

TEILCHENPHYSIK FÜR FORTGESCHRITTENE (+ Vorlesung MASSE)

Der Higgs-Mechanismus

(Literatur: A. Djouadi, hep-ph 0503172)

Caren Hagner
Achim Geiser



Universität Hamburg, IExpPh
Sommersemester 2009

ÜBERBLICK

1. **Die quantenmechanische Beschreibung von Elektronen**
2. **Feynman-Regeln und –Diagramme**
3. **Lagrange-Formalismus und Eichprinzip**
4. **QED**
5. **Starke Wechselwirkung und QCD**
6. **(Elektro)Schwache Wechselwirkung**
7. **Higgs-Mechanismus**
vom vereinfachten Modell zum Standardmodell
Suche nach dem Higgs-Boson

7.1 Warum überhaupt Higgs?

- SM durch Präzisionsmessungen bisher sehr gut bestätigt
 - z.B. Übereinstimmung von gemessenen Massen und Kopplungsstärken der Vektorbosonen W und Z
- Problem (siehe auch Übung):
 - Die Einführung von massiven Vektorbosonen W, Z verletzt die Eichinvarianz
 - Linkshändigkeit der Schwachen WW \rightarrow Fermion-Massenterme verletzen Eichinvarianz!
 - \Rightarrow Divergenzen, Theorie nicht renormierbar!
 - Man hat die Generierung von Fermion- und Vektorbosonmassen noch nicht richtig verstanden
- Lösung:
 - Mechanismus der spontanen Symmetriebrechung (Higgs)

7.1 Lösung: Der Higgs-Mechanismus

- Alle Bosonen und Fermionen sind "eigentlich" masselos
- Masse "entsteht" durch Wechselwirkung mit einem Hintergrundfeld, dem Higgs-Feld (SU(2)-Dublett).

Konsequenz: Masse transformiert sich effektiv wie ein $SU(2)_L$ -Dublett, nicht wie ein Skalar,

-> Eichinvarianz ist gerettet

Der Higgs-Mechanismus - eine Analogie (I)



Higgs-Hintergrundfeld
erfüllt den Raum



Ein **Teilchen**
im Higgs-Feld...

≙ **Teilchen mit
konstantem Impuls**



... Widerstand gegen
Bewegung ...
Trägheit ↔ Masse

Der Higgs-Mechanismus - eine Analogie (II)



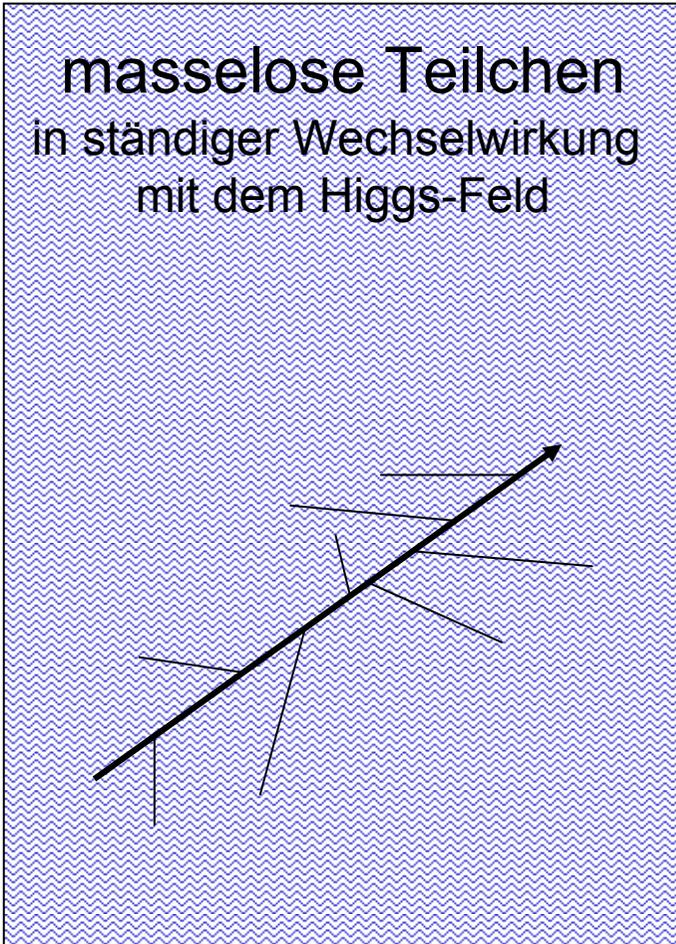
Anregung des
Hintergrundfeldes



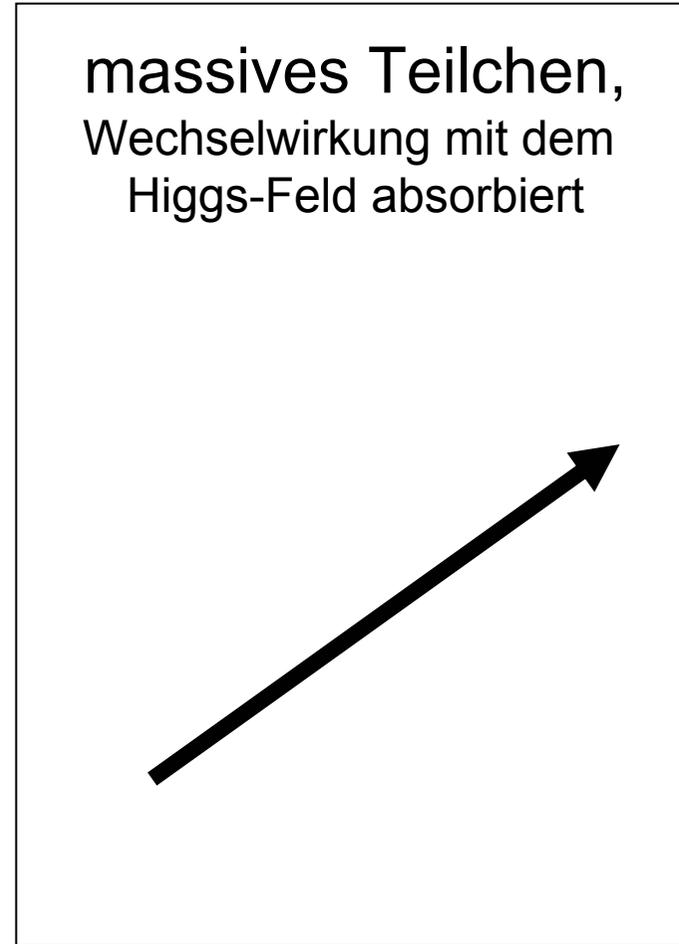
angeregtes Higgs-Hintergrundfeld
 $\hat{=}$ massives Higgs-Boson

Higgs-Mechanismus

masselose Teilchen
in ständiger Wechselwirkung
mit dem Higgs-Feld



massives Teilchen,
Wechselwirkung mit dem
Higgs-Feld absorbiert



... wie effektive u-quark-Masse (Konstituentenmasse) im Gluon-Feld des Protons

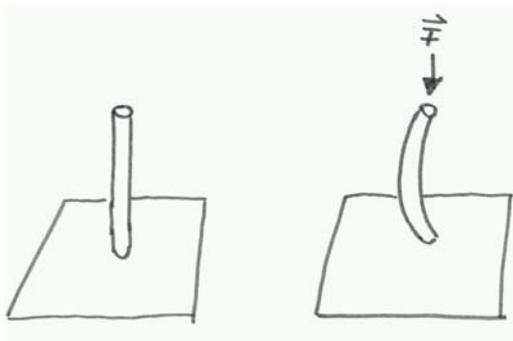
7.1 DER HIGGS-MECHANISMUS

Problem: Massenterme verletzen die Eichinvarianz der Lagrange-Dichte! Das führt in letzter Konsequenz zu Divergenzen und zu einer nicht mehr renormierbaren Theorie!

Die **Idee des Higgs-Mechanismus** (P. Higgs 1964) ist, die Verletzung der Symmetrie nicht dem Teilchen und seiner Masse an sich anzulasten, sondern dem Vakuum (Grundzustand) des Systems

→ **spontante Symmetriebrechung!**

Beispiel 1: Unter Druck nimmt ein Stab eine neue Form an – obwohl keine Richtung physikalisch ausgezeichnet wurde! Der Stab "sucht" also spontan einen neuen Grundzustand, der die Symmetrie bricht!



Alle möglichen Zustände haben aber die gleiche Energie!

Beispiel 2: Ferromagnet: Die kollektive Ausrichtung der Spins in den Weiss'schen Bezirken erfolgt spontan und unvorhersagbar (parallele Spins sind energetisch günstiger) – aber die Richtung der kollektiven Ausrichtung ist unvorhersagbar – wieder sind alle Richtung energetisch gleich.

Im **Higgs-Mechanismus** postuliert man die **Existenz eines komplexen skalaren Feldes ϕ** :

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$$

$SU(2)_L$ -Dublett; Index '+' und '0' bezeichnet elektr. Ladung; beide Komponenten sind komplex, aber keine Dirac-Spinoren (Skalare!).

	T_3	Q	Y
ϕ^+	+1/2	1	1
ϕ^0	-1/2	0	1

Die **Lagrange-Dichte** dieses Feldes lautet:

$$L_\phi = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi)$$

$$D_\mu = \partial_\mu + igT_a W_{a\mu} + ig' Y/2 B_\mu$$

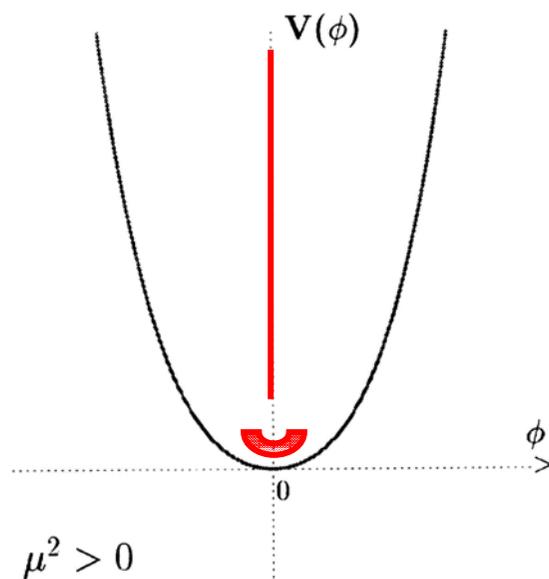
... mit Potential: $V(\phi) = \mu^2 |\phi|^2 + \lambda |\phi|^4 = \mu^2 \phi^+ \phi + \lambda (\phi^+ \phi)^2$

7.2 Das Higgs-Potential, vereinfacht

Betrachte Lagrange-Funktion eines skalaren Feldes ϕ :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi), \quad V(\phi) = \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4, \quad \lambda > 0$$

