Università degli Studi di Ferrara
Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Fisica

Studio di fattibilitdi un magnete correttore superconduttivo per LHC

Relatore:

Chiar. mo Prof. Pietro Dalpiaz

Laureanda:

Erika Garutti

Anno Accademico 1996-97

Indice

Introduzione

Circa un secolo fa Lord Thomson per misurare il rapporto e/m costruí il primo acceleratore (tubo catodico). Da allora gli acceleratori hanno trovato una vasta gamma di applicazioni, dai video televisivi, alla cura del cancro, alla produzione di luce di sincrotrone.

La fisica delle particelle elementari, nata dall'osservazione dei raggi cosmici e delle disintegrazioni nucleari, entra in una fase di rapido progresso allorchè , a partire dagli anni Quaranta, acceleratori di particelle sempre più potenti e complessi rendono possibile l'osservazione precisa e sistematica del microcosmo.

Fino all'inizio degli anni Sessanta, gli acceleratori sono utilizzati esclusivamente per produrre elettroni, di energie e intensità sempre più elevate, che possono essere diretti verso un bersaglio fisso. Nell'urto contro un nucleo del bersaglio, una parte dell'energia cinetica della particella incidente si trasforma in materia nuova, secondo la relazione di A. Einstein, $E = mc^2$; tuttavia, per il principio di conservazione del moto del baricentro in un sistema isolato, il momento cinetico dei prodotti dell'interazione deve risultare identico a quello della particella incidente: pertanto la frazione di energia cinetica realmente disponibile per creare nuove particelle non può essere molto elevata. Per evitare questo inconveniente, sul finire degli anni Cinquanta vengono ideati i primi collisionatori, acceleratori nei quali si fanno collidere due fasci di particelle circolanti in direzioni opposte. Il baricentro di due particelle identiche, che si urtano con la stessa energia, è immobile nel sistema di riferimento dell'acceleratore, dunque tutta l'energia cinetica iniziale può contribuire a creare nuove particelle.

L'idea di utilizzare collisionatori ad elettroni si fa strada e viene approfondita dapprima negli USA. È però il contributo di pensiero di Bruno Tuschek, fisico austriaco dei Laboratori Nazionali di Frascati, a dare l'impulso decisivo a questo settore.

Nel 1961 egli suggerisce di far circolare in direzioni opposte in un unico acceleratore fasci di elettroni e positroni e illustra tutti i vantaggi di questa soluzione che darà vita nel successivo trentennio a diverse generazioni di acceleratori leptonici, dal piccolo AdA (Anello di Accumulazione), di soli 2 m, al gigantesco LEP di circa 9 km di diametro.

I collisionatori adronici nascono più di recente, il primo di essi, detto ISR (Intersecting Storage Rings) viene concepito al CERN nella seconda metà degli anni Sessanta, e resta operante fino al 1983.
Sul finire degli anni Sessanta, l'acceleratore a protoni SPS (Super Proton Synchrotron) del CERN, originariamente concepito per accelerare fasci singoli di protoni fino a 450 GeV, è trasformato in un collisionatore per protoni e antiprotoni, capace di fornire un'energia cinetica di 540 GeV per interazione. Tale impresa, basata su una proposta di C. Rubbia del 1975, porta alla scoperta dei bosoni vettoriali intermedi nel 1983.

Alcuni anni più tardi, nel laboratorio FERMI presso Chicago entra in funzione il primo acceleratore di protoni dotato di magneti superconduttori, detto Tevatron. Si tratta di una macchina rivoluzionaria, i cui magneti, raffreddati a 4.5 gradi Kelvin, sono in grado di produrre campi di 4.5 Tesla. Dimostrando che è possibile confinare in un ambiente criogenico intensi fasci di particelle con elevata energia cinetica, il Tevatron ha aperto la strada a una generazione di acceleratori adronici che faranno ricorso a tecnologie all'avanguardia per la realizzazione di magneti ad alto campo.

