt eine wichtige Rolle, um die richtigen benötigten Moden zu finden!
- Aber mehr Frequenzen bedeuten längere Simulationsdauer.

Simulationen

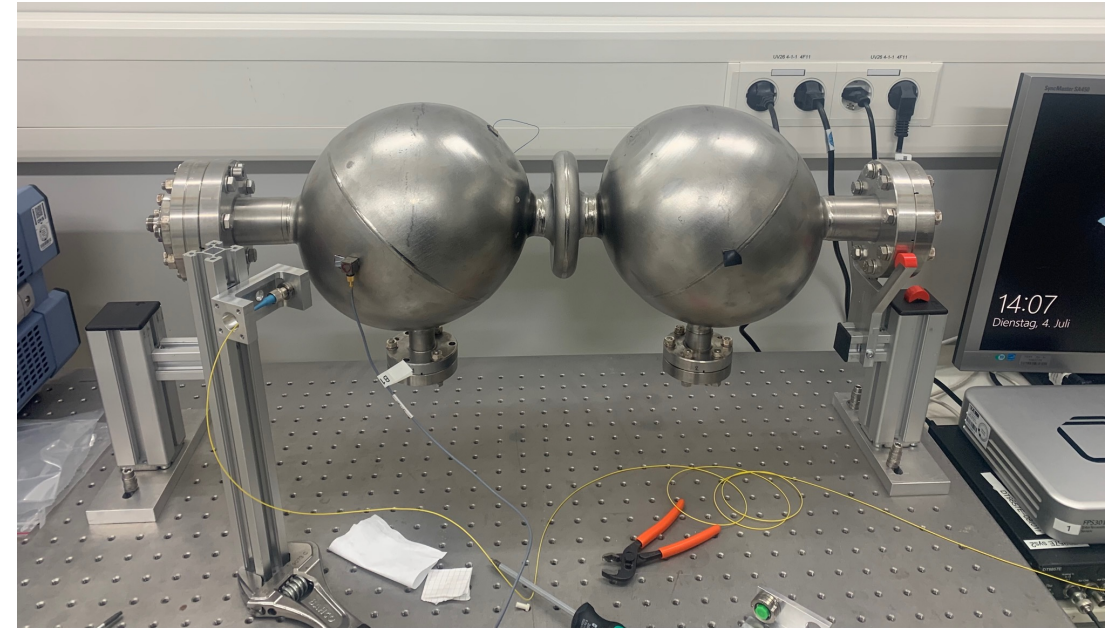


- Simulation für den Vergleich mit den Messungen.
- Die Frequenzauflösung liegt bei **5 Hz**.
- Die hohen Amplituden kommen wahrscheinlich von der perfekten Geometrie.



Messungen

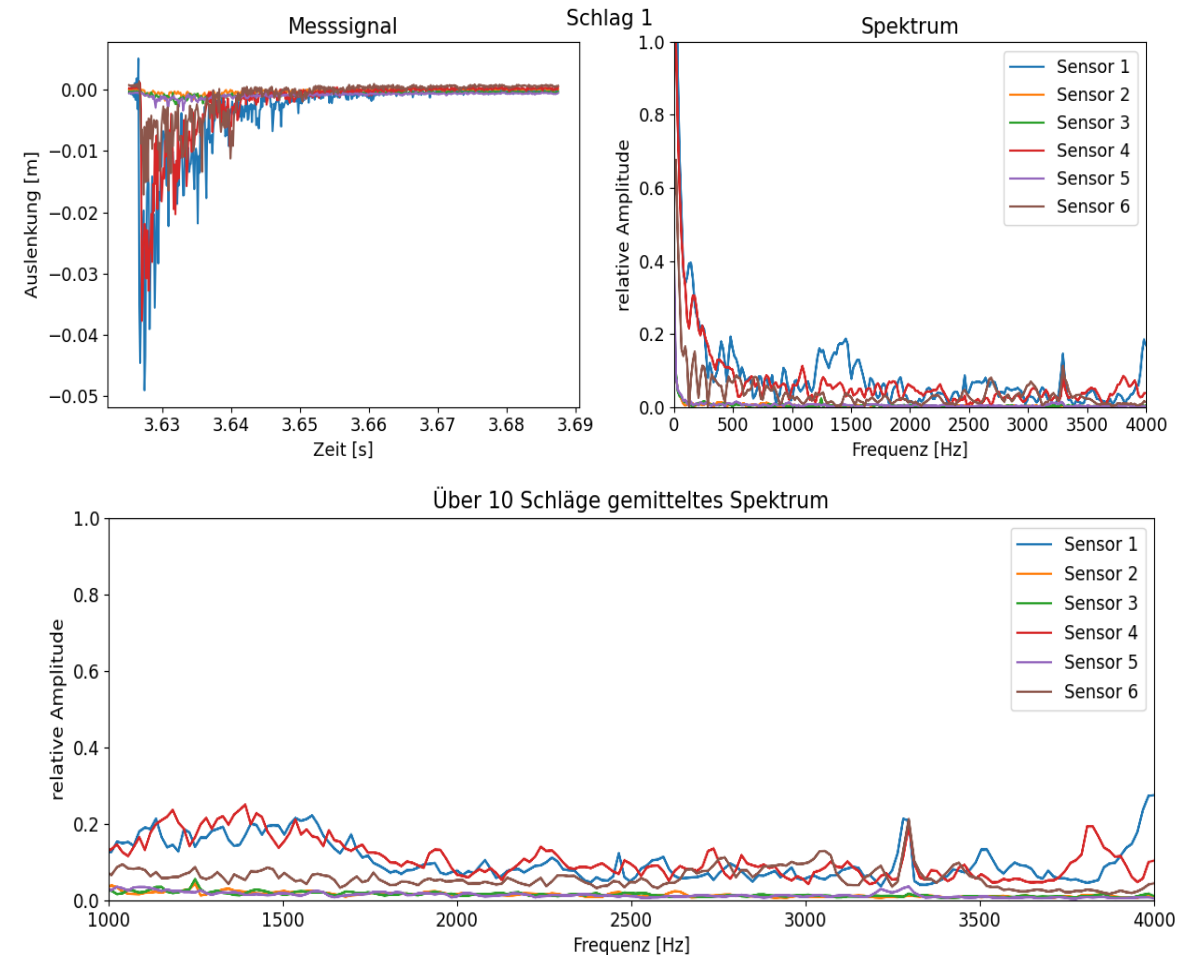
- Das Experiment befand sich auf einem optischen Tisch.
- Die Kavität lag auf einem Y-Profil auf.
- 2 verschieden Messmethoden wurden probiert.
- Die Krafteinwirkung passierte mit einem kleinen Hammer.