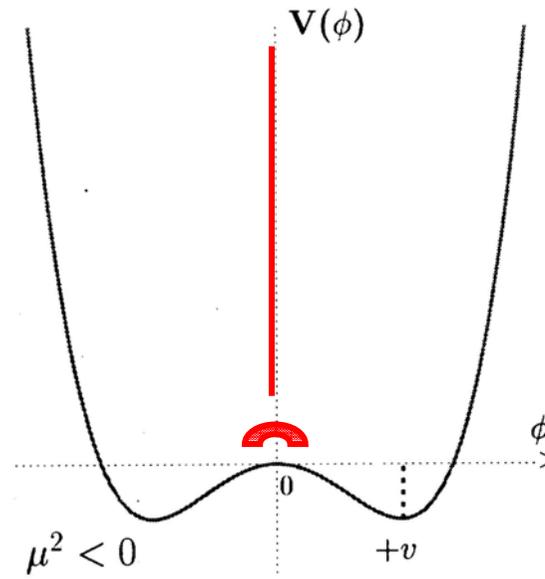
Interpretiere $V(\phi)$ als Potentialfunktion und bestimme Minimum:



$$\mu^2 > 0$$

"normaler" Massenterm

Minimum $\phi_0^2 = 0$,
Teilchen mit Masse μ



$$\mu^2 < 0$$

$+v$

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = \mu^2 \phi + \lambda \phi^3 = 0$$

Zustand bei $\phi=0$ instabil

Minimum bei $\pm v$, Symmetrie **spontan gebrochen**, z.B.:

$$\langle 0 | \phi^2 | 0 \rangle \equiv \phi_0^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda} \equiv v^2$$

Vereinfachtes Higgs-Modell

vereinfachtes Higgs-Modell:

001

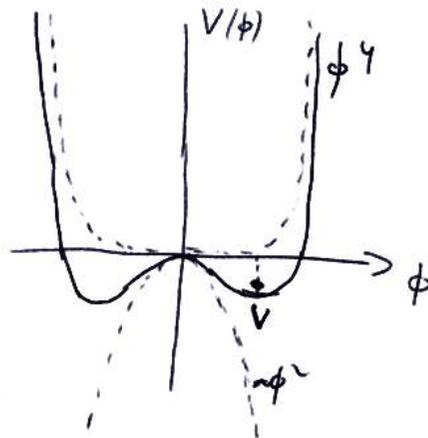
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi)$$

Potential: $V(\phi) = \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4$

$\lambda > 0 \Rightarrow V$ positiv für große ϕ

$\mu^2 < 0$

"negatives
Plausquadrat"



bestimme Minimum:

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow \mu \phi^2 + \lambda \phi^3 = 0$$

$$\Rightarrow (\mu^2 + \lambda \phi^2) \phi = 0$$

\Rightarrow 1. $\phi = 0$: lokales Maximum, instabil

2. $\mu^2 + \lambda \phi^2 = 0 \Rightarrow \phi = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \equiv v$

jetzt setze: $\phi = \sigma - v$

002

(Wähle 'spontan' reelles Minimum)

$$\Rightarrow \partial_\mu \sigma = \partial_\mu \phi \quad (v \text{ konstant})$$

\Rightarrow kinetischer Term unverändert

$$\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi \rightarrow \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma$$

Potential: $V(\phi) = \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4$ $\phi = \sigma + v$

$$= \frac{1}{2} \mu^2 (\sigma + v)^2 + \frac{1}{4} \lambda (\sigma + v)^4$$

$$= \frac{1}{2} \mu^2 (\sigma^2 + 2\sigma v + v^2) + \frac{1}{4} \lambda (\sigma^4 + 4\sigma^3 v + 6\sigma^2 v^2 + 4\sigma v^3 + v^4)$$

$$= \left[\frac{1}{2} \mu^2 + \frac{3}{2} \lambda v^2 \right] \sigma^2 + \left[\frac{1}{2} \mu^2 \cdot 2v + \lambda v^3 \right] \sigma + \frac{1}{4} \lambda \sigma^4 + \lambda v \sigma^3 + \text{const.}$$

$$v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$$

$$= \left[\frac{1}{2} \mu^2 - \frac{3}{2} \mu^2 \right] \sigma^2 + \left[\mu^2 v - \mu^2 v \right] \sigma - \frac{\mu^4}{\lambda} \sigma$$

$$+ \frac{1}{2} \lambda \sigma^4 + \lambda \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \sigma^3 + \text{const.}$$

$$= \underbrace{(-\mu^2)}_{>0} \sigma^2 + \frac{1}{2} \lambda \sigma^4 + \sqrt{-\mu^2 \lambda} \sigma^3$$

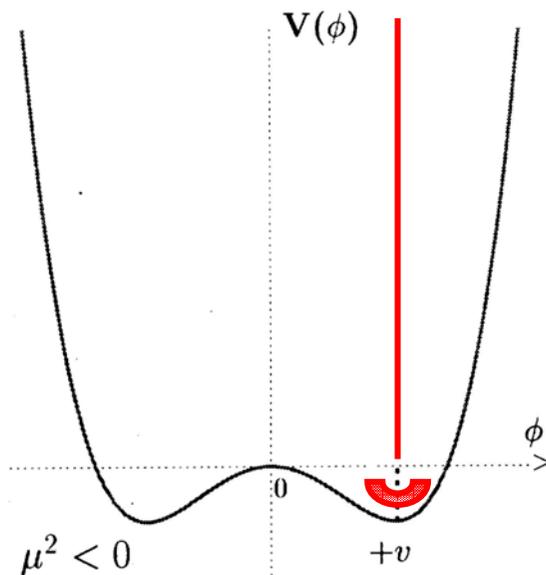
\Rightarrow positives Plausquadrat
 $\Rightarrow \sigma$ physikalischer Teilchen mit Masse $\sqrt{-\mu^2}$!

7.2 Das Higgs-Potential in 2 Dimensionen

Definiere $\phi = v + \sigma$, und entwickle L:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi), \quad V(\phi) = \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4, \quad \lambda > 0$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - (-\mu^2) \sigma^2 - \sqrt{-\mu^2 \lambda} \sigma^3 - \frac{\lambda}{4} \sigma^4 + \text{const.}$$



σ jetzt Teilchen mit positivem Massenquadrat! ($-\mu^2 > 0$)
(Higgs-Teilchen)

aber nicht mehr symmetrisch um neue Symmetrieachse

7.2 Das Higgs-Potential in mehr Dimensionen

Jetzt mit 4 skalaren Feldern $\phi_i, \quad i=0,1,2,3$:

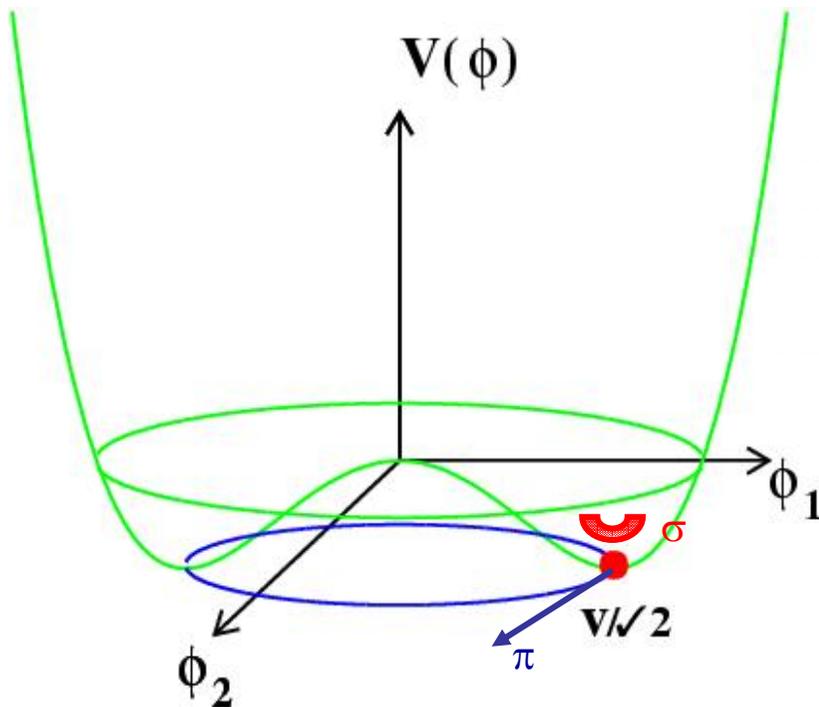
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi_i \partial^\mu \phi_i - \frac{1}{2} \mu^2 (\phi_i \phi_i) - \frac{1}{4} \lambda (\phi_i \phi_i)^2, \quad \lambda > 0, \quad \mu^2 < 0$$

Sektflaschenpotential $\rightarrow \Sigma \phi_i^2 \neq v^2$

Setze z.B. $\phi_0 = v + \sigma, \quad \phi_i = \pi_i, \quad i=1,2,3$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} (-2\mu^2) \sigma^2 - \lambda v \sigma^3 - \frac{\lambda}{4} \sigma^4 \\ & + \frac{1}{2} \partial_\mu \pi_i \partial^\mu \pi_i - \frac{\lambda}{4} (\pi_i \pi_i)^2 - \lambda v \pi_i \pi_i \sigma - \frac{\lambda}{2} \pi_i \pi_i \sigma^2 \end{aligned}$$

σ wieder Teilchen mit positivem Massenquadrat! ($-\mu^2 > 0$, Higgs)
 zusätzlich jetzt 3 masselose "Pionen" (Goldstone-Bosonen)



7.2 Das Goldstone-Theorem

- zu jeder spontan gebrochenen Symmetrie mit n Freiheitsgraden gehören $n-1$ **masselose** skalare Bosonen, (Goldstone-Bosonen)
(Widerstandsfreie Bewegung im "Tal" des Potentials)

Wozu ist dies nun gut?

wir brauchen massive Vektorbosonen!