Una differenza di rilievo fra collisionatori leptonici e adronici è legata al fatto che i leptoni sono particelle prive di struttura, mentre gli adroni sono particelle composite, costituite da quark e gluoni, fra i quali va suddivisa l'energia disponibile. Nelle interazioni fra leptoni l'energia messa in gioco è rigorosamente identica a quella delle particelle incidenti, mentre negli scontri tra adroni solo una parte dell'energia iniziale è disponibile per l'interazione che avviene tra uno solo dei quark o gluoni di un adrone e un solo quark o gluone dell'altro. A prima vista questo fatto sembra dare un vantaggio indiscutibile alle macchine elettroniche. Ma in realtà nelle macchine adroniche si possono raggiungere energie almeno di un ordine di grandezza superiore, per cui in questa situazione l'energia effettiva di collisione risulta essere di gran lunga piu' elevata. Ciò dipende dal fatto che una particella carica in movimento lungo un'orbita incurvata irraggia una quantità di energia elettromagnetica proporzionale alla quarta potenza della propria massa relativistica, un fenomeno che nel caso di acceleratori leptonici di forma circolare determina il valore limite dell'energia disponibile.

L'efficienza di collisione si misura tramite un parametro detto luminosità , sostanzialmente proporzionale al numero di particelle suscettibili di collidere nell'unità di tempo. Più precisamente la luminosità è il rapporto tra la frequenza di interazioni e la superficie utile di collisione, detta anche sezione d'urto. Nei processi in cui viene creata una massa M, la sezione d'urto di produzione è inversamente proporzionale a potenze di M, pertanto, se M è molto grande, la sezione d'urto è molto piccola ed è quindi necessario disporre di alta luminosità per ottenere frequenze di reazioni osservabili. La formula completa che descrive questo parametro è :

$$L = \frac{N^2 k_b f \gamma}{4\pi\varepsilon_n \beta^*} F \tag{0.1}$$

dove N è il numero di particelle per pacchetto, k_b il numero di pacchetti , f la frequenza di rivoluzione, γ il fattore relativistico, ε_n l'emittanza trasversa normalizzata, β^* il valore della funzione di betatrone nel punto d'interazione, infine F è il fattore di riduzione dovuto all'angolo d'intersezione, che in LHC vale circa 0.9 [1].

Dalle osservazioni precedenti si capisce come l'alta energia e l'alta luminosità siano proprietà fondamentali di un collisionatore che si integrano mutuamente. L'alta energia permette di produrre particelle di massa sempre più elevata, mentre l'alta luminosità fornisce allo sperimentatore la possibilità di accrescere la frequenza di produzione di tali particelle [2].

La strada che ha condotto all'utilizzo del sincrotrone come strumento d'indagine del mondo ad alte energie non è stata breve: dal primo tubo catodico costruito da Thomson si è passati dapprima alla realizzazione del betatrone. Questo acceleratore per elettroni sfrutta la legge d'induzione di Faraday:

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{0.2}$$

purtroppo, però , con questo tipo di macchina in pratica si possono raggiungere solamente i 200 MeV, energia che si è presto rivelata insufficiente per la ricerca avanzata. Un notevole passo in avanti è stata la costruzione del ciclotrone, in grado di accelerare anche protoni e ioni, raggiungendo per i protoni l'energia limite di 600 MeV, dopo i quali si entra in regime relativistico e il rapporto carica-massa non è più costante. Per il suo funzionamento il ciclotrone sfrutta la legge:

$$\vec{F} = e\vec{v} \times \vec{B} \tag{0.3}$$

che assicura un moto circolare ad una particella immersa in un campo magnetico uniforme e perpendicolare alla sua traiettoria, qualora questa possieda una velocità iniziale. Naturalmente il moto non sarebbe di per sè accelerato, quindi bisogna introdurre una differenza di potenziale che ad ogni semi-giro dia una "spinta" alla particella aumentandone la velocità , fino al raggiungimento del limite che si ha quando $v_{max} = BR\frac{q}{m}$. Cosí facendo ad ogni giro il raggio dell'orbita aumenta, mentre resta costante il periodo di percorrenza. Da ciò si deduce che, anche se non si incorresse nel problema relativistico, il ciclotrone non potrebbe comunque costituire la soluzione adatta per raggiungere le alte energie, in quanto i magneti fissi necessari per contenere l'orbita circolare sempre crescente diventerebbero troppo grandi, quindi eccessivamente costosi. Anche il ciclotrone quindi ha dovuto cedere il passo ad una macchina più sofisticata, il sincrotrone. Per ovviare all'inconveniente della dimensione dei magneti si è pensato di mantenere l'orbita fissa con magneti che producono un campo variabile nel tempo e accelerare il fascio con un sistema a radiofrequenza. Per mantenere il fascio focheggiato si utilizzano stringhe di lenti magnetiche che alternano un quadrupolo focalizzante ad uno defocalizzante per ottenere in entrambe le direzioni, perpendicolari a quella del moto, lo stesso grado di correzione.
Su queste basi nasce il modello di sincrotrone che, migliorato e perfezionato attraverso gli anni, costituisce il principio di funzionamento dei moderni acceleratori.

0.1 Presentazione del lavoro

Lo scopo prefisso per questa tesi è quello di riassumere il lavoro svolto presso l'organizzazione europea per la ricerca nucleare (CERN, Ginevra). Ad un inquadramento generale del progetto per il collisionatore LHC seguirà una presentazione del problema della realizzazione di un sistema magnetico adatto alle esigenze specifiche e uno studio sulla correzione degli errori del campo magnetico ottenuto.
Il secondo capitolo sarà dedicato in particolare ai correttori dipolari e sestupolari

necessari, verrà data una descrizione dei modelli preesistenti accompagnata dai risultati dei tests svolti sui prototipi costruiti. A partire da tali risultati troverà motivazione il nuovo progetto, che costituirà la parte innovativa di questo lavoro. Questa parte verrà discussa nel terzo capitolo dove verranno trattati separatamente i modelli per dipolo e sestupolo, mentre il quarto capitolo riporterà lo studio eseguito sull'interferenza dei due magneti una volta inseriti nella struttura pensata per il reticolo magnetico di LHC. Questa parte conclusiva permetterà di stabilire se il progetto è fattibile dal punto di vista meccanico, fornendo le indicazioni e le basi per lo sviluppo e lo studio della realizzazione pratica del modello.

Capitolo 1

LHC: Large Hadron Collider

In questi anni il CERN sta lavorando alla realizzazione di un poderoso strumento di indagine del microcosmo: un collisionatore adronico capace di produrre collisioni di protoni fino a un'energia totale di 14 TeV, a una luminosità mai raggiunta in passato di $10^{34}s^{-1}cm^{-2}$.

Le leggi che governano il microcosmo sono sintetizzate in una teoria generale detta Modello Standard che, come ogni altra legge fisica, è sottoposta a continue verifiche, per chiarirne il dominio di validità . LEP, lavorando ad energie dell'ordine di 100-200 GeV, ha permesso di studiare oggetti di dimensioni pari a $10^{-18}m$, e situazioni analoghe a quelle che regnavano nell'universo in espansione, 10^{-10} secondi dopo il Big Bang. Ma esiste ancora una vasta gamma di problemi non risolti, la cui indagine richiede energie e risoluzioni spaziali inaccessibili agli odierni acceleratori. Si suppone, ad esempio, che nel periodo tra 10^{-12} e $10^{-10}s$ dopo il Big Bang i bosoni W e Z, intermediari delle interazioni deboli, abbiano assunto una massa di valore considerevole e pertanto siano scomparsi dalla scena cosmica a causa del continuo raffreddamento dell'universo. Per verificare tale ipotesi è necessario estendere di un ordine di grandezza l'energia e la risoluzione spaziale disponibile nell'esplorazione dei fenomeni in gioco.

