

TEILCHENPHYSIK FÜR FORTGESCHRITTENE

Die starke Wechselwirkung und Quantenchromodynamik
(Schmüser Kapitel 12)

Caren Hagner
Achim Geiser



Universität Hamburg, IExpPh
Sommersemester 2009

ÜBERBLICK

1. Die quantenmechanische Beschreibung von Elektronen
2. Feynman-Regeln und –Diagramme
3. Lagrange-Formalismus und Eichprinzip
4. QED

Einschub: Beschleuniger und Experimente

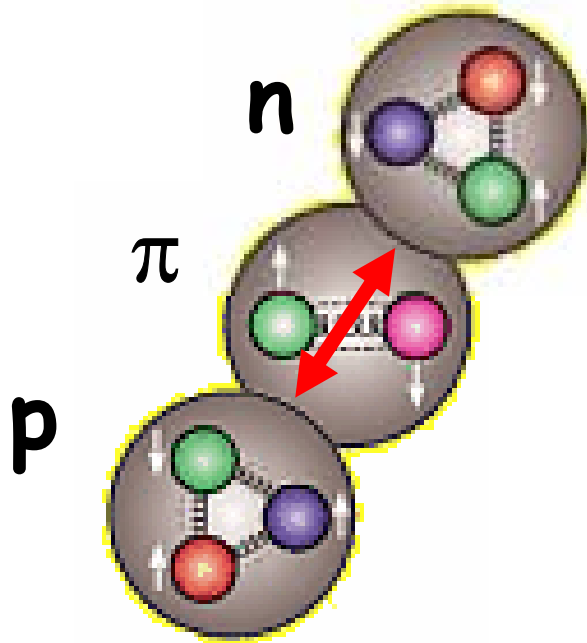
5. Starke Wechselwirkung und QCD
 - 5.1 Einleitung: Quarks und Farbe
 - 5.2 Einschub: Gruppentheorie und Anwendungen
 - 5.3 QCD: die Theorie der starken Wechselwirkung: SU(3)-Eichinvarianz, Gell-Mann-Matrizen, Masselosigkeit der Gluonen, Lagrange-Dichte der QCD, Renormierung, "running coupling", asymptotische Freiheit und Confinement
 - 5.4 Anwendung: Jets, Fragmentation, Entdeckung des Gluons, Messung des Gluonspins
 - 5.5 Perturbative QCD: Wirkungsquerschnitte, Messung von α_s , Struktur des Protons

5.1 Einleitung: Quarks and Farbe

- **starke Kraft in Kernwechselwirkungen**
= „Austausch von massiven Pionen“ zwischen Nukleonen
(Yukawa 1945)
= residuelle Van der Waals-artige Wechselwirkung



Hideki Yukawa
(Nobel 1949)



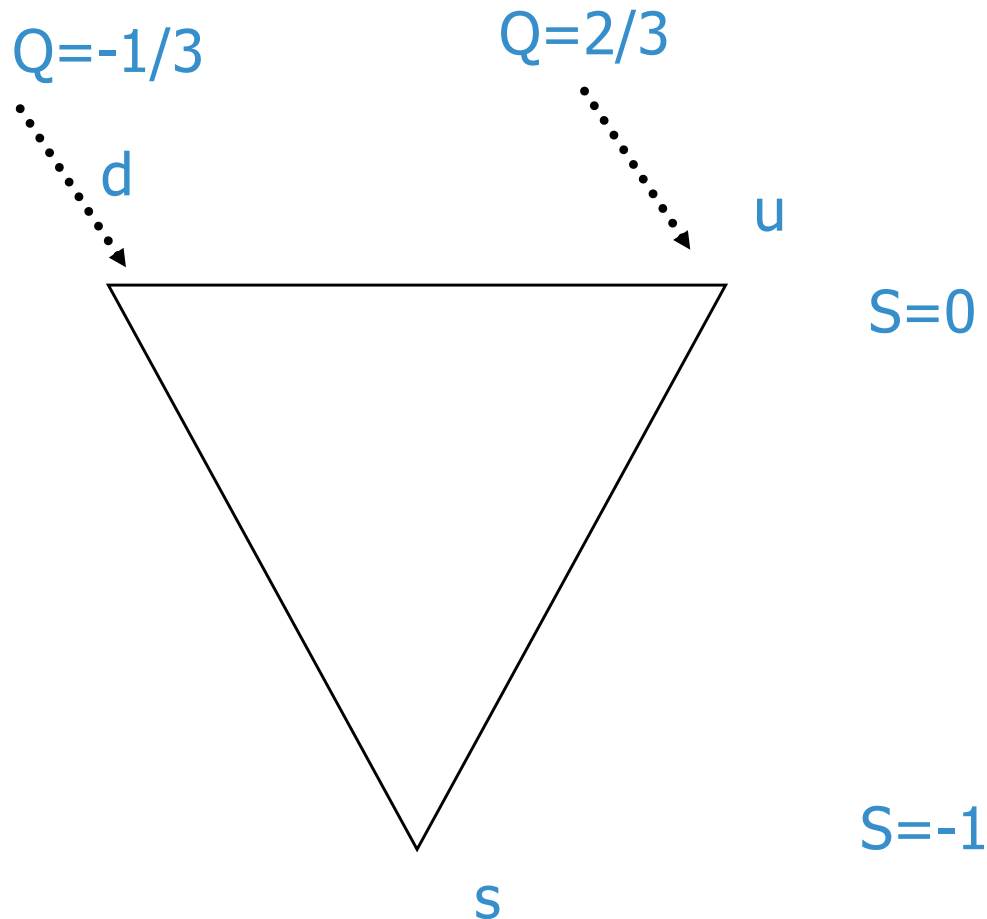
- **modernes Bild:**
(Quantenchromodynamik, QCD)
Austausch von masselosen Gluonen
zwischen den Quark-Konstituenten

„ähnlich“ zu Elektromagnetismus
(Quantenelektrodynamik, QED)

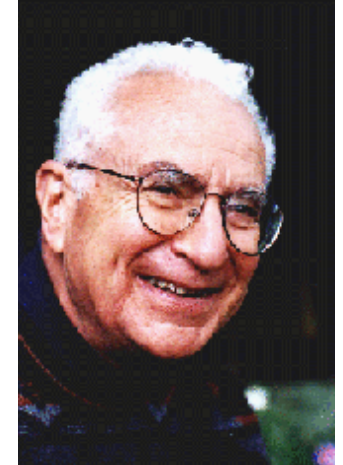
zunächst nur drei Quark-Flavour bekannt:
u,d,s

5.1. Einleitung: Das Quark-Modell (1964)

arrangiere u,d,s - Quarks als Flavour-Triplett
 $\Rightarrow SU(3)_{\text{flavour}}$ -Symmetrie



Murray
Gell-Mann
1962
(quarks)
(Nobel 1969)

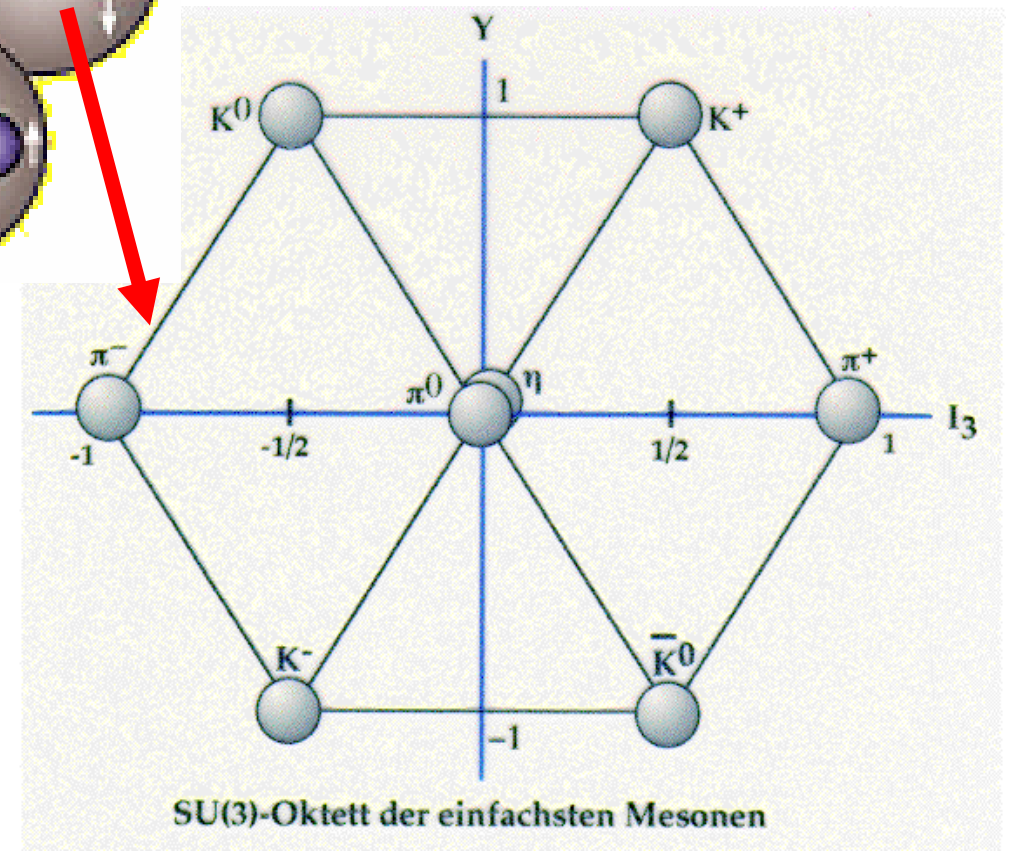
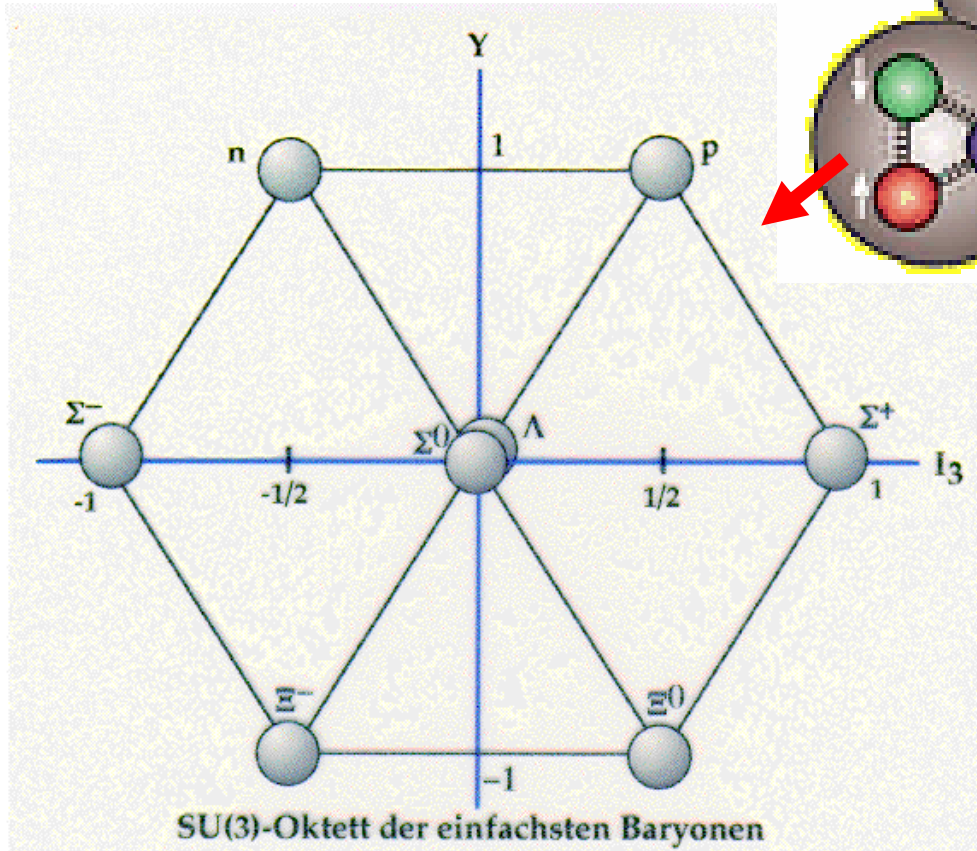
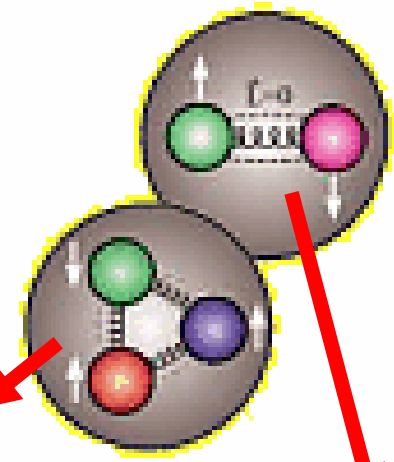


behandle alle bekannten
Hadronen (Protonen,
Neutrons, Pionen, ...)
als Objekte die aus zwei
oder drei solchen
Quarks (Antiquarks)
zusammengesetzt sind