7.2 Das abelsche U(1)-Modell

Lagrange-Dichte $\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + D_\mu\phi^*D^\mu\phi - V(\phi)$

mit $V(\phi) = \mu^2\phi^*\phi + \lambda(\phi^*\phi)^2$, $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$

invariant unter lokalen U(1)- Eichtransformationen

$$\phi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)}\phi(x) \quad A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) - \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x)$$

wieder Minimum bei

$$\langle\phi\rangle_0 \equiv \langle 0|\phi|0\rangle = \left(-\frac{\mu^2}{2\lambda}\right)^{1/2} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}}$$

und Entwicklung um

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \phi_1 + i\phi_2) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}[v + \eta(x)]e^{i\xi(x)/v}$$

7.2 Das abelsche U(1)-Modell

Einfachste lokale Eichtheorie: U(1) Eichsymmetrie $\Phi \rightarrow e^{i\alpha(x)}\Phi$
Dann im Higgs-Lagrangian Ableitung ersetzen

$$\partial_{\mu} \rightarrow D_{\mu} = \partial_{\mu} - ieA_{\mu}$$

Wie zuvor entwickeln um Minimum und man erhält

$$L = \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\xi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\eta)^2 - v^2\lambda\eta^2 + \frac{1}{2}(ev)^2 A_{\mu}A^{\mu} - evA_{\mu}\partial^{\mu}\xi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

auch hier masseloses Goldstoneboson

$$m_{\xi} = 0, m_{\eta} = \sqrt{2\lambda v^2}, m_A = ev$$

- Komischer Term $A_{\mu}\partial^{\mu}\xi$
- Eichboson A_{μ} hat nun Masse \rightarrow neuer Freiheitsgrad (longitudinale Polarisation), noch nicht berücksichtigt

7.2 Die Lösung: Higgsmechanismus

- „Trick“: Neue Eichtransformation frisst Goldstone-Boson auf:

$$\Phi \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (v + h(x)) e^{\frac{i\theta(x)}{v}}, A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{ev} \partial_\mu \theta$$

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu h)^2 - \lambda v^2 h^2 + \frac{1}{2} e^2 v^2 A_\mu^2 - \lambda v h^3 \\ - \frac{1}{4} \lambda h^4 + \frac{1}{2} e^2 A_\mu^2 h^2 + v e^2 A_\mu^2 h - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

- Ziel erreicht: Ein „massives Photon“ A_μ in einer lokal eichsymmetrischen Theorie, keine Goldstone-Bosonen mehr
- Ein neues massives, ungeladenes Teilchen h taucht auf: Higgs-Boson

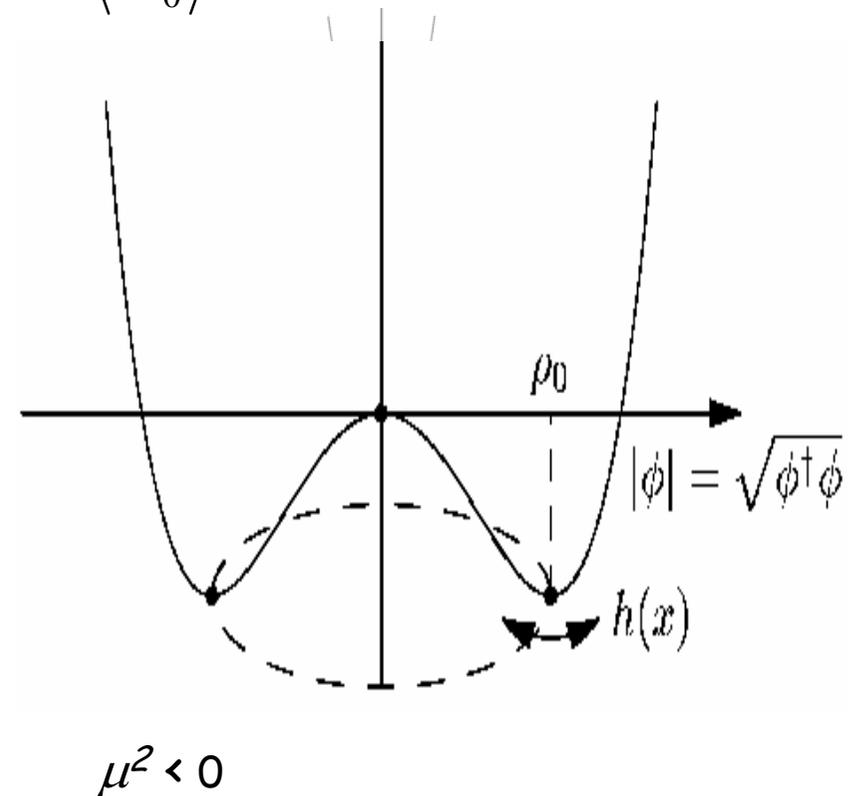
7.3 Standard-Modell: Spontane Symmetriebrechung

- Einführung eines skalaren Hintergrundfeldes, das im Grundzustand eine von Null verschiedene Amplitude besitzt, also einen Vakuumerwartungswert $\langle \Phi_0 \rangle \neq 0$ hat
- Dies erreicht man durch den Ansatz

$$V(\Phi) = \mu^2 |\Phi|^2 + \lambda |\Phi|^4$$

Für den Grundzustand gilt:

$$\langle \Phi_0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad \text{mit } v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$$



7.3 Standard-Modell: Higgs-Boson

- Φ ist ein Dublett komplexer skalarer Felder

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_1 + i\Phi_2 \\ \Phi_3 + i\Phi_4 \end{pmatrix}$$

- Im SM geht man davon aus, daß Φ alles macht:
 - Erzeugt Fermionenmassen durch Yukawa-Kopplung
 - Gibt Vektorbosonen Masse, lässt γ masselos
- Es existieren 4 Higgs-Freiheitsgrade. Drei davon beschreiben masselose Goldstone-Bosonen, die Spinfreiheitsgrade der Vektorbosonen erzeugen --> W und Z massiv.
Der vierte ist hat zur Konsequenz, daß das Higgs-Feld durch Energiezufuhr angeregt werden kann.
→ **Existenz eines neutralen, skalaren Teilchens, das Higgs-Boson**

7.3 Higgs-Mechanismus im Standard-Modell

- Φ ist ein Dublett komplexer skalarer Felder, $\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_1 + i\Phi_2 \\ \Phi_3 + i\Phi_4 \end{pmatrix}$

- addiere zur Standard-Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} + \bar{L}iD_\mu\gamma^\mu L + \bar{e}_R iD_\mu\gamma^\mu e_R \dots$$

einen Higgs-Term (wie vorher)

$$\mathcal{L}_S = (D^\mu\Phi)^\dagger(D_\mu\Phi) - \mu^2\Phi^\dagger\Phi - \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2$$

mit dem Grundzustand

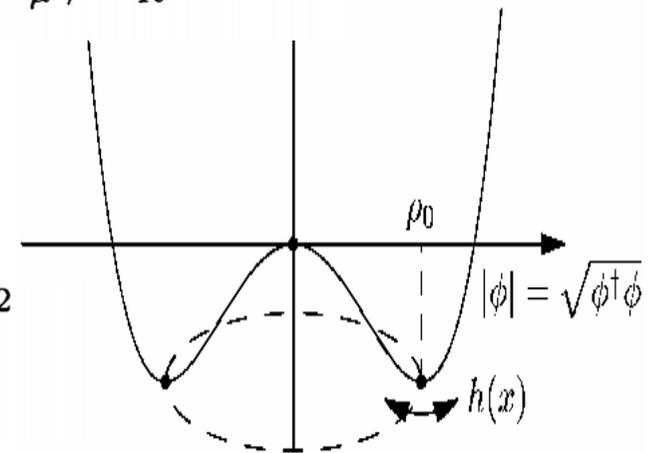
$$\langle \Phi \rangle_0 \equiv \langle 0 | \Phi | 0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad \text{with} \quad v = \left(-\frac{\mu^2}{\lambda} \right)^{1/2}$$

- reparametrisiere

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \theta_2 + i\theta_1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H) - i\theta_3 \end{pmatrix} = e^{i\theta_a(x)\tau^a(x)/v} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H(x)) \end{pmatrix}$$

- und führe Eichtransformation durch

$$\Phi(x) \rightarrow e^{-i\theta_a(x)\tau^a(x)} \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix} \quad \rightarrow \text{Goldstone-Bosonen verschwinden}$$



7.3 Higgs-Mechanismus im Standard-Modell

- Expandiere Higgs-Wechselwirkungsterm nach dieser Transformation

$$\begin{aligned}
 |D_\mu \Phi|^2 &= \left| \left(\partial_\mu - ig_2 \frac{\tau_a}{2} W_\mu^a - ig_1 \frac{1}{2} B_\mu \right) \Phi \right|^2 \\
 &= \frac{1}{2} \left| \begin{pmatrix} \partial_\mu - \frac{i}{2}(g_2 W_\mu^3 + g_1 B_\mu) & -\frac{ig_2}{2}(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ -\frac{ig_2}{2}(W_\mu^1 + iW_\mu^2) & \partial_\mu + \frac{i}{2}(g_2 W_\mu^3 - g_1 B_\mu) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} \right|^2 \\
 &= \frac{1}{2} (\partial_\mu H)^2 + \frac{1}{8} g_2^2 (v + H)^2 |W_\mu^1 + iW_\mu^2|^2 + \frac{1}{8} (v + H)^2 |g_2 W_\mu^3 - g_1 B_\mu|^2
 \end{aligned}$$

- definiere die neuen Felder

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad Z_\mu = \frac{g_2 W_\mu^3 - g_1 B_\mu}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}, \quad A_\mu = \frac{g_2 W_\mu^3 + g_1 B_\mu}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}$$

und suche die relevanten bilinearen Terme heraus

$$M_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{1}{2} M_A^2 A_\mu A^\mu$$

- Dies liefert die gewünschten Boson-Massen:

$$M_W = \frac{1}{2} v g_2, \quad M_Z = \frac{1}{2} v \sqrt{g_2^2 + g_1^2}, \quad M_A = 0$$

7.3 DIE MODIFIZIERTE LAGRANGE-DICHTE

Die Lagrange-Dichte des Higgs-Feldes: im Rahmen der $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Theorie:

$$L = |D_\mu \phi|^2 - V(\phi) = |D_\mu \phi|^2 - (\mu^2 |\phi|^2 + \lambda |\phi|^4) = \left| \left(\partial_\mu + ig T_a W_{a,\mu} + i \frac{g'}{2} B_\mu \right) \phi \right|^2 - V(\phi)$$

Mit

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}$$

folgt:

$$D_\mu \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \partial_\mu H \end{pmatrix} + \frac{ig}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} (W_{1,\mu} - iW_{2,\mu})(v + H) \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{i}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ (g'B_\mu - gW_{3,\mu})(v + H) \end{pmatrix}$$

Also:

$$(D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) = \frac{1}{2} (\partial^\mu H)(\partial_\mu H) + \frac{g^2}{8} |W_{1,\mu} - iW_{2,\mu}|^2 (v + H)^2 + \frac{1}{8} |g'B_\mu - gW_{3,\mu}|^2 (v + H)^2$$

Einsetzen des Z und Ausmultiplizieren:

$$\begin{aligned} (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) &= \frac{1}{2} (\partial^\mu H)(\partial_\mu H) + && \text{E}_{\text{kin}} \text{ des Higgs-Teilchens} \\ &+ \frac{g^2 v^2}{4} (|W_\mu^+|^2 + |W_\mu^-|^2) && \text{W-Masse} \\ &+ \frac{g^2}{8} W_\mu^+ W_\mu^- (2vH + H^2) && \text{H-W-Wwirkung} \\ &+ \frac{g^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu (v^2 + 2vH + H^2) && \text{H-Z-Wwirkung, Z-Masse} \end{aligned}$$

Der Potentialterm wird zu:

$$(\mu^2 |\phi|^2 + \lambda |\phi|^4) = \mu^2 H^2 - \lambda v H^3 - \lambda H^4$$

Er beinhaltet einen **Higgs-Massenterm** und die **Higgs-Selbstwechselwirkungen**.