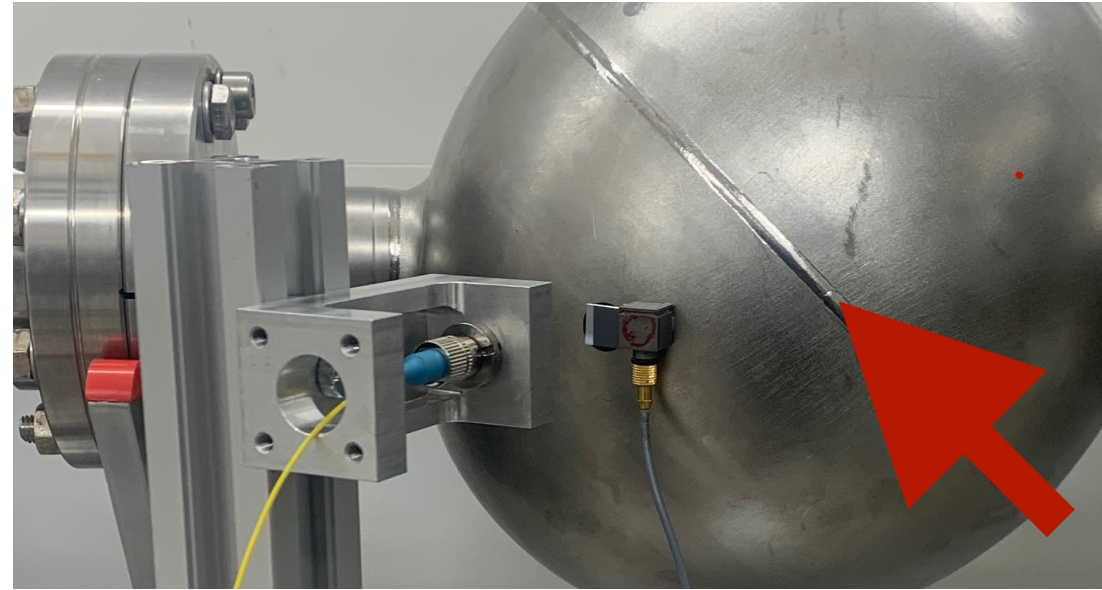
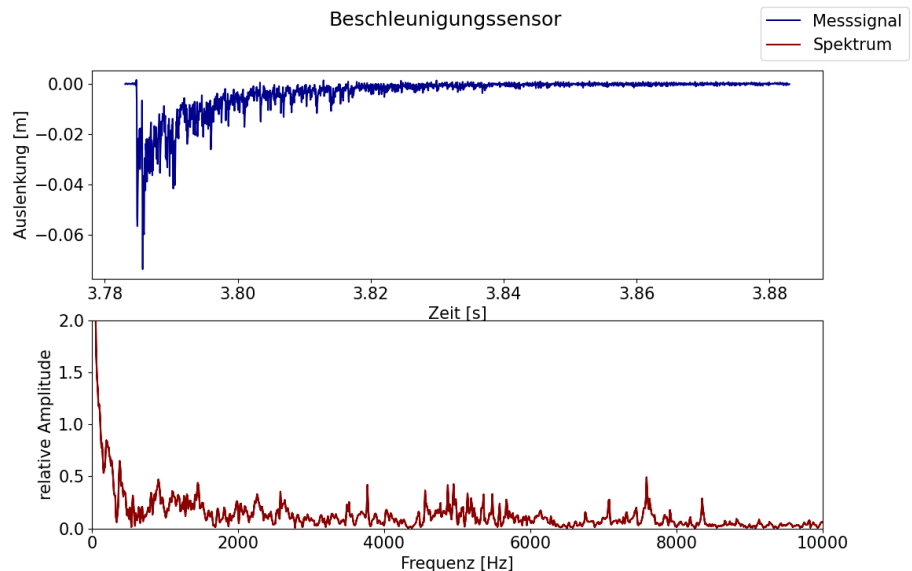
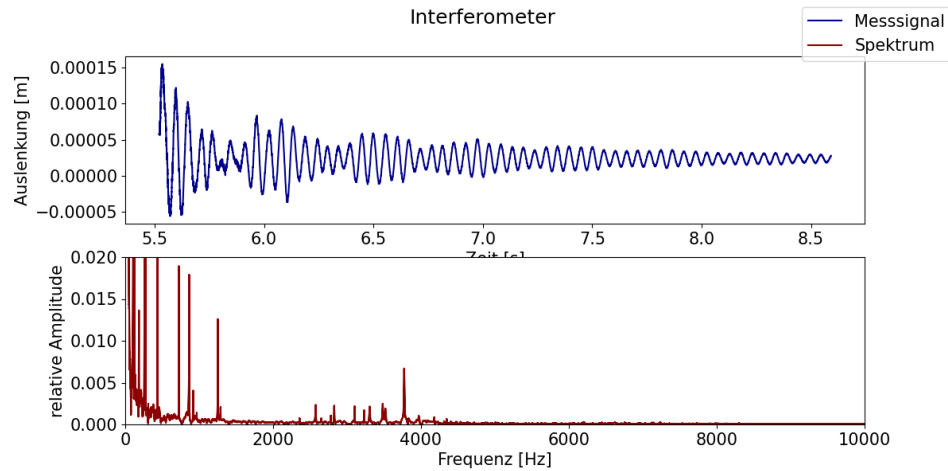
└→ Ungenaue Platzierung und ungenaue Krafteinwirkung.