5.1 Einleitung: Das Quark-Modell

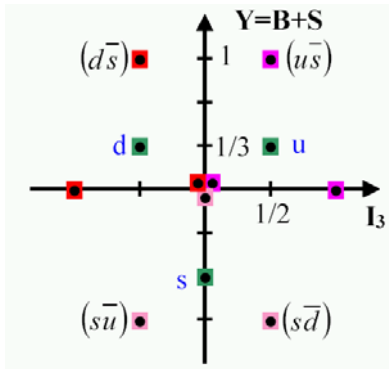
Baryonen = qqq

Mesonen = $q\bar{q}$



5.1. Einleitung: Das Quark-Modell

Darstellungsdiagramme erlauben leichte Übersicht der erreichbaren Kombinationen: Z.B. Kombination von Triplet mit Antitriplett ("Vektoraddition"):

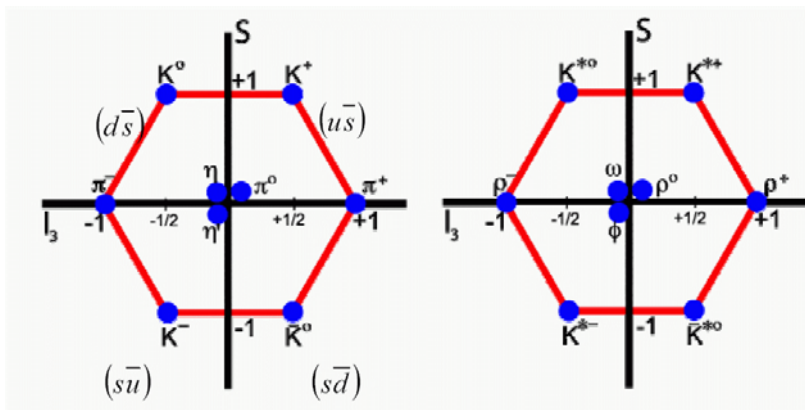


Produktvektorraum der Mesonen gliedert sich also in 2 Teilräume: ein Oktett und ein Singlett (gebildet durch das η' -Teilchen).

Die Teilchen auf dem Rand der Pseudoskalare sind gut bekannt. Von den drei $I_3=S=0$ -Zuständen fallen 2 ins Oktett, eins ins Singlett; sie sind Mischungen:

Pseudoskalar	$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$	$\eta = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$	$\eta' = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$
Vektor	$\rho^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$	$\omega^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$	$\phi^0 = s\bar{s}$

Je nach Spinzustand ergeben sich **Pseudoskalare Mesonen ($J^P=0^-$)** oder **Vektormesonen (1^-)**:



Der Mischungscharakter wird experimentell bestimmt; nicht theoretisch vorhersagbar/verstanden.

Analog kann man **Baryonen** aus drei Quarks u,d,s konstruieren. Es zeigt sich:

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$$

Anwendung von Schiebeoperatoren (später) zeigt:

$$3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$$

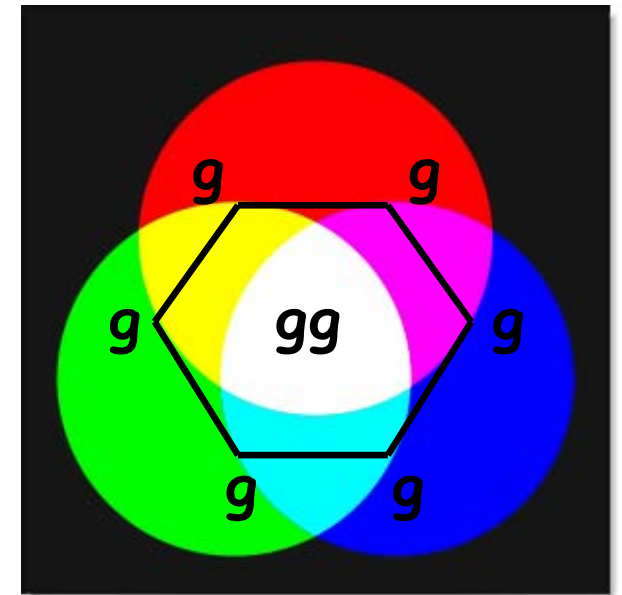
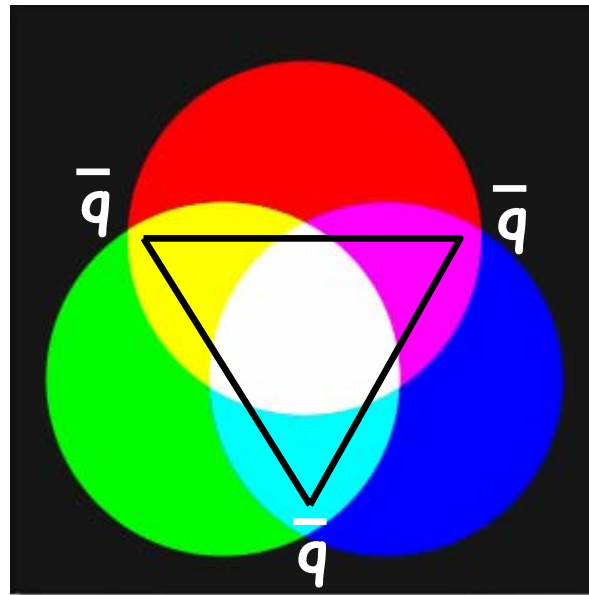
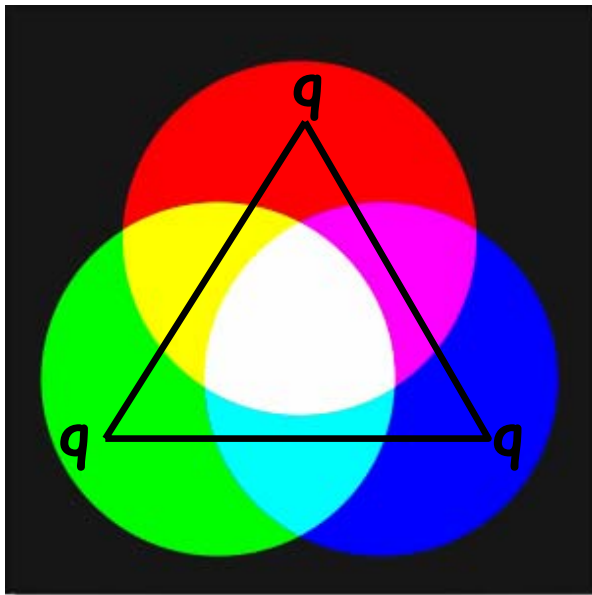
- Dekuplett (Δ) total symmetrisch in Quark-Flavour, **Spins alle parallel** ($J=3/2$).
- Oktetts (mit p,n): Symmetrisch bzgl. Vertauschung zweier Quarks inklusive Spins; keine def. Symmetrie bei Betrachtung der von Flavour/Spin alleine.

5.1. Einleitung: Farbe

Quark-Modell sehr erfolgreich, aber scheint Fermi-Statistik (Pauli-Prinzip) zu verletzen:
 $|\Delta^{++}\rangle = |uuu\rangle |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle$

=> führe neuen Freiheitsgrad ein:

Farbe



- **3 Farben -> $SU(3)_{\text{colour}}$ $qqq = q\bar{q} = \text{weiss!}$**

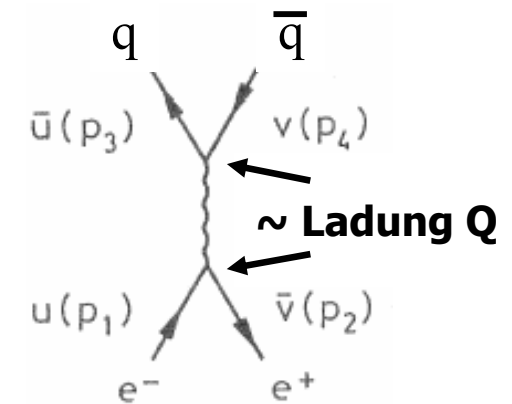
5.1 Farbe (Colour) als physikalisches Konzept

Experiment: $e^+ e^- \rightarrow \text{Hadronen}$ ($\sim e^+ e^- \rightarrow \text{Quark} + \text{Antiquark}$)

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \cdot Q_{in}^2 \cdot Q_{out}^2 + Z^0 + \text{Resonanzen}$$

$$R = \frac{\sigma(e^+ e^- \rightarrow \text{Hadronen})}{\sigma(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)} = N_{\text{Colour}} \sum_{i=\text{Quarks}} Q_i^2$$