7.3 Yukawa-Kopplungen

- Nutze Tatsache dass ϕ Isodoublett zur Definition eichinvarianter Fermion-Higgs-Kopplungen:

$$\mathcal{L}_F = -\lambda_e \bar{L} \Phi e_R - \lambda_d \bar{Q} \Phi d_R - \lambda_u \bar{Q} \tilde{\Phi} u_R + h.c.$$

- z.B. erster Term ausgeschrieben:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_F &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_e (\bar{\nu}_e, \bar{e}_L) \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} e_R + \dots \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_e (v + H) \bar{e}_L e_R + \dots \end{aligned}$$

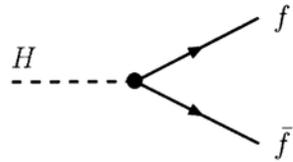
so dass

$$m_e = \left(\frac{\lambda_e v}{\sqrt{2}} \right), \quad m_u = \frac{\lambda_u v}{\sqrt{2}}, \quad m_d = \frac{\lambda_d v}{\sqrt{2}}$$

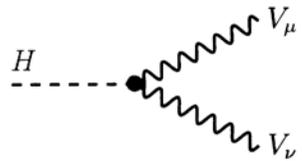
Masse der
Fermionen

- λ_i heissen Yukawa-Kopplungen,
(müssen experimentell bestimmt werden)

7.3 Higgs-Kopplungen im Standardmodell

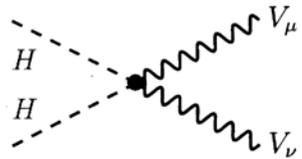


$$g_{Hff} = m_f/v = (\sqrt{2}G_\mu)^{1/2} m_f \quad \times (i)$$



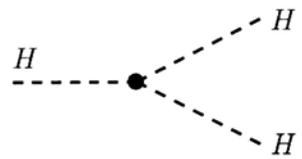
$$g_{HVV} = 2M_V^2/v = 2(\sqrt{2}G_\mu)^{1/2} M_V^2 \quad \times (-ig_{\mu\nu})$$

$M_V = \frac{1}{2}gV$
 $\frac{1}{2}g^2$



$$g_{HHVV} = 2M_V^2/v^2 = 2\sqrt{2}G_\mu M_V^2 \quad \times (-ig_{\mu\nu})$$

$M_V = \frac{1}{2}gV$
 $\frac{1}{2}g^2$



$$g_{HHH} = 3M_H^2/v = 3(\sqrt{2}G_\mu)^{1/2} M_H^2 \quad \times (i)$$

$M_H = gV$
 $3g$



$$g_{HHHH} = 3M_H^2/v^2 = 3\sqrt{2}G_\mu M_H^2 \quad \times (i)$$

$M_H = gV$
 $3g^2$

7.3 Langrangedichte des SM (andere Notation)

- Higgs-Teilchen h (=H) koppelt an die massiven Teilchen
- Kopplung ist proportional zur Masse

$$\begin{aligned}
 L = & -\frac{1}{2} Sp(G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}) - \frac{1}{2} Sp(W_{\mu\nu} W^{\mu\nu}) - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + W_{\mu}^{+} W^{-\mu} m_W^2 \left(1 + \frac{h}{v}\right)^2 \\
 & + \frac{1}{2} Z_{\mu} Z^{\mu} m_Z^2 \left(1 + \frac{h}{v}\right)^2 + \sum_l \left\{ \bar{\nu}_{lL} i\gamma^{\mu} \partial_{\mu} \nu_{lL} + \bar{l} \left[i\gamma^{\mu} \partial_{\mu} - m_l \left(1 + \frac{h}{v}\right) \right] l \right\} \\
 & + \sum_q \bar{q} \left[i\gamma^{\mu} \left(\partial_{\mu} + ig_s G_{\mu}^a \frac{\lambda_a}{2} \right) - m_q \left(1 + \frac{h}{v}\right) \right] q \\
 & - e \left\{ A_{\mu} j_{em}^{\mu} + \frac{1}{\sin \vartheta_W \cos \vartheta_W} Z_{\mu} j_{NC}^{\mu} + \frac{1}{\sqrt{2} \sin \vartheta_W} \left(W_{\mu}^{+} j_{CC}^{\mu} + W_{\mu}^{-} j_{CC}^{\mu+} \right) \right\} \\
 & + \frac{1}{2} (\partial_{\mu} h)(\partial^{\mu} h) - \frac{1}{2} m_h^2 h^2 \left[1 + \frac{h}{v} + \frac{1}{4} \left(\frac{h}{v}\right)^2 \right]
 \end{aligned}$$

7.3 WIEDERHOLUNG: HIGGS MECHANISMUS

Idee des Higgs Mechanismus:

Problem:

- **Experiment:** Teilchen haben Masse
- **Theorie:** Massenterme verletzen $SU(2)_L U(1)_Y$ Symmetrie \rightarrow Wirkungsquerschnitte divergieren und Theorie nicht renormierbar
- **Idee:** Grundzustand (Vakuum) und nicht WW verletzt Symmetrie \rightarrow Vakuum gefüllt mit skalarem, komplexem Feld Φ , Dublett des schwachen Isospins (4 Freiheitsgrade) mit QZ:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$$

	T_3	Q	Y
ϕ^+	$+1/2$	1	1
ϕ^0	$-1/2$	0	1

Lagrangedichte von Φ : $L_\phi = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi)$

$SU(2)_L$ $U(1)_Y$ Potential

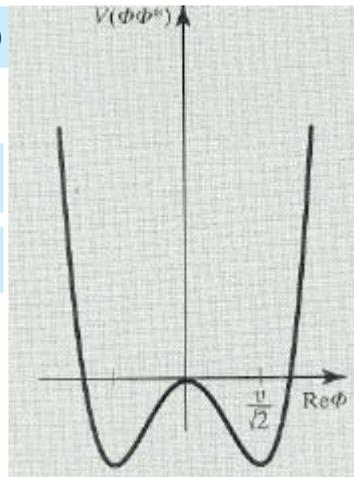
kovariante Ableitung: $D_\mu = \partial_\mu + igT_a W_{a\mu} + ig'Y/2 B_\mu$

für Potential: $V(\phi) = \mu^2 |\phi|^2 + \lambda |\phi|^4 = \mu^2 \phi^+ \phi + \lambda (\phi^+ \phi)^2$

$\mu, \lambda \dots$ neue Naturkonstanten

für $\mu^2 < 0 \rightarrow$ Grundzustand für $\Phi \neq 0$

Vakuumserwartungswert: $\frac{v}{\sqrt{2}}, v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$



Wahl des Grundzustandes \rightarrow spontane Brechung der $SU(2)_L, U(1)_Y$ -Symmetrie

Eichtransformation: $SU(2)$

$U(1)$

$$\phi \rightarrow \phi' = \exp(ig \xi_a(x) T_a) \phi$$

$$\phi \rightarrow \phi' = \exp\left(i \frac{g'}{2} \chi(x)\right) \phi$$

Wahl des Vakuums:

elektrisch neutral und reell:

$$\phi_{\text{Vakuum}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

Entwicklung um Minimum:

Higgs-Teilchen Anregungen senkrecht zum Vakuumkreis

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}$$

Lagrangedichte Higgs Feld:

$$L_\phi = |D_\mu \phi|^2 - V(\phi) = |D_\mu \phi|^2 - (\mu^2 |\phi|^2 + \lambda |\phi|^4) = \left| \left(\partial_\mu + ig T_a W_{a,\mu} + i \frac{g'}{2} B_\mu \right) \phi \right|^2 - V(\phi)$$

$$= \frac{1}{2} (\partial^\mu H)(\partial_\mu H) + \mathbf{E}_{\text{Kin}}(\text{Higgs})$$

$$+ \frac{g^2}{4} W^+ W^- (v + H)^2 \quad (\text{H-W-WW: } \mathbf{M}(\mathbf{W}))$$

$$+ \frac{g_Z^2}{8} Z Z (v + H)^2 \quad (\text{H-Z-WW: } \mathbf{M}(\mathbf{Z}))$$

$$+ V\left(\frac{1}{2}(v + H)^2\right) \quad (\text{H-H-WW: } \mathbf{M}(\mathbf{H}))$$

Vorher-sagen:

$$\mathbf{M}_W = (g \cdot v) / 2$$

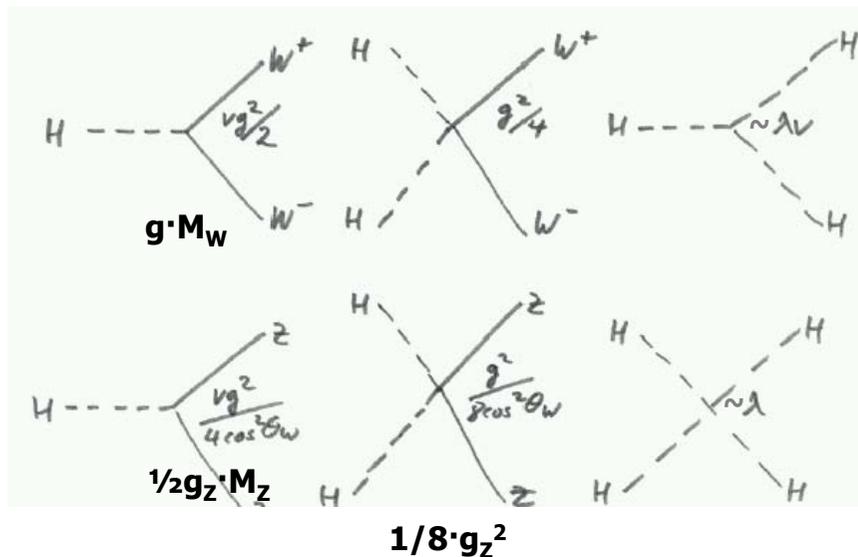
$$\mathbf{M}_Z = (g_Z \cdot v) / 2 = \mathbf{M}_W / \cos \theta_W$$

$$\mathbf{M}_A = 0 \quad (\text{Photon})$$

$$(\mathbf{g}_Z = g / \cos \theta_W) \quad \mathbf{M}_H = \sqrt{-2\mu^2} \quad (\text{unbekannt})$$

7.3 WIEDERHOLUNG: HIGGS/FERMIONEN-KOPPL:

Higgs Kopplungen:



- Masse des Higgs-Teilchens nicht vorhergesagt (wir werden aber sehen, dass Präzisionsmessungen im Rahmen des SM (höhere Ordnungen) enge Grenzen setzen)
- Masse der Fermionen nicht vorhergesagt, aber aus Masse folgt Kopplung an das Higgs, e.g: $m_e = g_e v / \sqrt{2}$
- Higgs Mechanismus ist bisher nicht experimentell nachgewiesen (--> Entdeckung Higgs-Boson und Messen der Kopplungen --> zentrale Fragestellung LHC, ILC)
- Es gibt zahllose Alternativen zum SM-Higgs

7.3 Masse in der schwachen WW: Zusammenfassung

- Massenterme für Eichbosonen (W und Z) verletzen Eichinvarianz
- Im Gegensatz zu QED und QCD verletzen auch Massenterme für Fermionen die Eichinvarianz
- “Technische” Lösung: Higgs-Mechanismus => Masse wird effektiv schwaches Isodublett (nicht Singlett)
- Physikalische Konsequenz: Existenz eines neutralen skalaren Bosons, das Higgs-Boson
-> experimenteller Nachweis steht noch aus.