Queste esigenze hanno condotto ad elaborare soluzioni tecniche per il sistema magnetico molto innovative sia rispetto ad acceleratori già realizzati (Tevatron, HERA), sia rispetto al progetto americano, SSC, abbandonato nel 1993.

Volendo sfruttare la presente struttura del tunnel del LEP, riadattandola per due fasci paralleli di adroni, si deve utilizzare un campo magnetico molto elevato (8.4

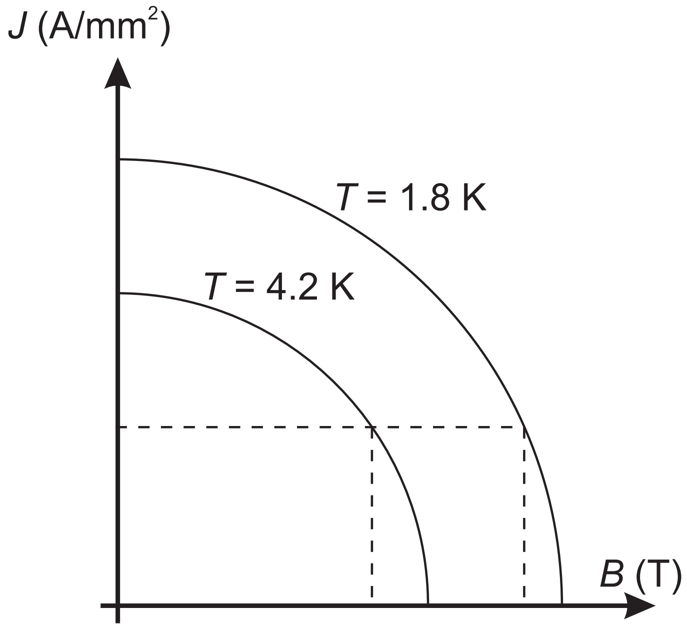

Figura 1.1: Schematizzazione dell'andamento di J-B in funzione della temperatura.

Tesla) per curvare i protoni, di 7 TeV, lungo la curvatura dei due anelli. È quindi stato necessario progettare magneti in grado di soddisfare queste esigenze. Dapprima si può notare che un campo magnetico più grande si ottiene con cavi superconduttivi al NbTi, raffreddandoli a una temperatura di 1.8K a mezzo di elio superfluido. In effetti, ad una temperatura data, la densità di corrente ottenibile in un cavo, fattore determinante per il disegno di un magnete, decresce rapidamente all'aumentare del campo. Raffreddando a 1.8K invece che a 4.2K con una densità di corrente fissata si ottiene un campo più elevato di circa il 30%, come è chiaramente mostrato in Fig:1.1. Maggiori dettagli sul comportamento superconduttivo di questo materiale sono riportati nel sottoparagrafo relativo agli effetti di quench.
Cosí i magneti di LHC funzioneranno ad un campo di 8.4T, ben più elevato di quelli di HERA (4.7T) e dello stesso SSC (6.6T).
Dall'intenzione di accelerare due fasci di protoni e non protone e antiprotone (o in generale particella e antiparticella) come già accade in altri collisionatori, nasce l'esigenza di due anelli separati con due distinti sistemi magnetici che curvino la traiettoria dei protoni in senso opposto. Per permettere le collisioni i due anelli dovranno avere punti in comune, questi punti saranno anche sede delle postazioni