Σ über Quarks mit $m > \sqrt{s}/2$



Charmschwelle **3.7 GeV**

$$\Delta R = 4/3 = 3 \times (2/3)^2 \rightarrow$$

$$N_C = 3, Q_{\text{Charm}} = 2/3$$

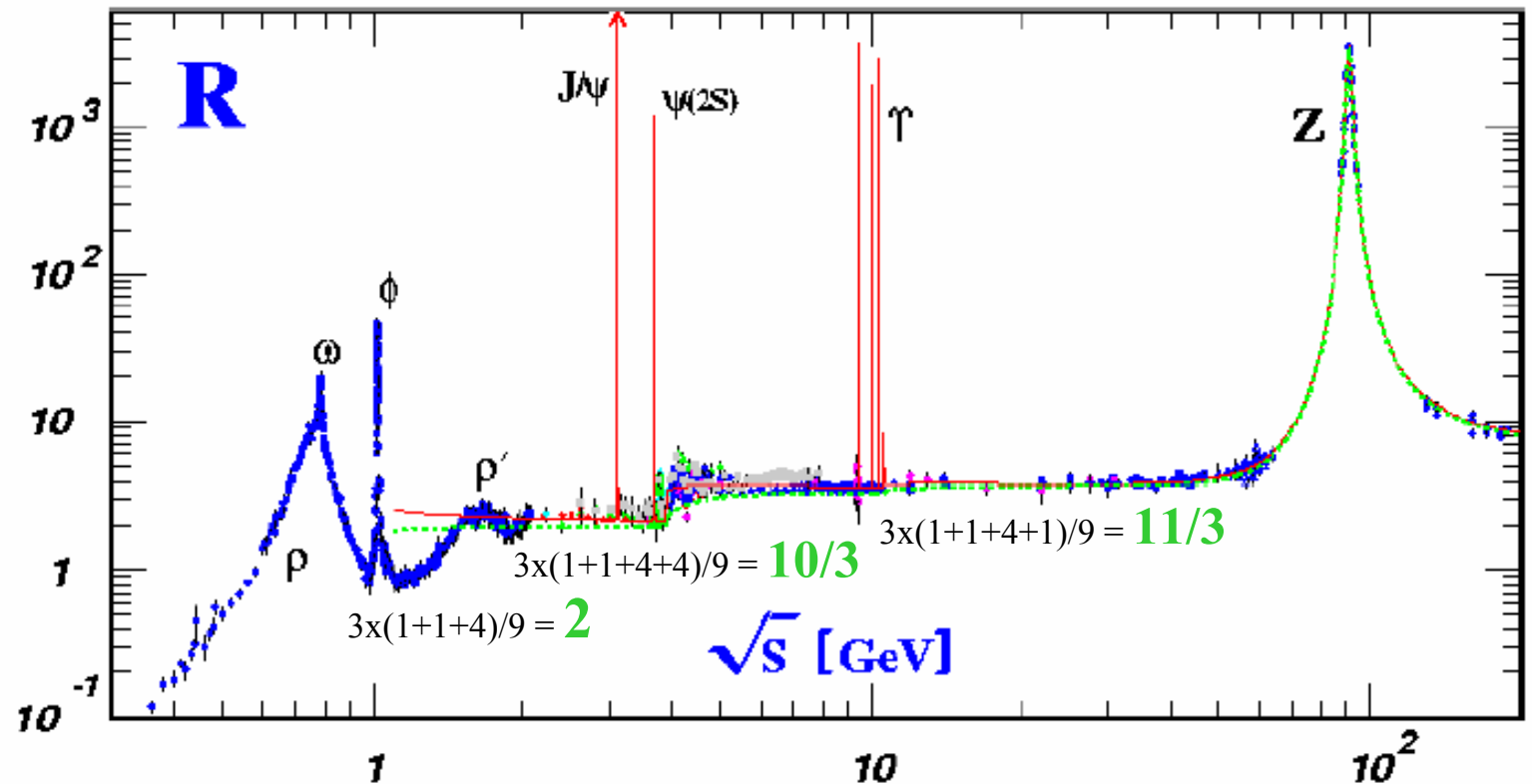
Beautyschw. **10.5 GeV**

$$\Delta R = 1/3 = 3 \times (1/3)^2 \rightarrow$$

$$N_C = 3, Q_{\text{Beauty}} = 1/3$$

$\rightarrow N_{\text{Colour}} = 3$

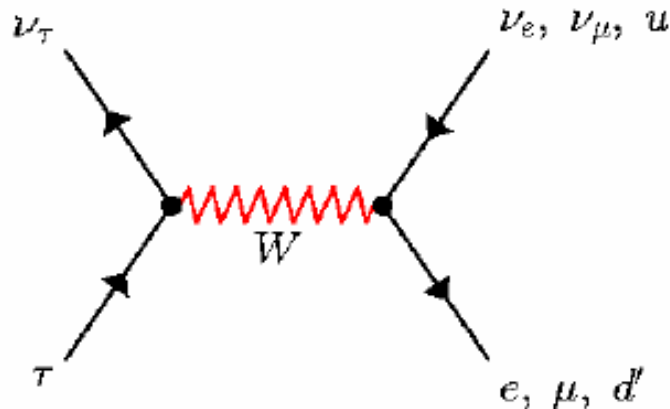
(außerdem Resonanzen bei Schwellen + Z^0)



5.1 Farbe (Colour) – Ladung der starken WW

Weitere Experimente zu Anzahl Farben:

Zerfall des τ -Leptons:



- W-Boson koppelt mit gleicher Stärke an Fermiondubletts \rightarrow

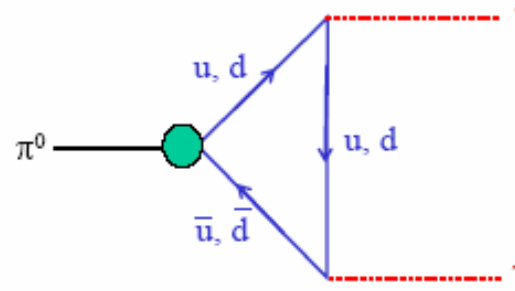
$$\begin{aligned} \Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau X) &= \Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e) \\ &+ \Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau \mu^- \bar{\nu}_\mu) \\ &+ \Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau d' \bar{u}') \end{aligned}$$

$$\frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau X)} = \frac{1}{2 + N_C} = 0.2$$

exp.: 0.1784 ± 0.0006

- Unterschied: Korrekturen höherer Ordnung

Zerfallsrate des π^0 :



Dreiecks-Diagramm
Jede Farbe trägt zur Zerfallsamplitude bei.
Drei Farben verändern die Zerfallsrate um einen Faktor 9.

$$M = \frac{e^2}{4\pi^2} (Q_u^2 - Q_d^2) \cdot N_C, \quad \tau = (8.4 \pm 0.6) \cdot 10^{-17} \text{ s}$$

$\Rightarrow N_C = 3.06 \pm 0.10$

- außerdem „Dreiecks-Anomalie“ im SM:
 $\Sigma Q(\text{Quarks}) + \Sigma Q(\text{Leptonen}) = 0$; $3x(2/3 - 1/3) - 1 = 0$

Dreiecksanomalien

002

Fermionfamilie: $e: \sum_{Q_i} = -1 + 0 = -1$
 Quarkfamilie: $u: \sum_{Q_i} = +\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = +\frac{1}{3}$
 ein ganze Familie: $\sum_{Q_i} = -1 + N_C \cdot \frac{1}{3} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow N_C = 3$

$\hookrightarrow \sum_i Q_i Q_i^2 \stackrel{!}{=} 0$

5.2 Einschub: GRUPPENTHEORIE

Symmetrieprinzip: Invarianz eines physikalischen Systems unter Transformationen (z.B. Translation).

- Menge der möglichen Transformationen: **Gruppe**
Gruppe \equiv Menge G der Elementen R_i verknüpft mit Operation "*" wenn gilt:
 - Abgeschlossenheit: $R_i, R_j \in G \rightarrow R_i * R_j \in G$
 - Existenz des 1-Elements: $R_i * 1 = R_i$
 - Existenz des Inversen: $R * R^{-1} = 1$
 - Assoziativität: $R_i * (R_j * R_k) = (R_i * R_j) * R_k$.
- Gruppe heisst **nicht-abelsch**, falls: $R_i * R_j \neq R_j * R_i$.
- **Diskrete Gruppen:** z.B. Gruppe der Permutationen dreier Objekte " S_3 " mit 6 Elementen.

$1: (123) \rightarrow (123)$ $b: \text{antizykl. Vertausch. } d: 3 \leftrightarrow 1$
 $a: \text{zykl. Vertauschung}$ $c: 2 \leftrightarrow 3$ $e: 1 \leftrightarrow 2$

- **Kontinuierliche (Lie-)Gruppe:** unendliche Zahl von Elementen, die kontinuierlich von d Parametern abhängen ($d = \text{Ordnung der Gruppe}$). z.B. räumliche Rotation mit $d=3$ Parametern (3 Euler-Winkel)
- **Darstellung einer Gruppe:** Wenn es eine isomorphe Abbildung zwischen den Gruppenelementen R_i und einer Menge von $n \times n$ -Matrizen Γ gibt mit $\Gamma(R_1)\Gamma(R_2) = \Gamma(R_1 R_2) \rightarrow$ dann Gruppe der Matrizen Γ Darstellung der Gruppe (mit **Dimension = n**)
 (z.B. 3dim-Drehgruppe ist isomorph zur Gruppe $SO(3)$ orthonormaler 3×3 -Matrizen mit $\det=1$)

Darstellung reduzibel wenn durch Transformation M Γ blockweise diagonalisiert werden kann:

$$\Gamma'(R) = M^{-1} \Gamma M = \begin{pmatrix} \Gamma^{(1)}(R) & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma^{(2)}(R) & 0 \\ 0 & 0 & \dots \end{pmatrix}$$

Jedes $\Gamma^{(i)}$ ist auch eine Darstellung der Gruppe!

- **Irreduzible Darstellung:** wenn die $\Gamma^{(i)}$ nicht weiter reduzierbar. Beispiel: Gruppe " S_3 ":

Vorher Nachher	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} =$	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} y \\ z \\ x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} z \\ x \\ y \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x \\ z \\ y \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} z \\ y \\ x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} y \\ x \\ z \end{pmatrix}$
Transf.- Matrix	$\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ 1 & & \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ 1 & & \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$

Darstellung ist reduzibel:

- $(x+y+z)$ bleibt invariant \rightarrow Wahl neuer Achsen $X, Y, Z, Z \perp$ Ebene $(x+y+z = \text{const})$
 $\rightarrow Z$ invariant
- neue Trafo-Matrizen \rightarrow

$$\begin{pmatrix} \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Zerlegung $3 = 2 \oplus 1$

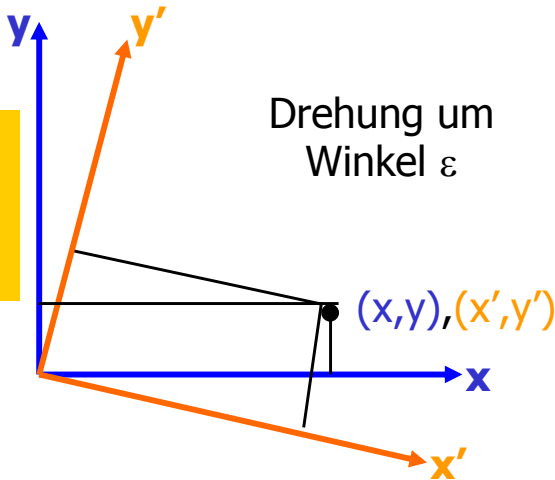
(\rightarrow Übungsaufgabe)

5.2 BEISPIEL: RAUMDREHUNG FÜR SKALAR

U sei die Transformation, die eine Drehung R des Systems z.B. um Achse z bewirkt (Gruppe SO(3)):

$$\psi'(x, y, z) = U\psi(x, y, z) = \psi(R^{-1}(x, y, z))$$

Drehung R des phys. Systems entspricht Drehung R^{-1} des Koordinatensystems.



infinitesimale Drehung ε :

$$\begin{aligned} x' &\sim x - \varepsilon y & y' &= y + \varepsilon x \\ dx &= x - x' = \varepsilon y & dy &= y - y' = -\varepsilon x \end{aligned}$$

Damit ergibt sich:

$$\begin{aligned} U\psi(x, y, z) &= \psi(x + dx, y + dy, z) \\ &= \psi(x, y, z) + dx \frac{\partial \psi}{\partial x} + dy \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ &= \psi(x, y, z) + \varepsilon y \frac{\partial \psi}{\partial x} - \varepsilon x \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ &= (1 - i\varepsilon(xp_y - yp_x))\psi(x, y, z) & p_x &= -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \\ &= (1 - i\varepsilon J_z)\psi(x, y, z) \end{aligned}$$

J_z nennt man den **Generator der Drehung**.

Viele infinitesimale Drehungen hintereinander:

$$U(\theta) = [U(\varepsilon)]^n = \left[1 - i \frac{\theta}{n} J_z \right]^n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} e^{-i\theta J_z}$$

... und ebenso für die x,y-Achsen. Dabei gilt die **Lie-Algebra**:

$$[J_k, J_l] = i\varepsilon_{klm} J_m$$

Anmerkungen:

- die Lie-Algebra beschreibt die Struktur der Gruppe.
- die ε_{klm} sind die Strukturkonstanten der Gruppe; sie alleine legen die physikalischen Konsequenzen fest!
- **Dimensionen** der Matrizen J hängen vom physikalischen System ab: e.g. Spin-1/2 \rightarrow n=2.
- im Falle der Dimension n gibt es n^2-1 Generatoren.
- **Generatoren** sind hermitisch mit Spur=0.
- jeder diagonalisierbarer Generator \rightarrow **additive Quantenzahl**.
- **Multiplett**: Invarianter Vektorraum entarteter Eigenfunktionen einer Symmetriegruppe.
- Anzahl gleichzeitig diagonalisierbarer Generatoren: **Rang r** \rightarrow r unabhängige (**Casimir-Operatoren**) mit gleichen Eigenwerten für alle Multiplett-Zustände

Unitär: $U^{-1} = U^\dagger$ (herm.konjugiert) ... **U(n)**

Speziell: unitär mit $\det=1$... **SU(n)**

Orthogonal: reelle unitär; **SO** speziell unitär ... e.g. SO(3)

5.2 Beispiele für irreduzible Matrizen- darstellungen der Drehgruppe $SO(3)=SU(2)$

Gruppen Theorie

001

Beispiele für Darstellung der
Gruppengeneratoren der $SO(3) \cong SU(2)$

3 Dimensionen:

$$J_1 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad J_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad J_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & -i \\ 0 & -i & 0 \end{pmatrix}$$

Spin 1 - Darstellung

2 Dimensionen: Pauli-Matrizen.

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Spin 1/2 - Darstellung

Generatoren für Drehungen im Spinorraum ($SO(3)$)

Generatoren für Isospin (schwach oder stark)
 $SU(2)$

5.2 INNERE SYMMETRIEN, SU(2)-ISOSPIN

Bis jetzt **räumliche** Drehungen; jetzt **innere Symmetrien**:

Symmetrie bzgl. eines abstrakten Raumes, von dessen Koordinaten die Wellenfunktion nicht explizit abhängt.

