TEILCHENPHYSIK FÜR FORTGESCHRITTENE

Die (elektro-)schwache Wechselwirkung
(in Anlehnung an Skript R. Klanner/T. Schörner)

Olaf Behnke
Achim Geiser

Universität Hamburg, IExpPh

Sommersemester 2010

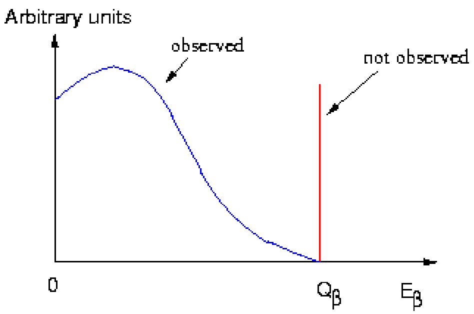
ÜBERBLICK

1. Die quantenmechanische Beschreibung von Elektronen
2. Feynman-Regeln und –Diagramme
3. Lagrange-Formalismus und Eichprinzip
4. QED
5. Starke Wechselwirkung und QCD
6. Schwache Wechselwirkung
   - Fermi-Modell
   - elektro-schwache Vereinigung
   - Experimente zur elektroschwachen Wechselwirkung

6. DIE SCHWACHE WECHSELWIRKUNG

Historischer Einstieg:

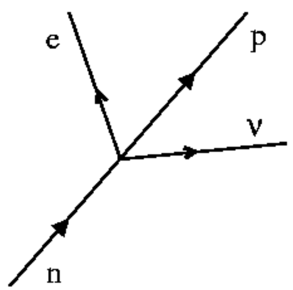
- 1896: Becquerel entdeckt Radioaktivität (Uranpech auf verpackter Photoplatte).
- 1914: Chadwick: β-Strahlen aus nuklearen β-Zerfall haben kontinuierliches Spektrum (im Gegensatz zu z.B. α-Teilchen – diskrete Energieniveaus!).



- Interpretaton (Ende der 1920er):
  - Energieerhaltung verletzt (Bohr)
  - "Neutrino" trägt Energiedifferenz weg (Pauli).
- 1933: Fermi und Theorie des β-Zerfalls in Analogie zur QED (Vierpunkt-WW und Strom-Strom-Form):

$$M = G_{(F)}\left(\bar{u}_n \gamma_\mu u_p\right)\left(\bar{u}_\nu \gamma^\mu u_e\right)$$

… mit Kopplungskonstante $G \sim 1.1 * 10^{-5}\ \mathrm{GeV}^{-2}$.



Beachte das Fehlen eines Propagator-Terms!

- 1955: Wu: Beobachtung der Paritätsverletzung in der schwachen WW:

$$^{60}Co \rightarrow {}^{60}Ni + e^- + \bar{\nu}_e$$

Ausrichten der Co-Spins im B-Feld → e^--Impuls bevorzugt entgegen Co-Spin → Paritätsverletzung!

- Problem: Fermi-Matrixelement ist paritätserhaltend!
  →Theorie muss modifiziert werden durch bekannte Faktoren $\frac{1}{2}\left(1-\gamma^5\right)$ (Chiralitätsoperatoren).
- Denn:

$$\bar{\psi}\gamma^\mu \frac{1}{2}\left(1-\gamma^5\right)\psi \equiv \frac{1}{2}\left(V^\mu - A^\mu\right)$$

V^μ transformiert unter Raumspiegelungen wie ein Vektor, A^μ wie ein Axialvektor:

$$A'^0 = -A^0 \qquad \vec{A}' = \vec{A}$$

Obiger Strom verletzt also die Paritätsinvarianz!

- Damit wird das Matrixelement:

$$M = G_{(F)}\left(\bar{u}_n \gamma_\mu \frac{1}{2}\left(1-\gamma_5\right)u_p\right)\left(\bar{u}_\nu \gamma^\mu \frac{1}{2}\left(1-\gamma_5\right)u_e\right)$$

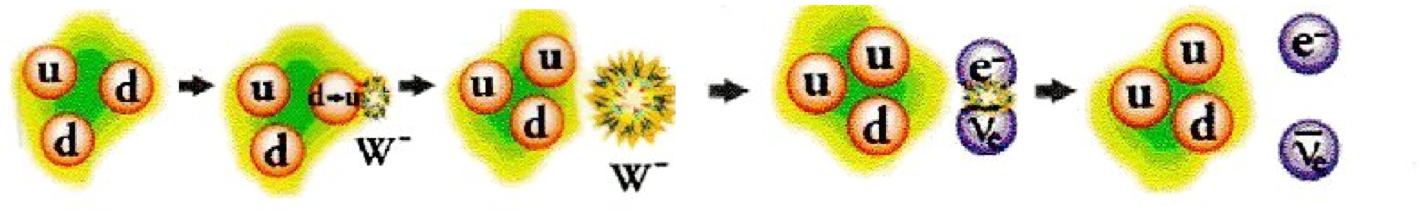
➔ (V-A)-Theorie der schwachen Wechselwirkung!
Berücksichtigt Chiralität, beschreibt Paritätsverletzung

Die Vorhersagekraft von Erhaltungssätzen

- z.B. radioaktiver Neutron-Zerfall:

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

nicht sichtbar



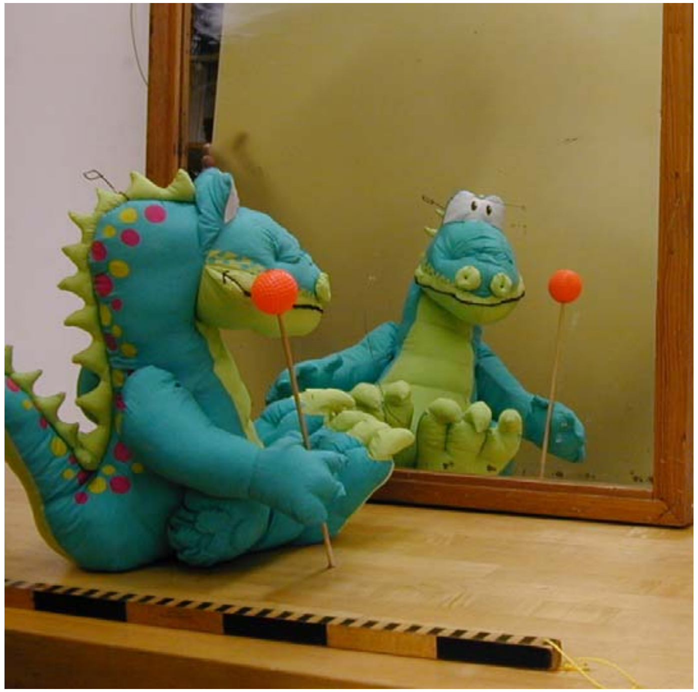
Neutrino vorhergesagt um Energie und (Dreh-) Impulserhaltung zu retten

Wolfgang Pauli

(Nobel 1945)

Die Wichtigkeit von Symmetrien: Parität

Paritaet = Spiegelsymmetrie



- Sehen physikalische Prozesse im Spiegel gleich aus wie im Original?

- Im täglichen Leben:
  Verletzung der Paritätssymmetrie ist allgegenwärtig:
  „natürlich“: unser Herz ist auf der linken Seite
  „spontan“: Autos fahren rechts (auf dem Kontinent)

- Wie steht es mit den fundamentalen Wechselwirkungen?
- Elektromagnetische and starke Wechselwirkung erhalten Parität! (empirisch!)

Eugene Wigner

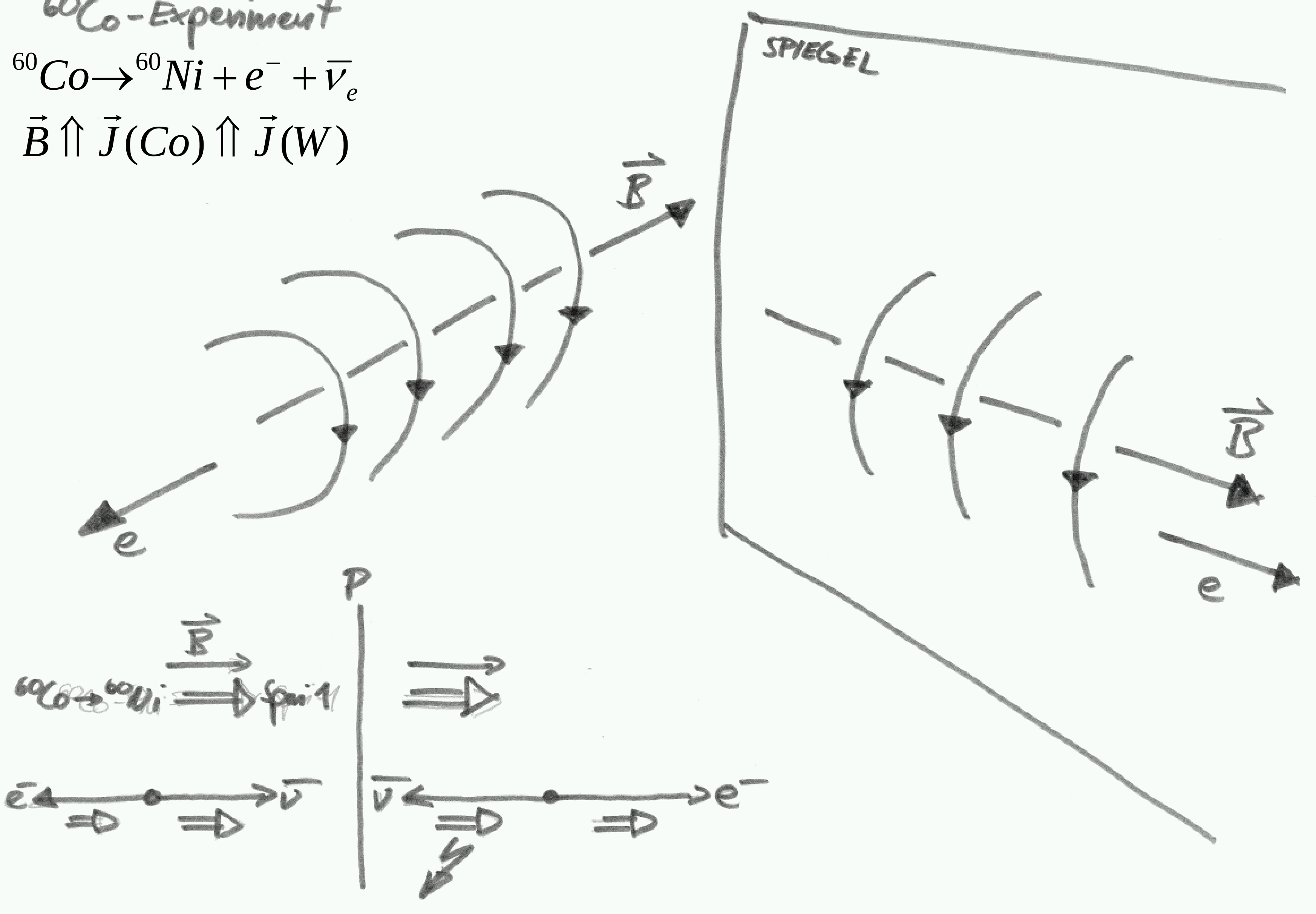
(Nobel 1963)

6. DIE SCHWACHE WECHSELWIRKUNG

^{60}Co-Experiment

$$^{60}Co \rightarrow {}^{60}Ni + e^- + \overline{\nu}_e$$

$$\vec{B} \upuparrows \vec{J}(Co) \upuparrows \vec{J}(W)$$

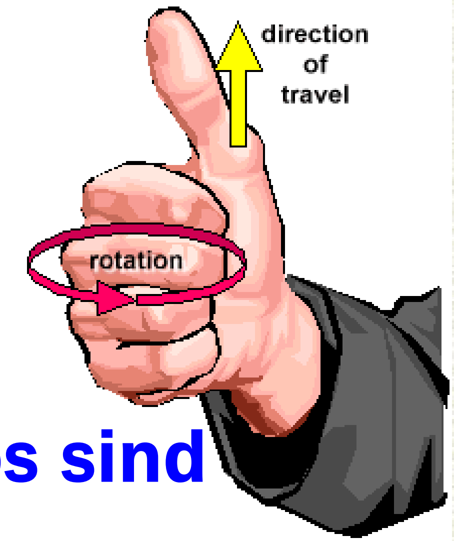


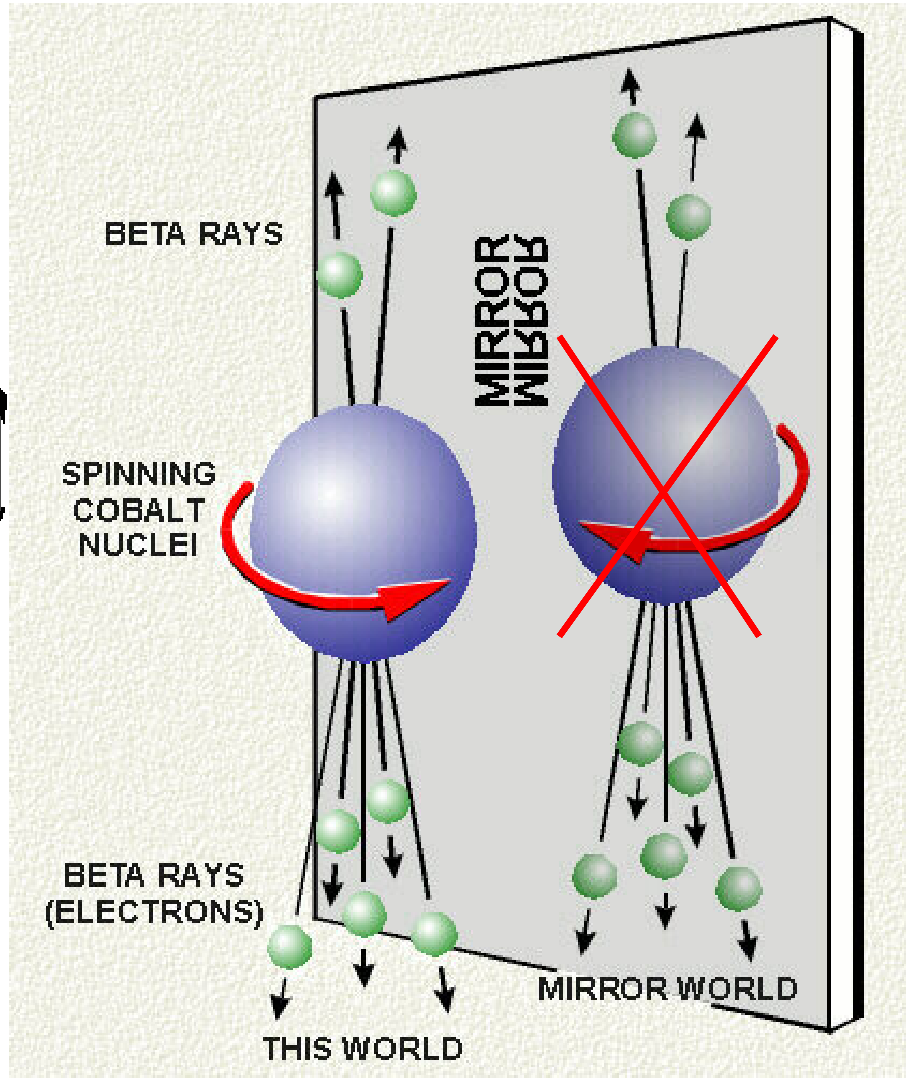
Die Wichtigkeit von Symmetrien: Parität

Lee & Yang 1956: **Schwache Wechselwirkung verletzt Parität**

experimentell verifiziert von Wu et al. 1957:

spin





Chen Ning Yang

(Nobel 1957)

Tsung-Dao Lee

Chieng Shiung Wu

Konsequenz:

Neutrinos sind immer linkshändig !

(Antineutrinos rechtshändig)

Warum???

6.1 (V-A) IM PION-ZERFALL (Schmüser 6.3)

Interessante Erkenntnis: **Pion-Zerfall myonisch dominiert**: eher $\pi^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu$ als $\pi^- \to e^- \bar{\nu}_e$ (Verzweigungsverhältnis $1.28 \cdot 10^{-4}$) - obwohl $m_\mu/m_e \sim 210$ (→ wenig Phasenraum für Myon)!!!

Ansatz Matrixelement:

$$M = \frac{G_F}{\sqrt{2}} j_\mu \left(\bar{u}_e \gamma^\mu (1-\gamma_5) u_\nu \right)$$

Strom des Pions — Leptonischer (V-A)-Strom

Da Pion Spin-0-Teilchen ist (→kein Dirac-Spinor) ist 4er-Impuls einziger Vektor, mit dem der leptonische Strom kontrahiert werden kann:

$$j_\mu = f_\pi \cdot p_\mu = f_\pi \cdot \left(m_\pi, \vec{0} \right)$$ ← Pion-Ruhesystem

Damit wird das Matrixelement …

$$M = \frac{G_{(F)}}{\sqrt{2}} f_\pi m_\pi \left(\bar{u}_e \gamma^0 (1-\gamma_5) u_\nu \right)$$

… und man erhält als Zerfallsbreite (richtige Behandlung des Phasenraumes, des Flussfaktors):

$$d\Gamma = \frac{p}{32\pi^2 m_\pi^2} |M|^2 d\Omega$$

Welche Spinoren kommen in Frage (z-Achse parallel zu Elektron-Impuls)?

- Antineutrino ist rechtshändig: v_2 mit p_z=-k!

$$v_2 = \sqrt{k} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

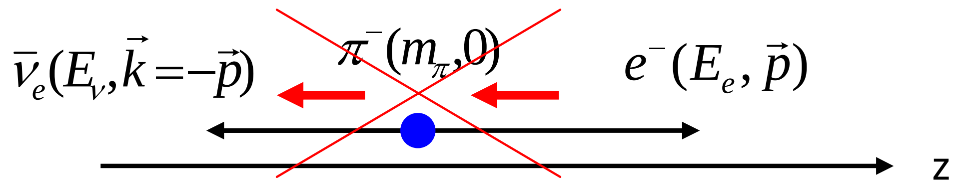
- Erster Versuch Elektron: u_2 (Spin entgegen z-Achse, negative Helizität, linkshändig) :

$$u_2 = \sqrt{E+m_e} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -p/(E+m_e) \end{pmatrix}$$

- Aber:

$$\begin{aligned} \bar{u}_2 \gamma^0 (1-\gamma^5) v_2 &= u_2^+ \gamma^0 \gamma^0 v_2 - u_2^+ \gamma^0 \gamma^0 \gamma^5 v_2 \\ &= u_2^+ v_2 - u_2^+ \gamma^5 v_2 \\ &= u_2^+ v_2 + u_2^+ v_2 = 2 u_2^+ v_2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Lösung mit negativer Helizität verschwindet!
Muss sie auch – Drehimpulserhaltung!



- Also Elektron rechtshändig ("falsche" Helizität) :

$$u_1^+ v_2 = \sqrt{E+m}\sqrt{k}\left(\frac{p}{E+m} - 1 \right) = \sqrt{p}\left(\sqrt{E-m} - \sqrt{E+m} \right)$$

$$\left| u_1^+ v_2 \right|^2 = 2p(E-p) = 2pE(1-\beta)$$ Ausrichtungsgrad β!

6.1 (V-A) IM PION-ZERFALL

Matrixelement:

$$\left|M_e\right|^2 = 4G_F^2 f_\pi^2 m_\pi^2 p\left(E-p\right) = 2G_F^2 f_\pi^2 m_e^2\left(m_\pi^2 - m_e^2\right)$$

Das Matrixelement ist unabhängig vom Winkel (keine Bezugsachse bei ruhendem Pion)! => Faktor 4π

Zerfallsbreite:

$$\Gamma(\pi^- \to e^-\overline{\nu}_e) = \frac{G_F^2}{8\pi m_\pi^3} f_\pi^2 m_e^2\left(m_\pi^2 - m_e^2\right)^2$$

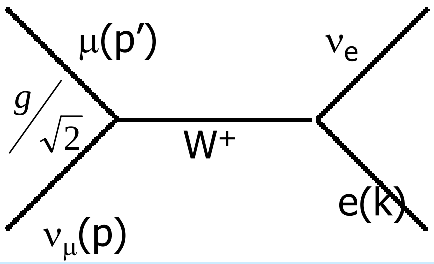
Analoge Rechnung für myonischen Zerfall. Verhältnis:

$$\frac{\Gamma\left(\pi^- \to e^-\overline{\nu}_e\right)}{\Gamma\left(\pi^- \to \mu^-\overline{\nu}_\mu\right)} = \frac{m_e^2\left(m_\pi^2 - m_e^2\right)}{m_\mu^2\left(m_\pi^2 - m_\mu^2\right)} = 1.28\cdot 10^{-4}$$

Diese starke Unterdrückung des elektronischen Zerfalls kommt (fast) ausschliesslich vom Matrixelement – nicht vom Phasenraum. Er spiegelt die chirale Struktur der schwachen WW wider!

6.1 BEDEUTUNG VON G_F (Schmüser 6.4)

Matrixelement der e-ν_μ-Streuung unter Annahme eines **schweren Eichbosons:**



Form des Propagators ableitbar via Greens-Funktion etc.