Messungen - Beschleunigungssensoren

- Die Beschleunigungssensoren wurden an den schon definierten 6 Messpunkten befestigt.
- Gemessene Spektren sind von Rauschen dominiert.
- Auslenkung physikalisch unmöglich!



Messungen - Vergleich

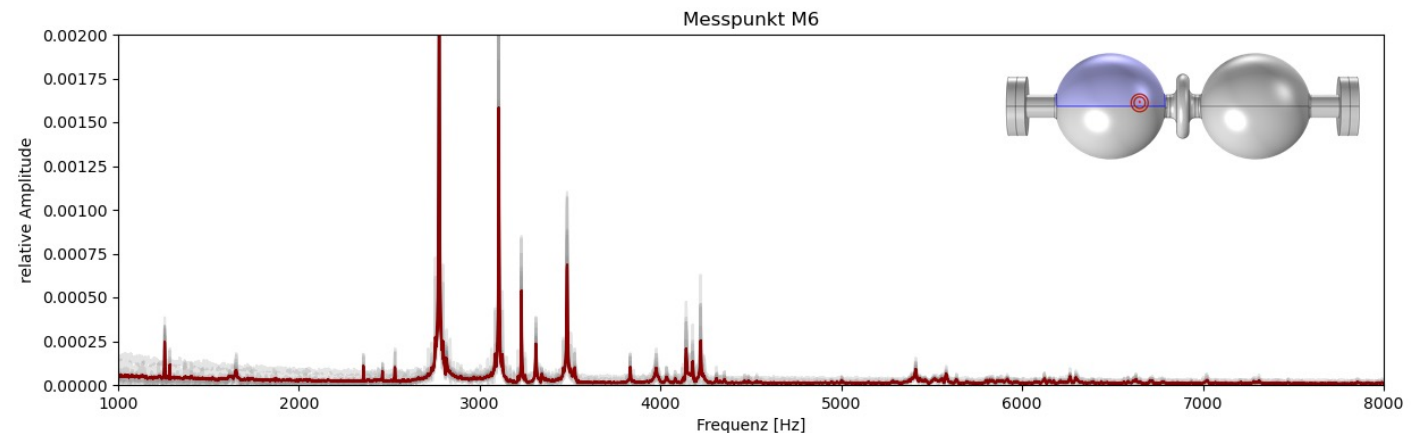
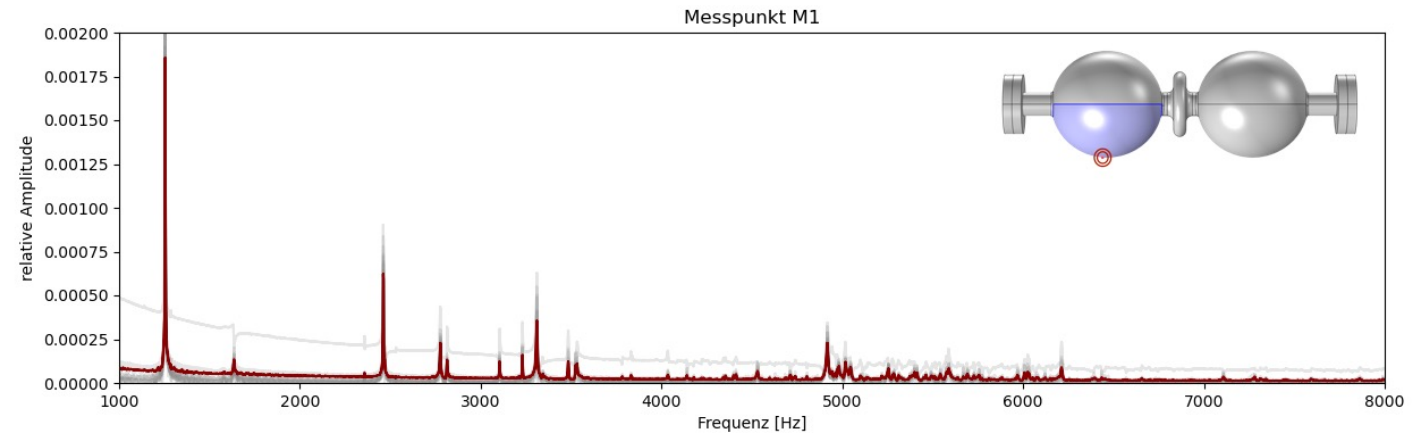
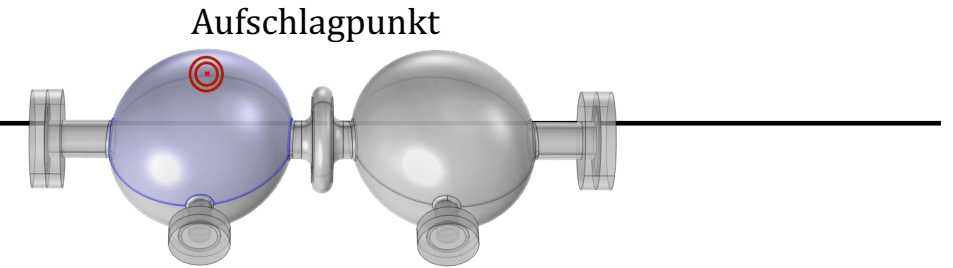
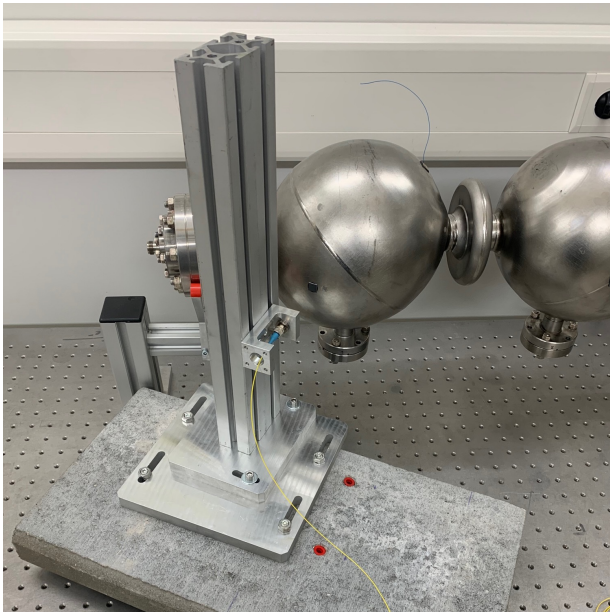