Beispiele:

- SU(2)-Isospin (Heisenberg, entspricht Flavour-SU(2)):

$$\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}: p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

- SU(2) schwacher Isospin: Dubletts/
Tripletts:

$$\begin{pmatrix} \nu \\ l \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} W^+ \\ W^3 \\ W^- \end{pmatrix}$$

-SU(3)-Flavour:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$$

- SU(3)-Colour:

$$\begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix}$$

SU(2)-Isospin:

Von Heisenberg 1932 zur Beschreibung von n,p in einer Darstellung entwickelt: Generatoren sind hier die Pauli-Spin-Matrizen $J_i = I_i = 1/2 \sigma_i$; es gilt z.B.:

$$I_3 p = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} p, \quad I_3 n = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} n$$

Auf/Absteige-(Schiebe-)Operatoren

$$I_+ \equiv \frac{1}{2}(\sigma_1 + i\sigma_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad I_+ n = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = p$$

Anwendung auf andere als Isospin-1/2-Systeme:

- Isospin-0: $|0,0\rangle$, $I_3 = I_+ = I_- = 0 \rightarrow$ "trivial"

- Isospin-1: $|1,-1\rangle$ $|1,0\rangle$ $|1,1\rangle$

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad I_+ = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad I_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$$

Anwendung auf Systeme wie $\pi^+ \pi^0 \pi^-$, $\Sigma^+ \Sigma^0 \Sigma^-$, etc.
(\rightarrow Übungsaufgabe)

Kombination von Darstellungen (Teilchen):

bisher nur ein Teilchen betrachtet – Systeme mit mehrerer Teilchen \rightarrow Rückgriff auf Addition von Drehimpulsen aus der Quantenmechanik:

Teilchen 1 und 2 mit Drehimpulsen J_1 , J_2 und dritten Komponenten m_1 , m_2 :

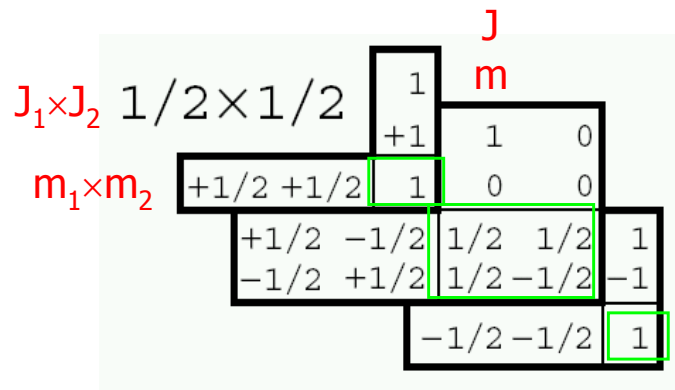
$$|J_1 - J_2| \leq J \leq |J_1 + J_2| \quad |J, m\rangle = \sum_{m_1, m_2} \langle m_1, m_2 | J, m \rangle |m_1, m_2\rangle$$

$$m = m_1 + m_2 \quad C(m_1, m_2, J, m) \equiv \langle m_1, m_2 | J, m \rangle$$

Clebsch-Gordan Koeffizienten geben an, wie sich Zustand $|J M\rangle$ aus $|J_1 m_1\rangle$ und $|J_2 m_2\rangle$ zusammensetzt:

5.2 CGK: BEISPIEL, ANWENDUNG

Addition zweier Spin-1/2-Teilchen:



Also:

$$\begin{aligned}
 |1,1\rangle &= 1 \cdot \left| m_1 = +\frac{1}{2}, m_2 = +\frac{1}{2} \right\rangle \\
 |1,0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left| +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle \\
 |1,-1\rangle &= 1 \cdot \left| m_1 = -\frac{1}{2}, m_2 = -\frac{1}{2} \right\rangle \\
 |0,0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left| +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle
 \end{aligned}$$

Es ergeben sich also aus der Kombination von 2 Dubletts 4 Zustände, drei in einem Triplet und einer in einem Singlett. **Symbolisch:**

$$2 \otimes 2 = 3 \oplus 1$$

Anwendung auf Isospin I und die Kombination von n,p zu N-N-Systemen (Analogie zum QM-Spin):

$$\begin{array}{llll}
 I_3 = 1 & pp & \uparrow\uparrow \\
 I = 1 & I_3 = 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}(pn + np) & \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow) \\
 & I_3 = -1 & nn & \downarrow\downarrow \\
 I = 0 & I_3 = 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}(pn - np) & \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)
 \end{array}$$

Erweitere Definition der **Auf/Absteige-Operatoren** etc. für **Kombinationen von Teilchen**, z.B.:

$$\begin{aligned}
 I_3^{ges} &= I_3^{(1)} + I_3^{(2)} \\
 I_+^{ges} &= I_+^{(1)} + I_+^{(2)}
 \end{aligned}$$

Erster Summand wirkt nur auf "erstes" Teilchen etc.

$$\bar{I}_3(np) = (I_3^{(1)} + I_3^{(2)})(np) = (I_3^{(1)}n)p + n(I_3^{(2)}p) = \dots$$

Erweiterung auf Antiteilchen:

$$\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -\bar{n} \\ \bar{p} \end{pmatrix} \quad \bar{I}_i = \frac{1}{2} \bar{\sigma}_i = \frac{1}{2} \sigma_i \quad I_3^{ges} = I_3 + \bar{I}_3$$

"-"-Zeichen, weil Ladungskonjugation und Isospin-Rotation nicht unabhängig voneinander!

Anwendung auf u,d-Quarks statt n,p trivial. Daher gleich der komplexere Fall → **SU(3)-Flavour: u,d,s!**

5.2 SU(3)-FLAVOUR

(Gleiches Werkzeug wie im Fall von SU(3)-Colour)

Erweiterung auf SU(3)-Flavour:

Hier sind die Generatoren die 8 Gell-Mann-Matrizen, die auf die Flavour-Tripletts (u,d,s) wirken:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} & \lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$$

Formal betrachtet man hier Drehungen im Flavour-Raum

$$U = \exp\left(i \sum_i \omega_i \lambda_i\right)$$

mit 8 "Winkeln" (Parametern) ω_i (\rightarrow Ordnung $d=8$).

– Es gibt 2 Casimir-Operatoren (Rang 2), z.B.:

$$C_1 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^8 \lambda_i^2 \quad C_2 = \frac{1}{8} \sum_{ijk} f_{ijk} \lambda_i \lambda_j \lambda_k$$

– λ_3, λ_8 sind diagonal \rightarrow 2 additive Quantenzahlen,

Eigenwerte von:

$$I_3 = \frac{1}{2} \lambda_3$$

$$Y = \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_8$$

Isospin

Hyperladung

Gell-Mann-Nishijima: ($Y=B+S$, Baryonzahl B, Strangeness S)

$$Q = I_3 + \frac{B+S}{2} = I_3 + \frac{Y}{2}$$

Schiebeoperatoren, die u in d transformieren und den Isospin abfragen:

$$I_+ = \frac{1}{2}(\lambda_1 + i\lambda_2) \quad I_- = \frac{1}{2}(\lambda_1 - i\lambda_2) \quad I_3 = \frac{1}{2}\lambda_3$$

Es gilt:

$$I_+ d = u \quad I_+ u = I_+ s = 0$$

$$I_3 u = \frac{1}{2}u \quad I_3 d = -\frac{1}{2}u \quad I_3 s = 0$$

Strangeness-Operator: $S = \frac{\lambda_8}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3}$

Man kann auch Schiebeoperatoren $u \rightarrow s$ und $s \rightarrow d$ definieren (mithilfe der Matrizen $\lambda_4 - \lambda_7$), z.B.:

$$\frac{1}{2}(\lambda_4 + i\lambda_5)s = \frac{1}{2} \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + i \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = u$$

Mit all dem und den Antitripletts/Anti-Generatoren (Umkehrung aller additiven Quantenzahlen)

$$\bar{I}_3 = -I_3 \quad \bar{S} = -S$$

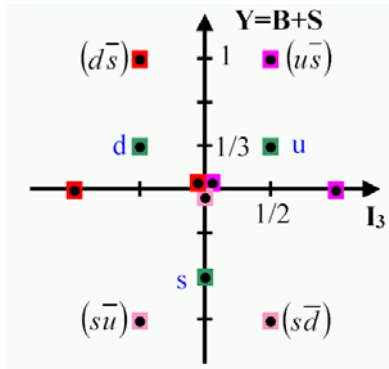
$$\bar{B} = -B \quad \bar{\lambda}_j = -\lambda_j^*$$

$$\bar{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \bar{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \bar{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

... Werkzeug, um Quark-Antiquark-Systeme zu bauen.

5.2 DARSTELLUNGS-DIAGRAMME

Darstellungsdiagramme erlauben leichte Übersicht der erreichbaren Kombinationen: Z.B. Kombination von Triplett mit Antitriplett ("Vektoraddition"):

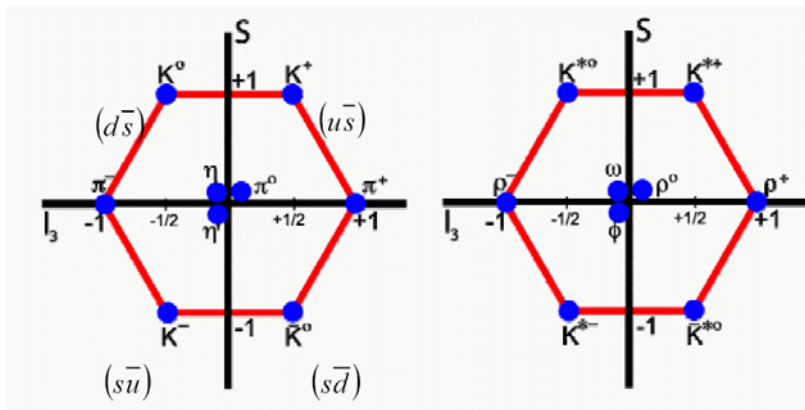


Produktvektorraum der Mesonen gliedert sich also in 2 Teilräume: ein Oktett und ein Singlett (gebildet durch das η' -Teilchen).

Die Teilchen auf dem Rand der Pseudoskalare sind gut bekannt. Von den drei $I_3=S=0$ -Zuständen fallen 2 ins Oktett, eins ins Singlett; sie sind Mischungen:

Pseudoskalar	$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$	$\eta = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$	$\eta' = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$
Vektor	$\rho^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$	$\omega^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$	$\phi^0 = s\bar{s}$

Je nach Spinzustand ergeben sich **Pseudoskalare Mesonen ($J^P=0^-$)** oder **Vektormesonen (1^-)**:



Der Mischungscharakter wird experimentell bestimmt; nicht theoretisch vorhersagbar/verstanden.

Analog kann man **Baryonen** aus drei Quarks u,d,s konstruieren. Es zeigt sich:

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$$

- Dekuplett (Δ) total symmetrisch in Quark-Flavour, Spins alle parallel ($J=3/2$).
- Oktetts (mit p,n): Symmetrisch bzgl. Vertauschung zweier Quarks inklusive Spins; keine def. Symmetrie bei Betrachtung der von Flavour/Spin alleine.