(genaue Form hängt von Eichung ab)

$$M = \frac{g^2}{2}\left(\bar{u}_{(\mu)}\gamma^\mu \frac{1}{2}(1-\gamma_5)u_{(\nu\mu)}\right)\frac{-g_{\mu\nu}+q_\mu q_\nu/(q^2-M_W^2)}{q^2-M_W^2}\left(\bar{u}_{(\nu e)}\gamma^\nu \frac{1}{2}(1-\gamma_5)u_{(e)}\right)$$

$q^2 \ll M_W^2$: $$M = \frac{g^2}{8M_W^2}\left(\bar{u}_{(\mu)}\gamma^\mu \frac{1}{2}(1-\gamma_5)u_{(\nu\mu)}\right)\left(\bar{u}_{(\nu e)}\gamma^\nu \frac{1}{2}(1-\gamma_5)u_{(e)}\right)$$

Vergleich mit Fermis 4-Punkt-WW: $$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$$

Beste Bestimmung von G_F aus der Lebensdauer des Myons: $G_F \sim (1.16639 \pm 0.00002) \cdot 10^{-5}$ GeV^{-2}.
G_F ist effektive Kopplung für den Fall kleiner Impulsüberträge Q^2!

Berechnung des WQS: Spin-Mittelung/Summation etc …

$$|M|^2 = \frac{G_F^2}{2}\cdot M_{\mu\nu}E^{\mu\nu}$$

… ergibt schliesslich:

$$\overline{|M|^2} = 16 G_F^2 \cdot s \cdot (s - m_\mu^2)$$

Mit der normalen Formel zur Berechnung des WQS …

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2}\frac{1}{s}\frac{p'}{p}\overline{|M|^2}$$

… folgt dann ($p=\sqrt{s}/2$, $p'=(s-m_\mu^2)/(2\sqrt{s})$):

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G_F^2}{4\pi^2}\frac{(s-m_\mu^2)^2}{s} \approx \frac{G_F^2}{4\pi^2}\cdot s} \qquad \sigma \approx \frac{G_F^2}{\pi}\cdot s$$

Anmerkungen:

Der diff. WQS ist unabhängig vom Winkel.

- Der WQS steigt mit dem Quadrat der Schwerpunktsenergie an !!! **(Problem!)**
  (-> siehe nächste Seite)
- In der e-$\bar{\nu}_e$-Annihilation tritt Winkelabhängigkeit auf:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \frac{G_F^2}{4\pi^2}\cdot s \cdot \left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right)^2 \qquad \sigma \approx \frac{G_F^2}{3\pi}\cdot s$$

Anschaulich:
- In e-ν_μ-Streuung ist $J_z=0$ (links/links) → keine Achse ausgezeichnet.
- In e-$\bar{\nu}_e$-Annihilation ist J_z(Anfang)=+1 (links/rechts), aber $J_z(\mu\nu_\mu)$ ist nur in mit 33% W'keit +1.
- Erwartung in Neutrino-Nukleon-Streeung:

$$\sigma(\bar{\nu}q) = \frac{1}{3}\sigma(\nu q)$$

6.1 WO IST DAS PROBLEM? (Schmüser 8.1)

Partialwellenzerlegung im optischen Modell (Streutheorie): Der inelastische WQS kann geschrieben werden als:

$$\sigma_{inel} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(1-|\eta_l|^2)$$

(η_l Amplitude $0<\eta_l<1$, l Bahndrehimpuls, k Wellenzahl).
Im Fall der l-ten Partialwelle gilt also:

$$\sigma_{inel} \leq \frac{\pi}{k^2}(2l+1)$$

Andererseits ist die Reichweite der schwachen WW sehr klein:

$$R \approx \frac{\hbar}{M_W} \approx 2.5 \cdot 10^{-18}\, m$$

Es gibt also faktisch keinen Stossparameter – die Streuung erfolgt immer mit l=0 (s-Welle). Mit (im CMS) k=p* folgt also für die inelastische Reaktion

$e^- \nu_\mu \rightarrow \mu^- \nu_e$

$$\sigma(e^- \nu_\mu \rightarrow \mu^- \nu_e) \leq \frac{\pi}{k^2}(2l+1) = \frac{\pi}{p^{*2}}$$

Laut Fermi aber:

$$\sigma(e^- \nu_\mu \rightarrow \mu^- \nu_e) = \frac{G_F^2}{\pi} \cdot s = \frac{G_F^2}{\pi} \cdot 4 p^{*2}$$

Bei Schwerpunktsimpulsen von p*=370GeV tritt also ein Konflikt auf

→ **Verletzung der Unitarität**

Grund: Fermi-Kopplung statt Austausch eines W-bosons keine gültige Näherung mehr!

6.1 DIVERGENZEN UND NEUTRALE STRÖME
(Schmüser 8.2)

WQS der (Myon-Neutrino)-Elektron-Streuung:

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{G_F^2}{4\pi^2}\frac{\left(s-m_\mu^2\right)^2}{s}\approx\frac{G_F^2}{4\pi^2}\cdot s}$$

Wir haben den "Fehler" gemacht, auch für hohe Energien (s!) den Propagator zu vereinfachen:

$$\frac{-g_{\mu\nu}+q_\mu q_\nu/(q^2-M_W^2)}{q^2-M_W^2}\to\frac{1}{M_W^2}$$

Im Falle sehr hoher Q^2 aber eher:

$$\frac{-g_{\mu\nu}+q_\mu q_\nu/(q^2-M_W^2)}{q^2-M_W^2}\to\frac{1}{Q^2}$$

Das sieht wieder aus wie der Photon-Propagator → jetzt sollte alles in Ordnung sein. Allerdings: liefern die beiden q im Zähler einen wichtigen Beitrag? Nein! ($q=p_3-p_1=p_4-p_2$)

$$\left(\bar u_3\gamma^\mu\frac{1}{2}(1-\gamma_5)u_1\right)\frac{q_\mu q_\nu}{q^2-M_W^2}\left(\bar u_4\gamma^\nu\frac{1}{2}(1-\gamma_5)u_2\right)=$$

$$\left(\bar u_3\gamma^\mu(p_{3,\mu}-p_{1,\mu})\frac{1}{2}(1-\gamma_5)u_1\right)\frac{1}{q^2-M_W^2}\left(\bar u_4\gamma^\nu(p_{4,\nu}-p_{2,\nu})\frac{1}{2}(1-\gamma_5)u_2\right)$$

Dirac-Gleichungen der (adjungierten) Spinoren:

$$\bar u_3\not p_3=m_\mu\bar u_3 \qquad \not p_1\bar u_1=0$$
$$\bar u_4\not p_4=0 \qquad \not p_2 u_2=m_e u_2$$

Beitrag des $q_\mu q_\nu$-Termes ist also von Ordnung

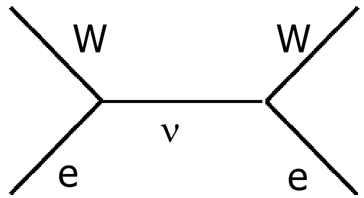
$$\frac{m_e m_\mu}{M_W^2}$$

→ vernachlässigbar klein!

→Ersetze (in Austauschdiagrammen):

$$\frac{-g_{\mu\nu}+q_\mu q_\nu(q^2-M_W^2)}{q^2-M_W^2}\to\frac{1}{q^2-M_W^2}$$

Aber: Probleme treten wieder auf, wenn externe W-Bosonen einbezogen werden, z.B. $e^+e^-\to W^+W^-$, für die σ linear mit s ansteigt!



Entscheidender Punkt (ohne Rechnung): Masse des W: $M_W>0$ → Helizität 0 möglich, und dieser "longitudinale" Anteil steigt mit s an.

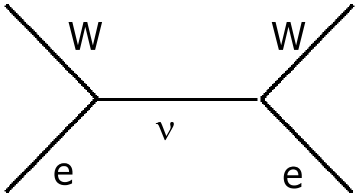
$$\sigma\approx\frac{G_F^2}{12\pi}\cdot s$$

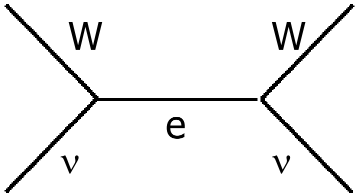
Theoretische Lösung (wegweisend für Experimente!):

Existenz eines **neutralen Feldquants (Z^0)**, das die Divergenzen kompensiert.

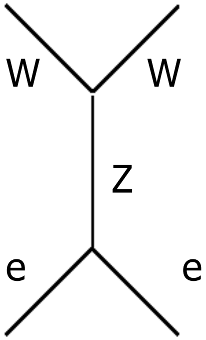
6.1 DIVERGENZEN UND NEUTRALE STRÖME
(Schmüser 8.3)

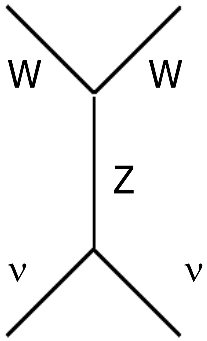
Divergenzen in:





Kompensation durch:





Damit Kompensation (mit nur einem Z) eintritt, muss gelten: $g(We\nu) \sim g(Zee) \sim g(ZWW) \sim e$

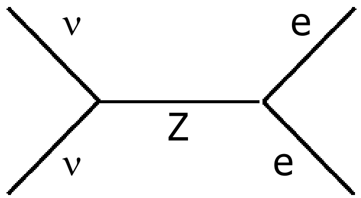
$$g_Z \sim g_W \sim e$$

Mithilfe von $\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$

folgt in erster Ordnung: $M_W \sim M_Z \sim 40\,\mathrm{GeV}$ (Modifiziert durch EW-Mischungswinkel)

Achtung:
- Auch schweres Lepton im t-Kanal kann kompensieren.
- Es kann auch mehrere Z-Bosonen geben!
- falls $m_e>0$ → weitere Divergenzen → Higgs!

Die Theorie fordert also die Existenz von **Neutralen Strömen**:
- Schon früh in tiefunelastischer eN-Streuung Hinweise auf Notwendigkeit schwerer neutraler Feldquanten (Interferenz mit Photon-Term).
- Hinweise aus Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrien in e^+e^--Experimenten (PETRA, später)
- 1973 (Blasenkammer Gargamelle am CERN) erstmals Neutrino-Reaktionen ohne geladene Myonen im Endzustand (keine Flavour/ Ladungsänderung → "neutral current", NC):



$$\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$$

- Gleichzeitig viele hadronische Ereignisse mit grosser Rate, die nur mit NC gehen konnten:

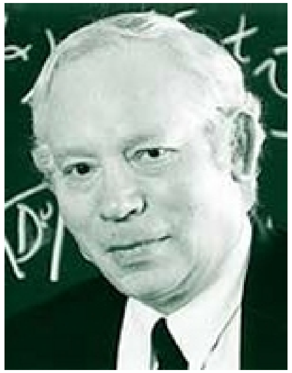
$$\nu_\mu N \rightarrow (\nu_\mu) X, \quad \bar{\nu}_\mu N \rightarrow (\bar{\nu}_\mu) X$$

$$\sigma(\nu_\mu N \rightarrow (\nu_\mu) X) : \sigma(\nu_\mu N \rightarrow \mu^- X) \approx 0.25$$

Gleiche Raten legen nahe, dass Kopplung des Z an Quarks/Leptonen etwa wie W-Kopplungen!
- 1984 Entdeckung von W,Z am SppS (UA1,UA2)

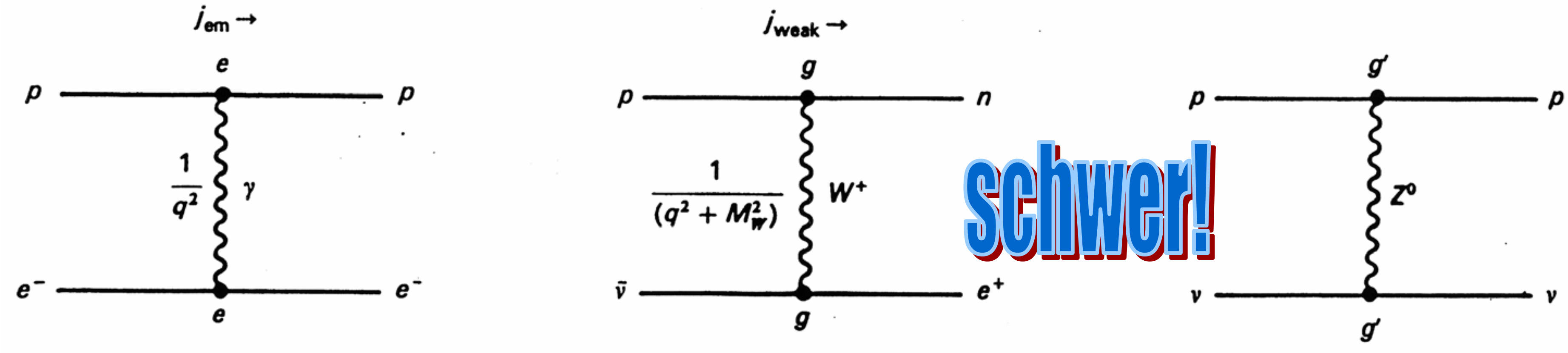
Theorie von GLASHOW, SALAM und WEINBERG ~ 1959-1968





(Nobel 1979)

Vereinheitlichte Theorie der schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkung, vermittelt durch Austausch von "intermediären Vektorbosonen"



(a) Electromagnetic scattering

(b) Weak scattering (charged current)

(c) Weak scattering (neutral current)

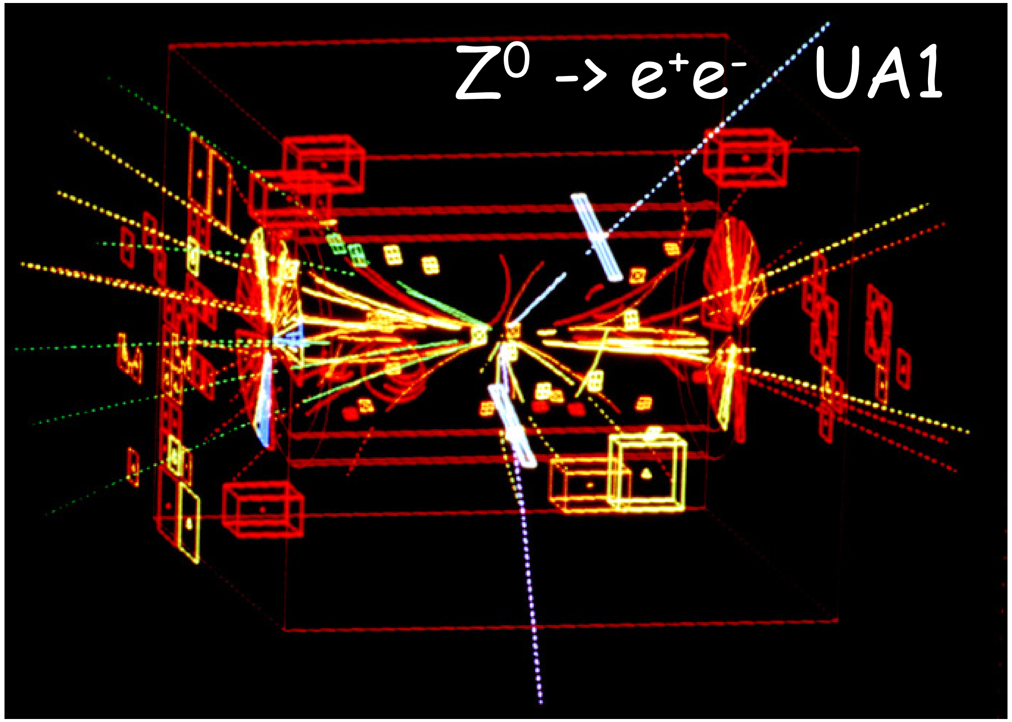
Entdeckung von W und Z **(1983)**

- Produktion von schweren W und Z-Bosonen (m ~ 80-90 GeV)
  -> benötige Hochenergie-Speicherring!
- 1978-80: Konversion des SPS-Protonbeschleunigers am CERN in Proton-Antiproton-Collider
  Herausforderung: produziere Antiprotonstrahl!
- Erfolg!
  -> erste W and Z produziert 1982/83

(Nobel 1984)

Carlo Rubbia

Simon van der Meer



6.1 SCHWACHE WW VON HADRONEN, "SU(2)$_L$" (Schmüser 6.5)

Nahezu alle **langlebigen Hadronen zerfallen schwach**. Dabei gilt empirisch im Falle nicht-leptonischer strange-Zerfälle die Auswahlregel $\Delta S=1$:

$$\Lambda \rightarrow p + \pi^-$$

$$\begin{array}{ccc} uds & \rightarrow & uud + \bar{u}d \\ S=-1 & & S=0 \end{array}$$

Erinnerung: S(s)=-1!

In semileptonischen Prozessen gilt $\Delta S = \Delta Q_{Hadron}$:

$$K^- \rightarrow \pi^0 e^- \bar{\nu}_e \qquad K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$$

Interessant: Σ-Hyperon:

$$\Sigma^- \rightarrow n e^- \bar{\nu}_e \qquad \Sigma^+ \rightarrow n e^+ \nu_e$$

BR: $1.017 \cdot 10^{-3}$ BR: $<5 \cdot 10^{-6}$

Verständlich, falls grundlegender Prozess s→Wu:

$$\begin{array}{ccc} s & \rightarrow & u + W^- \\ S=-1, Q=-1/3 & & S=0, Q=2/3 \end{array}$$

Geladener Strom qq'W-Vertex

Aber z.B. für β-Zerfall braucht man auch d→W⁻u mit $\Delta S=0$. Experimentell ist diese Kopplung etwa so stark wie $\mu \rightarrow W\nu_\mu$; aber $\Delta S=1$-Prozesse Faktor 20 kleiner!

$$\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)} \approx \frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e)} \approx 0.05$$

WARUM?

Idee Cabibbo: Quarks d und s koppeln nicht direkt an den schwachen Strom, sondern in Superpositionen:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_C & \sin\theta_C \\ -\sin\theta_C & \cos\theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

Diese Zustände koppeln an das W

Diese werden in starker WW erzeugt

Die physikalischen (starken) Flavour-Zustände d,s koppeln immer nur mit $\cos\theta_C$, $\sin\theta_C$ "verziert" an W.

$$W^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e,\ W^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu,\ W^- \rightarrow ud',\ W^- \rightarrow us'$$

Die "schwachen" Zustände d',s' sind unphysikalisch – das System muss sich also entscheiden:

$$W^- \rightarrow \bar{u}d' = \begin{cases} \bar{u}d \cos\theta_C \\ \bar{u}s \sin\theta_C \end{cases}$$

Beispiel → Tafel.

6.1 SCHWACHE WW VON HADRONEN, “SU(2)$_L$”
(Schmüser 6.7)

Essenz:
Geladener schwacher Strom koppelt an (linkshändige) schwache Isospindubletts:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} u \\ d\cos\theta_C + s\sin\theta_C \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} c \\ -d\sin\theta_C + s\cos\theta_C \end{pmatrix}_L$$

Dazu gehört eine Strom-Strom-WW: (Existenz des c vorweggenommen!) $M \propto J_\mu J^\mu$

Der Strom verbindet dabei jeweils ein ‘up’-artiges mit einem ‘down’-artigem Quark:

$$J_\mu = (\bar{u},\bar{c})\gamma_\mu \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = (\bar{u},\bar{c})\gamma_\mu \frac{1}{2}(1-\gamma_5)U\begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta_C & \sin\theta_C \\ -\sin\theta_C & \cos\theta_C \end{pmatrix}$$

Ausführlich:

$$\bar{u}\gamma_\mu \frac{1}{2}(1-\gamma_5)(d\cos\theta_C + s\sin\theta_C) \qquad d' \to Wu$$

$$\bar{c}\gamma_\mu \frac{1}{2}(1-\gamma_5)(-d\sin\theta_C + s\cos\theta_C) \qquad s' \to Wc$$

Experimenteller Wert: $\theta_C=12.8^\circ$, $\sin\theta_C=0.22$

Das sieht aus wie eine **SU(2)-Symmetrie (des schwachen Isospins)**. Also sollte es auch neutrale Ströme (neben den ‘Schiebeoperatoren’ W^+, W^-) geben → weitere Evidenz für Existenz eines Z^0!

Beschaffenheit des Z^0: **Nichtexistenz flavour-ändernder neutraler Ströme** (“flavour changing neutral currents”, FCNC):

$$M_{NC} \propto J_\mu J^\mu \qquad J_\mu = (\bar{u},\bar{d}')\Gamma\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = A(\Delta S=0) + B(\Delta S=1)$$

→ eigentlich sollte es neutrale, flavourändernde Ströme (FCNC) s→d geben, also Prozesse wie:

$$K_L^0 = d\bar{s} \to \mu^+\mu^-$$

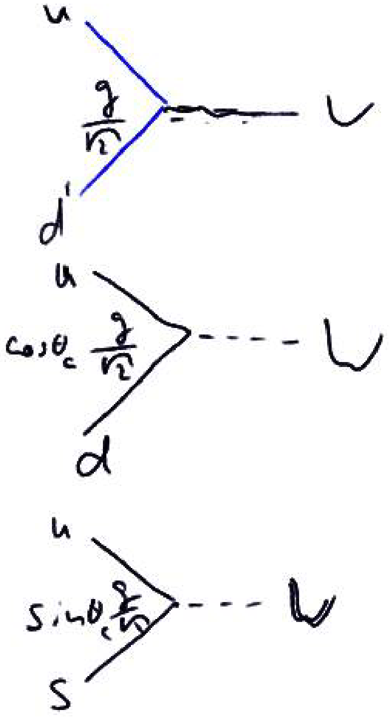
Werden aber nicht beobachtet (BR 10^{-9}). Warum?