Aufschlagpunkt

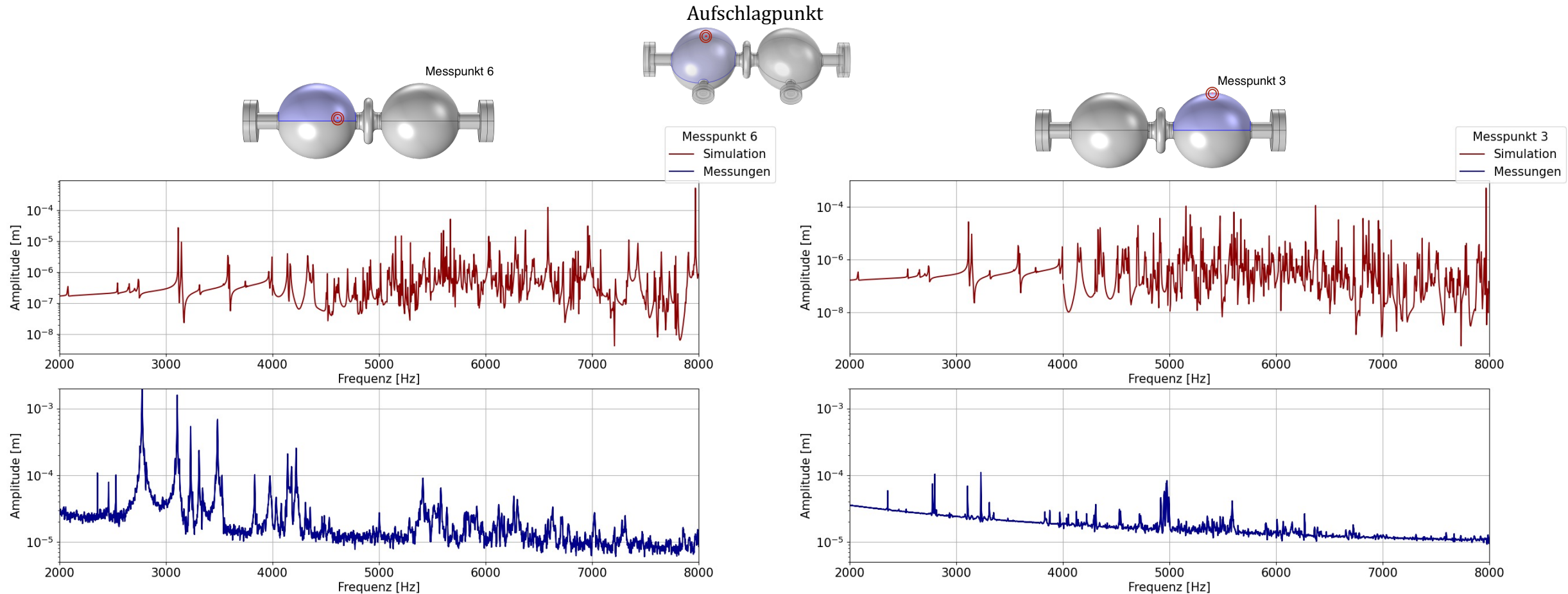
- Die Modenpeaks sind beim Interferometer viel eindeutiger.
- Leichte Übereinstimmungen sind dennoch zu erkennen.
- Die weiteren Messungen wurden mit dem Interferometer gemacht.

Messungen

- Die Spektren von 10 Schlägen wurden für jeden Messpunkt gemittelt.



Fazit - Vergleich der Messung mit der Simulation



- Es ist **keine** signifikante Ähnlichkeit der Spektren erkennbar.

Fazit

Simulationen

- Die genutzte CAD-Geometrie bildet die reale Kavität nur ungenügend ab.
→ Wir benötigen eine genauere CAD-Geometrie.
- Die Simulationen sind nicht genau genug (Gitter und Frequenzauflösung)
→ Wir benötigen mehr Rechenleistung.

Messungen

- Das Mitteln der Spektren hat gut geklappt.
→ Mehr Spektren pro Messpunkt mitteln.
- Kurze Messdauer macht die Ergebnisse ungenauer.
→ Freiere Aufhängung und präzisere Versuchsdurchführung.