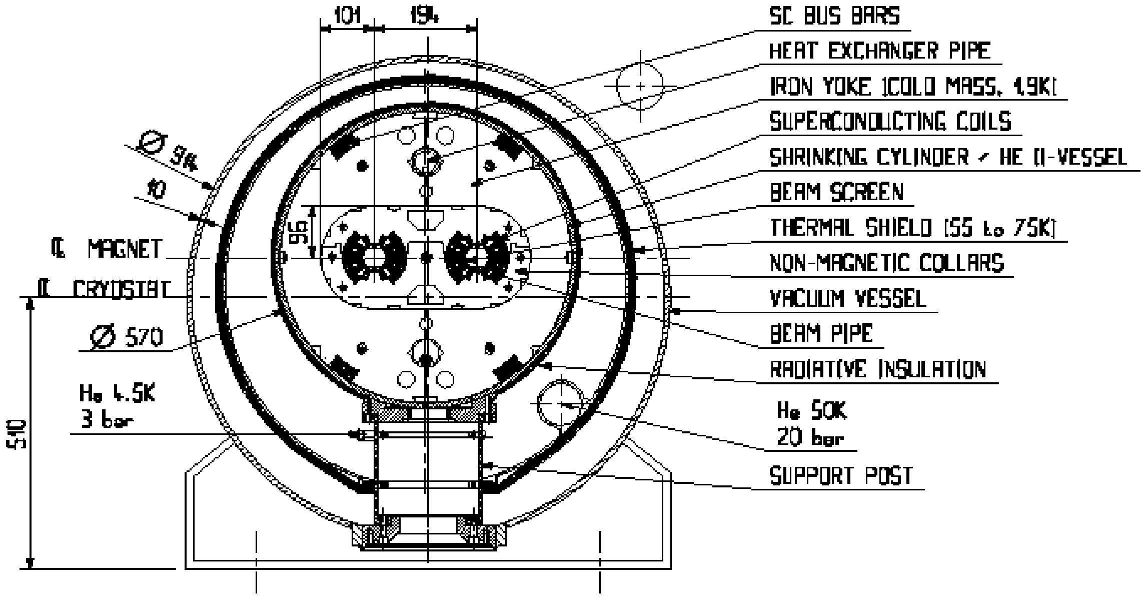

Figura 1.2: Sezione della struttura di LHC

sperimentali associate all'apparato d'accelerazione.

Un'altra novità importante adottata per il circuito magnetico è costituita dalla cosidetta struttura "due-in-uno". I due canali magnetici in cui circoleranno le particelle sono infatti sistemati nello stesso giogo e contenuti nello stesso criostato, con notevole economia sia di spazio trasversale nel ristretto tunnel del LEP, che di costi [2]. In Fig: 1.2 è riportata la sezione del tunnel di LHC, in cui si può notare la struttura due-in-uno sia dello schermo in ferro, che del criostato.

1.0.1 Quench

La sfida tecnologica rappresentata dai magneti di LHC si può valutare meglio quando si pensi che le forze elettro-magnetiche che si sviluppano nelle bobine crescono col quadrato del campo e che la capacità termica dei conduttori metallici alla temperatura di 1.8K è solo un decimo di quella a 4.2K. Ciò significa che una stessa quantità di energia liberata da un piccolo spostamento di un conduttore provoca un aumento di temperatura della massa metallica dieci volte più elevato a 1.8K che a 4.2K. L'attrito, generando calore, può produrre una transizione allo stato normale resistivo (chiamata "quench"), con conseguente perdita delle proprietà supercon-