Idee 1970 **(Glashow, Iliopoulos, Maiani = GIM)**:
Es gibt ein c-Quark mit Ladung 2/3, das mit s′ in schwachem Isodublett ist:

$$\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} c \\ -d\sin\theta_C + s\cos\theta_C \end{pmatrix}_L$$

Unter dieser Annahme fallen die ΔS=1-Terme weg (Tafel) → Theorie sagt KEINE FCNC mehr voraus!
Experimentell 1974 bestätigt: Entdeckung $J/\psi = c\bar{c}$!

W-Kopplung und Cabibbo-Winkel



001

$$(\bar u \, \bar d')\,\Gamma\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = \underbrace{\bar u\Gamma u + \bar d\Gamma d\cos^2\theta_c + \bar s\Gamma s\sin^2\theta_c}_{\Delta S = 0}$$

002

$$\boxed{d' = d\cos\theta_c + s\sin\theta_c}$$

$$+\cancel{\underbrace{(\bar d\Gamma s + \bar s\Gamma d)}_{\Delta S = 1}\sin\theta_c\cos\theta_c}$$

$$\boxed{s' = -d\sin\theta_c + s\cos\theta_c}$$

+

$$(\bar c \, \bar s')\,\Gamma\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} = \bar c\Gamma c + \bar d\Gamma d\sin^2\theta_c + \bar s\Gamma s\cos^2\theta_c$$

$$+\cancel{(\bar d\Gamma s + \bar s\Gamma d)(-\sin\theta_c\cos\theta_c)}$$

6.1 SCHWACHE WW VON HADRONEN, "SU(2)$_L$"

Anmerkungen zu GIM:

– Wahl der Mischung im "down"-Sektor ist beliebig – analoge Ergebnisse auch bei Mischung im "up"- oder in beiden Sektoren.

– Ohne Cabibbo-Rotation (falls also starke=schwache Zustände), dann gäbe es keine Mischung zwischen den Dubletts → Kaonen, B-Mesonen, D-Mesonen … stabil! → Welt sähe ganz anders aus!

– Entdeckung von W,Z 1984 am Sp$\bar{p}$S am CERN (UA1, UA2) in Proton-Antiproton-Kollisionen.

– Charm-Hadonen zerfallen bevorzugt in Strange-Hadronen:
c→s: $\cos\theta_C$.
c→d: $\sin\theta_C$.
D→K!

Nachtrag zu Cabibbo:

Cabibbo-Theorie findet Erweiterung auf sechs Quarks in der CKM-Matrix (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa). Sehr aktives Feld mit Implikationen für elementare Fragen der Teilchenphysik und Kosmologie (später)!

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} V_{ud} & V_{us} \\ V_{cd} & V_{cs} \end{matrix}} & \begin{matrix} V_{ub} \\ V_{cb} \end{matrix} \\ \begin{matrix} V_{td} & V_{ts} \end{matrix} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Cabibbo-Matrix näherungsweise "links oben"!

In etwa heutiger Stand der Kenntnis der Matrixelement-Beträge (Achtung: Es geht noch eine komplexe Phase ein!):

$$\begin{pmatrix} \sim 0.974 & \sim 0.23 & \sim 0.003 \\ \sim 0.22 & \sim 0.974 & \sim 0.04 \\ 0.004 - 0.01 & 0.04 & \sim 1 \end{pmatrix}$$

→ Die Diagonalelemente dominieren.

→ t koppelt fast exklusiv an b, b-c-Kopplung stark unterdrückt!

→ Siehe eigene Vorlesung(en) zur "Flavour"-Physik.

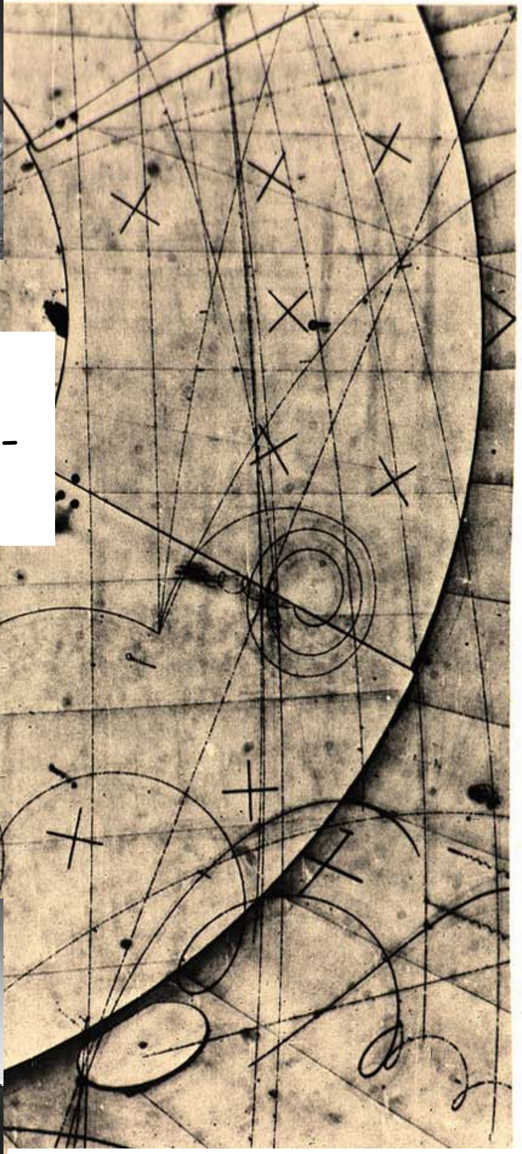
M. Kobayashi

T. Maskawa

Nobel 2008

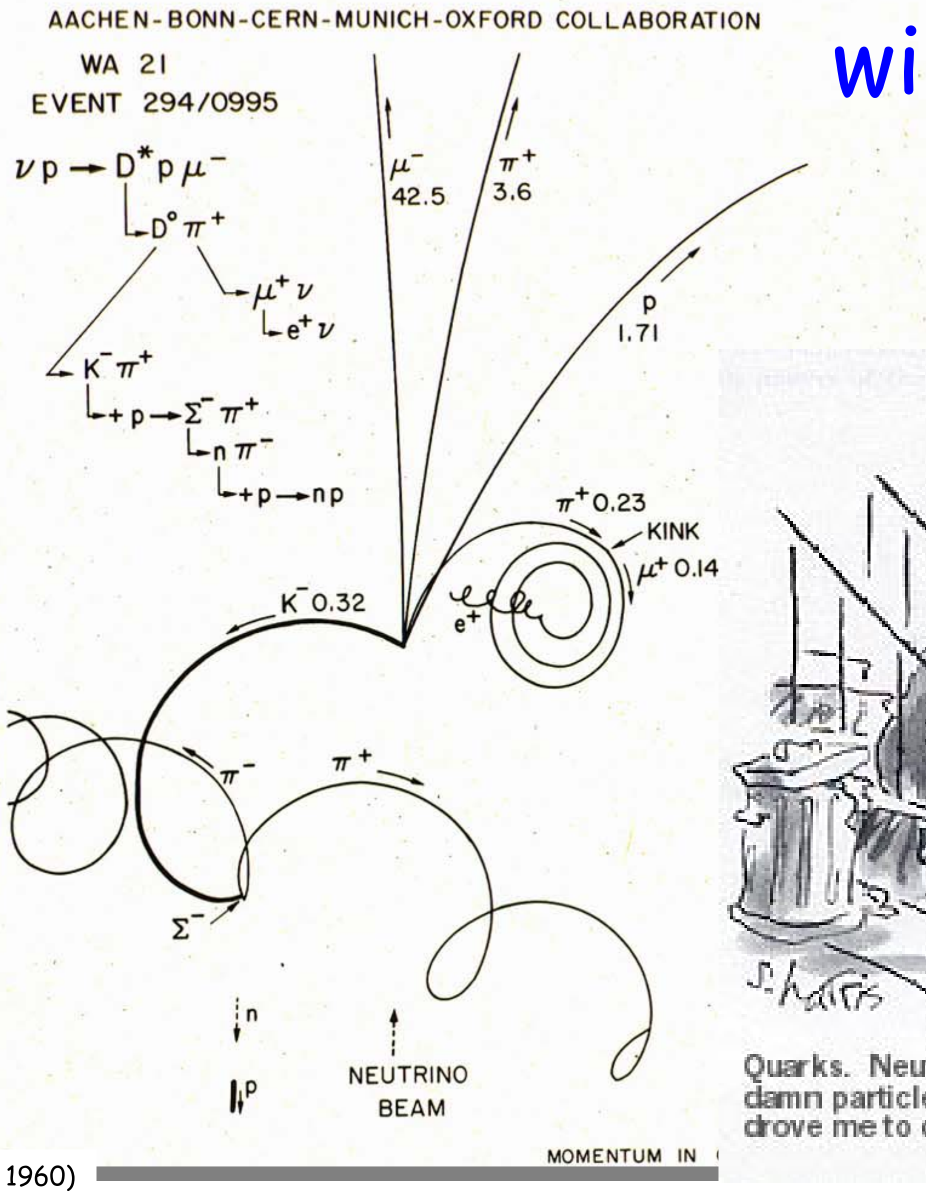
Können wir Teilchen "sehen"?

Luis Walter Alvarez (Nobel 1968)



Blasen-
kammer-
Foto

Donald Arthur Glaser (Nobel 1960)

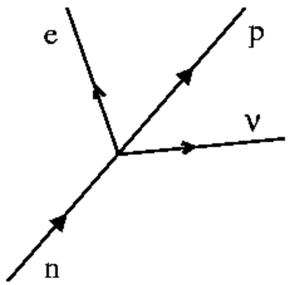


wir können!

WIEDERHOLUNG: SCHWACHE W'WIRKUNG

Von Fermis Punkt-WW …

$$M = G_{(F)}\left(\bar{u}_n \gamma_\mu u_p\right)\left(\bar{u}_\nu \gamma^\mu u_e\right)$$



… über das Wu-Experiment (!) und die Entdeckung der Paritätsverletzung im ^{60}Co-Zerfall …

… zur (V-A)-Theorie der schwachen WW …

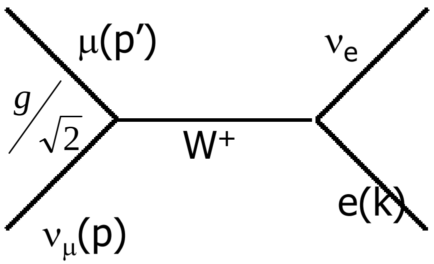
$$\bar{\psi}\gamma^\mu \frac{1}{2}\left(1-\gamma^5\right)\psi \equiv \frac{1}{2}\left(V^\mu - A^\mu\right)$$

$$M = G_{(F)}\left(\bar{u}_n \gamma_\mu \frac{1}{2}\left(1-\gamma_5\right)u_p\right)\left(\bar{u}_\nu \gamma^\mu \frac{1}{2}\left(1-\gamma_5\right)u_e\right)$$

Bestätigung z.B. im Pion-Zerfall:

$$\frac{\Gamma\left(\pi^- \to e^- \bar{\nu}_e\right)}{\Gamma\left(\pi^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu\right)} = \frac{m_e^2\left(m_\pi^2 - m_e^2\right)}{m_\mu^2\left(m_\pi^2 - m_\mu^2\right)} = 1.28 \cdot 10^{-4}$$

Ansatz mit Eichboson:



Vergleich mit Fermi zeigt bei Vernachlässigung des q^2-Propagators:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$$

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G_F^2}{4\pi^2}\frac{\left(s-m_\mu^2\right)^2}{s} \approx \frac{G_F^2}{4\pi^2}\cdot s}$$

Das ist aber gleichbedeutend mit der Verletzung der Unitarität → verboten!

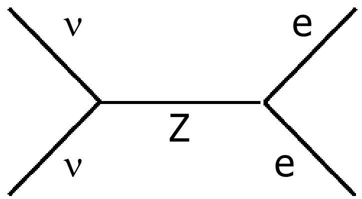
Lösung:

$$\frac{-g_{\mu\nu} + q_\mu q_\nu/(q^2 - M_W^2)}{q^2 - M_W^2} \to \frac{1}{q^2 - M_W^2}$$

…. Allerdings neue Divergenzen bei externen W!
Lösung jetzt: Einführung eines neutralen Feldquants der schwachen WW: Z^0 mit

$$g_Z \sim g_W \sim e$$

Mehrere Indizien; Beobachtung 1973 in Gargamelle:



$$\bar{\nu}_\mu e^- \to \bar{\nu}_\mu e^-$$

'neutral current'

Auswahlregeln der schwachen hadronischen Prozesse
→ erklärt durch Cabibbo-Theorie:

$$M = \frac{g^2}{2}\left(\bar{u}_{(\mu)}\gamma^\mu \frac{1}{2}\left(1-\gamma_5\right)u_{(\nu\mu)}\right)\frac{-g_{\mu\nu} + q_\mu q_\nu/(q^2 - M_W^2)}{q^2 - M_W^2}\left(\bar{u}_{(\nu e)}\gamma^\nu \frac{1}{2}\left(1-\gamma_5\right)u_{(e)}\right)$$

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_C & \sin\theta_C \\ -\sin\theta_C & \cos\theta_C \end{pmatrix}\begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

$$W^- \to \bar{u}d' = \begin{cases} \bar{u}d\cos\theta_C \\ \bar{u}s\sin\theta_C \end{cases}$$

6.2 ELEKTRO-SCHWACHE EICHTHEORIE

Erinnerung 1: QED

– Lagrange-Dichte:

$$L = \overline{\psi}(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi - q\overline{\psi}\gamma^{\mu}A_{\mu}\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

– Eichtransformation (Phasenänderung):

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = \exp(iq\chi(x))\psi(x)$$

– damit einhergehend: kovariante Ableitung und Eichboson A_μ mit bestimmtem Transformations-verhalten:

$$\partial_{\mu} \rightarrow D_{\mu} = \partial_{\mu} + iqA_{\mu}$$

$$A^{\mu}(x) \rightarrow A'^{\mu}(x) = A^{\mu}(x) - \partial^{\mu}\chi(x)$$

– Die Physik (Lagrange-Dichte, Dirac-Gleichung) bleibt invariant! Die zugehörige erhaltene Quantenzahl ist die elektrische Ladung.

Erinnerung 2: QCD

– Eichtransformation: Rotation im Farbraum:

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix} \rightarrow \psi'(x) = \begin{pmatrix} r' \\ g' \\ b' \end{pmatrix} = \exp\left(i\frac{g_S}{2}\sum_{j=1}^{8}\beta_j\lambda_j\right)\psi(x)$$

– komplexere Struktur der kovarianten Ableitung und des Verhaltens der Gluonfelder unter Transformationen:

$$G_j^{\mu} \rightarrow G_j'^{\mu} = G_j^{\mu} - \partial^{\mu}\beta_j - g_S f_{jkl}\beta_k G_l^{\mu}$$

$$\partial^{\mu} \rightarrow D^{\mu} = \partial^{\mu} + i\frac{g_S}{2}\lambda_j G_j^{\mu}$$

– Auch hier ist die Physik (Lagrange-Dichte) invariant unter Farbtransformationen.

6.2 ELEKTRO-SCHWACHE EICHTHEORIE

Jetzt: EW-Theorie, $SU(2)_{(L)}$:

– Lagrange-Dichte für schwaches Isospin-Dublett zweier Teilchen gleicher Masse

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad \overline{\psi} = (\overline{\psi}_1, \overline{\psi}_2) \qquad L = \overline{\psi}(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi$$

Ziel: Eichinvarianz dieser Dichte unter lokalen $SU(2)_{(L)}$-Transformationen!

– Die entsprechende unitäre Transformation U (2×2):

$$\psi(x) \to \psi'(x) = U(x)\psi(x) = \exp\left(ig\sum_{j=1}^{3}\beta_j(x)T_j\right)\psi(x)$$

Die T_j sind 3 linear unabhängige spurlose 2×2-Matrizen:

$$T_j = \sigma_j / 2$$

Die drei Rotationswinkel α_j bilden einen Vektor im Isospin-Raum. Für die Generatoren T_j gilt:

$$[T_i, T_j] = i\varepsilon_{ijk}T_k$$

– Da det(U)=+1 und $U^{+}=U^{-1}$ → $SU(2)_{(L)}$!

– Ziel Eichinvarianz → kovariante Ableitung:

$$\partial^\mu \to D^\mu = \partial^\mu + igT_j W_j^\mu$$

– Die W_j^μ sind drei neue Vektorfelder (eins für jeden Generator T_j). Damit folgt:

$$L = \overline{\psi}(i\gamma_\mu D^\mu - m)\psi = \overline{\psi}(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi - g(\overline{\psi}\gamma_\mu T_a \psi)W_a^\mu$$

Diese Dichte ist invariant, falls:

$$W_a^\mu \to W'^\mu_a = W_a^\mu - \partial^\mu \alpha_a(x) - g\varepsilon_{abc}\beta_b W_c^\mu$$

Der letzte Term stellt wie in der QCD die Selbst-WW der Eichbosonen dar, die entsteht, weil die T_j nicht vertauschen (nicht-abelsche Theorie)!

– Zur vollen Lagrange-Dichte fehlt noch der kinetische Term der Eichbosonen. Definiere Tensor:

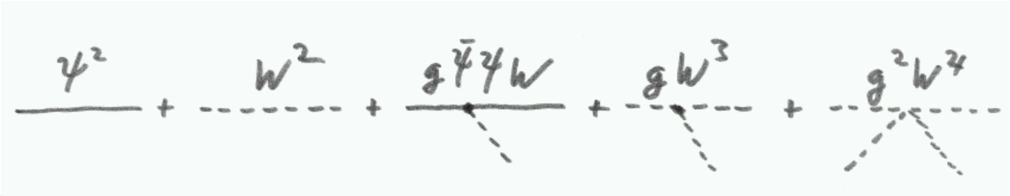
$$W_a^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu W_a^\nu - \partial^\nu W_a^\mu - g\varepsilon_{abc}W_b^\mu W_c^\nu$$

damit folgt:

$$L = \overline{\psi}(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi - g(\overline{\psi}\gamma_\mu T_a \psi)W_a^\mu - \frac{1}{4}W_a^{\mu\nu}W_{a,\mu\nu}$$

Massenterm+ kin. Energie	Kopplung W-ψ, Staerke g	Kin. Energie der W

– Daraus folgen diese Vertizes der Theorie:



6.2 (MISS)ERFOLGE VON SU(2)-EW

Erfolge:

– Beschreibt Umwandlungen t↔b, e↔ν, etc..
– Sagt drei neue Eichbosonen voraus.
– Legt durch Symmetrieforderung Form der WW zwischen den Fermionen ψ und Bosonen fest.
– Verlangt dazu nur eine Naturkonstante: g
– Sagt Selbst-WW der Bosonen und deren Stärke voraus (nicht-abelsche Eichtheorie!).

Probleme:

1. Masse der Eichbosonen muss =0 sein, da ein Massenterm der Bosonen nicht eichinvariant ist:

$$L = m^2 W_{a,\mu} W_a^\mu$$

Aber: Masselose Theorie widerspricht den entdeckten schweren Eichbosonen W,Z!

2. Erklärt nicht die beobachtete Paritätsverletzung:
Sei $\psi = \psi_R + \psi_L$ mit

$$\psi_{L(R)} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \gamma^5\right)\psi$$

dann:

$$\overline{\psi}\left(i\gamma_\mu D^\mu - m\right)\psi = \overline{\psi}_L\left(i\gamma_\mu D^\mu - m\right)\psi_L + \overline{\psi}_R\left(i\gamma_\mu D^\mu - m\right)\psi_R$$

Wwirkung gleich stark für beide Komponenten !!!

Eine Alternative ist, nur die linkshändigen, in schwachen Dubletts gruppierte Anteile zu transformieren und von rechtshändigen SU(2)-Singletts auszugehen:

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \ldots, \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L \qquad \psi_R = \nu_{eR}, e_R, \ldots, t_R$$

$$\psi_L \to \psi_L' = U\psi_L \qquad \psi_R \to \psi_R$$

Damit folgt als Lagrange-Dichte …

$$L = \overline{\psi}_L i\gamma_\mu D^\mu \psi_L + \overline{\psi}_R i\gamma_\mu \partial^\mu \psi_R - m\overline{\psi}\psi$$

… und es tritt keine SU(2)-WW mehr auf für die rechtshändigen Anteile!