Zusatzfolien – Lösung der Bewegungsgleichung

- Lösung der elastischen Bewegungsgleichung:

$$\rho(\vec{x}) \frac{\partial^2 \vec{u}(\vec{x}, t)}{\partial t^2} - (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \vec{u}(\vec{x}, t)) - \mu \nabla^2 \vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{f}_{GW}(\vec{x}, t)$$

- Separationsansatz: $\vec{u}(\vec{x}, t) = \sum_l \vec{\xi}_l(\vec{x}) q_l(t)$

- Ortsabhängige und zeitabhängigen DGL:

$$\omega_l^2 \rho(\vec{x}) \vec{\xi}_l(\vec{x}) + (\lambda + \mu) \nabla \left(\nabla \vec{\xi}_l(\vec{x}) \right) + \mu \Delta \vec{\xi}_l(\vec{x}) = 0$$

$$\ddot{q}_l(t) + \frac{\omega_l}{Q_l} q_l = \frac{\vec{f}_{GW}(\vec{x}, t)}{M}$$

Zusatzfolie - Theoretischer Rahmen C_{nm}^l

- Störungstheorie der Kavitätenränder

$$\vec{E}'_n = \vec{E}_n + \sigma \vec{E}_n^{(1)} + \mathcal{O}(\sigma^2)$$

$$\vec{B}'_n = \vec{B}_n + \sigma \vec{B}_n^{(1)} + \mathcal{O}(\sigma^2)$$

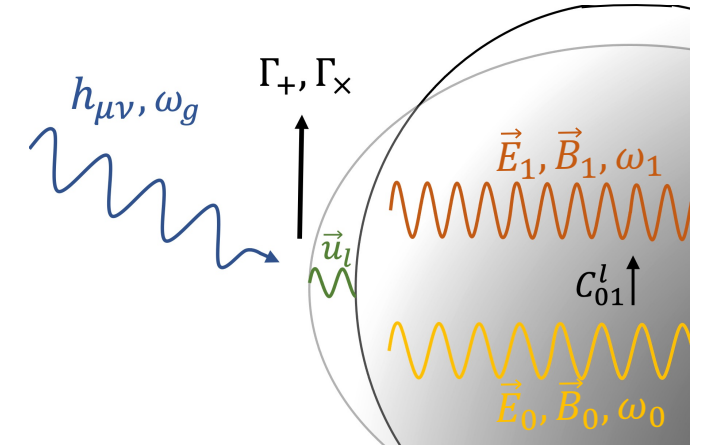
$$\vec{\omega}'_n = \vec{\omega}_n + \sigma \vec{\omega}_n^{(1)} + \mathcal{O}(\sigma^2)$$

- Störterme werden nach den Moden der Kavität entwickelt.

