Übungen Teilchenphysik f. Fortg. SS 2010, Blatt 10

Ausgabe: 18.6.09, Abgabe: 25.6.09

1) Λ_{QCD} und laufende Kopplungskonstante (4 Punkte)

In der Vorlesung (Skript Seite 23) wurden zwei verschiedene Formeln für das Laufen der starken Kopplungskonstanten hergeleitet, eine mit Verwendung einer beliebigen Referenzskala, und eine als Funktion einer dimensionsbehafteten Konstanten, Λ_{QCD}.
a) Zeigen Sie durch einsetzen einer geeigneten Beziehung zwischen der Referenzskala und Λ_{QCD} die Äquivalenz der beiden Formeln.
b) Berechnen Sie Λ_{QCD} für $N_f = 3, 4, 5$ unter Verwendung von $\alpha_s(M_Z) = 0.1176$. Bei welcher Quark-Flavourzahl wäre α_s konstant?
c) Überlegen Sie sich graphisch oder mathematisch eine anschauliche Bedeutung von Λ_{QCD} und legen Sie diese dar. Begründen Sie, warum es physikalisch kein Widerspruch ist, die dimensionslose Kopplungskonstante durch einen dimensionsbehafteten Parameter zu parametrisieren. Warum funktioniert dies nicht für die QED?

2) Die Invarianten x und y (8 Punkte)

In der inelastischen Elektron-Proton-Streuung $ep \to eX$ werden die beiden Lorentz-invarianten Variablen

$$x = \frac{-q^2}{2pq}, \quad y = \frac{pq}{pk}$$

eingeführt. Dabei sind p und k die Viererimpulse des einlaufenden Protons und Elektrons, q der Viererimpuls des ausgetauschten Photons, E und E' die Energie des ein- und auslaufenden Elektrons, M die Protonmasse, θ der Streuwinkel, $\nu = E - E'$ und $Q^2 = -q^2$.
a) Zeigen Sie, dass x und y wie folgt eingeschränkt sind:

$$0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1$$

b) Zeigen Sie, dass unter Vernachlässigung von Elektron- und Quarkmasse im Laborsystem (Proton-Ruhesystem) gilt:

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} = \frac{4EE'\sin^2(\theta/2)}{2M(E-E')}$$

$$y = \frac{\nu}{E} = \frac{E-E'}{E}$$

c) Zeigen Sie, dass im Elektron-Quark-System die Schwerpunktsenergie s_{eq} durch die Variable x und der Streuwinkel θ_{eq} durch die Variable y beschrieben werden:

$$x = s_{eq}/s$$

$$y = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta_{eq})$$

Hierbei ist s die Schwerpunktsenergie des Elektron-Proton-Systems
d) Zeigen Sie, jetzt unter Vernachlässigung aller Massen, die Beziehung

$$Q^2 = xys.$$

3) SU(3)-Farbkopplungen und Feynmangraphen (in der Übung)

In der QCD spielen 3 verschiedene grundlegende Kopplungen und ihre Farb-Vorfaktoren eine Rolle.
a) $g \to gg$: $C_A\alpha_s$ mit $C_A = 3$ (Anzahl der Farben)
b) $g \to q\bar{q}$: $T_F\alpha_s$ mit $T_F = \frac{1}{2}$
c) $q \to qg$: $C_F\alpha_s$ mit $C_F = \frac{4}{3}$
Betrachten Sie die führenden Feynmandiagramme für die Prozesse $gg \to gg$, $gg \to b\bar{b}$, $gg \to q\bar{q}$, $gg \to q\bar{q}g$, $gg \to q\bar{q}\gamma$ und $gg \to ggg$ bei LHC-Energien und schätzen Sie die *relativen* Wirkungsquerschnitte ab.