3. Massen der Fermionen widersprechen ebenfalls der Eichsymmetrie!
– ohne Paritätsverletzung:

$$m\overline{\psi}\psi = m\left(\overline{\nu}_e, \overline{e}\right)\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} = m\overline{\nu}_e\nu_e + m\overline{e}e$$

→ gleiche Massen für Teilchen in einem Dublett!
– mit verschiedenen Massen von Neutrino und e:

$$m\overline{e}e = m\overline{e}\left(e_L + e_R\right) = m\left(\overline{e}_L + \overline{e}_R\right)\left(e_L + e_R\right)$$
$$= m\left(\overline{e}_L e_L + \overline{e}_R e_L + \overline{e}_L e_R + \overline{e}_R e_R\right) = m\left(\overline{e}_R e_L + \overline{e}_L e_R\right)$$

… das ist aber nicht eich-invariant!

6.2 DIE (ER)LÖSUNG: $SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Ziele:

- korrekte Eichbosonen: W^+, W^-, Z, Photon
- Paritätsverletzung
- erst noch keine Massen der Fermionen, Bosonen.

Weg: Verlange weitere U(1)-Wechselwirkung:

$$L = \sum_L \overline{\psi}_L i\gamma_\mu D^\mu \psi_L + \sum_R \overline{\psi}_R i\gamma_\mu D_0^\mu \psi_R - \frac{1}{4} W_a^{\mu\nu} W_{a,\mu\nu} - \boxed{\frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu}}$$

$$D^\mu = \partial^\mu + igT_a W_a^\mu + ig'\frac{Y}{2}B^\mu$$ L koppelt an W,B

$$D_0^\mu = \partial^\mu + \quad 0 \quad + ig'\frac{Y}{2}B^\mu$$ R koppelt nur an B

- g,g′ sind die Kopplungen der $SU(2)_L$ und $U(1)_Y$.
- Y ist Ladung der $U(1)_Y$: Hyperladung $Q=T_3+Y/2$
- B^μ ist das Eichfeld der $U(1)_Y$ – NICHT das Photon:

$$U(1)_Y \neq U(1)_{EM}$$

Mit der Definition von Auf/Absteige-Operatoren …

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_1 \pm iW_2) \qquad T^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(T_1 \pm iT_2)$$

… und den physikalischen Eichfeldern $W^{\pm\mu}$ folgt:

$$D^\mu = \partial^\mu + \boxed{ig(T^+W^- + T^-W^+)^\mu} + \boxed{i\left(gT_3W_3^\mu + g'\frac{Y}{2}B^\mu\right)}$$

$$D_0^\mu = \partial^\mu + \boxed{0} + \boxed{ig'\frac{Y}{2}B^\mu}$$

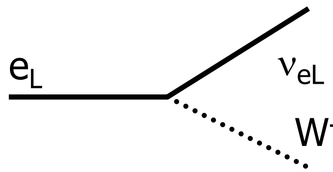
Geladener Strom: $W^\pm$.

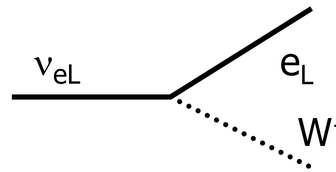
Neutraler Strom: (Z,γ)? (B,W_3)?

Geladener Strom:

$$T^- = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad T^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$g\sum_L \overline{\psi}_L i\gamma_\mu \begin{pmatrix} 0 & W^+ \\ W^- & 0 \end{pmatrix}^\mu \psi_L = g\left(\overline{\nu}_{eL} i\gamma_\mu W^+ e_L + \overline{e}_L i\gamma_\mu W^- \nu_{eL}\right) + \ldots$$





Neutraler Strom: Verlange Elektromagnetismus:
Ladung $Q|\nu\rangle=0$, $Q|e_L\rangle=Q|e_R\rangle=-1$

$$L = \overline{\psi}_L i\gamma_\mu i\left(gT_3W_3^\mu + g'\frac{Y}{2}B^\mu\right)\psi_L + \overline{\psi}_R i\gamma_\mu i\left(g'\frac{Y}{2}B^\mu\right)\psi_R$$

$$= \sum_{e,\nu} \overline{\psi} i\gamma_\mu i\left(gT_3W_3^\mu + g'\frac{Y}{2}B^\mu\right)\psi$$

6.2 DIE (ER)LÖSUNG: $SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Noch einmal:

$$\mathcal{L}_{W_3B} = \overline{\psi}_L i\gamma_\mu i\left(gT_3W_3^\mu + g'\frac{Y}{2}B^\mu\right)\psi_L + \overline{\psi}_R i\gamma_\mu i\left(g'\frac{Y}{2}B^\mu\right)\psi_R$$
$$= \sum_{e,\nu}\overline{\psi} i\gamma_\mu i\left(gT_3W_3^\mu + g'\frac{Y}{2}B^\mu\right)\psi$$

Das funktioniert, weil Operator der dritten Komponenten des schwachen Isospins T_3:

$$T_3|\nu_L\rangle = \frac{1}{2}|\nu_L\rangle \quad T_3|e_L\rangle = -\frac{1}{2}|e_L\rangle \quad T_3|e_R\rangle = 0$$

Übergang von W_3,B zu Z, Photon: Basiswechsel:

$$\begin{pmatrix} W_3 \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Z \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W Z + \sin\theta_W A \\ \cos\theta_W A - \sin\theta_W Z \end{pmatrix}$$

θ_W: Weinberg- / elektroschwacher Mischungswinkel.

$$\mathcal{L}_{\gamma Z} = \sum_{e,\nu}\overline{\psi} i\gamma_\mu i\left(g\sin\theta_W T_3 + g'\cos\theta_W\frac{Y}{2}\right)A^\mu\psi +$$
$$+ \sum_{e,\nu}\overline{\psi} i\gamma_\mu i\left(g\cos\theta_W T_3 - g'\sin\theta_W\frac{Y}{2}\right)Z^\mu\psi$$

Um auf die elektromagnetische WW zu kommen, muss gelten:

$$eQ = g\sin\theta_W T_3 + g'\cos\theta_W \, Y/2$$
$$= \quad eT_3 + \quad eY/2$$

… mit der Hyperladung $Y=2(Q-T_3)$ und:

$$e = g\sin\theta_W = g'\cos\theta_W$$

Hierdurch ist die EM-Ladung definiert. Beachte die Ähnlichkeit mit unserer alten Forderung: e=g=g'!

Kopplung an das Z^0:

$$g\cos\theta_W T_3 - g'\sin\theta_W \, Y/2 = \frac{e}{\cos\theta_W \sin\theta_W}\left(T_3 - \sin^2\theta_W Q\right)$$

Damit wird aus der Lagrange-Dichte:

$$\mathcal{L}_{\gamma Z} = \overline{\psi} i\gamma_\mu i\left(eQA^\mu + \frac{e}{\cos\theta_W \sin\theta_W}\left(T_3 - \sin^2\theta_W Q\right)Z^\mu\right)\psi$$

Im Gegensatz zum W koppelt das Z auch an rechtshändige Ströme (B koppelt an L und R)
→ Modifikation der (V-A)-Kopplung! Für das Elektron:

$$\frac{1}{2}\left(c_V - c_A\gamma^5\right)\psi \quad c_V = 2\sin^2\theta_W - \frac{1}{2} \quad c_A = -\frac{1}{2}$$

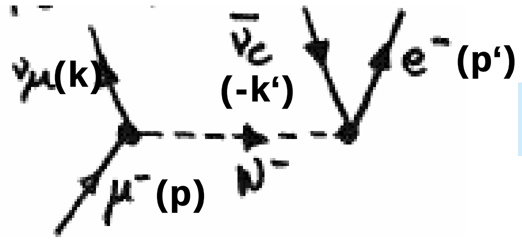
6.2 QUANTENZAHLEN DER $SU(2)_L \times U(1)_Y$.

	Q	T_3	$Y=2(Q-T_3)$	$g_Z=T_3-Q\sin^2\theta_W$	$2c_V = 2T_3-4Q\sin^2\theta_W$	$2c_A = 2T_3$
ν_{eL}	0	+1/2	-1	1/2	1	1
e_L	-1	-1/2	-1	$-1/2+\sin^2\theta_W$	$-1+4\sin^2\theta_W$	-1
ν_{eR}	0	0	0	0	0	0
e_R	-1	0	-2	$\sin^2\theta_W$	$4\sin^2\theta_W$	0
u_L	2/3	+1/2	1/3	$1/2-2/3\sin^2\theta_W$	$1-8/3\sin^2\theta_W$	1
d_L	-1/3	-1/2	1/3	$-1/2+1/3\sin^2\theta_W$	$-1+4/3\sin^2\theta_W$	-1
u_R	2/3	0	4/3	$-2/3\sin^2\theta_W$	$-8/3\sin^2\theta_W$	0
d_R	-1/3	0	-2/3	$1/3\sin^2\theta_W$	$4/3\sin^2\theta_W$	0

Aber was machen wir mit den Massen der Fermionen und Bosonen?

6.3 PRÄZISIONSEXPERIMENTE: MYONZERFALL

Myon-Zerfall:Lebensdauer $\mu^- \to e^- \overline{\nu}_e \nu_\mu$



$\nu_e(-k')_{ein} \,\hat{=}\, \overline{\nu}_e(k')_{aus}$

Matrixelement: $\dfrac{1}{M_W^2 - q^2} \approx \dfrac{1}{M_W^2}$ und $\dfrac{G_F}{\sqrt{2}} = \dfrac{g^2}{8 M_W^2}$

$$M = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left(\overline{u}_{(k)} \gamma^\mu (1-\gamma^5) u_{(p)}\right)\left(\overline{u}_{(p')} \gamma_\mu (1-\gamma^5) v_{(k')}\right)$$

Zerfallsrate: $d\Gamma = \frac{1}{2E} \overline{|M|^2} dQ$

Spurtheorem: $\overline{|M|^2} = \frac{1}{2} \sum_{spin} |M|^2 = 64 G_F^2 (k\,p')(k'\,p)$

Phasenraum:

$$dQ = \frac{d^3p'}{(2\pi)^3 2E} \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega} \frac{d^3k'}{(2\pi)^3 2\omega'} (2\pi)^4 \delta(p - p' - k - k')$$

E'-Spektrum $\Rightarrow \boxed{\dfrac{d\Gamma}{dE'} = \dfrac{G_F^2}{12\pi^3} m_\mu^2 E' \left(3 - \dfrac{4E'}{m_\mu}\right)}$

Lebensdauer: $\Rightarrow \Gamma = \dfrac{1}{\tau} = \displaystyle\int_0^{\frac{m_\mu}{2}} \frac{d\Gamma}{dE'} dE' = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3}$

Experiment: $\tau_\mu = 2.19703 \pm 0.00004 \mu s$

$\Rightarrow \boxed{G_F^2 = 1.16637(1) \cdot 10^{-5} GeV^{-2}}$

mit $g = \sqrt{4\pi\,\alpha_W} \Rightarrow \alpha_W \approx 1/27.5 > \alpha_{em} \approx 1/137!$

- schwache WW ist (bei kleinen Energien) schwach wegen M_W und nicht wegen Kopplung
- Werte der Kopplungen (e=g·sinθ_W EW-Vereinigung)

Spinorientierung im Myon-Zerfall:

z.B. e⁻ mit maximalem Impuls:

$\nu_\mu \Rightarrow$ μ^- $\Rightarrow$ $e^- \Rightarrow$ $\overline{\nu}_e \Leftarrow$ **unterdrückt**

(Spin e⁻ // Spin μ⁻ wegen Helizität $\lambda(\nu_\mu)$= -, $\lambda(\overline{\nu}_e)$=+)

$\nu_\mu \Rightarrow$ μ^- $\Leftarrow$ $e^- \Leftarrow$ $\overline{\nu}_e \Leftarrow$ **erlaubt**

Polarisierte μ^+ aus Zerfall $\pi^+ \to \mu^+\nu$ (Polarisation P_μ) → Winkelverteilung **dN(e⁺)/dcos(θ) ~ 1-$P_\mu$cos(θ)**

[Empfindlicher Test der V-A Theorie (Standardmodell) + Suche nach Physik jenseits des SM, z.B. rechthändige W_R, skalare oder tensorielle Kopplungen]

6.3 ENTDECKUNG der W±- und Z-BOSONEN

Entdeckung der W- und Z-Bosonen

Mit der Entdeckung der neutralen Ströme (1973), der Entdeckung von Charm (1974) und der GSW Theorie der elektroschwachen WW war es 1975 klar, dass $\mathbf{m_W \sim 80}$ und $\mathbf{m_Z \sim 90}$ **GeV**

Rubbia+van der Meer: Umbau des CERN 450 GeV p-Synchrotrons für Proton-Anti-Proton-WW mit Luminosität ~50 Ereignisse/mb·sec (stochastische Kühlung, 1 Füllung/Tag!)

Bau von 2 Großdetektoren: **UA1 und UA2**

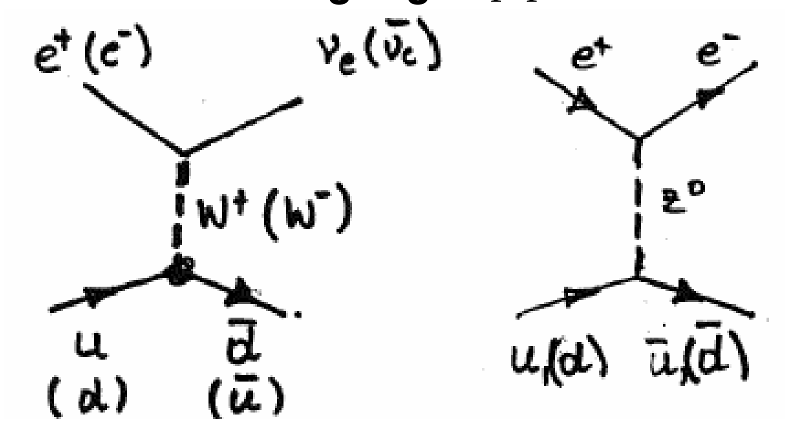
1983 W± und Z⁰ (mit vorhergesagten Eigenschaften) entdeckt

1989-2000: Präzisionsmessungen LEP in e^+e^-

jetzt: $\bar{p}\,p$ 2 TeV am Tevatron (FNAL-Chicago)

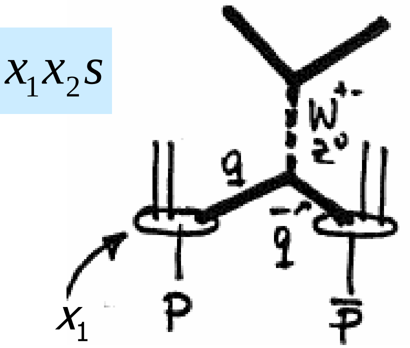
ab 2009/10: $p\,p$ 14 TeV am LHC (CERN-Genf)

W± und Z⁰ Erzeugung in $\bar{p}\,p$ -Reaktionen



Quarkverteilung im Proton: Strukturfunktion $\mathbf{F_2(x,Q^2)}$

$$M^2_{W,Z} = (x_1 p_p + x_2 p_{\bar{p}})^2 = x_1 x_2 s$$

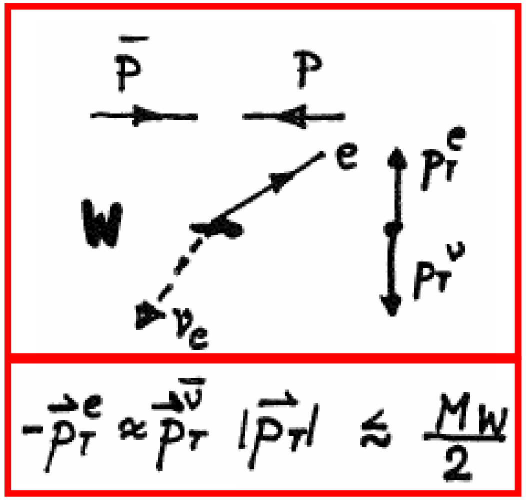


Nachweis des W-Zerfalls:

$W^+ \rightarrow e^+\nu_e$, $\mu^+\nu_\mu$ } beobachtet p_T-missing*)

$\tau^+\nu_\tau$, $u\,\bar{d}$, $c\,\bar{s}$ } zu großer Untergrund +Auflösung

da wie normale 2-Jet-Ereignisse



*) s relativ klein → W wird mit p_T~0 erzeugt → e und ν_e Transversalimpuls entgegengesetzt ~$M_W/2$
- für $x_1 \neq x_2$ → W hat Longitudinalimpuls

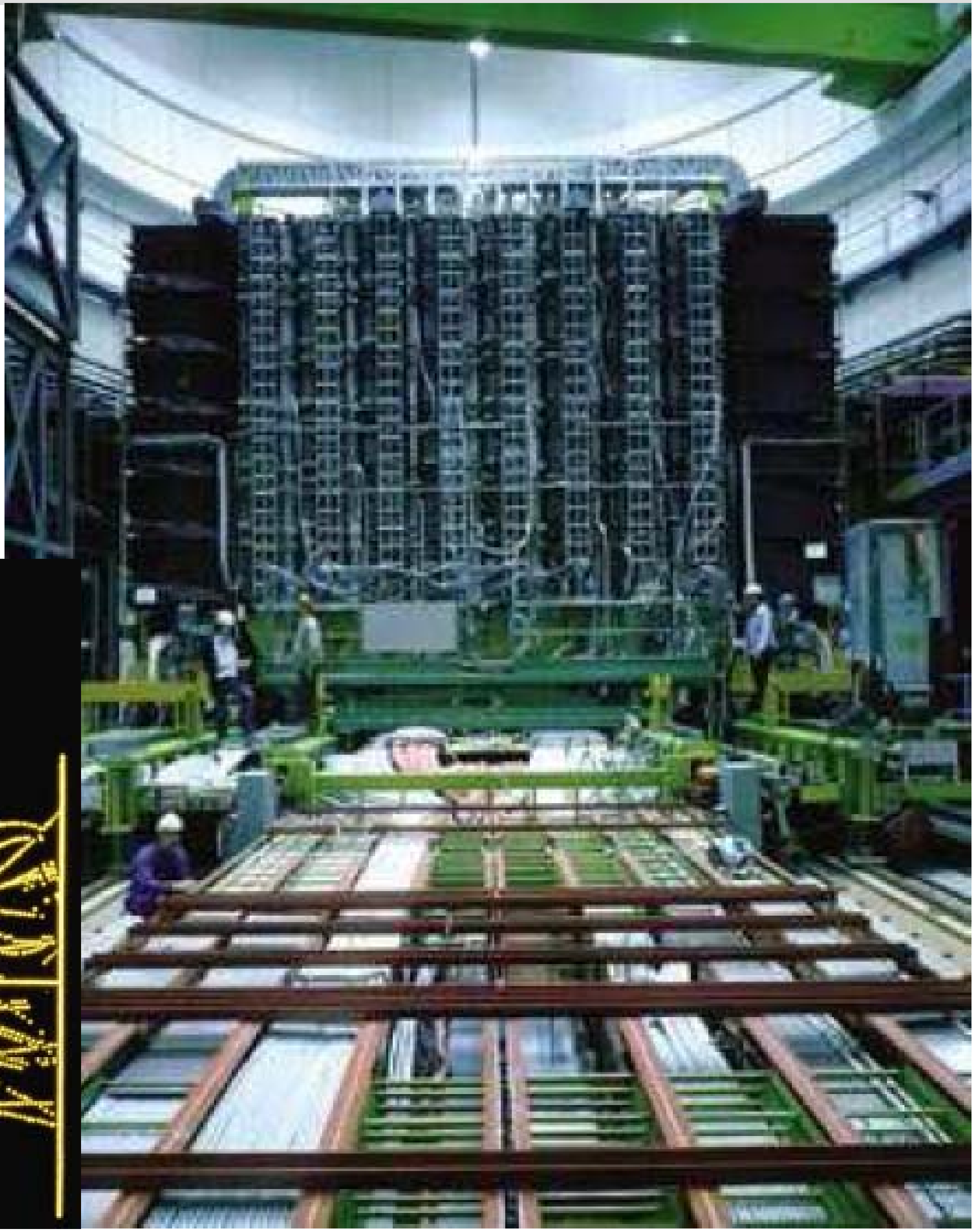
ENTDECKUNG der W$^{\pm}$-und Z-BOSONEN

UA1-Detektor:

- Driftkammer 2x2x6m^3 in 0.7 Tesla Feld, $\delta x \sim 0.2$mm
- Kalorimeter zur Erkennung von Elektronen
- Kammern und Fe-Absorber zur Erkennung und Vermessung von Muonen

erwartet: jedes 10^7 Ereignis: $p+p \to W(\to e\ \nu_e)+X$

„Typisches“ W-Ereignis:



e^-

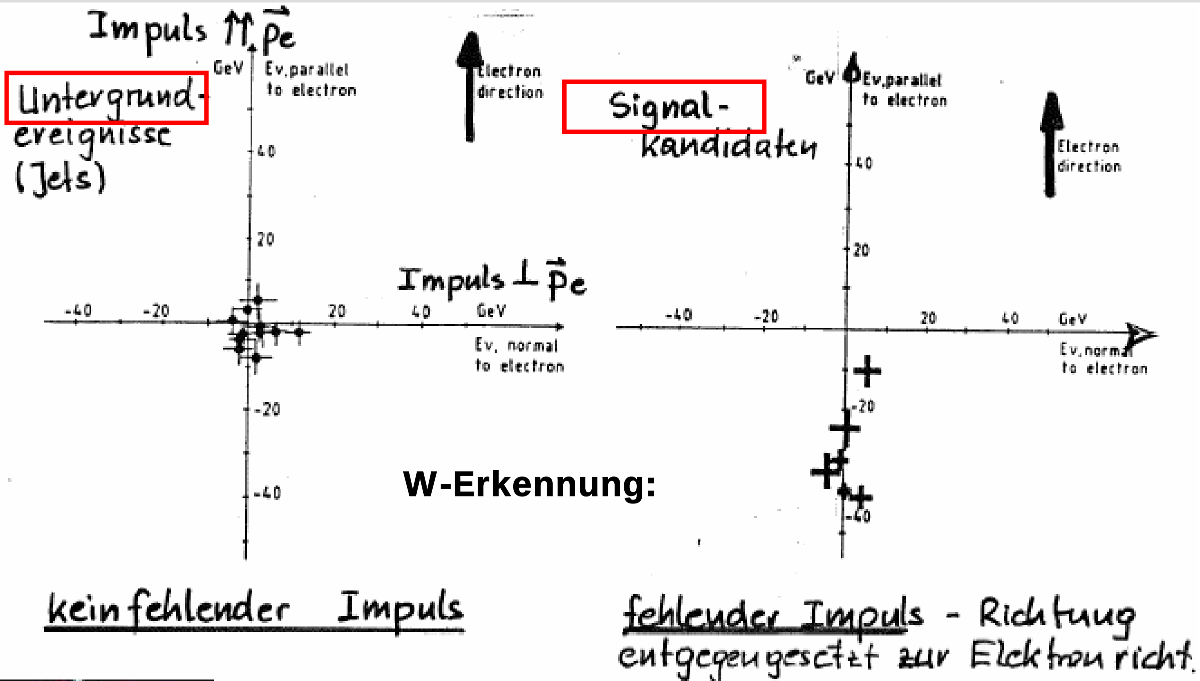
ENTDECKUNG der W±-und Z-BOSONEN

UA1 / UA2-Ergebnisse:

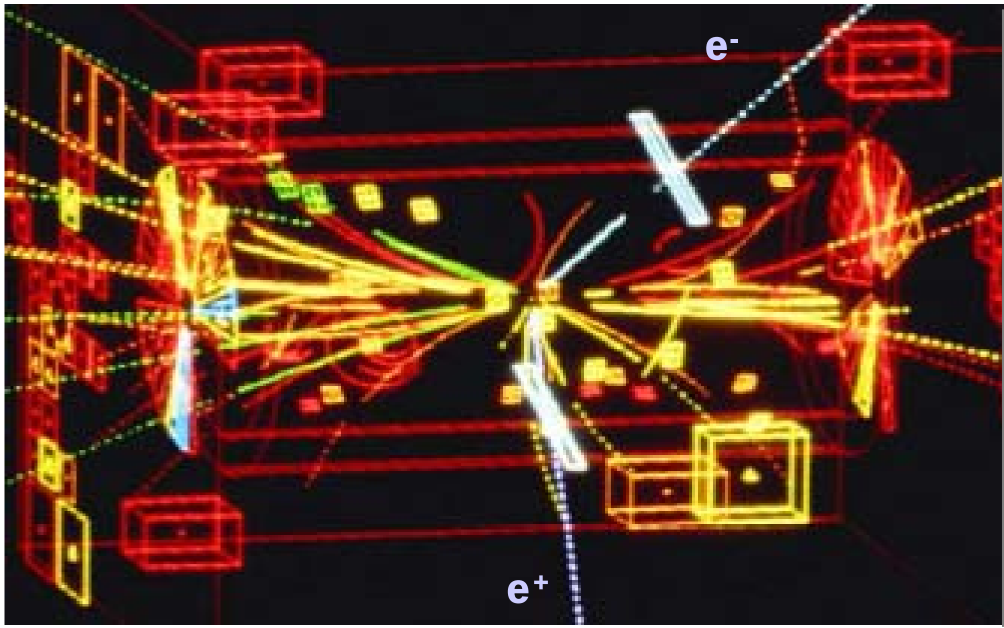
Jan.1983: 7 Ereignisse W→ eν
→ M_W=81±5 GeV

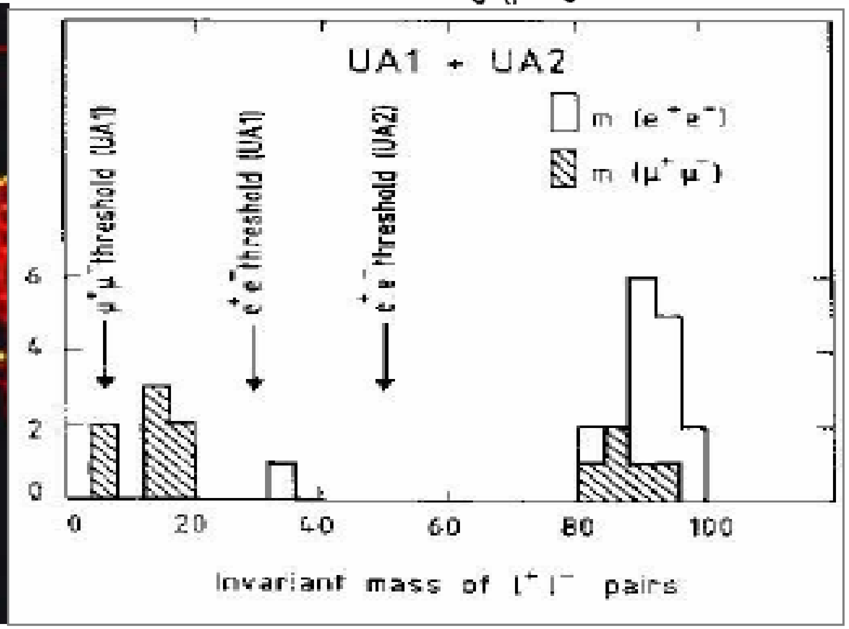
Juli 1983: 17 Ereignisse (UA1 +UA2) Z^0→ $e^+e^-/\mu^+\mu^-$ → M_Z=90 GeV
($\sigma \times \Gamma$ ~10xkleiner! aber klarere Signatur, da kein „fehlendes“ Neutrino)

1984: Nobelpreis für S.van der Meer und C.Rubbia



Z^0-Ereignis in UA1

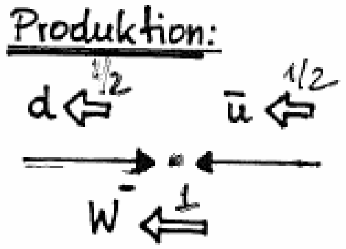


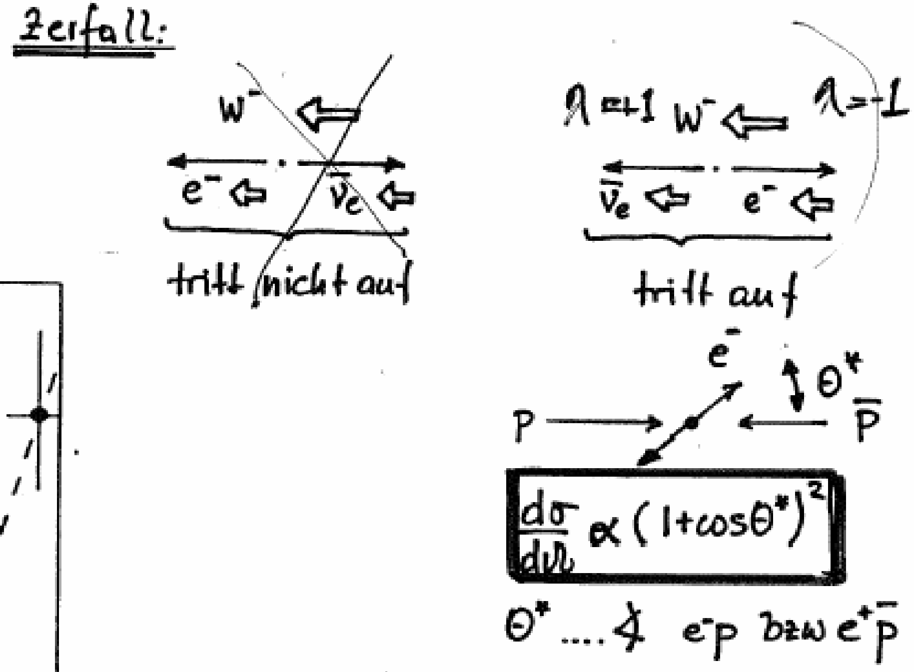


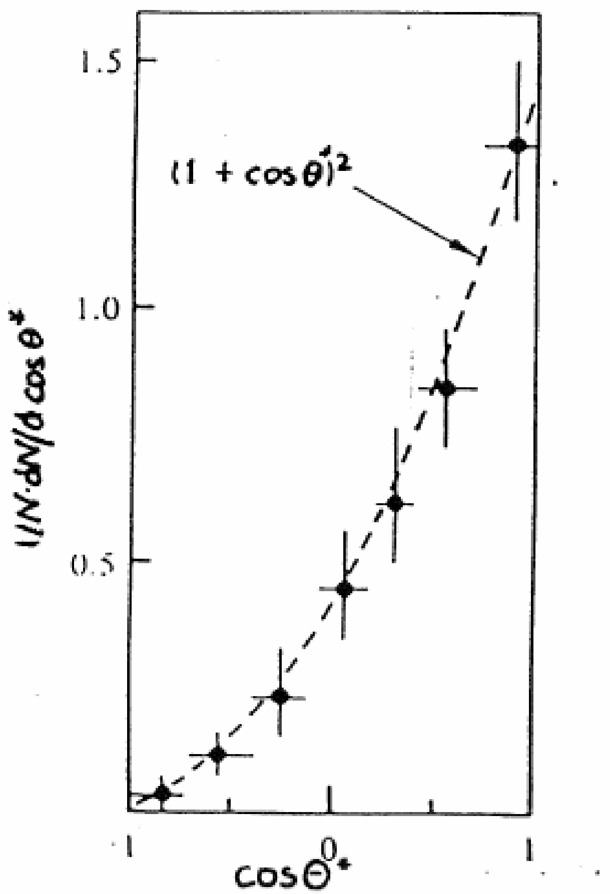
EIGENSCHAFTEN des W-BOSONs

Paritätsverletzung bei W-Erzeugung/Zerfall:

P-Verletzung in schwacher WW: nur links-händige Fermionenen und recht-händige Anti-Fermionen koppeln

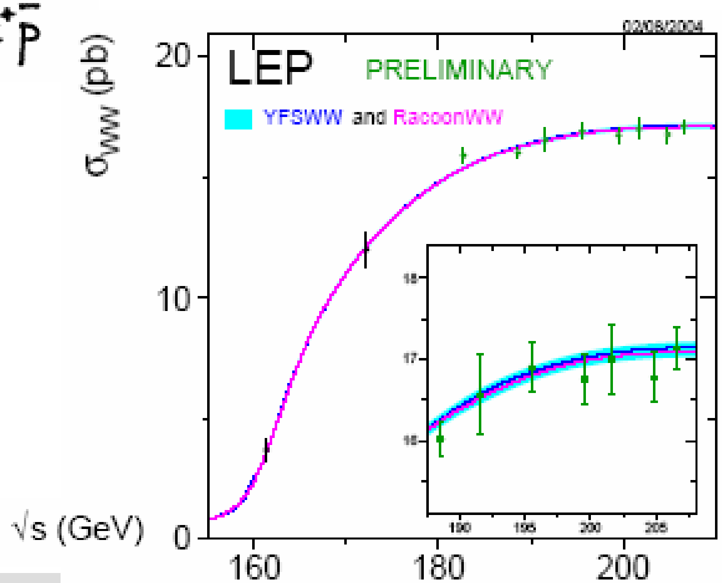






Präzisionsbestimmung
M_W und Γ_W am TeVatron
und LEP in $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$:

$m_W = 80.412 \pm 0.042$ GeV
$\Gamma_W = 2.15 \pm 0.09$ GeV



6.3 PRÄZISIONSMESSUNG: Z^0-EIGENSCHAFTEN

Resonanzkurve für instabile Teilchen

Zerfallsgesetz: $|\psi(t)|^2 = |\psi(0)|^2 \exp(-\Gamma t)$

- Gesamtbreite: $\Gamma = 1/\tau = \Sigma\, \Gamma_i$ (Partialbreiten Γ_i)

→ $\psi(t) \sim \exp(-iMt) \cdot \exp(-\Gamma t/2)$
(da im Ruhesystem $M \cdot t = E \cdot t - \vec{p}\vec{x}$)

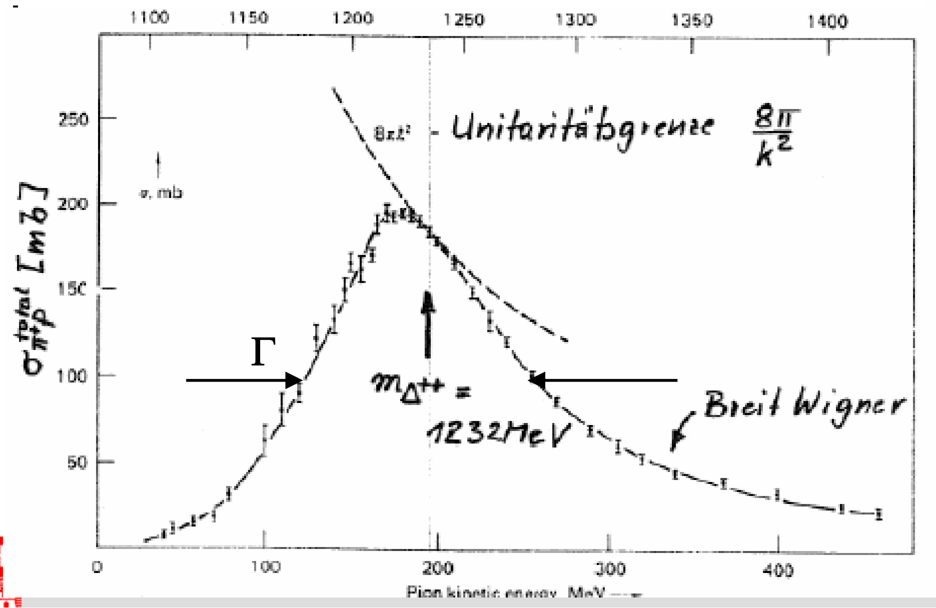
→ für instabile Teilchen $M \to M - i\Gamma/2$

und der Propagator: $\frac{1}{s-M^2} \to \frac{1}{s-(M-i\Gamma/2)^2}$

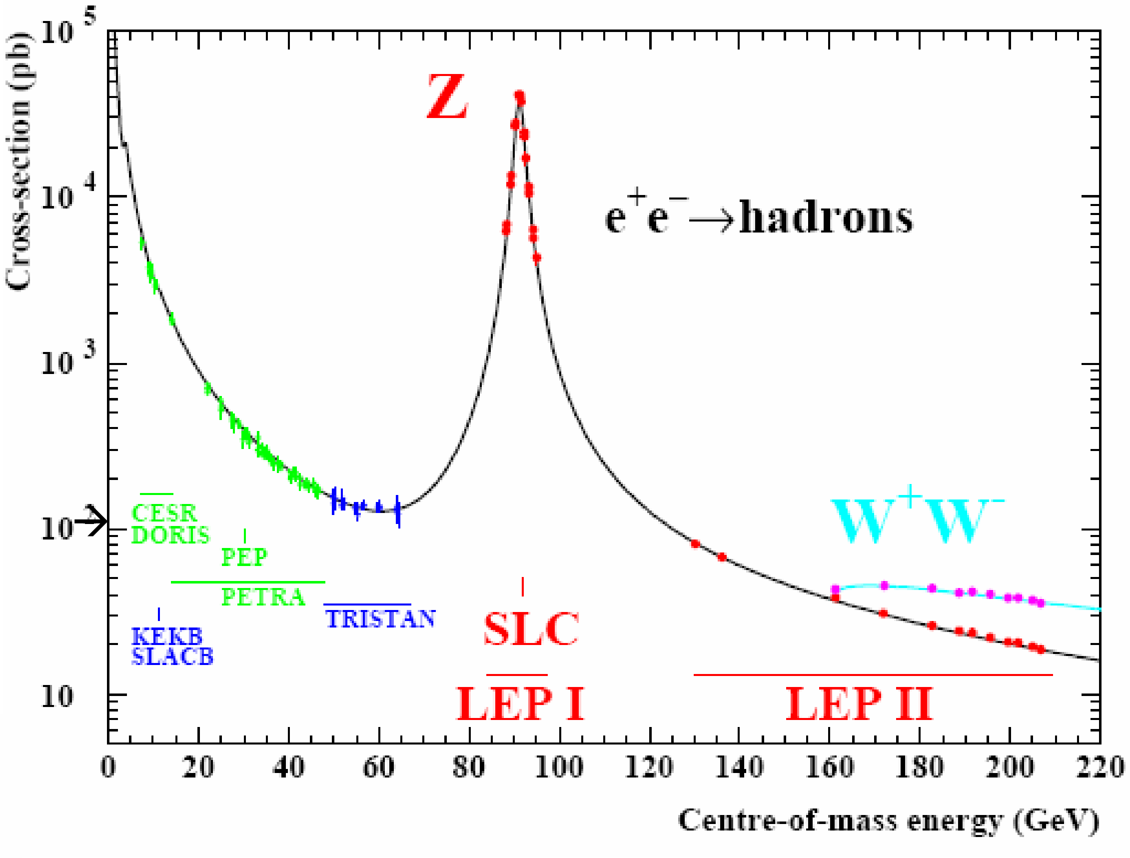
für $M^2 >> \Gamma^2$ $\quad M \sim \frac{1}{s-M^2-iM\Gamma}$

und $\quad |M|^2 \sim \frac{1}{(s-M^2)^2+M^2\Gamma^2}$

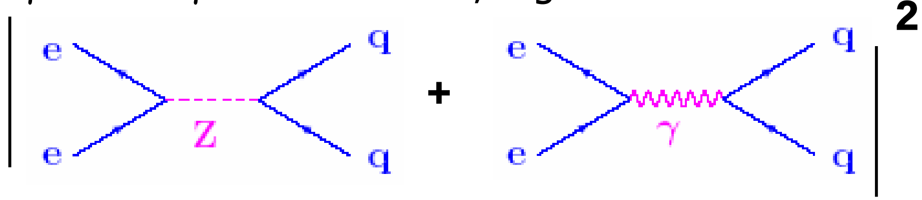
nahe der Resonanz: $\approx \frac{1}{4M^2}\frac{1}{(\sqrt{s}-M)^2+\Gamma^2/4}$



Z^0 Erzeugung an e^+e^- Speicherringen



Unterhalb der W-Bosonschwelle:
$\gamma + Z^0 + \gamma$-Z^0-Interferenz, e.g.