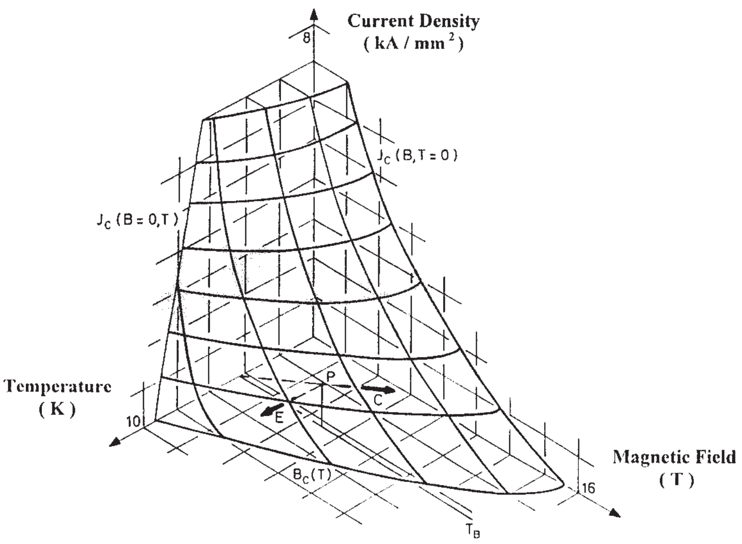

Figura 1.3: Niobio-Titanio

duttive. Nell'ottica di evitare questo effetto è richiesta una struttura meccanica particolarmente stabile che limiti al massimo gli spostamenti delle bobine una volta in sede.

Affinchè un superconduttore, come il Niobio-Titanio, rimanga nello stato superconduttivo, è necessario che i tre parametri: temperatura, campo magnetico, densità di corrente, stiano al di sotto della superficie critica caratteristica per quel materiale, Fig.1.3. Nel caso di NbTi si ha:

$$T_c(0) = 9.2\,K \quad (con\ \ B = 0\ \ e\ \ I = 0) \tag{1.1}$$

$$B_c(0) = 14.5\,T \quad (con\ \ T = 0\ \ e\ \ I = 0) \tag{1.2}$$

oltre questo limite si ha la transizione allo stato normale resistivo: questo processo è denominato quench [6].

1.1 Struttura del sistema d'accelerazione

Nell'ottica di massimo sfruttamento delle risorse preesistenti, per minimizzare costi e tempi di realizzazione, è stato deciso di utilizzare, per la realizzazione di LHC, alcune strutture già esistenti, quali il sistema di iniezione: i protoni vengono prodotti