$$\sigma \vec{E}_n^{(1)} := \sum_m \alpha_{nm} \vec{E}_m$$

$$\sigma \vec{B}_n^{(1)} := \sum_m \beta_{nm} \vec{B}_m$$

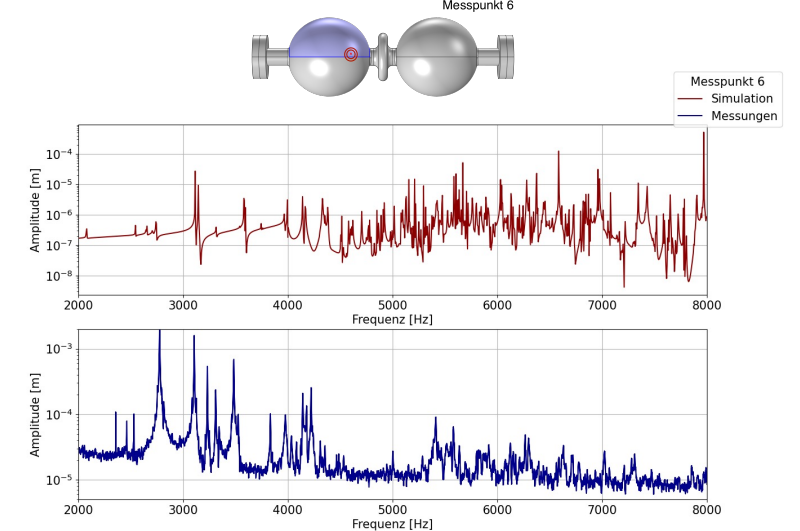
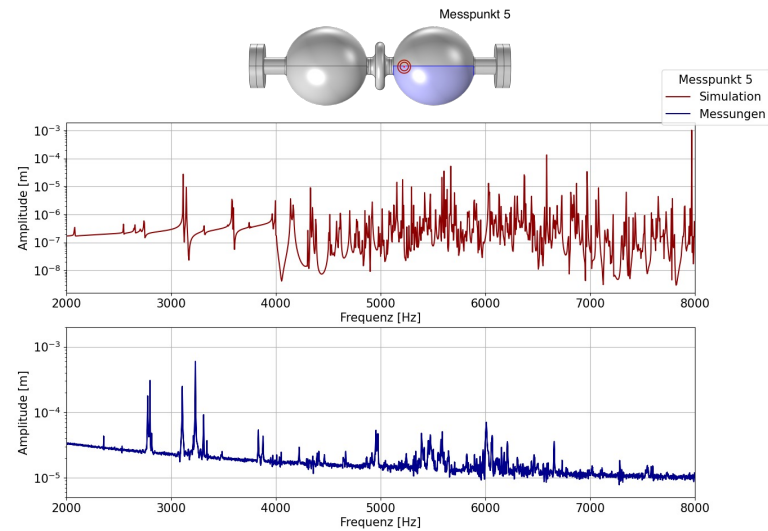
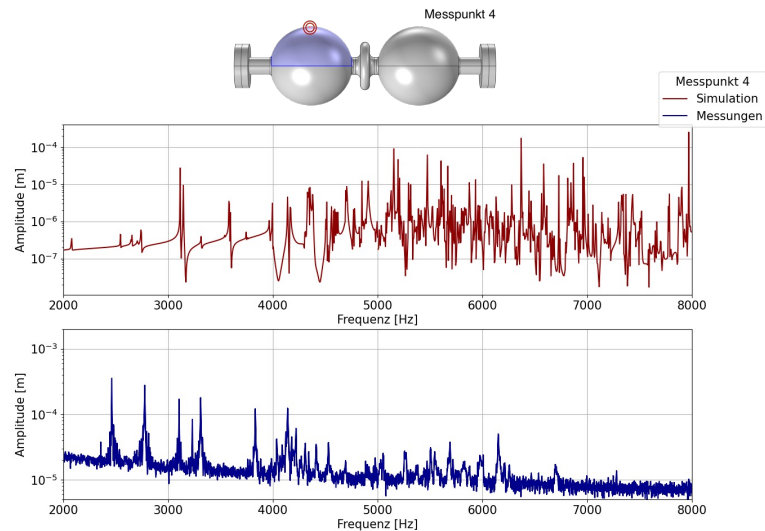
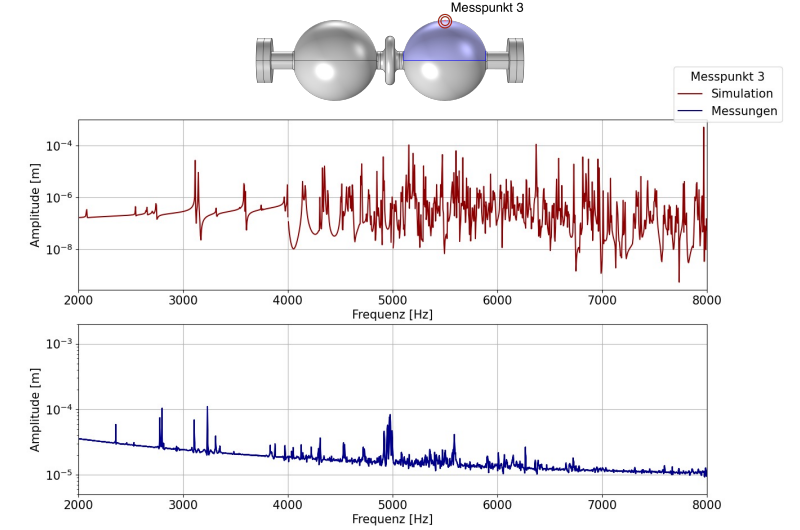
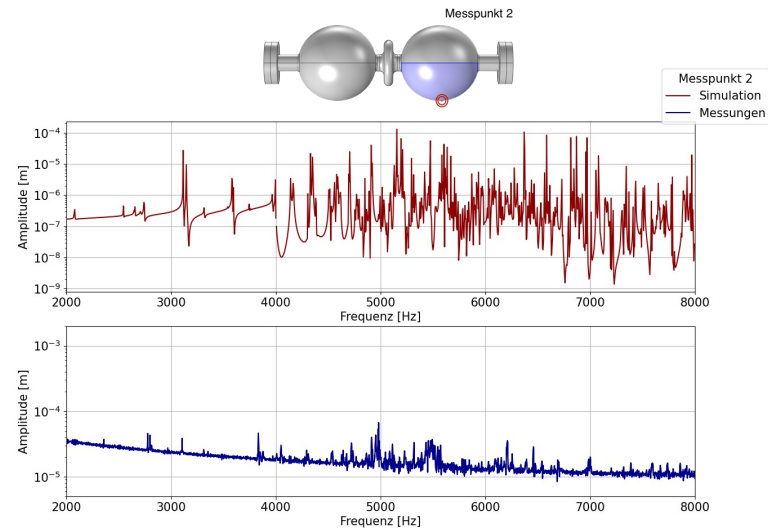
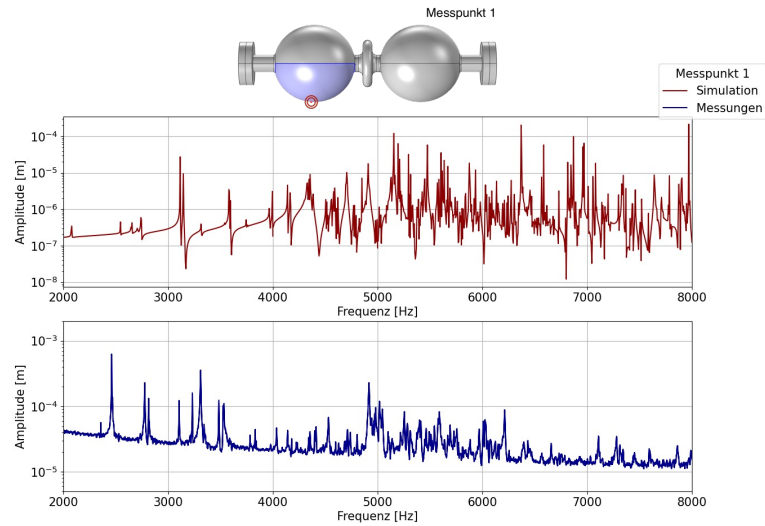
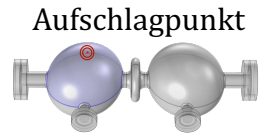
$$\sigma \vec{\omega}_n^{(1)} := \sum_m \kappa_{nm} \vec{\omega}_m$$