(bei M_Z Beitrag γ-Diagramm ~1%)

PRÄZISIONSMESSUNG: Z⁰-EIGENSCHAFTEN

Zerfallskanäle des Z^0:

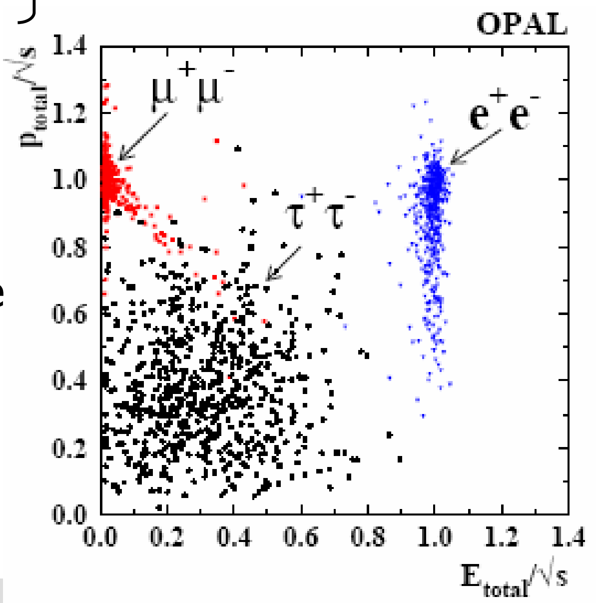
$Z^0 \to e^+e^-$, $\mu^+\mu^-$, $\tau^+\tau^-$ — relativ einfach

$\nu_e\bar{\nu}_e$, $\nu_\mu\bar{\nu}_\mu$, $\nu_\tau\bar{\nu}_\tau$ — nicht direkt nachweisbar

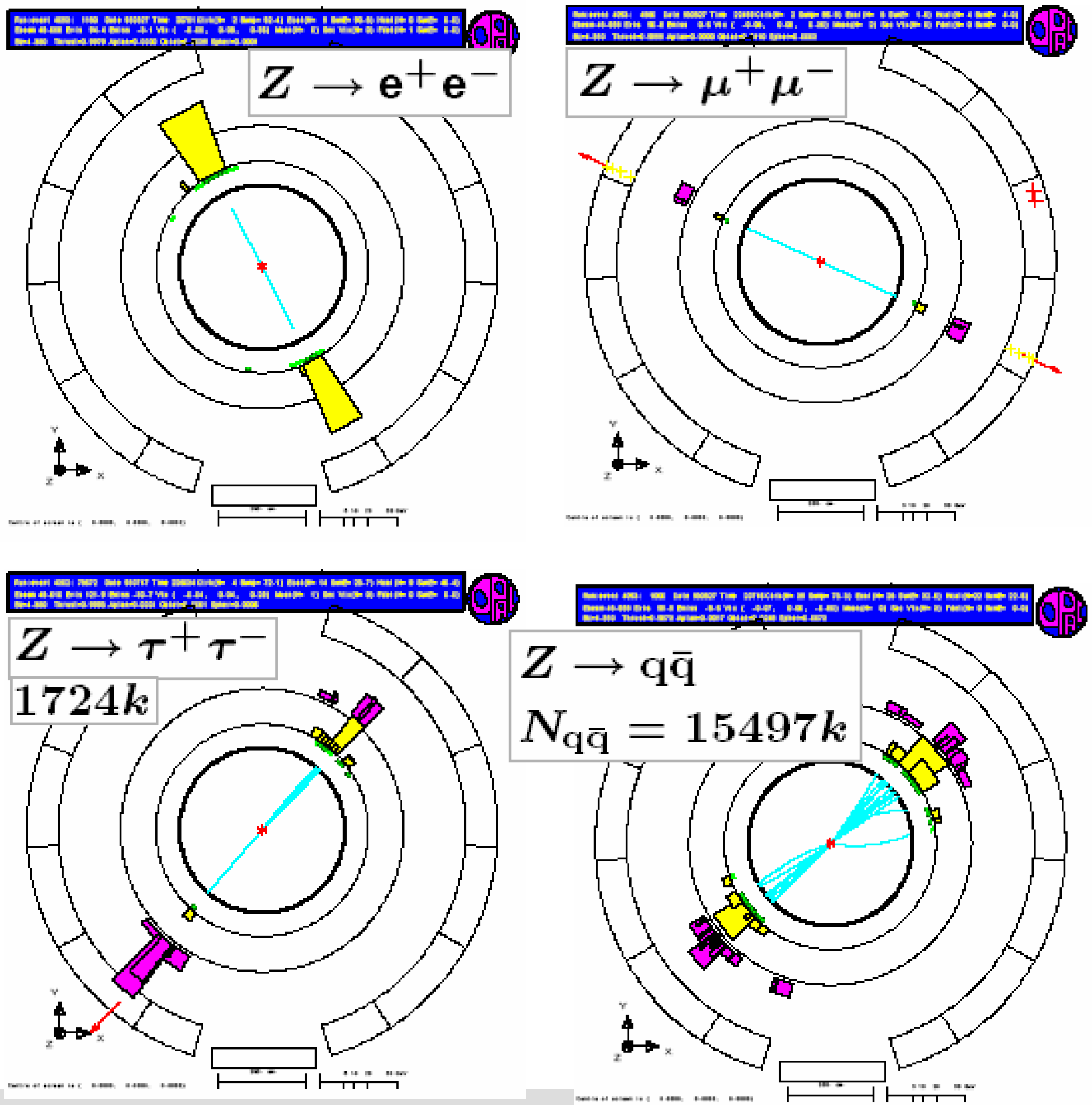
$u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$ — 2 Jets – keine Trennung vom QCD-Untergrund

$c\bar{c}$, $b\bar{b}$ — 2 Jets – Trennung durch Lebensdauer τ

Trennung leptonische Kanäle

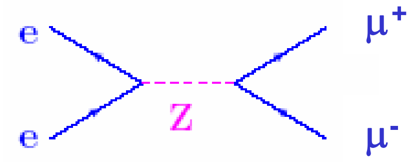


Z^0-Ereignisse im OPAL-Detektor:



PRÄZISIONSMESSUNG: Z^0-EIGENSCHAFTEN

Z^0-Zerfälle im Standardmodell:



$$M(e^+e^- \to Z^0 \to \mu^+\mu^-) =$$

$$\frac{g_Z^2}{4}\bar{u}\gamma^\mu(c_V^e - c_A^e\gamma^5)v$$ e⁺e⁻Erzeugung

$$\cdot\frac{g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M_Z^2}{s - M_Z^2 + i M_Z \Gamma_Z}$$ Z^0-Propagator

$$\cdot\bar{u}\gamma^\mu(c_v^e - c_A^e\gamma^5)v$$ $\mu^+\mu^-$-Zerfall

$$\boxed{\Rightarrow \sigma(e^+e^- \to Z^o \to \mu^+\mu^-) = \frac{12\pi\cdot s}{M_Z^2}\frac{\Gamma_{ee}\Gamma_{\mu\mu}}{(s-M_Z^2)^2 + M_Z^2\Gamma_Z^2}}$$

mit $\Gamma_Z = 3\cdot\Gamma_{\nu\bar{\nu}} + 3\cdot\Gamma_{e\bar{e}} + 3\cdot(3\Gamma_{d\bar{d}} + 2\Gamma_{u\bar{u}}) = 2496.8 \pm 1.1 MeV$

Farbe **da $2M_{Top} > M_Z$**

$$\Gamma_{\nu\nu} = \frac{G_F M_z^3}{12\pi\sqrt{2}} = 167.29\,MeV$$

$$\Gamma_{ee} = \Gamma(e_L^- e_R^+) + \Gamma(e_R^- e_L^+) = 4\Gamma_{\nu\nu}\sin^2\theta_W = 84\,MeV$$

$$3\Gamma_{d\bar{d}} = 383.2\,MeV, 3\Gamma_{u\bar{u}} = 300.4\,MeV$$

$$\boxed{\Gamma_Z = 2496.8 \pm 1.1 MeV}$$

Aus Messung von σ und der einzelnen Zerfallsbreiten kann auch $\Gamma_{\text{inivisble}}$ bestimmt werden

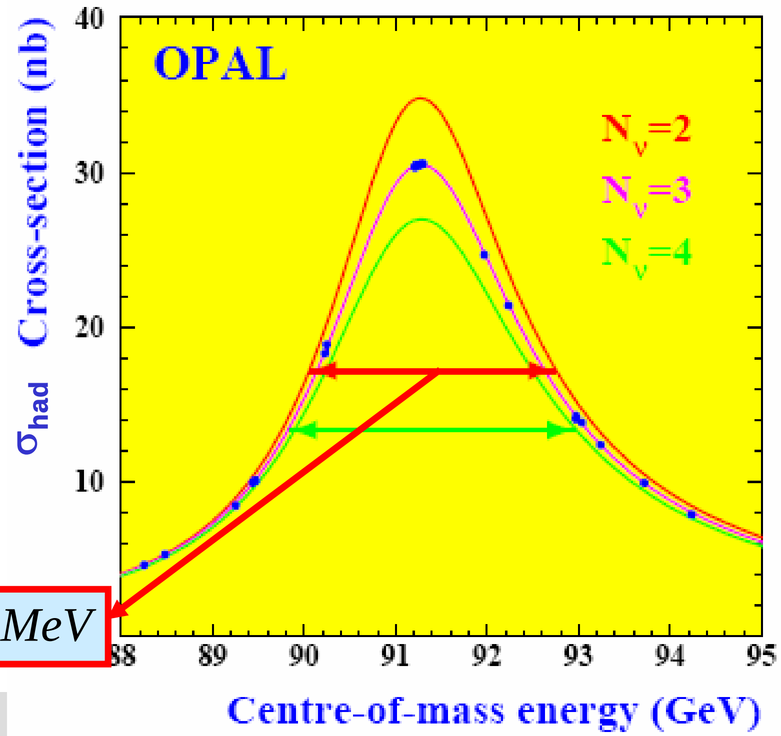
$$\sigma(M_Z) = 12\pi\frac{\Gamma_{ee}\Gamma_{\mu\mu}}{\Gamma_Z^2} = 12\pi\frac{\Gamma_{ee}}{\Gamma_Z}\frac{\Gamma_{\mu\mu}}{\Gamma_Z}$$

→ Anzahl (der leichten Neutrinos) im Rahmen SM

exp. Ergebnisse:

$$M_Z = 91.1876 \pm 0.0021 GeV$$
$$\Gamma_Z = 2497.2 \pm 1.2\,MeV$$
$$\Gamma_{invisible} = 499.0 \pm 1.5\,MeV$$
$$\boxed{\Rightarrow N_\nu = 2.983 \pm 0.010}$$

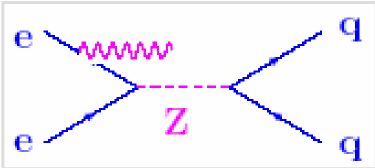
→ **es gibt 3 Generationen leichter Neutrinos**

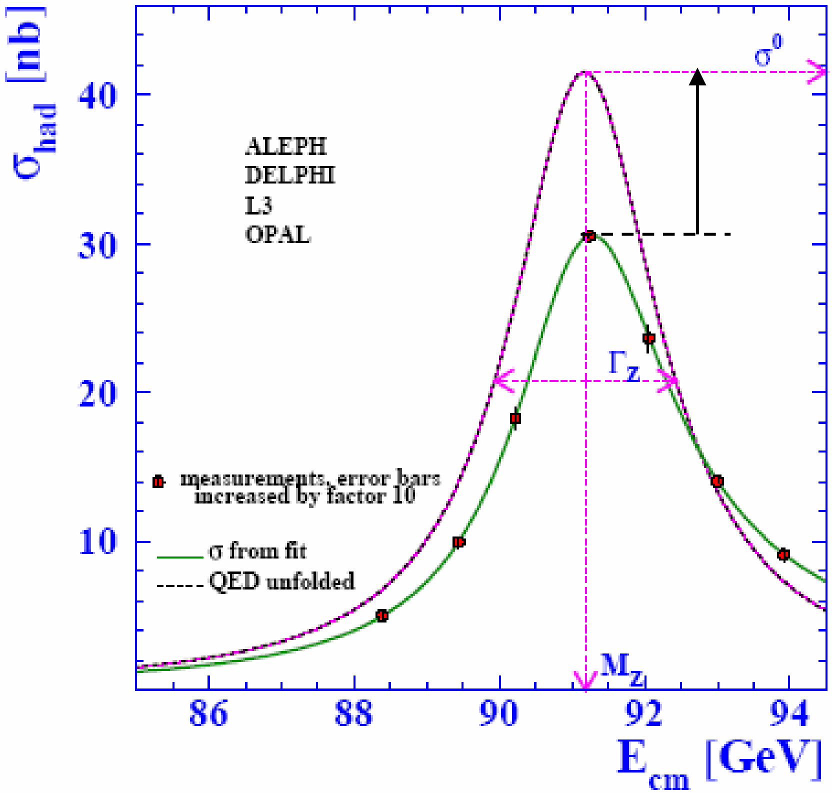


PRÄZISIONSMESSUNG: Z^0-EIGENSCHAFTEN

Anmerkung zu $\sigma(M_Z)$:

Radiative Korrekturen (Photon-Abstrahlung), die genau bekannt sind (QED!) müssen berücksichtigt werden (z.B.)



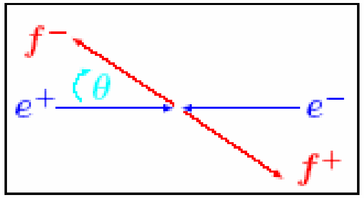


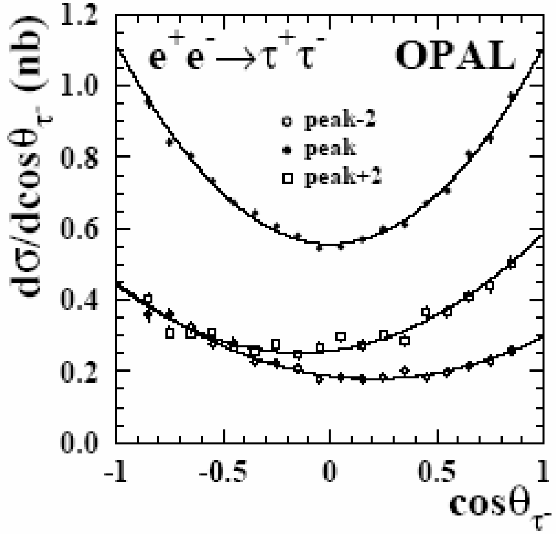
Andererseits kann mit Ereignissen in denen γ gemessen wird $\Gamma_{invisible}$ direkt gemessen werden

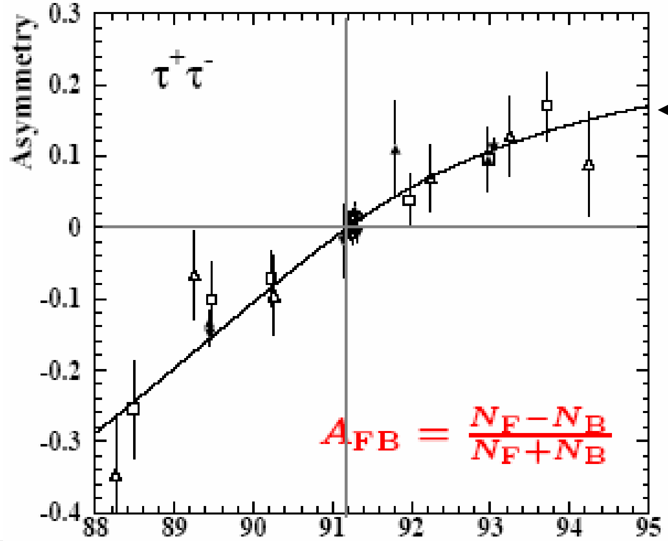
Vorwärts- Rückwärts-Asymmetrie:

Aus Z^0-γ-Interferenz folgt eine asymmetrische Winkelverteilung $d\sigma / d\cos\theta \sim (1+\cos^2\theta) + 8/3 A_{FB}(s)\cos\theta$

wobei A_{FB} von s abhängt







← **Vorhersage SM**

√s(GeV)

Messungen für alle Lepton- und Quarksorten → Kopplungen → Bestätigung SM

PRÄZISIONSMESSUNG: LEPTON-UNIVERSALITÄT

Leptonuniversalität:

SM sagt für alle Familien gleiche Kopplungen vorher

(NB sehr versch. Massen: **$M_e:M_\mu:M_\tau$=1:200:3500**)

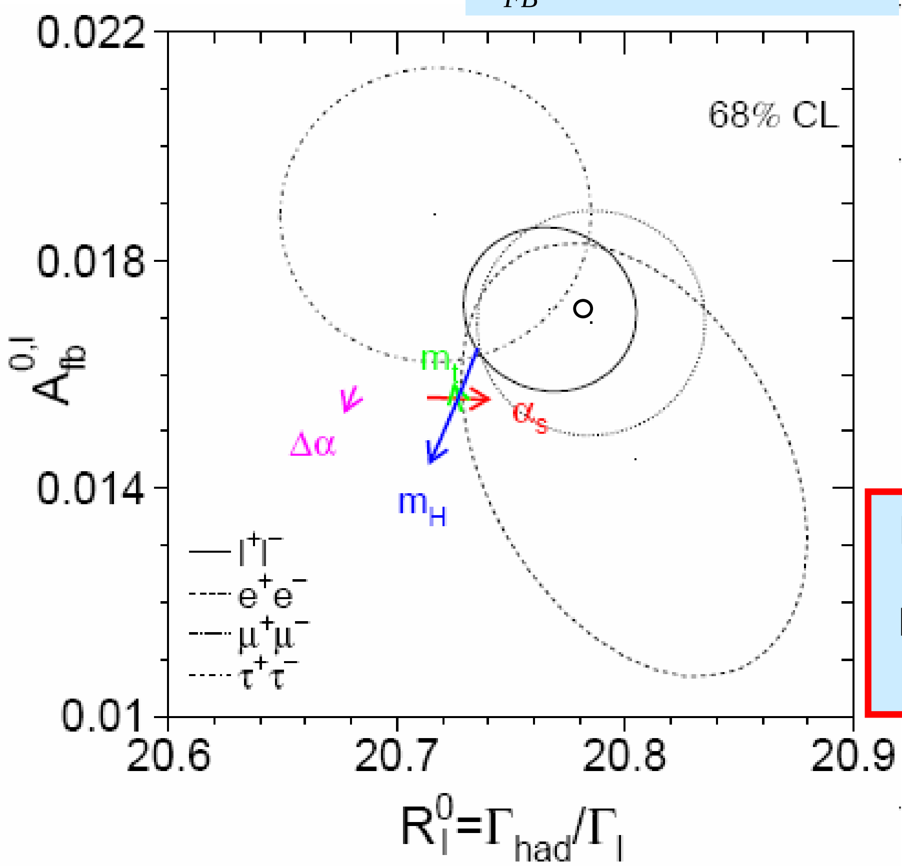
→ nach Massenkorrekturen gleiche Zerfallsbreiten und gleiche Asymmetrien A_{FB}

Daten verträglich mit:

(Def. $\mathbf{R_l}=\Gamma_{had}/\Gamma_{ll}$)

$$R_\ell = 20.767 \pm 0.025$$

$$A_{FB}^{\ell} = 0.0171 \pm 0.0010$$

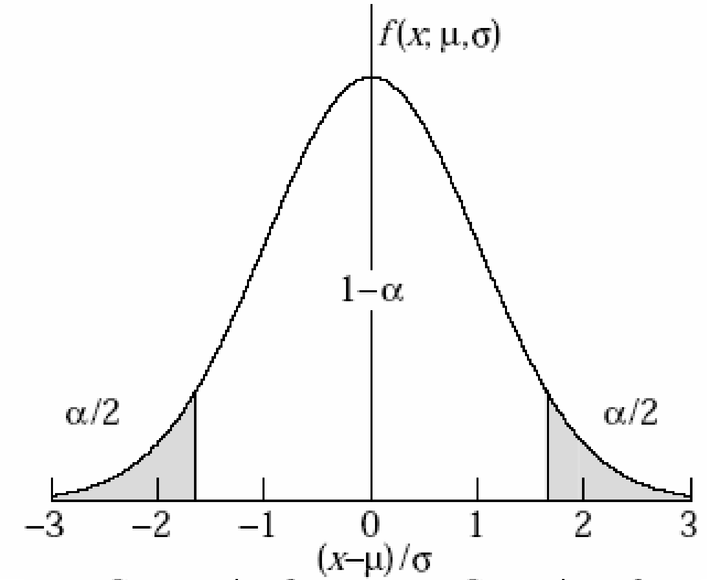


Leptonuniversalität innerhalb der Messfehler erfüllt

Bestätigung SM

(die Kurven zeigen die 1 Standarbweichung (σ) Vertrauensgrenzen (68% CL) → unter der Annahme, dass der gemessene Wert exakt der korrekte Wert ist, sollten bei Wiederholung des Experiments 68% der Ergebnisse innerhalb der Kurven liegen – so ist bei der Gaussverteilung der 1σ Fehler definiert)

aus PDG:



α	δ	α	δ
0.3173	1σ	0.2	1.28σ
4.55×10^{-2}	2σ	0.1	1.64σ
2.7×10^{-3}	3σ	0.05	1.96σ
6.3×10^{-5}	4σ	0.01	2.58σ
5.7×10^{-7}	5σ	0.001	3.29σ
2.0×10^{-9}	6σ	10^{-4}	3.89σ

$$1-\alpha = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{\mu-\delta}^{\mu+\delta} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}\,dx = \mathrm{erf}\left(\frac{\delta}{\sqrt{2}\,\sigma}\right)$$

BESTIMMUNG VON sinθ_W (WEINBERGWINKEL)

e^+e^- mit polariserten e^- (SLAC SLD-Experiment):

Am SLAC (SLAC-SLD 1ter Linearcollider!) wurden e^- mit **P_e=(R-L)/(R+L)~75%** an e^+ bei E_{CM}=M_Z gestreut und die Links-Rechts-Asymmetrie $A_{LR} = \frac{1}{P_e}(N_L - N_R)/(N_L + N_R)$ gemessen.