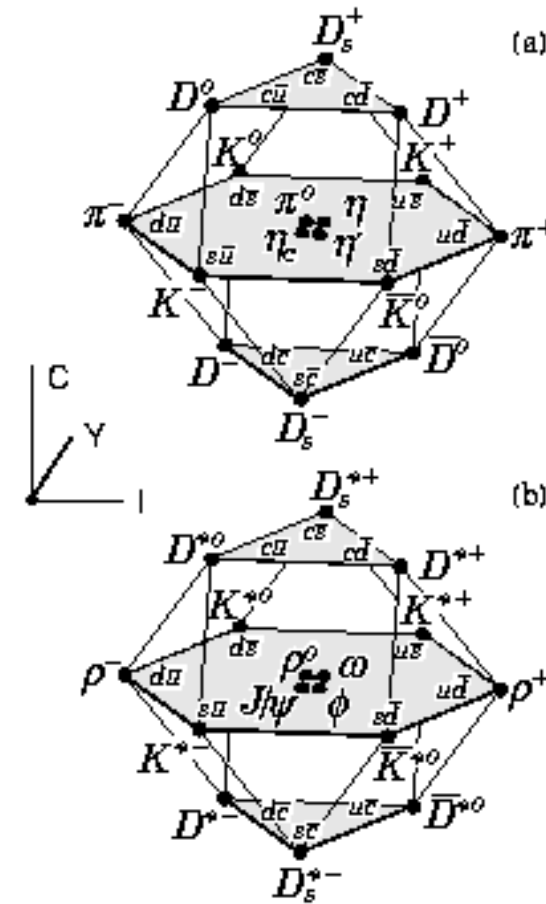
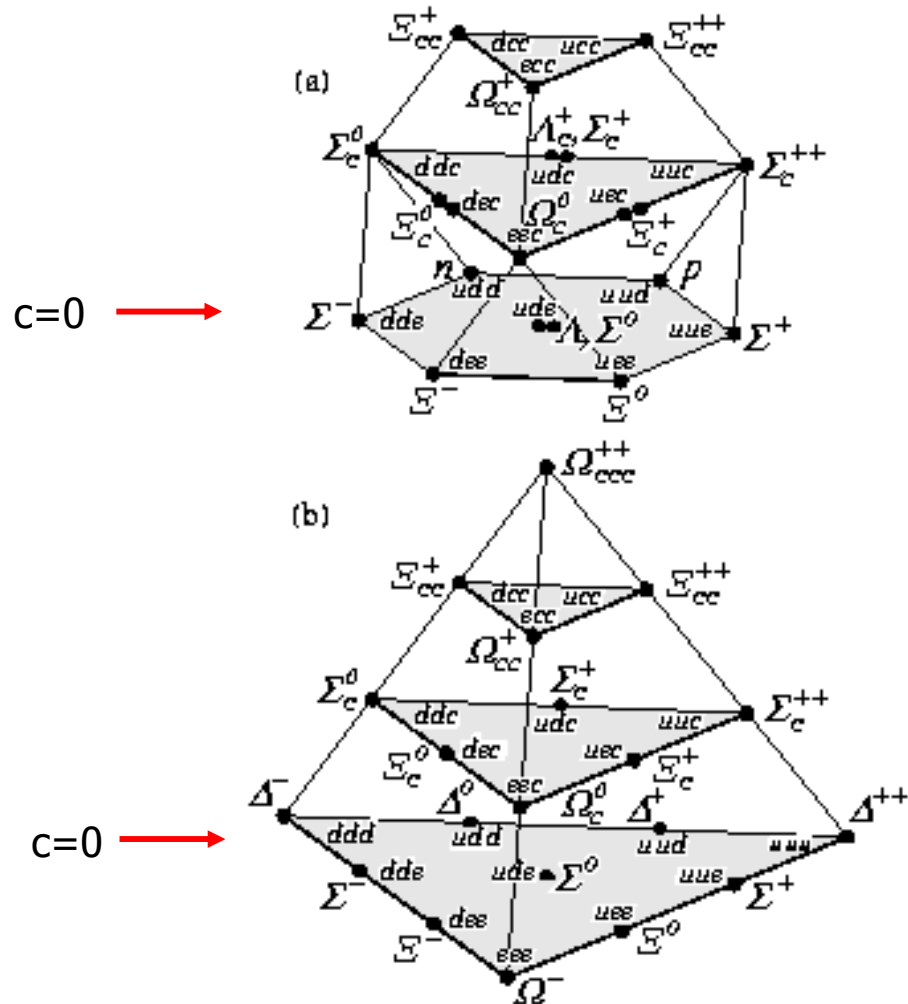
Anwendung von Schiebeoperatoren zeigt:

$$3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$$

5.2 DARSTELLUNGS-DIAGRAMME

Übersicht aller Baryonen mit u,d,s,c:

Charm-Mesonen:



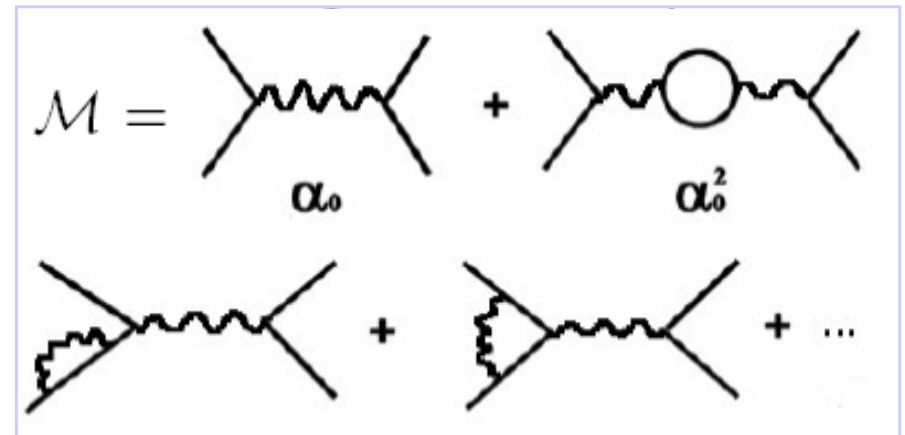
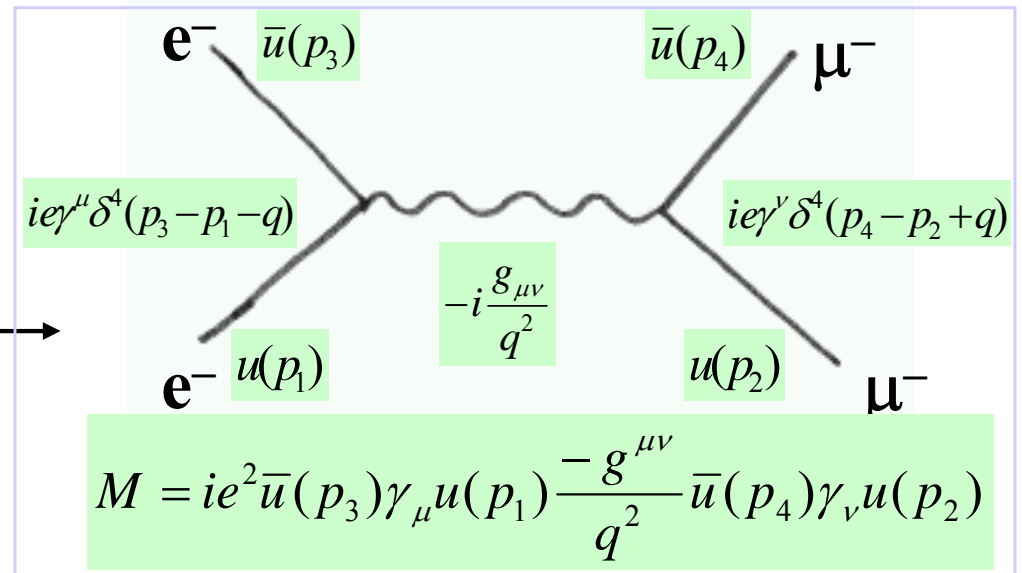
Quelle: Particle Data Group (<http://pdg.lbl.gov>)

5.3 Erinnerung: QED: Muster für Quantenfeldtheorie

Wiederholung QED:

- Beschreibung geladener Leptonen durch Dirac-Spinoren
- **Wirkungsquerschnitt:**
|Matrixel.|² x (1/Flussfaktor) x Phasenraum
- Struktur der WW - Eichboson (masseloses, neutrales Photon) koppelt an em. Ladung $\gamma^\mu A_\mu$ folgt aus lokaler Eichinvarianz (Gruppe U(1): $\exp(i \cdot q \cdot \chi(x))$)
- Berechnung der **Matrixelemente** mit Hilfe der Feynman-Regeln (z.B. aus Lagrangedichte ableitbar)
- **Renormierung** (renormalisation):
Diagramme höherer Ordnung divergieren!
„beheben“ durch:
 - **Ladungs-Renormierung** → laufendes α (ersetze „nackte“ durch „renormierte“ Ladung und lasse Schleifendiagramme weg)
 - **Massen-Renormierung** → laufendes m (wie in Festkörperphysik „effektive Massen; in QED durch WW mit den Vakuumfluktuationen)

$$d\sigma \propto \frac{|M|^2 \rho(E_f)}{j_{ein}}$$



5.3 QCD: SU(3)-Eichinvarianz

Nach dem Erfolg der QED (und EW) + Realität von Quarks → Theorie der starken WW auf Basis einer Eichtheorie, die invariant unter lokalen Transformationen im Farbraum ist

→ **QCD = Quanten-Chromo-Dynamik**

→ masselose Feldquanten, die an Farbbladungen koppeln und als Farb-Antifarb-Zustände farbgeladen sind → **8 Gluonen**

- einfachheitshalber nur ein Quark q:

DGL. freies Quark

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi = 0$$

Wellenfunktion

$$\Psi = \psi(x) \cdot \chi_{Farbe}$$

mit:

$$\chi_R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \chi_G = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \chi_b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Eichtransf.:

$$\Psi \rightarrow \Psi' = \exp(i(g_s/2)\lambda_j \beta_j(x))\Psi$$

$$\lambda_j \beta_j \equiv \sum_{j=1}^8 \lambda_j \beta_j$$

g_s ... Kopplungskonstante der starken WW
Invarianz nur wenn $m_R = m_G = m_b = m$

$\beta_1 \dots \beta_8$: 8 unabhängige Transformationswinkel,

$\lambda_1 \dots \lambda_8$: Gell-Mann Matrizen der SU(3)

Analogon zu den Pauli-Matrizen der SU(2):

$U = \exp(i\alpha_j \lambda_j/2)$ "Drehung" um Winkel α_j

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Vertauschungsrel. $[\lambda_j, \lambda_k] = \lambda_j \lambda_k - \lambda_k \lambda_j = 2i \cdot f_{jkl} \lambda_l$

antisymm. Strukturkonst. $f_{123} = 1, f_{458} = f_{678} = \sqrt{3}/2$

$f_{147} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = f_{516} = f_{637} = 1/2$

→ Struktur QCD sehr komplex,
„nicht-Abelsche“ Eich., da λ_j nicht vertauschen

5.3 QCD: SU(3)-Eichinvarianz + Lagrangedichte

Insgesamt gibt es $9-1=8$ Gluonfelder G_j^μ
(eine Kombination ist farbneutral *) !)

→ kovariante Ableitung**) $D^\mu = \partial^\mu + i \frac{g_s}{2} \lambda_j G_j^\mu$
(QED: $D^\mu = \partial^\mu + iqA^\mu$)

Invarianz ist gewährleistet wenn (Übung):

Dreh. im 3-d Farbraum

$$\Psi \rightarrow \Psi' = \exp(i(g_s/2)\lambda_j\beta_j(x))\Psi$$

$$G_j^\mu \rightarrow G'^\mu = G_j^\mu - \partial^\mu \beta_j - g_s f_{jkl} \beta_k G_l^\mu$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{QED: } \Psi \rightarrow \Psi' = \exp(iq\chi)\Psi \\ A^\mu \rightarrow A'^\mu = A^\mu - \partial^\mu \chi \end{array} \right)$$

Zusatzterm (Konsequenz der Nicht-Vertauschbarkeit der SU(3)-Transformation $\sim g_s \rightarrow$ gleiche Kopplung für alle Quarksorten u,d,s,c,b,t und alle Farbladungen R,G,B [em.: verschiedene Kopplungen (1/3, 2/3, 1, Z)·e !]

- *) farbneutrales Gluon würde Kernkräfte mit Reichweite ∞ zur Folge haben; Gruppe SU(3) hat nur acht λ -Matrizen
- **) $j \dots$ Farbindex – $\mu \dots$ Lorentz-index

Feldstärketensor und Lagrangedichte:

$$F_j^{\mu\nu} = \partial^\mu G_j^\nu - \partial^\nu G_j^\mu - g_s f_{jkl} G_k^\mu G_l^\nu$$

$$L = \bar{\Psi}(i\gamma_\mu D^\mu - m)\Psi - 1/4 \cdot F_{j,\mu\nu} F_j^{\mu\nu}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{QED: } F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \\ L = \bar{\Psi}(i\gamma_\mu D^\mu - m)\Psi - 1/4 \cdot F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \end{array} \right)$$

für > 1 Quark: 1^{ter} Term Σ Quarksorten

Feynmanregeln – analog zur QED:

Quark-Gluon-V.