$$\alpha_{nm} = \frac{\omega_n \omega_m}{\omega_m^2 - \omega_n^2} C_{nm}$$

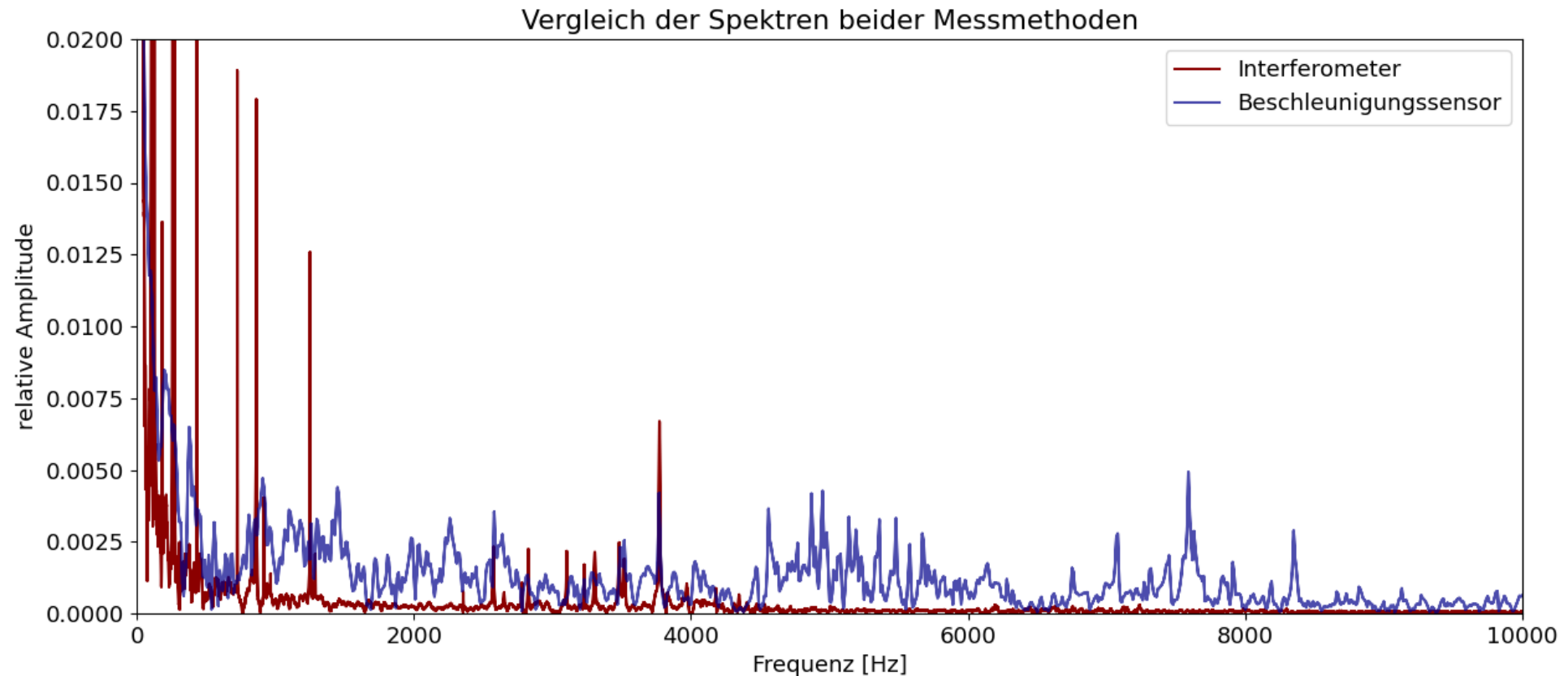
$$\beta_{nm} = \frac{\omega_n^2}{\omega_m^2 - \omega_n^2} C_{nm}$$

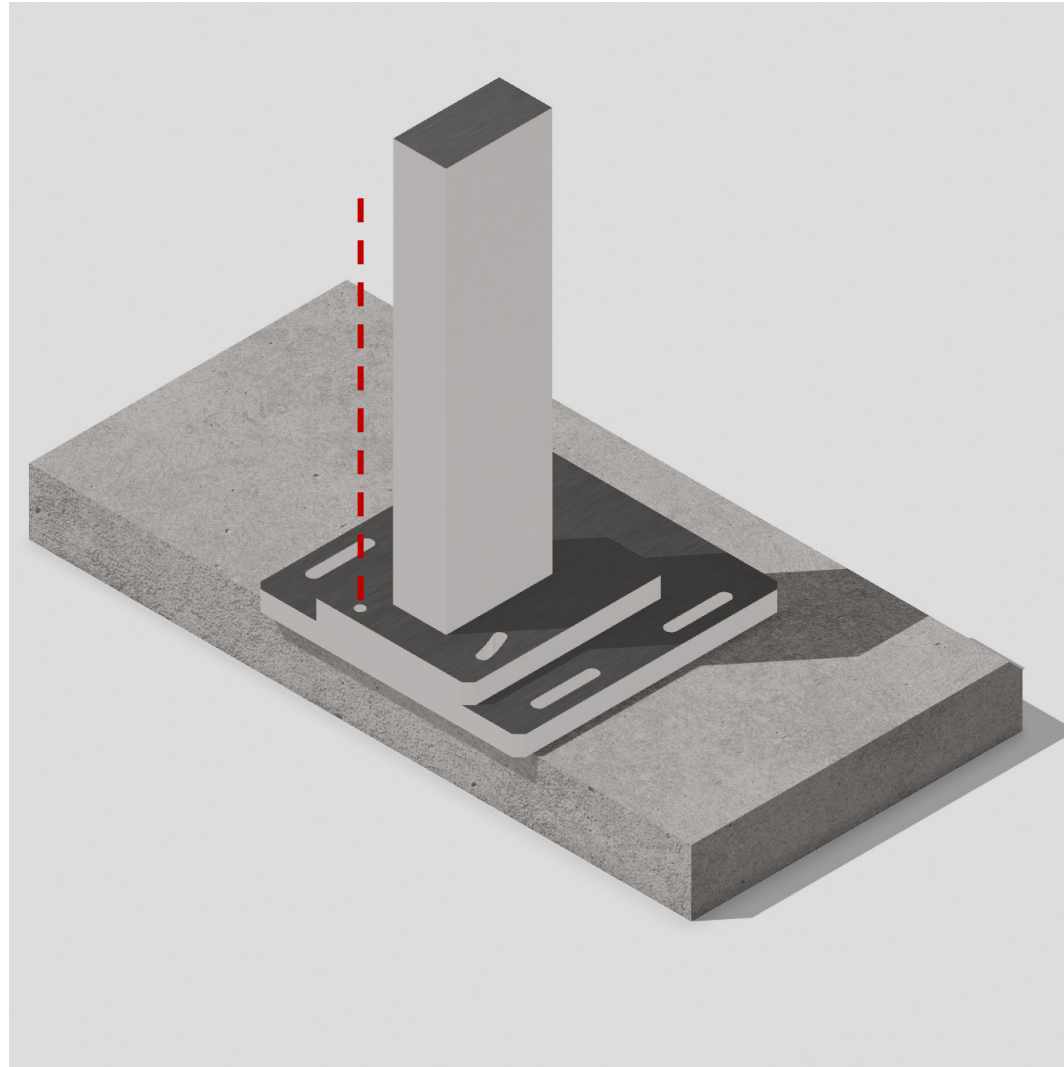
Zusatzfolien - Vergleich der Messung und der Simulation