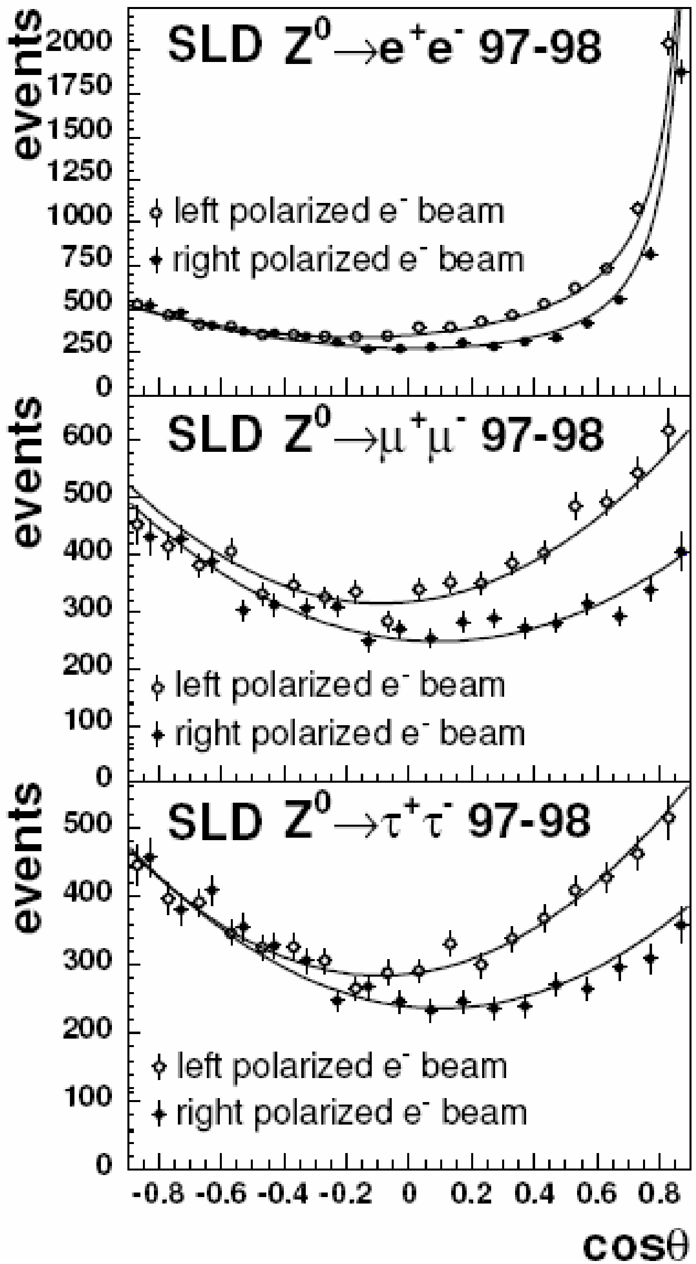
Im SM gilt (in niedrigste Ordnung):

$$c_V = g_L + g_R = T_3 - 2Q\sin^2\theta_W,\; c_A = g_L - g_R = T_3$$

$$A_{LR} = \frac{g_L^2 - g_R^2}{g_L^2 + g_R^2} = \frac{2c_V c_A}{c_V^2 + c_A^2} = \frac{2(1-4\sin^2\theta_W)}{1+(1-4\sin^2\theta_W)^2}$$

$$\text{exp.} \qquad A_{LR} = 0.1514 \pm 0.0022$$

$$\Rightarrow \sin^2\theta_W = 0.23097 \pm 0.00027$$



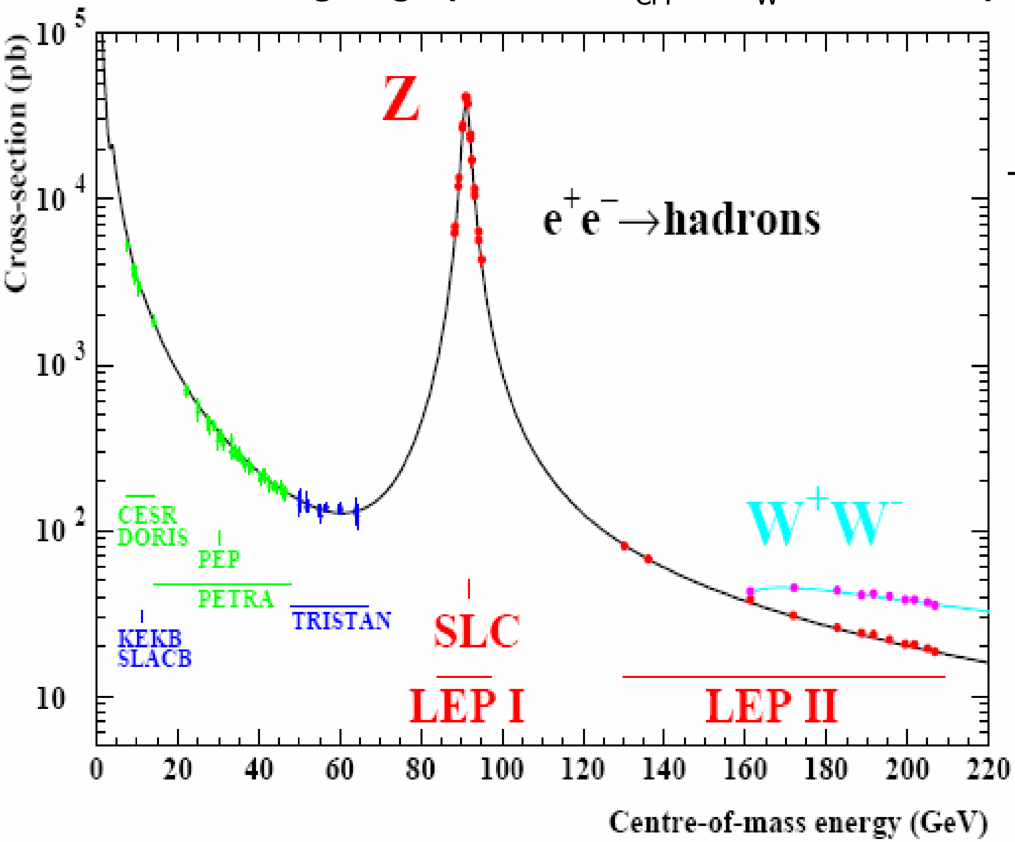
→ polarisierte Elektronen liefern genaueste Messung von sin(θ_W)

(sinθ_W kann auch (mit etwas geringerer Genauigkeit) über die Winkelasymmetrie mit unpolarisierten e^-e^+ und aus dem Verhältnis (neutraler Strom) : (geladener Strom) in ν-N-Streuung gemessen werden)

$$\sin^2\theta_W = 0.23159 \pm 0.00041$$

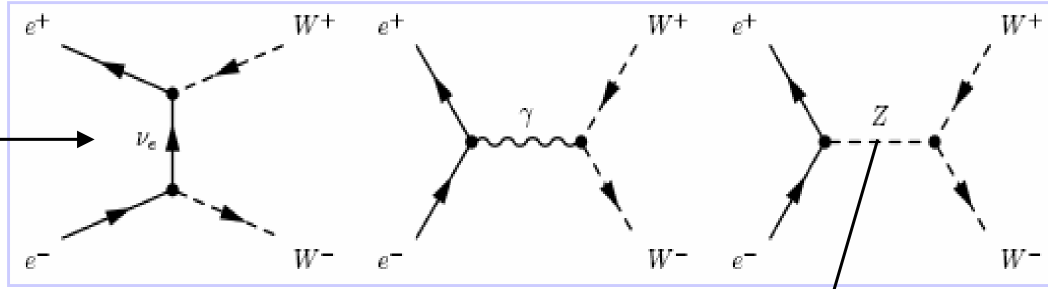
W-PAAR-PRODUKTION BEI LEP

W-Paarerzeugung: (e^+e^- mit $E_{CM}>2M_W \sim$ 160 GeV)

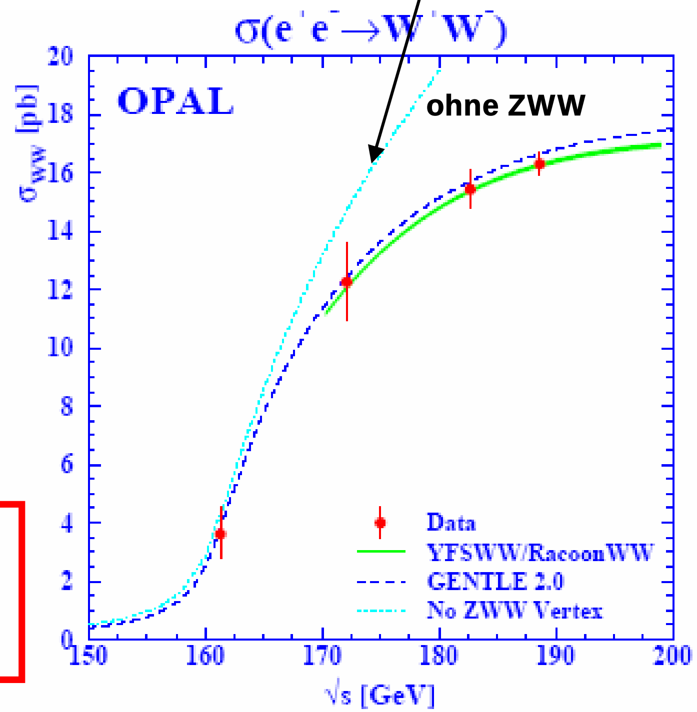


- Wirkungsquerschnitt 1/100 – 1/1000 $\sigma(Z^0)$ → Ausbau von LEP → LEPII mit höherer Energie (supra-leitenden Beschleunigungskavitäten) und höherer Luminosität

Diagramme (niedrigster Ordnung), die beitragen:



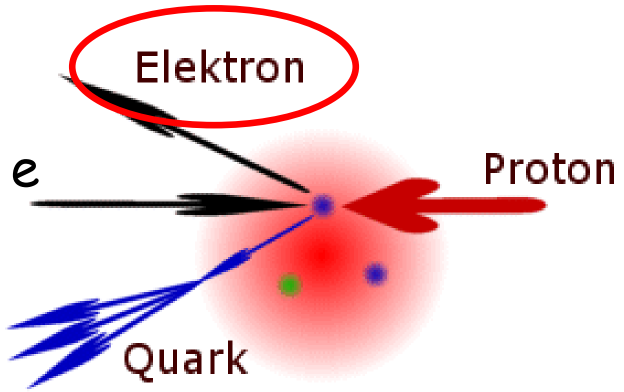
- Amplitude ν**-Austausch** $\sim g^2 \sin\theta_W \cdot s/M_W^2$ **divergiert**
- γ **und Z^0–Graph** (wegen versch. Kopplungen) **notwendig** um Divergenz zu kompensieren !

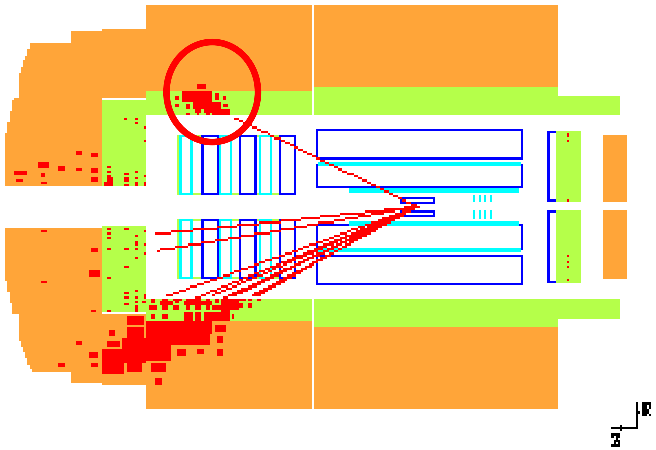


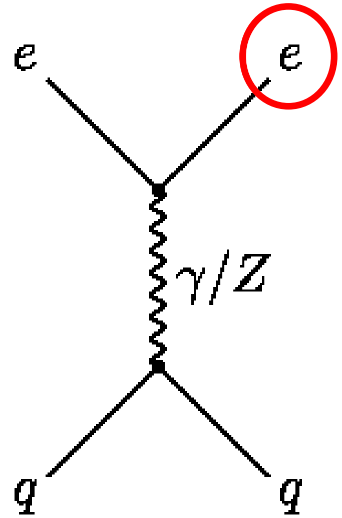
ZWW-Kopplung, die aus Struktur $SU(2)_L U(1)_Y$ folgt direkt nachgewiesen

6.4 Elektroschwache Physik bei HERA

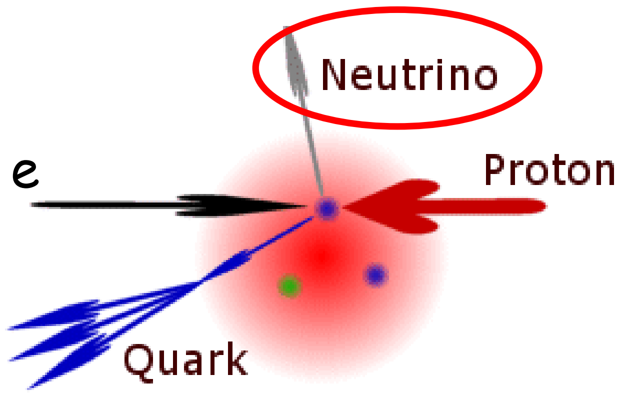
Neutral Current (NC) Wechselwirkung = neutraler Strom

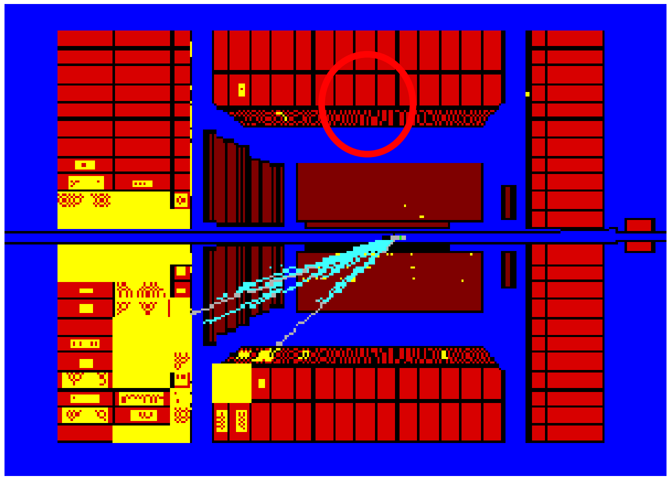


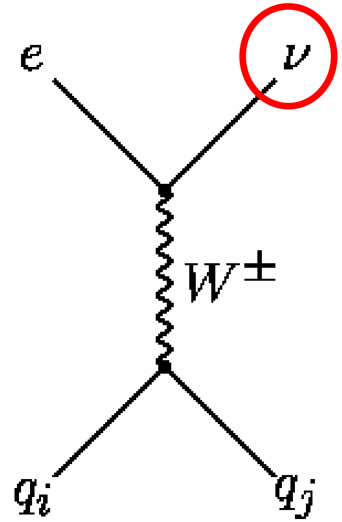




Charged Current (CC) Wechselwirkung = geladener Strom

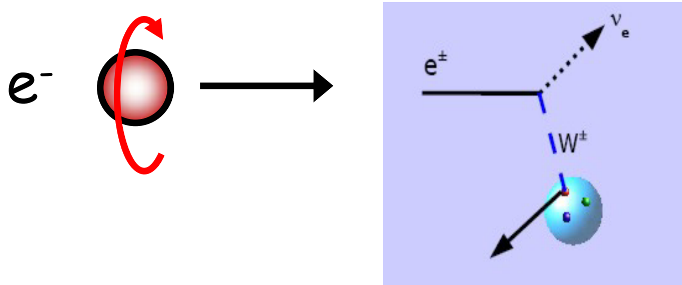




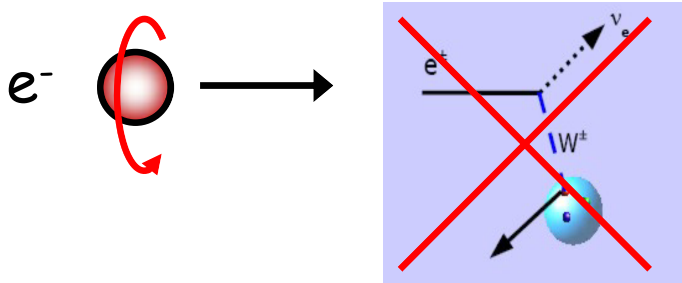


Schwache Wechselwirkung ist "linkshändig"!

- linkshändige Elektronen machen CC-WW



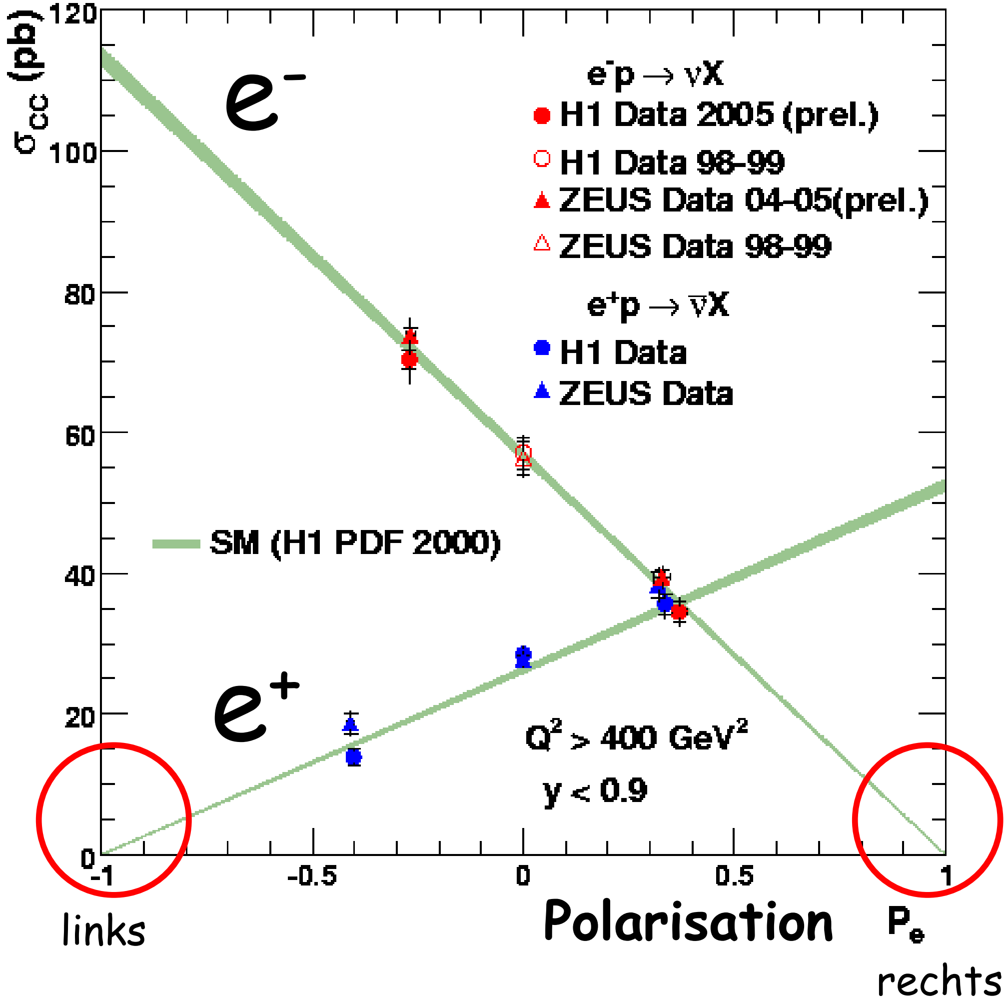
- rechtshändige Elektronen nicht!



- Wirkungsquerschnitt linear proportional zu e-Polarisation

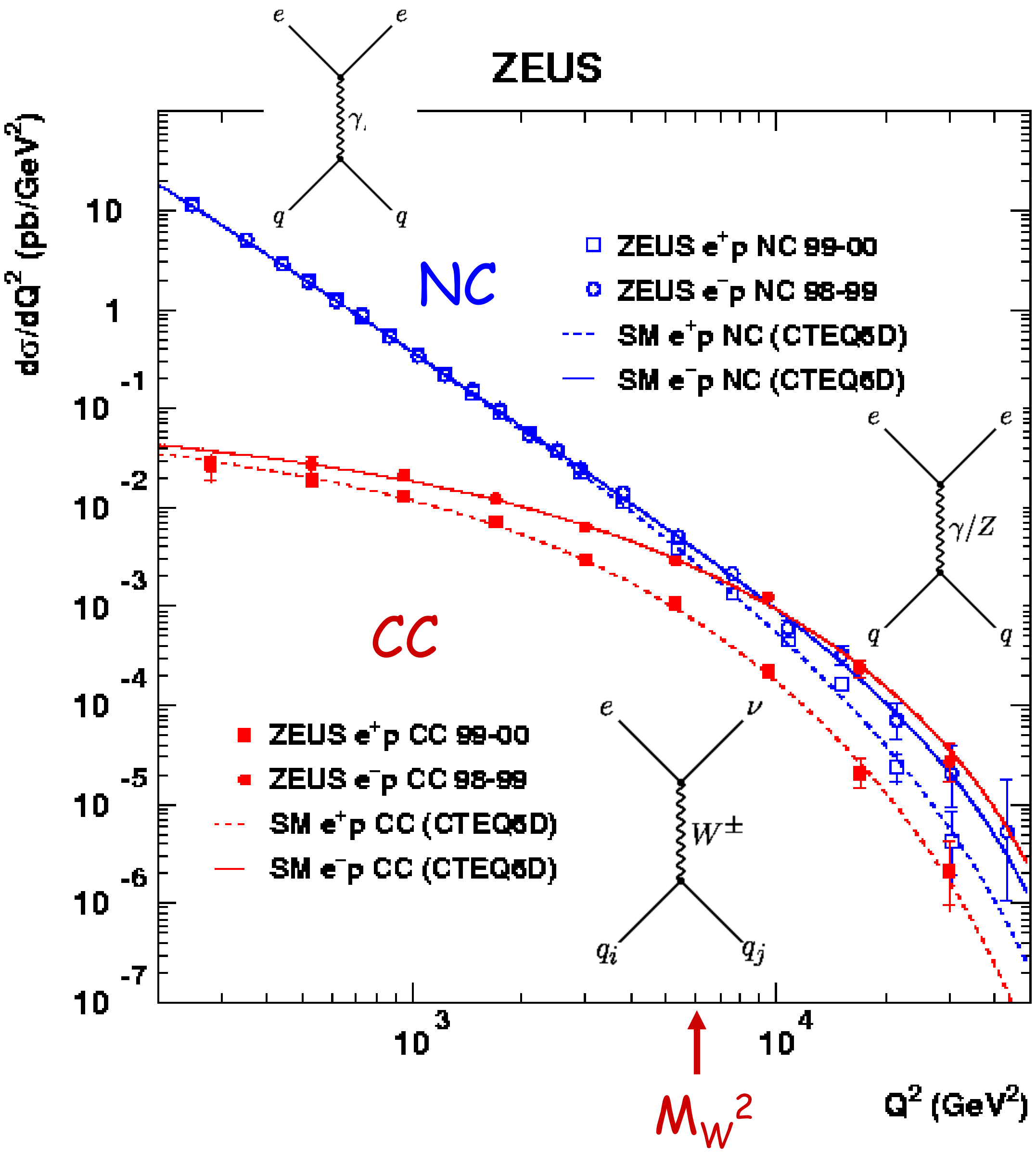
$$\boxed{\sigma_{polCC}^{e^{\pm}p} = (1 \pm P_e) \cdot \sigma_{unpolCC}^{e^{\pm}p}}$$

Polarisierte CC-Wirkungsquerschnitte



Es funktioniert!