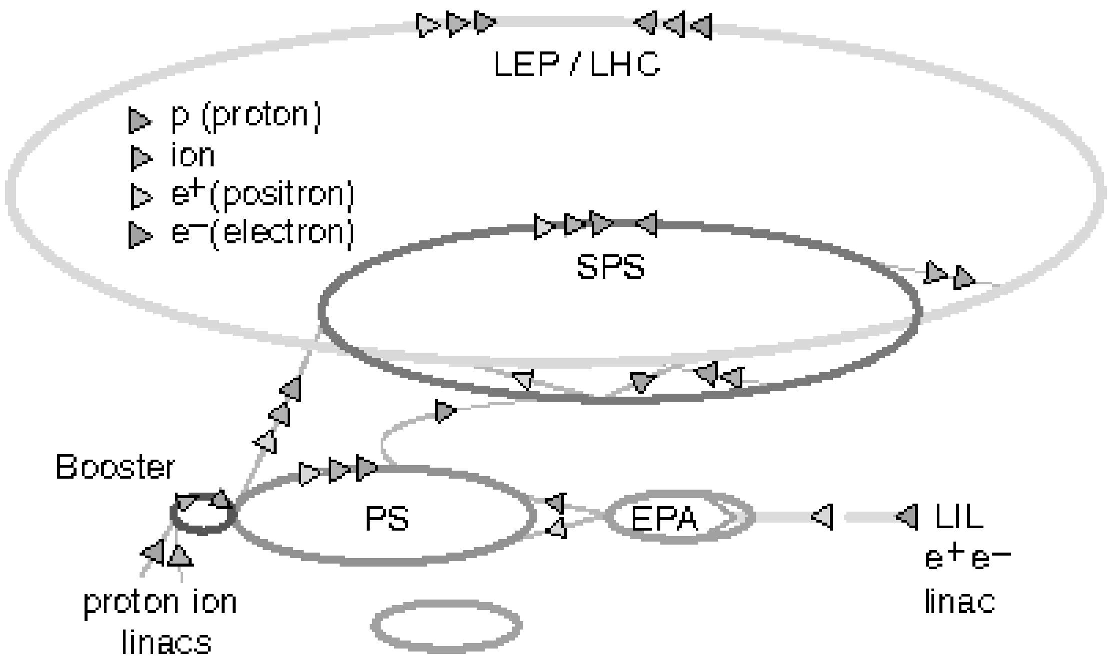

Figura 1.4: Sistema d'iniezione ad LHC

da una sorgente "duo-plasmatron", accelerati fino a 50 MeV da un *linac*[1], utilizzato come iniettore del primo anello accumulatore, nel quale raggiungono l'energia di 1 GeV (*Booster*). A questo punto il fascio viene mandato ad un Proto-Sincrotrone (*PS*) e accelerato fino a 26 GeV. L'elevata luminosità nominale richiede due cicli di Booster per riempire il PS, un nuovo sistema a radiofrequenza (RF) a 40 MHz sarà inserito per ricompattare il fascio in un treno di pacchetti spaziati di 25 ns, successivamente compressi da un sistema di RF a 80 MHz. Tre pacchetti di protoni verranno trasmessi al Super-Proto-Sincrotrone (*SPS*), qui saranno nuovamente compressi e accelerati a 450 GeV, ed infine trasferiti all'anello di LHC, attraverso due nuove linee di trasferimento, vedi Fig.1.4. L'intera operazione viene ripetuta 12 volte per riempire l'intera circonferenza, con un ciclo di 16.8 sec. Una volta riempiti gli anelli il fascio sarà accelerato all'energia nominale di collisione in circa 20 minuti [1].

[1]acceleratore lineare. Oltre a quello gia' esistente per protoni, ne verrà aggiunto uno per ioni Pb.

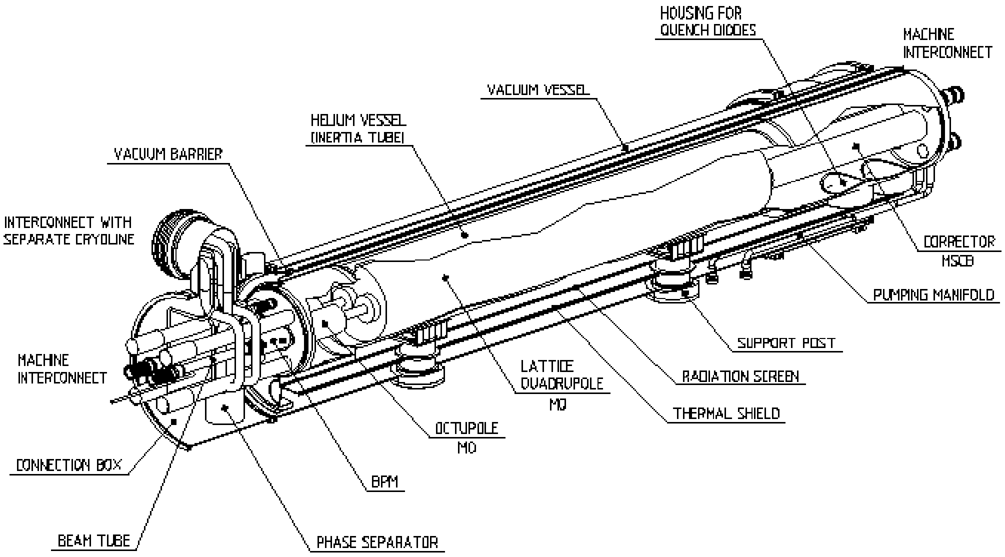

Figura 1.5: Sezione diritta corta.