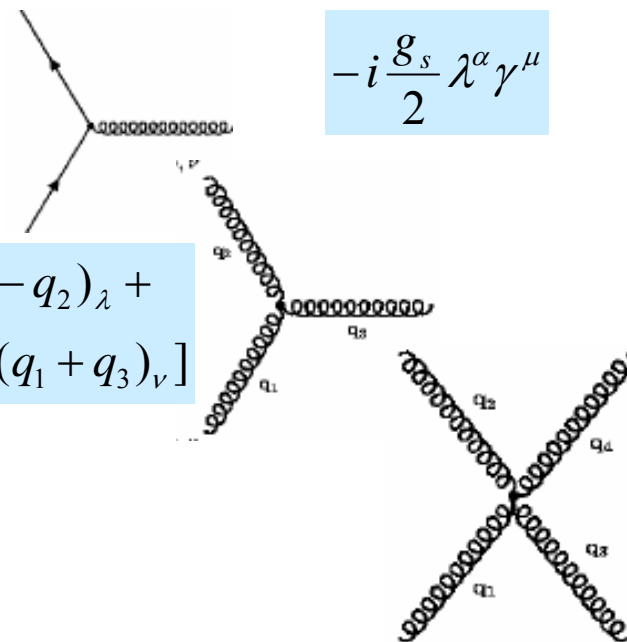
$$-i \frac{g_s}{2} \lambda^\alpha \gamma^\mu$$

3-Gluon-Vertex

$$-g_s f_{jkl} \lambda^\alpha \gamma^\mu [g_{\mu\nu} (q_1 - q_2)_\lambda + g_{\nu\lambda} (q_2 - q_3)_\mu - g_{\lambda\mu} (q_1 + q_3)_\nu]$$

4-Gluon-Vertex

kompliziert



5.3 Die QCD-Lagrangedichte, (fast) wie QED

$$L_{\text{QCD}} = \underbrace{-\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(a)} F^{(a)\mu\nu}}_{\text{Gluon-Feld-Term}} + i \underbrace{\sum_q \bar{\psi}_q^i \gamma^\mu (D_\mu)_{ij} \psi_q^j}_{\text{Quark+Wechselwirkungsterm}}$$

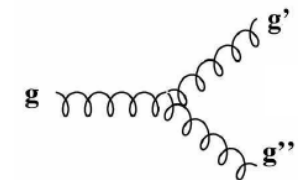
Quark-Massen-Term: $-\sum_q m_q \bar{\psi}_q^i \psi_{qi}$,

$$F_{\mu\nu}^{(a)} = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g_s f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c,$$

$$(D_\mu)_{ij} = \delta_{ij} \partial_\mu + ig_s \sum_a \frac{\lambda_{i,j}^a}{2} A_\mu^a,$$

Farb-Index (1-8)
(jetzt a,b,c statt i,j,k)

Gluon-Selbst-
wechselwirkung!

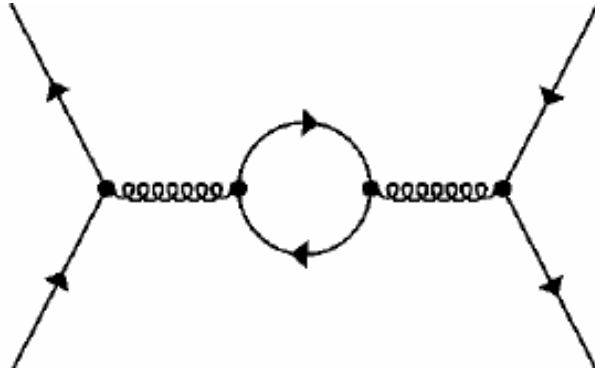


- sieht "harmlos" aus (fast wie QED),
aber hat es in sich!

5.3 QCD: Renormierung und laufende Kopplung

Wie in der QED divergieren Schleifendiagramme und die ∞ -en Werte werden in den Massen und Kopplungen „absorbiert“.

Quarkschleifen:



$$g_s^2 = 4\pi \alpha_s$$

Summe über N_f Quark-Anti-Quark-Paare

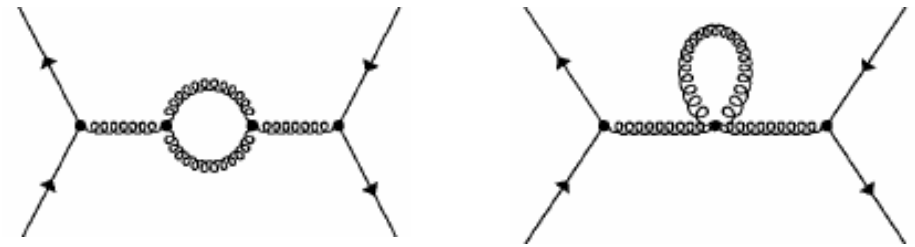
$$\alpha_s(Q^2)|_{q\bar{q}} = \alpha_s(Q_0^2) \left(1 + \frac{N_f}{6\pi} \alpha_s(Q_0^2) \ln\left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right) \right)$$

Abschirmung der „Ladung“ bei wachsendem Abstand durch Farbdipole (wie bei der QED)

QED:

$$\alpha_{em}(Q^2)|_{e^+e^-} = \frac{\alpha(Q_0^2)}{1 - \frac{\alpha(Q_0^2)}{3\pi} \ln(Q^2/Q_0^2)}$$

Gluonschleifen (wegen Selbstkopplung):



$$\alpha_s(Q^2)|_{gg} = \alpha_s(Q_0^2) \left(1 - \frac{11}{4\pi} \alpha_s(Q_0^2) \ln\left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right) \right)$$

+ \rightarrow - Verstärkung „Ladung“ mit Abstand

Addition und Summierung über alle Ordnungen:

QCD:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{1 + \frac{(33 - 2N_f) \cdot \alpha_s(Q_0^2)}{12\pi} \ln(Q^2/Q_0^2)}$$

mit:

$$\Lambda^2 = Q_0^2 \exp(-12\pi / ((33 - 2N_f) \alpha_s(Q_0^2)))$$

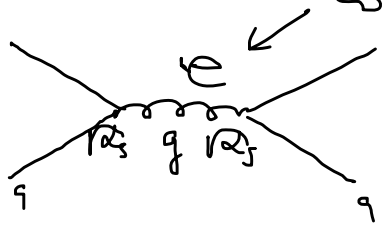
$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \ln(Q^2/\Lambda^2)}$$

(N_f ... Flavours mit $2m_q < |Q|$)

Quark-Quark-Streuung

Einheits-artige Gluon (longitudinal polarisiert)

↑ LO.



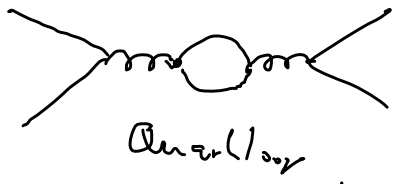
$$M = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{Q^2} \left[1 + \right.$$

$$Q^2 = -q^2$$

μ : willkürliche Skala

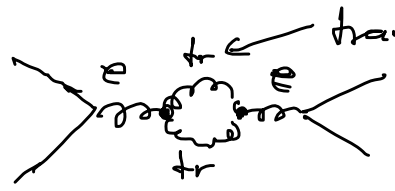
Born-Term

1/0.



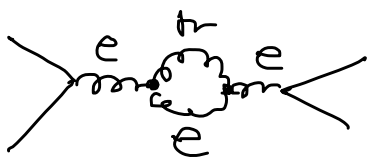
↑ Anzahl d. Flavours

$$+ \frac{2N_F}{3} \frac{\alpha_s(\mu^2)}{4\pi} \log \frac{Q^2}{\mu^2}$$



fermionen
gluon-loop

$$\oplus \frac{\alpha_s(\mu^2)}{4\pi} \log \frac{Q^2}{\mu^2}$$



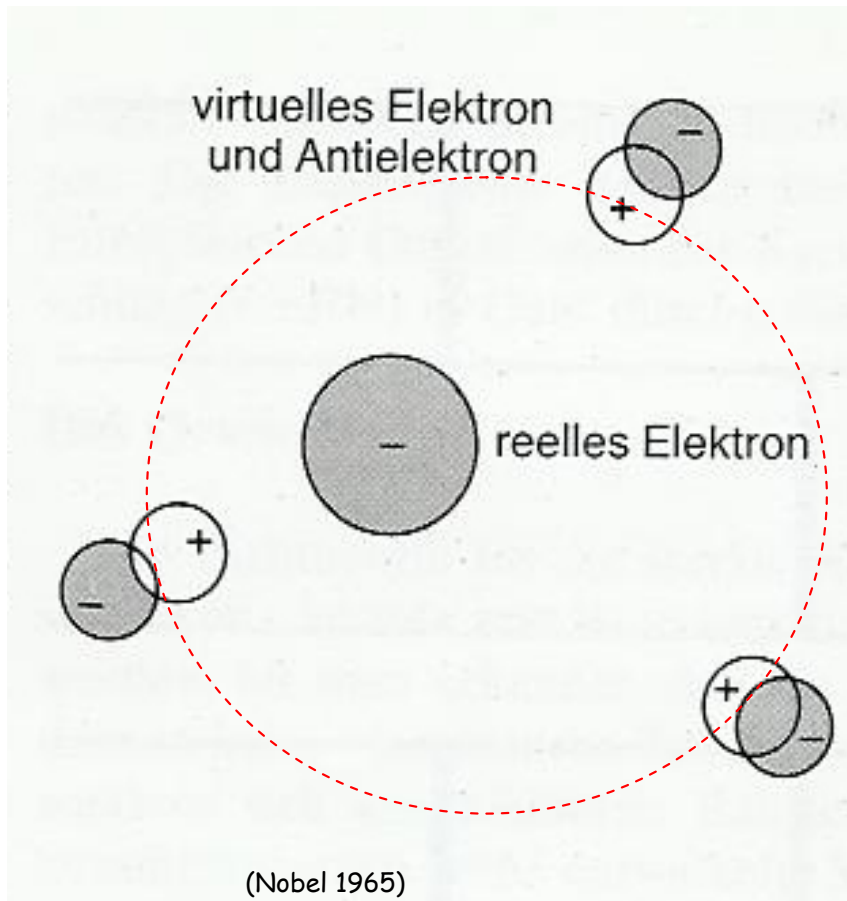
tr.-Eoulous.
gluon-loop

$$\ominus \frac{12 \alpha_s(\mu^2)}{4\pi} \log \frac{Q^2}{\mu^2}$$

$$\Rightarrow \sum M = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + (33 - 2N_F) \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi} \log \frac{Q^2}{\mu^2}}$$