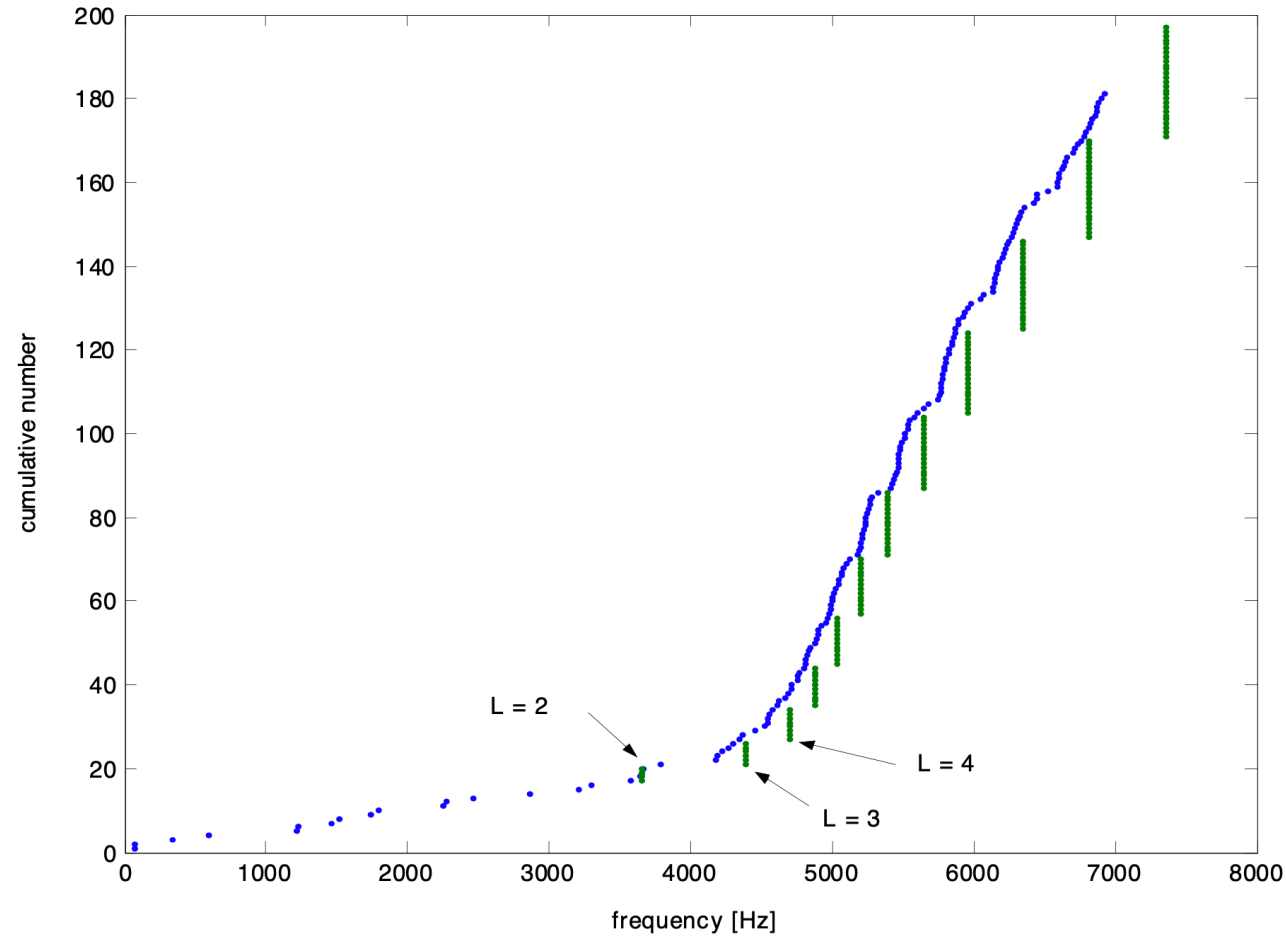
Zusatzfolien – Vergleich der Messmethoden

- Die Amplituden der Beschleunigungssensoren wurden um einen Faktor 100 gestaucht.





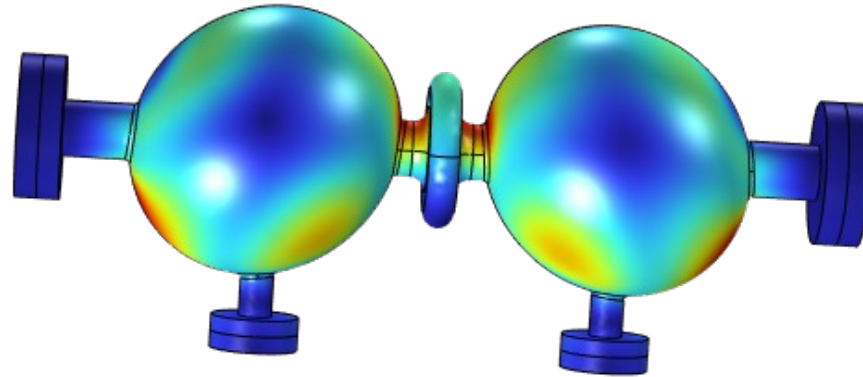
Zusatzfolien – Vergleich mit analytischen Lösungen



R. Ballantini et. al.
arXiv:gr-qc/0502054v1

FIG. 12: Spectrum of the mechanical normal modes of the *small-scale* detector in the range $0 < f < 7000$ Hz.

Zusatzfolien – Quadrupolmode



Simuliertes Auslenkungsfeld mit Quadrupolform bei 4122Hz