Wichtigste offene Frage des Standardmodells!

- Higgs-Mechanismus liefert Möglichkeit der Massen, liefert aber nicht deren Werte, insbesondere für die Fermionen -> es muss noch mehr dahinter stecken ...

7.4 TEST DES SM: ELEKTRO-SCHWACHE FITS

Wie gut werden elektro-schwache Präzisionsdaten beschrieben? Was lernen wir?

Vorschau:

- Anzahl und Wahl der „freien“ Parameter
- Zusammenhang Parameter – Messwerte in führender Ordnung,
- Änderungen durch höhere Ordnungen,
- Qualität der Übereinstimmungen und Vorhersagen

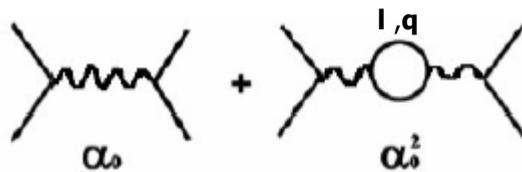
Wahl der Parameter:

1. e , M_W , M_Z (+ $m_{\text{Fermionen}}$, U_{CKM}) ... präzise gemessen
2. M_{top} , M_{Higgs} ... Vorhersagen durch Fits,
3. (α_S ... notwendig wegen Effekte starker WW)

e: Messungen von $(g-2)_e$ und Quantenhalleffekt:

$$\alpha^{-1} = 137.03599911 \pm 0.00000046 \quad (e^2 = 4\pi \cdot \alpha)$$

- Quantenfluktuationen (höhere Ordnungen Kap.4.2)
- „laufende“ Kopplungskonstante



$$\alpha^{-1}(M_Z) = 127.981 \pm 0.018,$$

$$(\Delta\alpha_{\text{QED}} = 0.031497, \Delta\alpha_{\text{QCD}} = 0.0280 \pm 0.0007)$$

Fehler der starken WW dominiert !

M_Z und M_W :

- aus Messung: $M_Z = 91\,187.5 \pm 2.1 \text{ MeV}$ und $M_W = 80\,387 \pm 23 \text{ MeV}$ (G_F kleinerer Fehler!)
 $G_F = (1.166\,37 \pm 0.000\,01) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$

- in **niedrigster Ordnung** gelten:

$$G_F/\sqrt{2} = e^2/(8 \cdot \cos^2\theta_W \sin^2\theta_W) \quad \text{und} \quad \sin^2\theta_W = 1 - M_W^2/M_Z^2 \dots$$

auch diese Beziehungen werden durch Diagramme **höherer Ordnung** verändert – Korrekturen sind klein, aber können dank der großen Präzision der Daten überprüft werden

- es stellt sich heraus, dass es möglich ist dies durch Ersetzen der „nackten“ Parameter a_0 durch „renormierte“ Parameter $\mathbf{a} = \mathbf{a} + \delta\mathbf{a}$ zu erreichen

- $\delta\mathbf{a} \leftarrow$ Auswerten von Feynmandiagrammen höherer Ordnung (sehr aufwendig !):

$\sin^2\theta_W = 1 - M_W^2/M_Z^2$... bleibt gültig für SM-Higgs

$$\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} \propto -N_C \frac{\alpha}{8\pi s_W^2 c_W^2} \frac{M_{\text{Top}}^2}{M_Z^2} + \dots$$

$$\frac{\delta M_W^2}{M_W^2} \propto -N_C \frac{\alpha}{8\pi s_W^2} \frac{M_{\text{Top}}^2}{M_W^2} + \dots$$

$$\delta s_W^2 \propto -s_W^2 N_C \frac{\alpha}{16\pi s_W^2 c_W^2} \frac{M_{\text{Top}}^2}{M_Z^2} + \frac{3g^2 s_W^2}{64\pi^2 c_W^2} \log \frac{M_H^2}{M_W^2} \dots$$

$$c_W^2 \equiv M_W^2 / M_Z^2,$$

$$s_W^2 \equiv 1 - c_W^2$$

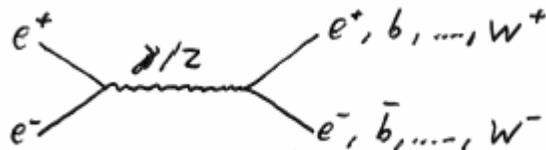
7.4 TEST DES SM: ELEKTRO-SCHWACHE FITS

höhere Ordnungen (virtuelle Korrekturen)

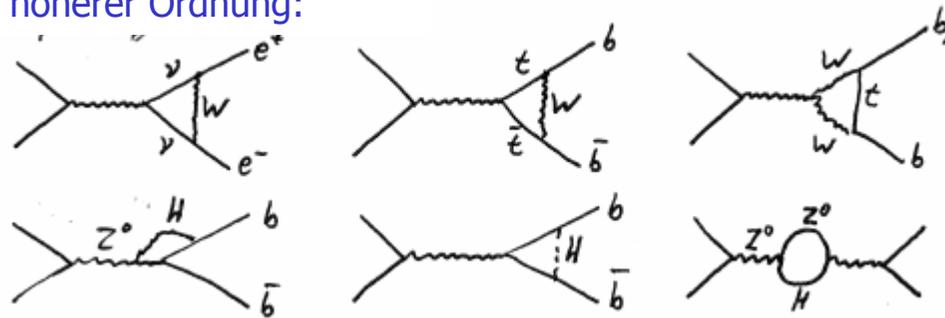
→ ändern die Beziehungen zwischen den Parametern

→ Empfindlichkeit auf Teilchen mit Massen $> \sqrt{s}$
(Bedeutung von Präzisionsexperimenten in der Physik!)

Führende (leading) Ordnung:



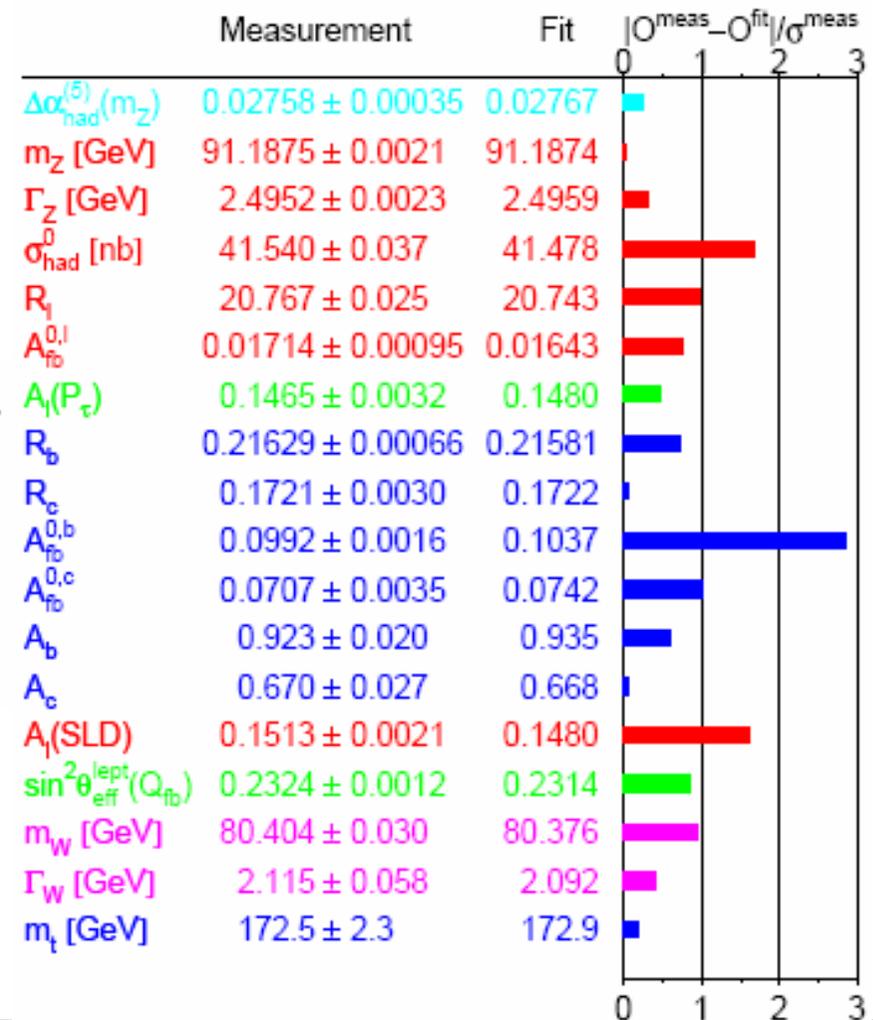
Beispiele für Diagramme
höherer Ordnung:



- Daten innerhalb Fehler durch SM beschrieben
- Vorhersage M_{Top} (vor Entdeckung)
- Vorhersage von M_{Higgs} → Entdeckung am LHC?