$1 + \epsilon \rightarrow \frac{1}{1 - \epsilon}$

5.3 QED: Abschirmung der elektrischen Ladung

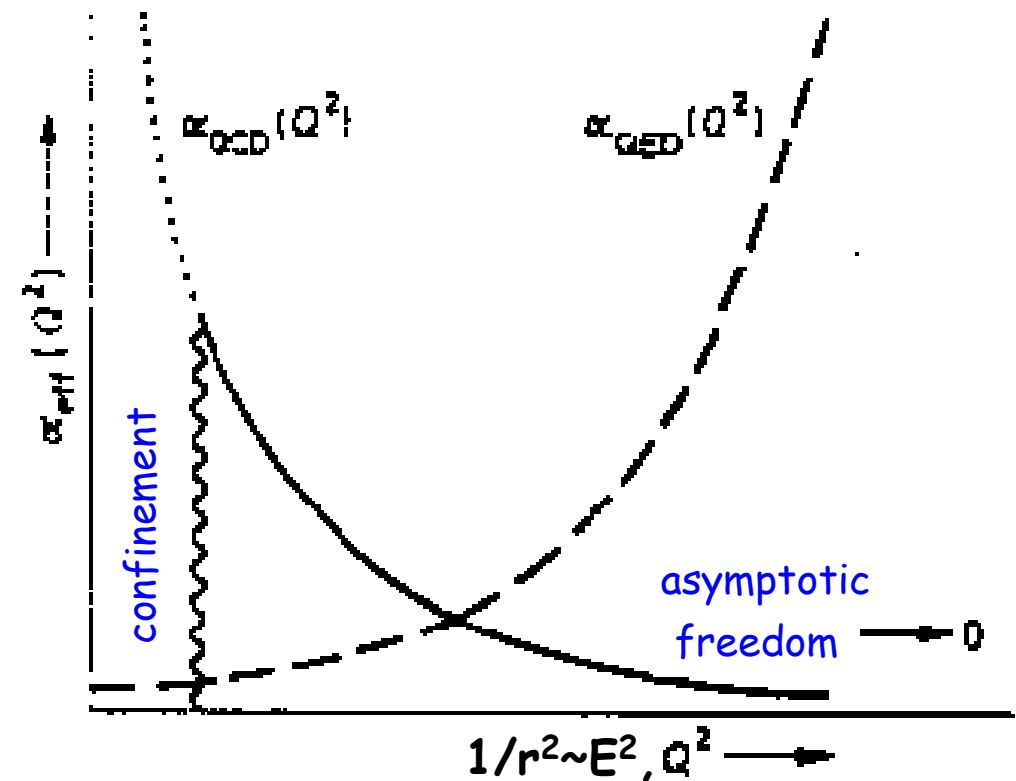
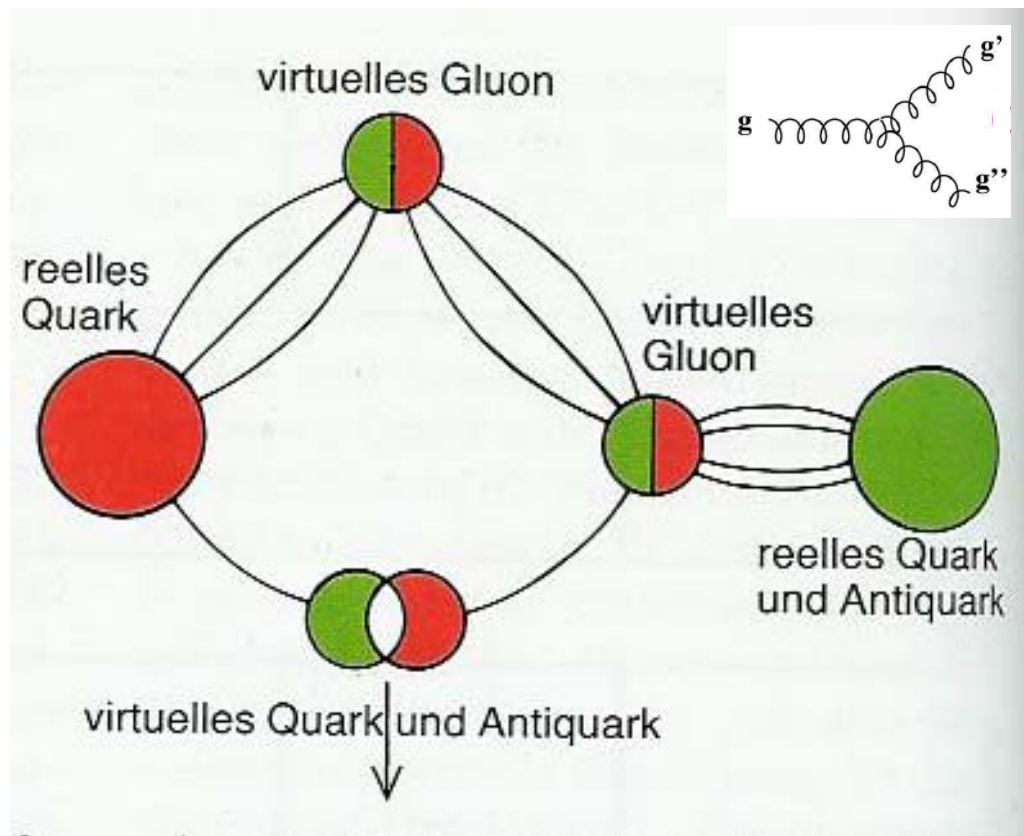


Sin-Itoro Julian Richard P.

- elektrische Ladung polarisiert Vakuum
-> virtuelle Elektron-Positron-Paare
- Positronen schirmen Elektron-Ladung teilweise ab
- effektive Ladung/Kraft
 - nimmt bei großen Abständen/niedriger Energie ab
 - nimmt bei kleinen Abständen/großer Energie zu

5.3 QCD: Anti-Abschirmung der Farbladung!

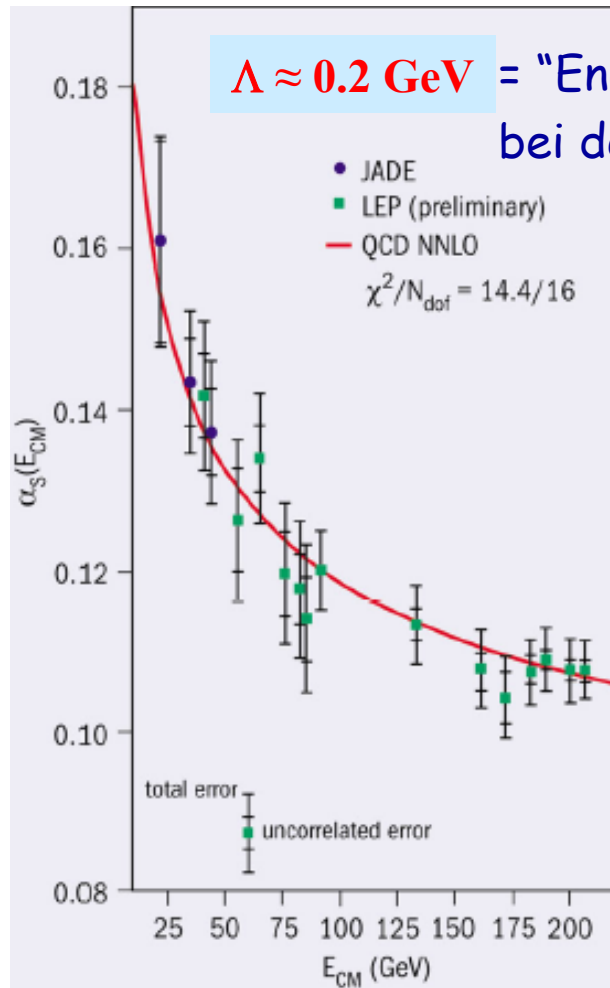
- Quark-Antiquark-Paare -> Abschirmung
- Gluonen tragen Farbe -> gg-Paare -> anti-Abschirmung!



5.3 QCD: Laufende Kopplung – perturbative QCD

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \ln(Q^2 / \Lambda^2)}$$


α_s Messung in e^+e^- WW: $\Lambda \approx 0.2$ GeV






$\Lambda \approx 0.2$ GeV = "Energieskala, bei der $\alpha_s \rightarrow \infty$ "

für $Q^2 (\gg \Lambda^2) \rightarrow \infty$ $\alpha_s \rightarrow 0$: **Asymptotische Freiheit**

(1972 - D.Green, D.Politzer, F.Wilczek Nobelpreis 2004)

 **The Nobel Prize in Physics 2004**

"for the discovery of asymptotic freedom in the theory of the strong interaction"

		
David J. Gross	H. David Politzer	Frank Wilczek
1/3 of the prize	1/3 of the prize	1/3 of the prize
USA	USA	USA
Kavli Institute for Theoretical Physics, University of California Santa Barbara, CA, USA	California Institute of Technology (Caltech) Pasadena, CA, USA	Massachusetts Institute of Technology (MIT) Cambridge, MA, USA
b. 1941	b. 1949	b. 1951



da $r = \hbar c / |Q|$ entspricht großes Q kleinen Abständen

→ „perturbative QCD“ – Störungstheorie anwendbar, (ein Gluon-Austausch mit $m_g=0 \rightarrow$ „Coulomb“ $V \sim 1/r$)

→ Präzisionstests der starken Kraft möglich (mehr später)

5.3 Vergleich QED / QCD

Elektromagnetismus

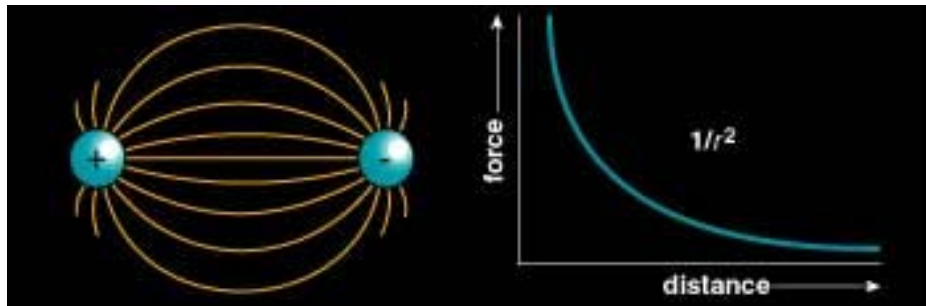
QED

1 Ladung (q)

Kraft vermittelt durch **Photonen**

Photonen sind *neutral*

α ist fast konstant



Starke Wechselwirkung

QCD

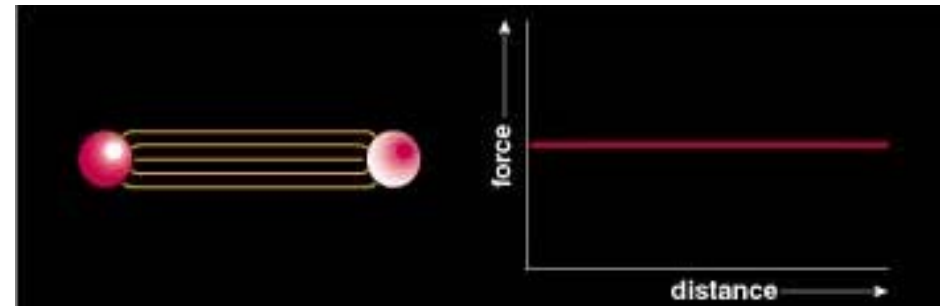
3 verschiedene Ladungen (r, g, b)

Kraft vermittelt durch **Gluonen**

Gluonen sind *geladen* (eg. rg, bb, gb)