Elektroschwache Vereinigung!

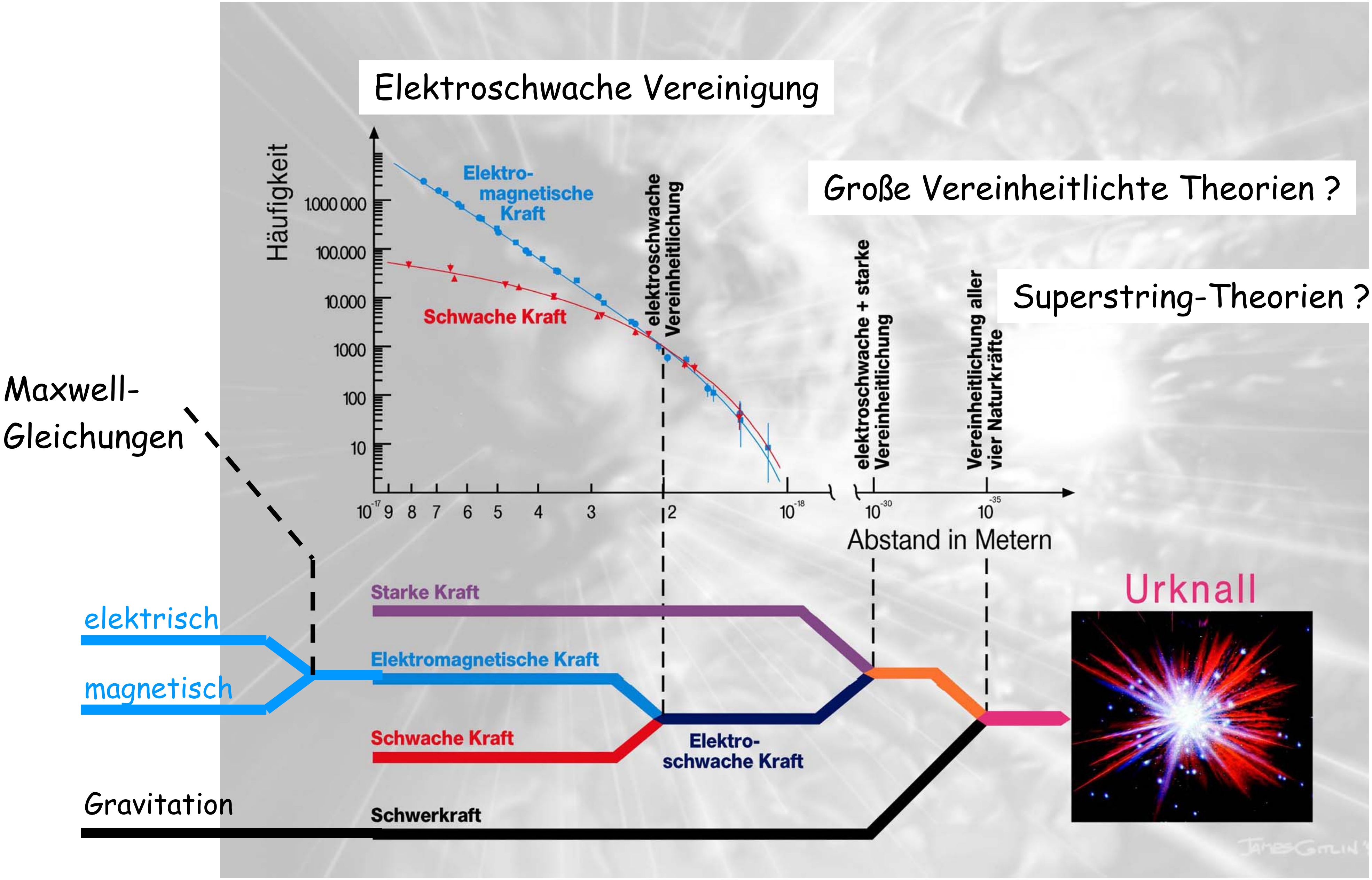


Staerke der schwachen und elektromagnetischen Kraft wird vergleichbar bei Skala $Q^2 \sim M_W^2$

$$\frac{d^2\sigma_{NC}}{dQ^2\,dx} \sim \alpha^2 \frac{1}{Q^4} \frac{1}{x} \Phi_{NC}(x,Q^2)$$

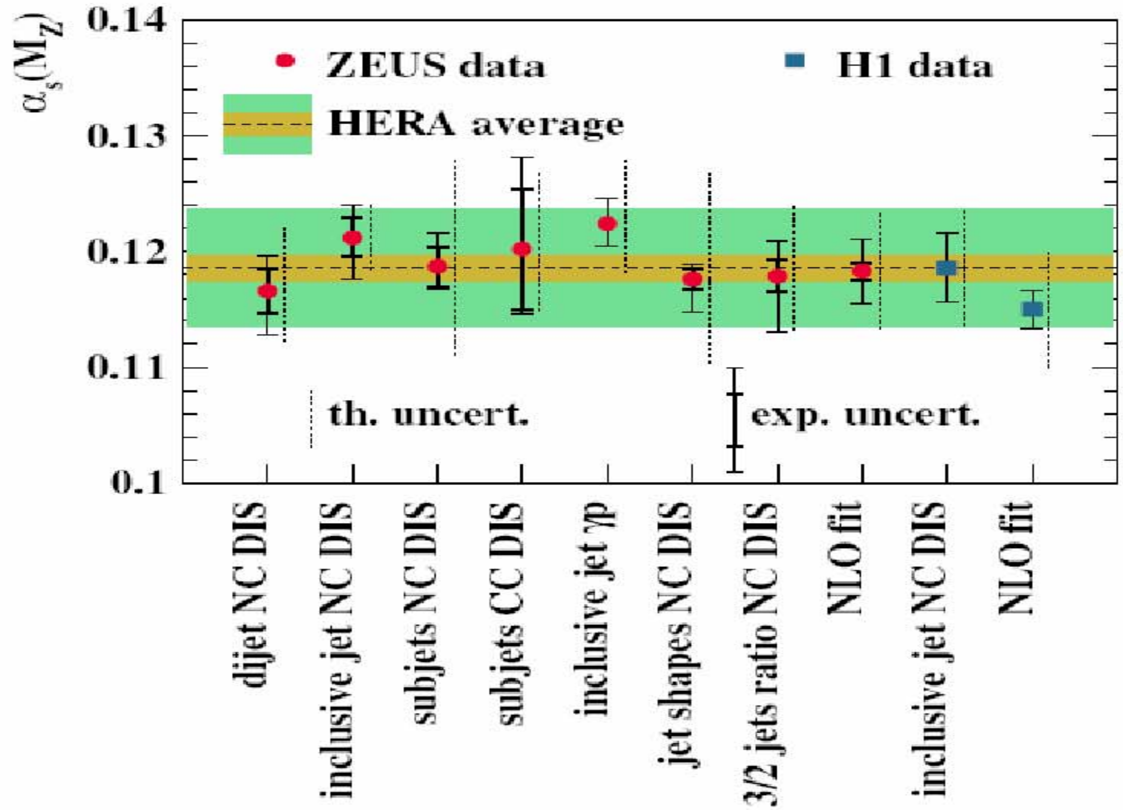
$$\frac{d^2\sigma_{CC}}{dQ^2\,dx} \sim G_F^2 \left(\frac{M_W^2}{M_W^2+Q^2}\right)^2 \frac{1}{x} \Phi_{CC}(x,Q^2)$$

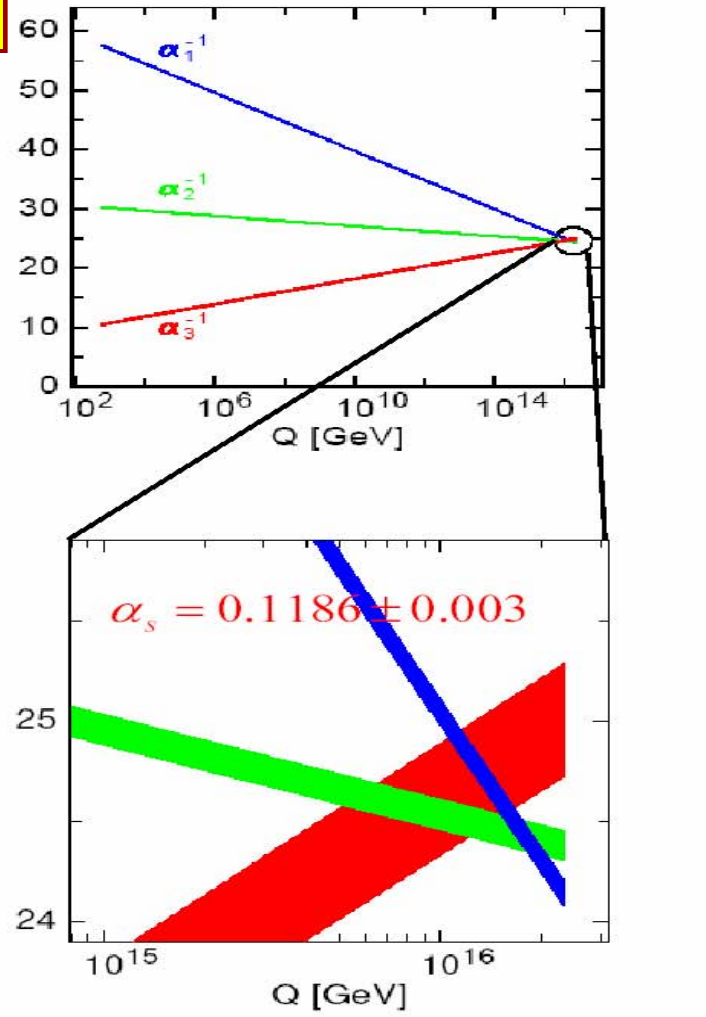
Das Streben nach Vereinheitlichung der Kräfte



α_s von HERA und Große Vereinheitlichung

HERA prel.:
$\alpha_S(M_Z) = 0.1186 \pm 0.0011(\text{exp}) \pm 0.0050(\text{th})$





hep-ph/0407067 B.Allanach ... P.Zerwas

Weltmittelwert: $\alpha_S(M_Z) = 0.1176 \pm 0.002$
PDG08

WIEDERHOLUNG: ELEKTRO-SCHWACHE THEORIE

EW-Theorie: SU(2)

2 DiracTeilchen (Isospin-Dublett) gleicher Masse:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad \overline{\psi} = (\overline{\psi}_1, \overline{\psi}_2) \qquad L = \overline{\psi}\left(i\gamma_\mu \partial^\mu - m\right)\psi$$

Invarianz unter lokaler Eichtransformation im Isospin-Raum SU(2)-Drehungen um a=1-3 Winkel $\beta_a(x)$:

$$\psi(x) \to \psi'(x) = U(x)\psi(x) = \exp\left(ig\sum_{a=1}^{3}\beta_a(x)T_a\right)\psi(x)$$

SU(2) Generatoren:

$$\left[T_a, T_b\right] = i\varepsilon_{abc}T_c, \quad T_a = \tfrac{1}{2}\sigma_a$$

Eichinvarianz bedingt 3 neue Vektorfelder W_a^μ:

kovariante Ableitung: $\partial^\mu \to D^\mu = \partial^\mu + igT_j W_j^\mu$

Transfo W: $W_a^\mu \to W_a'^\mu = W_a^\mu - \partial^\mu \alpha_a(x) \underbrace{- g\varepsilon_{abc}\beta_b W_c^\mu}_{\text{SelbstWW der Ws}}$

mit:

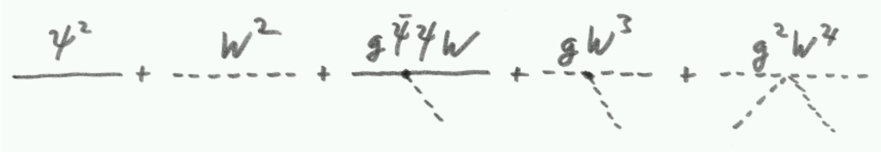
$$W_a^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu W_a^\nu - \partial^\nu W_a^\mu - g\varepsilon_{abc}W_b^\mu W_c^\nu$$

vollständige Lagrangedichte:

$$L = \overline{\psi}\left(i\gamma_\mu \partial^\mu - m\right)\psi - g\left(\overline{\psi}\gamma_\mu T_a \psi\right)W_a^\mu - \frac{1}{4}W_a^{\mu\nu}W_{a,\mu\nu}$$

Massenterm+ kin. Energie | **Kopplung W-ψ, Stärke g** | **Kin. Energie der W**

mit Vertices:



Erfolge von SU(2) → *aber noch nicht wie Experiment*

- Übergänge t↔b, e↔ν werden beschrieben
- 3 neue Eichbosonen W_a^μ → *aber masselos*
  + Masse Fermionen widerspricht Eichprinzip
- Form WW festgelegt → *aber keine Paritätserhaltung*
  (nur eine neue Kopplung g: ökonomisch!)
- Selbst WW der W-Bosonen

Lösung Problem Paritätsverletzung: $SU(2)_L U(1)_Y$

- Dublett linkshändiger Fermionen $\psi_L = (e_L, \nu_L)$
- Singlett rechtshändiges Fermion $\psi_R = e_R$
- Weiteres Feld B^μ mit $U(1)_Y$ Invarianz und Kopplung g`:
  die Ladung von $U(1)_Y$ ist die Hyperladung $Q = T_3 + Y/2$

$$L = \sum_L \overline{\psi}_L i\gamma_\mu D^\mu \psi_L + \sum_R \overline{\psi}_R i\gamma_\mu D_0^\mu \psi_R - \frac{1}{4}W_a^{\mu\nu}W_{a,\mu\nu} - \boxed{\frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu}}$$

$$D^\mu = \partial^\mu + igT_a W_a^\mu + ig'\frac{1}{2}B^\mu$$ ψ_L koppelt an W,B

$$D_0^\mu = \partial^\mu + \quad 0 \quad + ig'\frac{Y}{2}B^\mu$$ ψ_R koppelt nur an B (T=0)

mit: $W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(W_1 \pm iW_2\right) \quad T^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(T_1 \pm iT_2\right)$

$$D^\mu = \partial^\mu + \boxed{ig\left(T^- W^+ + T^+ W^-\right)^\mu} + \boxed{i\left(gT_3 W_3^\mu + g'\frac{Y}{2}B^\mu\right)}$$

$$D_0^\mu = \partial^\mu + \boxed{0} + \boxed{ig'\frac{Y}{2}B^\mu}$$

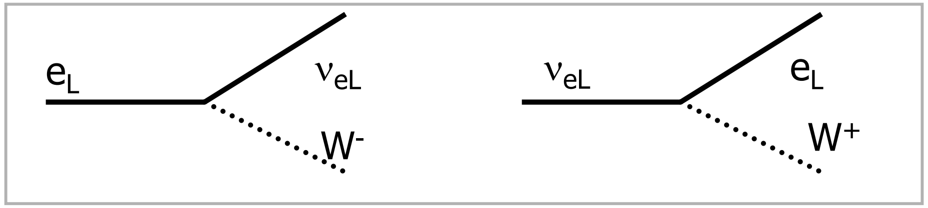
Geladener Strom: W±.

Neutraler Strom: (Z,γ)? (B,W₃)?

WIEDERHOLUNG: ELEKTRO-SCHWACHE THEORIE

Geladener Strom hat bereits die geforderte V-A Form:

$$L_{W^\pm} = g\left(\bar{\nu}_{eL} i\gamma_\mu W^+ e_L + \bar{e}_L i\gamma_\mu W^- \nu_{eL}\right) + \ldots$$



Neutraler Strom noch nicht $Q(\nu)=0$ und $Q(e_L)=Q(e_R)=-1$
(neutrale Felder W_3^μ und B^μ noch zu mischen)

$$L_{W_3B} = \bar{\psi}_L i\gamma_\mu i\left(gT_3W_3^\mu + g'\frac{Y}{2}B^\mu\right)\psi_L + \bar{\psi}_R i\gamma_\mu i\left(g'\frac{Y}{2}B^\mu\right)\psi_R$$

$$= \sum_{e,\nu} \bar{\psi} i\gamma_\mu i\left(gT_3W_3^\mu + g'\frac{Y}{2}B^\mu\right)\psi$$

da $T_3|\nu_L\rangle = \frac{1}{2}|\nu_L\rangle \quad T_3|e_L\rangle = -\frac{1}{2}|e_L\rangle \quad T_3|e_R\rangle = 0$

neue Basis:

Weinberg-Winkel θ_W

$$\begin{pmatrix} W_3 \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Z \\ A \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow Z^0 \\ \leftarrow \gamma \end{matrix}$$

$$L_{\gamma Z} = \sum_{e,\nu} \bar{\psi} i\gamma_\mu i \underbrace{\left(g\sin\theta_W T_3 + g'\cos\theta_W \frac{Y}{2}\right)}_{= e\hat{Q} = eT_3 + e(Y/2)} A^\mu\psi +$$

$$+ \sum_{e,\nu} \bar{\psi} i\gamma_\mu i \underbrace{\left(g\cos\theta_W T_3 - g'\sin\theta_W \frac{Y}{2}\right)}_{Z^0\text{-Fermion Kopplung}} Z^\mu\psi$$

- em-Kopplung: $Q = T_3 + Y/2 \Rightarrow \boxed{e = g\sin\theta_W = g'\cos\theta_W}$
- Z^0-Kopplung:

$$g\cos\theta_W T_3 - g'\sin\theta_W \, Y/2 = \underbrace{\boxed{\frac{e}{\cos\theta_W \sin\theta_W}\left(T_3 - \sin^2\theta_W Q\right)}}_{\mathbf{g_Z}}$$

und die Lagrangedichte ist:

$$L_{\gamma Z} = \sum_{e,\nu,\ldots} i\bar{\psi} i\gamma_\mu \left(e\hat{Q}A^\mu + \frac{e}{\cos\theta_W \sin\theta_W}\left(\hat{T}_3 - \sin^2\theta_W \hat{Q}\right)Z^\mu\right)\psi$$

Da das Z^0 eine Mischung von W_3^μ (V-A) und B^μ (V) →
V-Kopplung: c_V und A-Kopplung c_A,
e.g für das Elektron (μ,τ): $c_V^e = 2\sin^2\theta_W - \frac{1}{2} \quad c_A^e = -\frac{1}{2}$

	Q	T_3	$Y=2(Q-T_3)$	$g_Z=T_3-Q\sin^2\theta_W$	$2c_V = 2T_3-4Q\sin^2\theta_W$	$2c_A = 2T_3$
ν_{eL}	0	+1/2	-1	1/2	1	1
e_L	-1	-1/2	-1	$-1/2+\sin^2\theta_W$	$-1+4\sin^2\theta_W$	-1
ν_{eR}	0	0	0	0	0	0
e_R	-1	0	-2	$\sin^2\theta_W$	$4\sin^2\theta_W$	0
u_L	2/3	+1/2	1/3	$1/2-2/3\sin^2\theta_W$	$1-8/3\sin^2\theta_W$	1
d_L	-1/3	-1/2	1/3	$-1/2+1/3\sin^2\theta_W$	$-1+4/3\sin^2\theta_W$	-1
u_R	2/3	0	4/3	$-2/3\sin^2\theta_W$	$-8/3\sin^2\theta_W$	0
d_R	-1/3	0	-2/3	$1/3\sin^2\theta_W$	$4/3\sin^2\theta_W$	0

Jetzt müssen wir nur noch das Problem der Massen lösen
→ Higgs Mechanismus