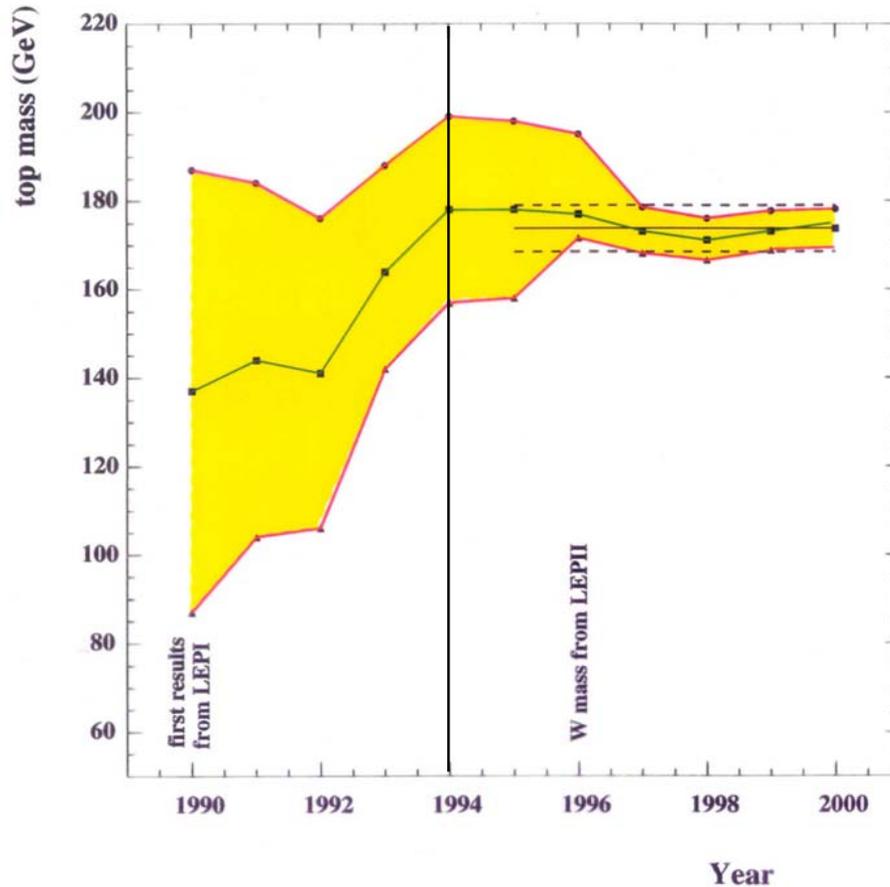
Ergebnisse der EW-Fits:

$$O^{fit} = f_{SM}(\alpha, M_Z, M_W, M_{Top}, M_{Higgs}, \dots)$$



7.5 Intermezzo: ENTDECKUNG DES TOP-QUARK

Aus SM-Fits: Vorhersage der Top-Masse:

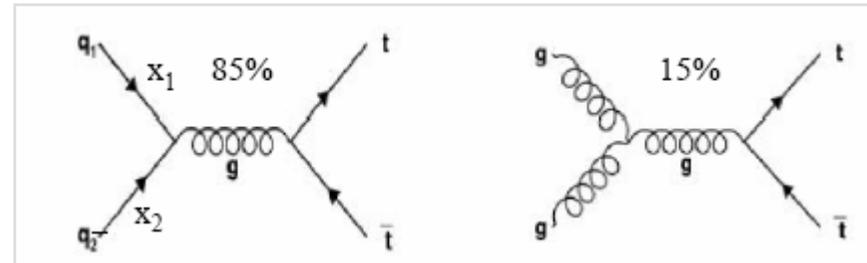


→ 1995: $M_{Top} = 150-200$ GeV

Entdeckung Top 1995 am TeVatron am FNAL:

- 1.8 TeV $\bar{p} p$ -Wechselwirkungen

Erzeugung in $g g$ - und $q \bar{q}$ -WW



- nur TeVatron: $E_{CM}^2(q \bar{q}) = x_1 x_2 s > (2M_{Top})^2$
- $x_1, x_2 > 0.2$
- $\sigma_{Top} \sim 5\text{pb}$ ($\sigma_{tot} \sim 60\text{mb} - 10^{-10}!$)

$$t^* \rightarrow W^+ + b; \quad \bar{t} \rightarrow W^- + \bar{b}$$

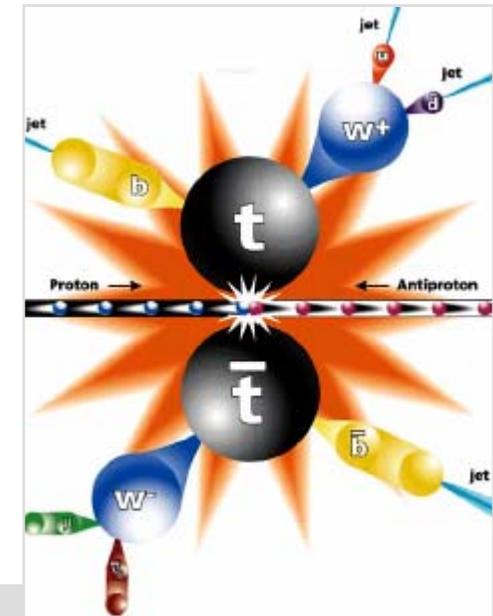
$$\hookrightarrow \ell^+, \nu \quad \hookrightarrow \ell^-, \bar{\nu}$$

$$q, \bar{q} \quad q, \bar{q}$$

W-Zerfall:

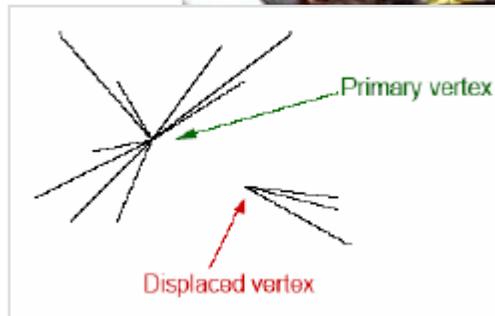
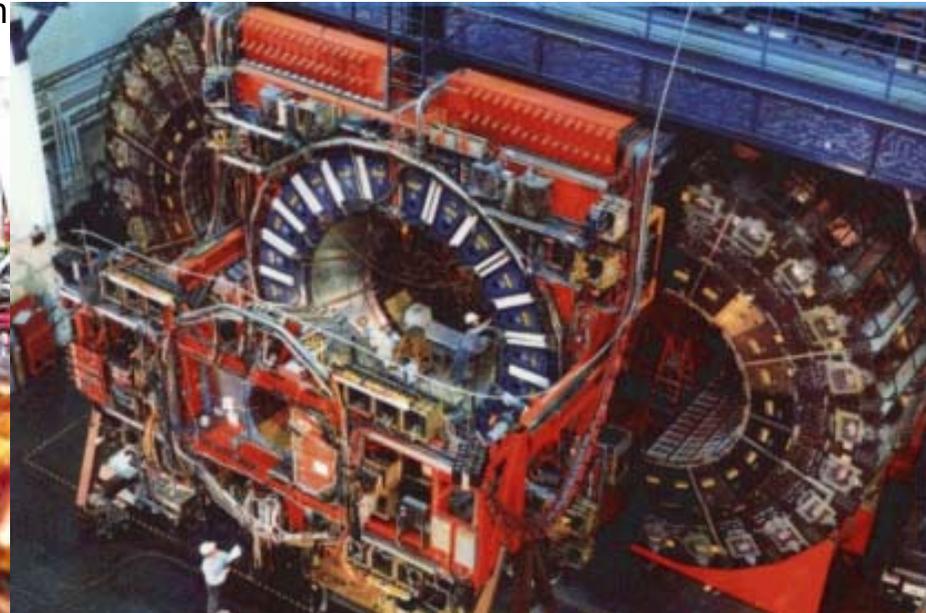
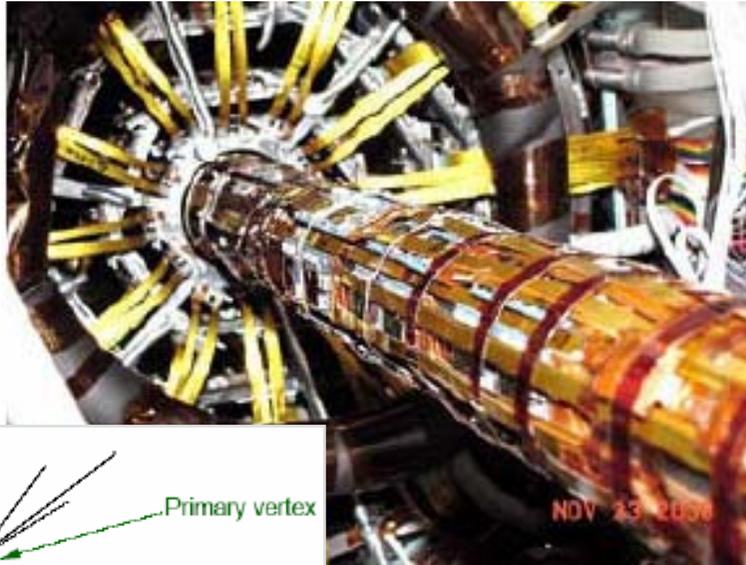
- 3xlept. ($e\nu_e, \mu\nu_\mu, \tau\nu_\tau$)
- 6xhad. ($u\bar{d}', c\bar{s}'$)

*) keine FCNC
 $|V_{tb}| \sim 1 \gg$
 $|V_{ts}|, |V_{tc}|$

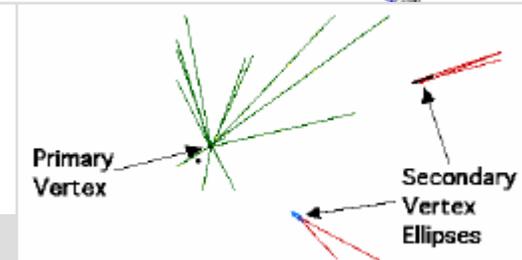
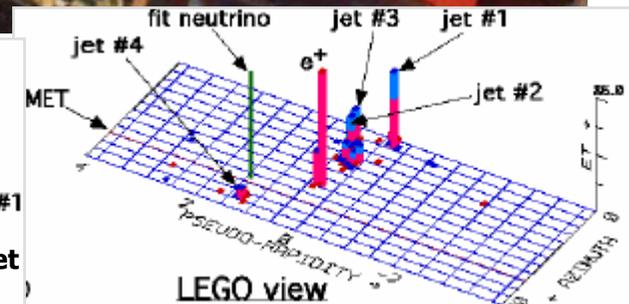
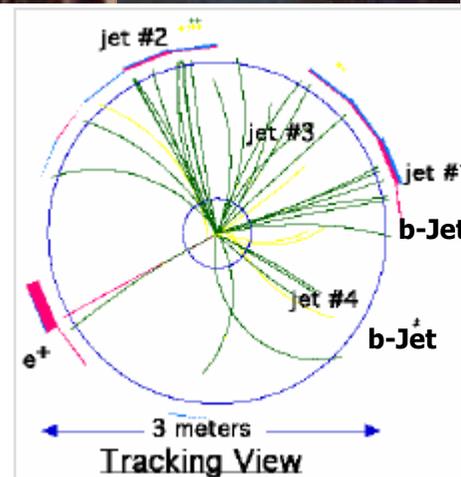


7.5 ENTDECKUNG DES TOP-QUARK

Wesentlich für Identifikation: 2b-Zerfälle mit $c\tau \sim 500 \mu\text{m}$ CDF-Detektor:
 → Präzisionspurdetektor auf der Basis von Si-Detektoren mit $\sim 10\mu\text{m}$ Ortsauflösung:

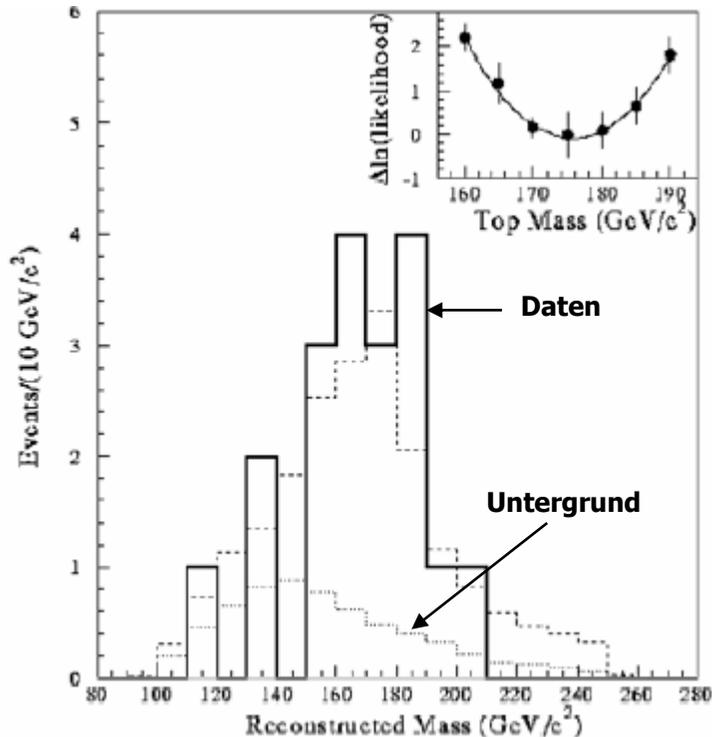


- + Erkennung von Leptonen (e, μ)
- + Messung von Jets
- + Datennahmesystem, das mit einer Latenzzeit von $\sim 20 \mu\text{s}$ 10^6 Ereignisse/s analysiert, auf $\sim 50/\text{s}$ reduziert ohne die Top (und andere interessante) Ereignisse zu verwerfen („Trigger“)



7.5 EIGENSCHAFTEN DES TOP-QUARK

gemessenes Massenspektrum:



1995: $M_{\text{Top}} = 176 \pm 8(\text{stat.}) \pm 10(\text{syst.}) \text{ GeV}$

heute: $M_{\text{Top}} = 172.5 \pm 2.3 \text{ GeV}$

EW-Fits: $M_{\text{Top}} = 172.9 \text{ GeV}$

→ Vorhersagekraft des Standardmodells
(höhere Ordnungen!) demonstriert

Lebensdauer von Top:

- Top kann direkt in $b+W$ zerfallen

- Zerfallsbreite $\sim M_{\text{Top}}^3$:

$$\Gamma_{\text{Top}} = \frac{G_F M_{\text{Top}}^3}{8\pi\sqrt{2}} |V_{tb}|^2 \left(1 - \frac{M_W^2}{M_{\text{Top}}^2}\right) \left(1 + 2 \frac{M_W^2}{M_{\text{Top}}^2}\right) \left[1 - \frac{2\alpha_s}{3\pi} f\left(\frac{M_W^2}{M_{\text{Top}}^2}\right)\right]$$

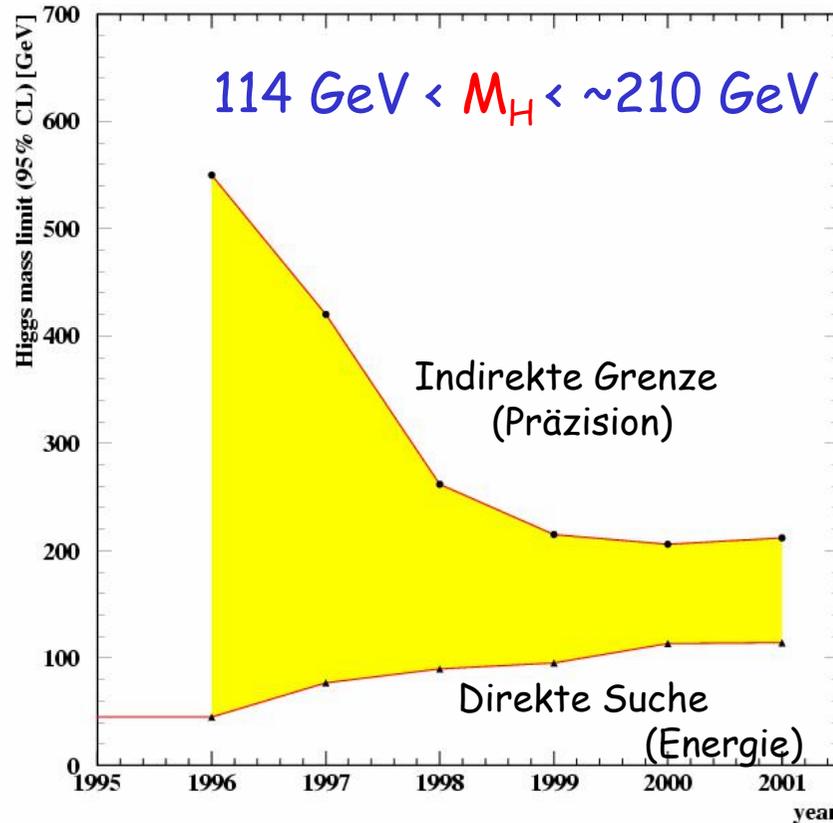
- hadronische und elektro-schwache Korrekturen wurden berechnet $O(10\%)$

- $\Gamma_{\text{Top}} \sim 1.4 \text{ GeV} \rightarrow \tau \sim 5 \cdot 10^{-25} \text{ s} \rightarrow$ zu kurzlebig um einen gebundenen Zustand mit anderen Quarks zu bilden!

7.6 SUCHE NACH DEM HIGGS-BOSON

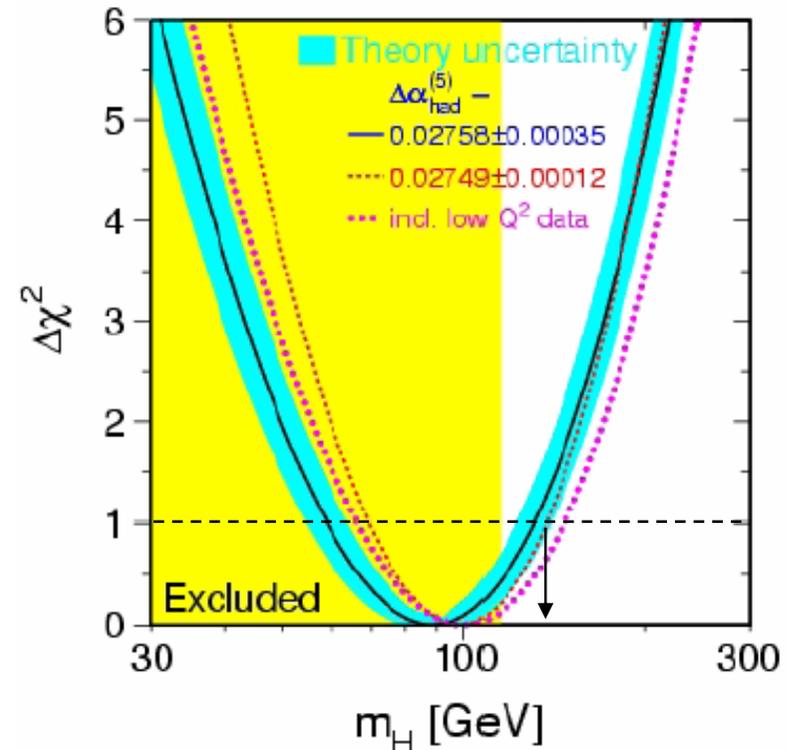
Vorhersage (im SM) der Higgs-Masse:

(aus den EW-Fits)

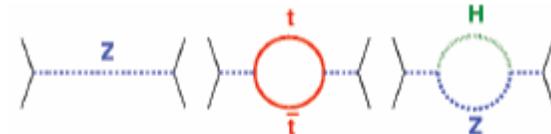


unabhängig vom SM-Higgs (2 komplexe ϕ^+, ϕ^0) verletzt $\sigma(W_L^- W_L^+ \rightarrow ZZ)$ die Unitarität für $M_{\text{Higgs}} > 0.8 \text{ TeV}$ i.e. falls es kein Higgs gibt wird σ für $s > 1 \text{ TeV}^2$ so groß, dass eine andere Physik sichtbar werden muss

$\Delta\chi^2$ -Kurve aus den EW-Fits (Effekte $\sim \log(M_{\text{Higgs}}^2/M_W^2)$)



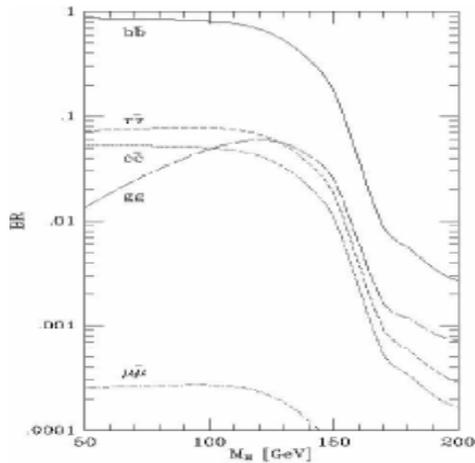
($\Delta\chi^2 = 1 \rightarrow 16\%$ oberhalb der entsprechende M_{Higgs} erwartet)



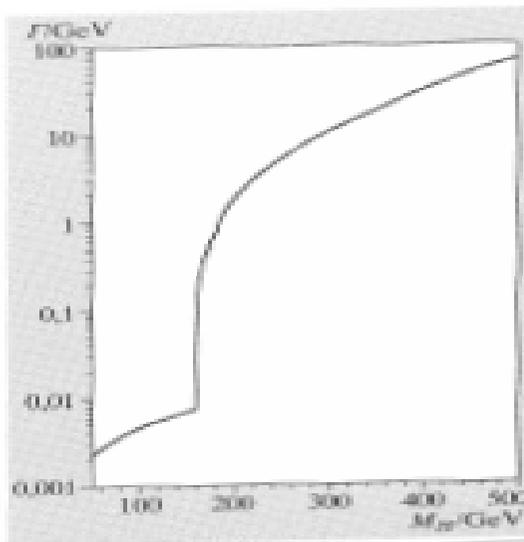
$$\delta M_Z^2 \propto a \frac{M_{\text{Top}}^2}{M_Z^2} + b \log \frac{M_H^2}{M_W^2} + \dots$$

HIGGS: ZERFALLSKANÄLE u. SUCHE IN e^+e^- -WW

Higgs Zerfallskanäle – sehr massenabhängig:
 Zerfall in das jeweils schwerste kinematisch erlaubte Fermion-Antifermion oder Bosonen-Paar:

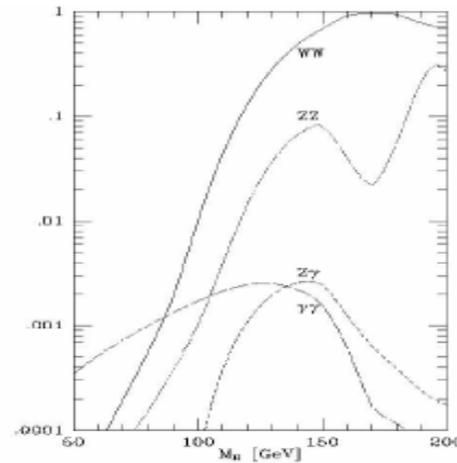


Gesamtbreite Γ :

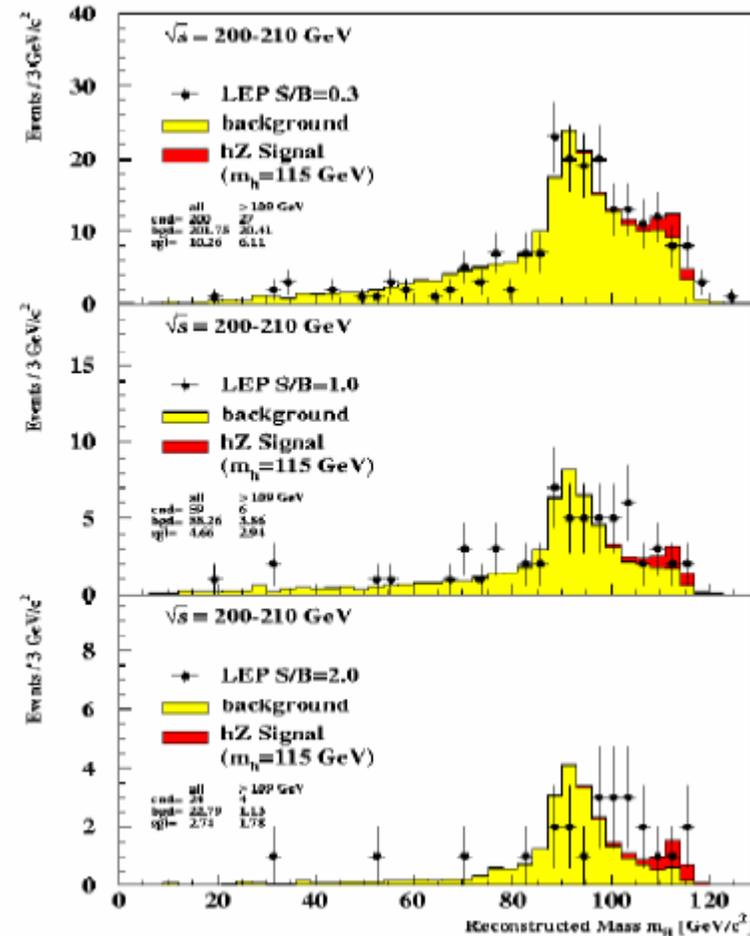
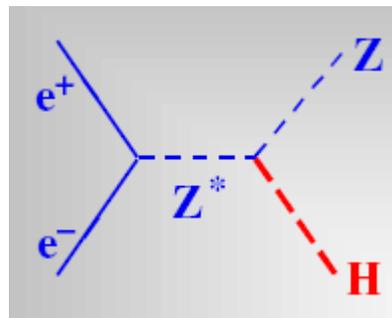


Suche bei LEP – e^+e^- E_{CM} bis 210 GeV:

Überschuss – aber nicht signifikant \rightarrow untere (SM) Massengrenze von $M_{Higgs} > 114.4$ GeV (95% CL):



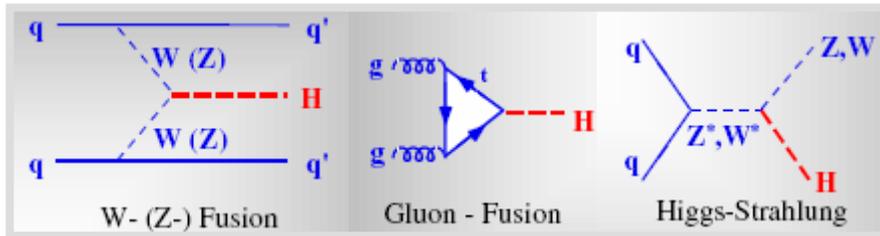
Erzeugung in e^+e^- WW:
 (Higgs-Strahlung)



HIGGS: SUCHE IN pp-WW am TeVatron und LHC

Wirkungsquerschnitte in Hadron-WW:

- Feynmandiagramme:

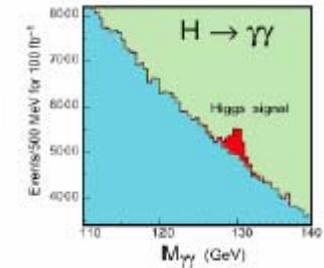
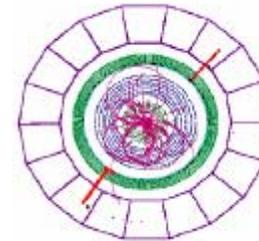


ab 2007 am LHC pp-WW 14 TeV(ATLAS und CMS)

$M_{\text{Higgs}} < 130 \text{ GeV}$:

$H \rightarrow \gamma\gamma$

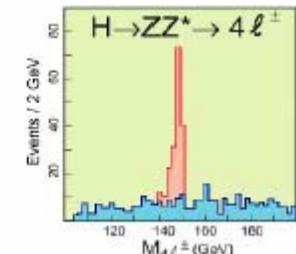
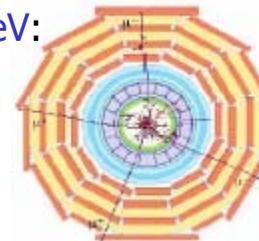
(schwierig – gute $M_{\gamma\gamma}$ -Auflösung, Signal/UG +1/20)



$M_{\text{Higgs}} = 130-500 \text{ GeV}$:

$H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4\ell$

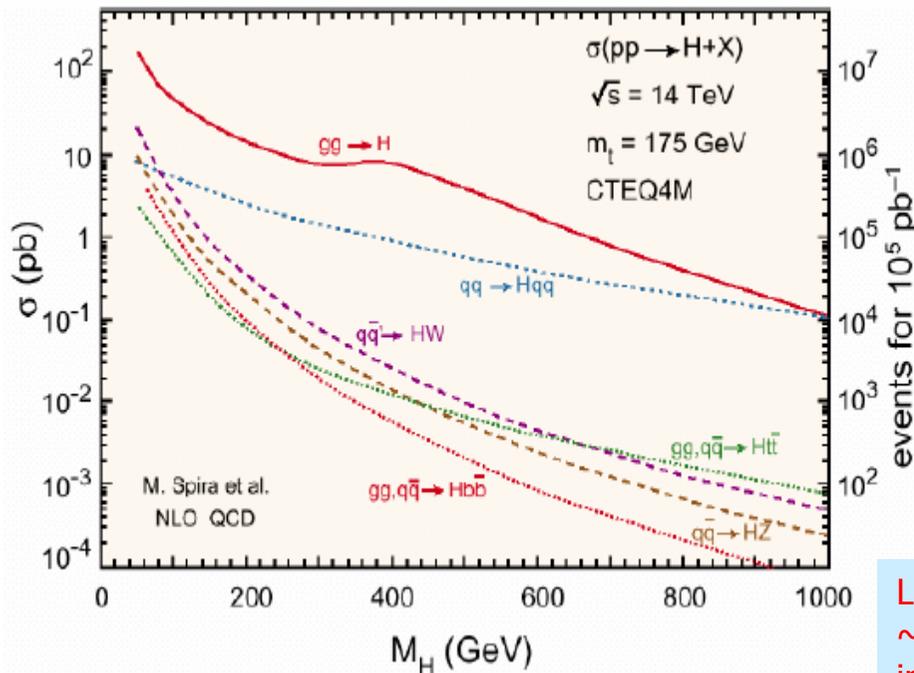
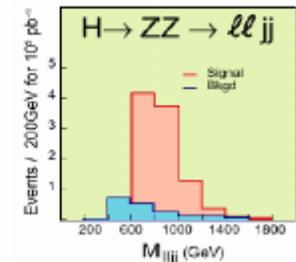
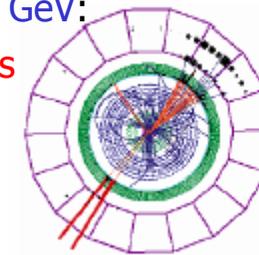
(sehr klar exzellente M_{Higgs} -Auflösung, Γ_{Higgs} ! Signal/UG gut)



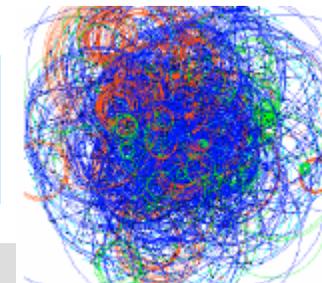
$M_{\text{Higgs}} = 500 \rightarrow 800 \text{ GeV}$:

$H \rightarrow ZZ \rightarrow 2L+2\text{Jets}$

(Signal/UG gut, wenig Ereignisse! Γ_{Higgs} !)



LHC kann Higgs bis $\sim 1\text{TeV}$ sehen, schwierig insbes. bei kleinen M_{Higgs}



Spuren im Spurdetektor

ZUSAMMENFASSUNG

Zusammenfassung Kapitel 6+7

- Elektro-schwache Theorie (**Glashow-Weinberg-Salam**): renormierbare Feldtheorie mit lokaler Eichinvarianz unter $SU(2)_L U(1)_Y$ + Massenerzeugung durch den Higgs-Mechanismus.
- Theorie beschreibt mit einer Anzahl von Parametern (z.B. α_r (α_s), M_Z , M_W , M_{Higgs} , $M_{\text{Fermionen}}$, U_{CKM}), die experimentell bestimmt werden müssen, die präzisen (10^{-4} - 10^{-5} Genauigkeit) experimentellen Daten; damit sind die höheren Ordnungen der Theorie bestätigt.
- Insbesondere sind auch die direkt aus der Symmetrie folgenden Kopplungen wie Z-W-W, Z-Z-Z direkt nachgewiesen.
- Higgs-Teilchen ist experimentell (noch?) nicht nachgewiesen.
- Die elektro-schwache Theorie ist ein wissenschaftlicher Durchbruch vergleichbar mit Newton's Theorie der Gravitation oder der Maxwell'schen Theorie.
- Dennoch (\rightarrow Kapitel 9) werden wir sehen, dass diese Theorie zu Widersprüchen bei Energien > 1 TeV führt, und deshalb nicht die „endgültige“ Theorie sein kann.

\rightarrow Physik jenseits des Standardmodells