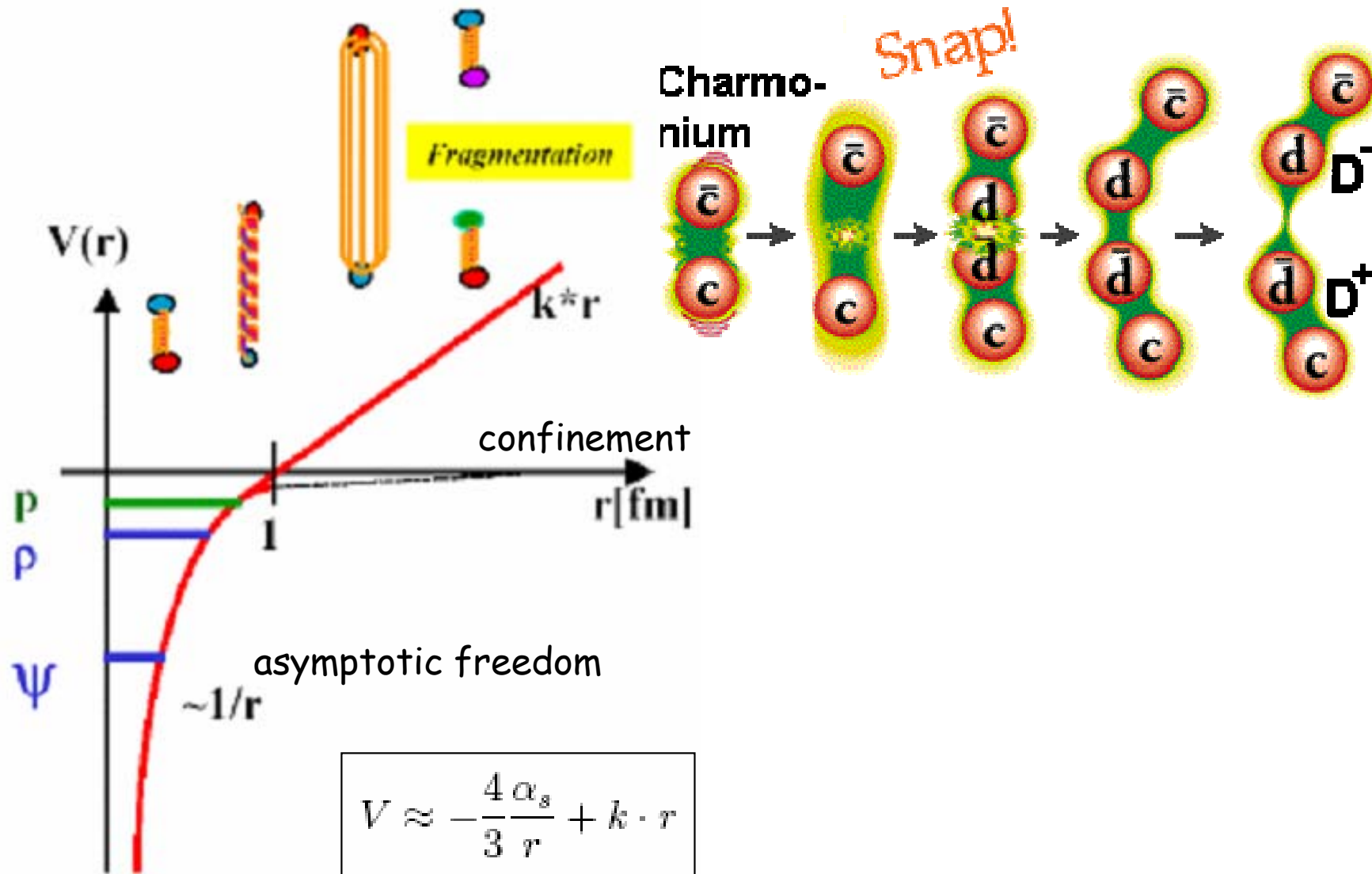
α_s hängt stark vom Abstand ab

confinement limit:



- Die zugrundeliegenden Theorien sind formal sehr ähnlich!

5.3 Das effektive Potential für $q\bar{q}$ -Wechselwirkungen



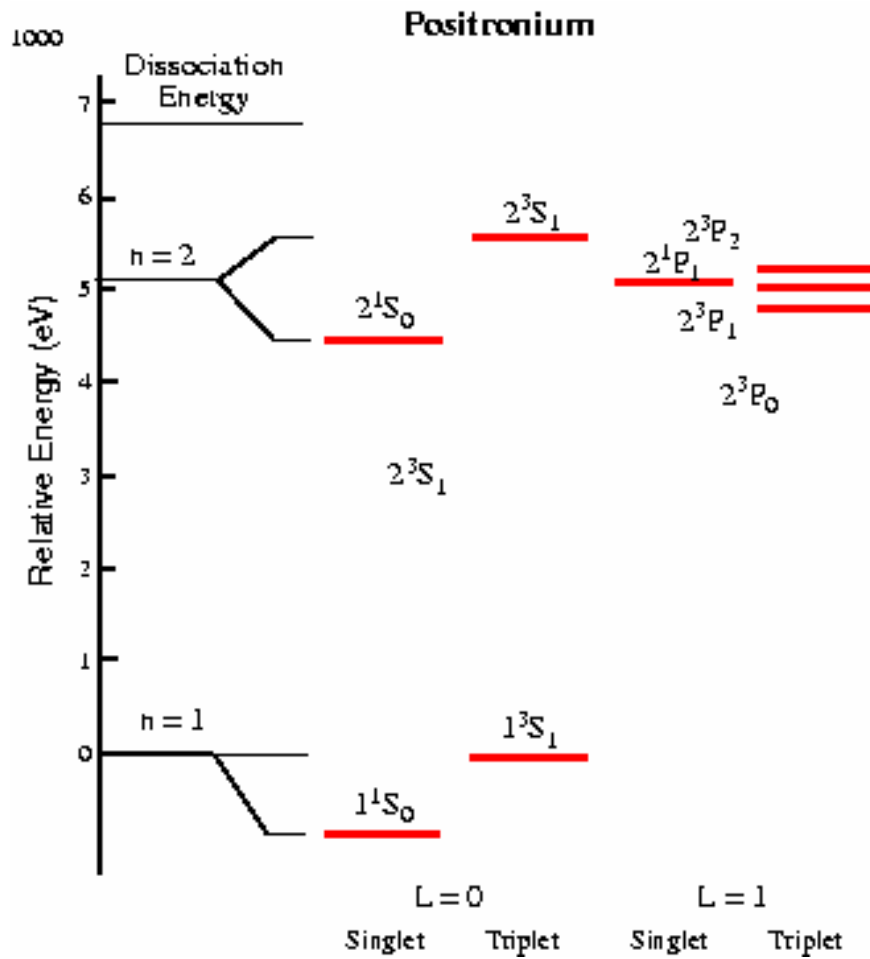
5.3 Spektroskopie schwerer Quarks

Burton
Richter

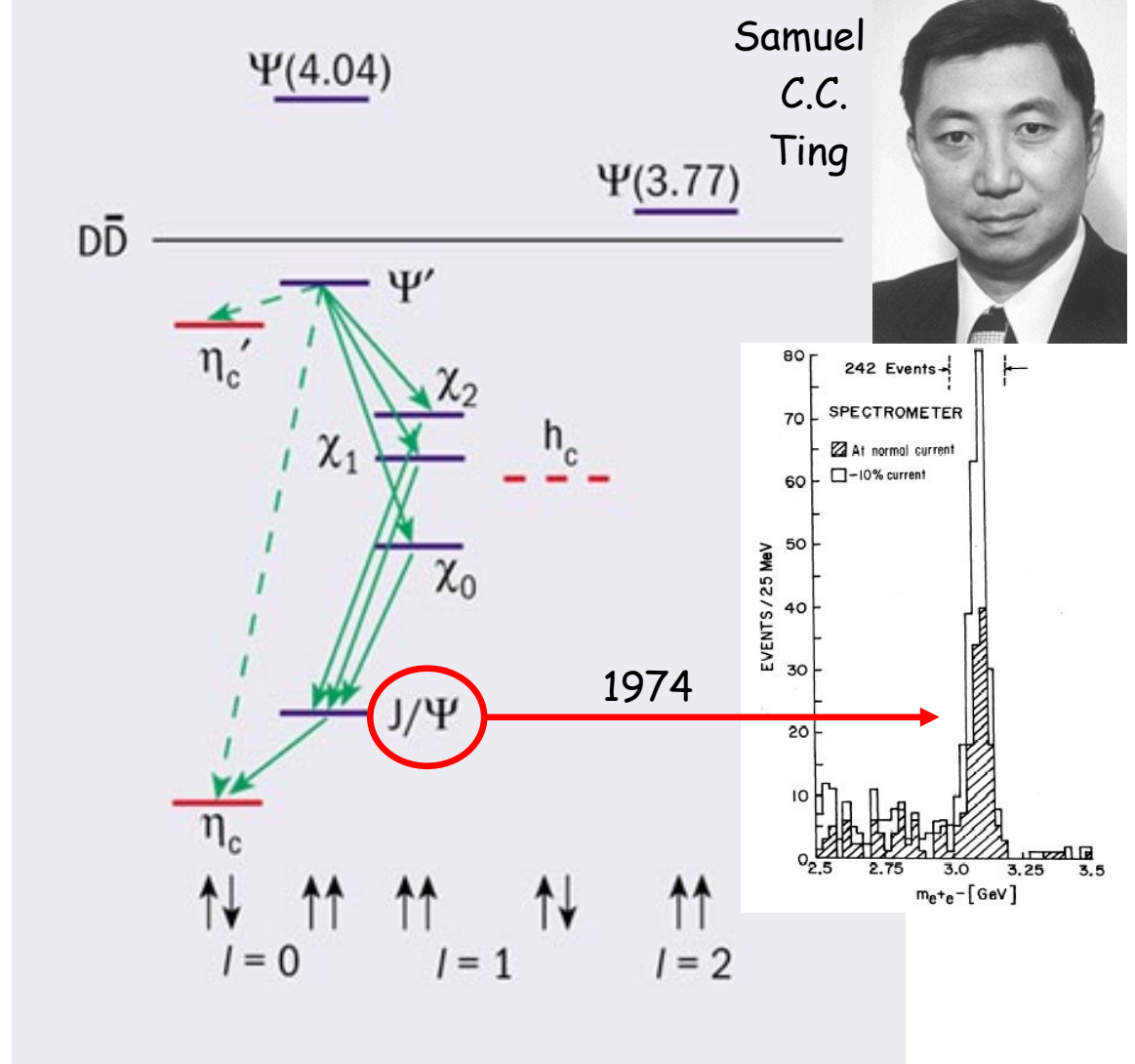


Positronium = gebundenes e^+e^- - System

Charmonium = gebundenes System eines $c\bar{c}$ Quark-Paares (Nobel 1976)



Samuel
C.C.
Ting



5.3 QCD: Laufende Kopplung – nicht-pert. QCD

für $Q^2 (< 1 \text{ GeV}^2) \rightarrow \Lambda^2: \alpha_s \rightarrow \text{gro\ss}$

→ Multi-Gluonenaustausch

→ „nicht-perturbativer“ Bereich, Rechnungen mit Gittereichtheorie oder phänomenologische Modelle (z.B- Kernphysik)

→ Selbstwechselwirkung der Gluonen (farb-magnetische Anziehung) analog zu „Expander“ bildet sich „String“ aus

$$V(r) = -\frac{4\alpha_{\text{eff}}}{3 \cdot r} + \sigma \cdot r \quad \text{mit } \sigma \approx 0.9 \text{ GeV} / \text{fm}$$

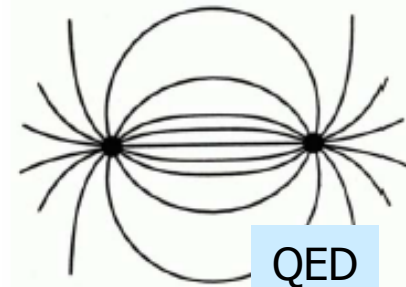
→ Confinement (keine freien Quarks/Gluonen),

→ Kernkräfte = QCD-RestWW (van der Waals)

→ komplexe (z.Zt. nicht berechenbar) Struktur der Hadronen

→ sobald (z.B. in hochenergetischer WW) Abstand Quark-Antiquark $> 1 \text{ fm}$ bilden sich neue Quark-Antiquark-Paare → Quarks und Gluonen fragmentieren Teilchenbündel „Jets“

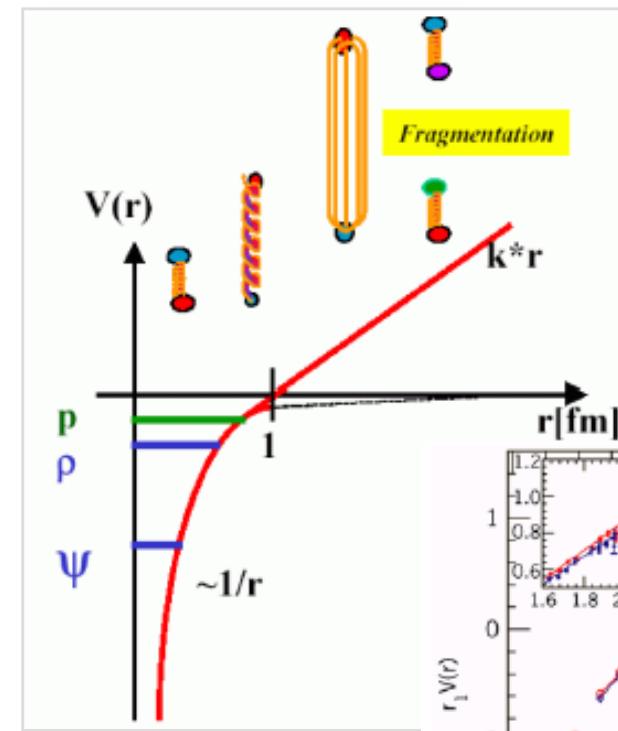
nicht-pert. Problem tritt **immer** bei Hadronen auf



QED



QCD



QCD-Potential aus Gitterrechnungen