1.1.1 Sistema magnetico

L'intero tunnel del LEP, che sarà utilizzato per LHC, è costituito da otto archi di cerchio con raggio medio di curvatura di 3 km e da otto sezioni diritte. La struttura pensata per gli archi di cerchio di LHC è ciclica e formata dal susseguirsi di un modulo di base di circa 51 m di lunghezza, costituito da tre magneti dipolari e uno quadrupolare, entrambi con la struttura "due-in-uno". Il modulo è completato da magneti singoli per correggere gli errori multipolari dei magneti principali separatamente su ciascuno dei due fasci. Ci sono in tutto 48 moduli per ottante.
Nelle sezioni diritte altri magneti simili a quelli principali servono, oltre che a guidare e focheggiare i fasci, a ridurre a zero la dispersione (dipendenza della posizione dal momento delle particelle).
Una sezione diritta corta (short straight section) è lunga circa 3.10 m ed è costituita da un quadrupolo con gradiente di 223 T/m, un dipolo-sestupolo correttore, un ottupolo, diodi di protezione per i quench e un'unità criogenica per la produzione, in loco, dell'elio superfluido, vedi Fig:1.5.

In totale devono essere installati 1296 magneti dipolari e 376 quadrupolari negli archi, varie decine di altri magneti nelle sezioni diritte, e un insieme di parecchie migliaia di avvolgimenti di correzione.
Le specifiche riguardanti i diversi elementi magnetici sono riportate in Tabella 1.1.

Tipo	*Campo nominale*	*Lung. magnetica*	*Corrente nominale*
Dipolo	$8.4T$	$14.2m$	$11500A$
Quadrupolo	$223T/m$	$3.10m$	$11780A$
Correttore combinato			
Dipolo	$1.5T$	$1.03m$	$32A$
Sestupolo	$1500T/m^2$	$1.1m$	$600A$
Ottupolo	$6.7\,10^4 T/m^3$	$0.32m$	$600A$
Sestupolo	$1970T/m^2$	$0.1m$	$600A$
Decapolo	$1.3\,10^6 T/m^4$	$0.063m$	$600A$

Tabella 1.1: Parametri principali del sistema magnetico.

Il sistema criogenico, il cui scopo è di mantenere alla bassissima temperatura di 1.8 K una massa totale da 50000 tonnellate, con un volume totale di elio liquido di 400 metri cubi, sfrutta due caratteristiche importanti dell'elio a questa temperatura, cioè le sua elevata conducibilità termica e la sua superfluidità . L'insieme delle bobine di un circuito metallico di un magnete, la cosidetta massa fredda, è immerso in un bagno statico di elio mantenuto ad una pressione leggermente superiore a quella atmosferica al fine di evitare entrate impreviste d'aria. Il bagno è raffreddato da un piccolo flusso d'elio liquido, circolante in un tubo scambiatore di calore. La grande conducibilità termica e la bassa viscosità permettono l'evacuazione del calore prodotto, ad esempio dai giunti leggermente resistivi dei conduttori.

1.1.2 Sistema per il vuoto

Si potrebbe pensare che in una macchina a cosí bassa temperatura non dovrebbe essere difficile ottenere il vuoto spinto, necessario alla circolazione dei fasci di particelle, a causa dell'effetto di "pompaggio criogenico" prodotto dalla parete fredda del criostato. In effetti il vuoto all'interno dei tubi del criostato inseriti nelle due aperture e mantenuti a 1.8K sarebbe del tutto soddisfacente, ma, senza altre precauzioni, i tubi sarebbero esposti alla radiazione di sincrotrone emessa dai fasci. Questa potenza è modesta rispetto alle macchine ad elettroni (circa 1 W per metro), ma deve essere assorbita a 1.8K e quindi con un consumo di potenza dal sistema criogenico di circa mille volte superiore. Si inserisce quindi un secondo tubo con funzione di schermo, isolato termicamente da quello del criostato e raffreddato a temperature superiori (da 5 a 20K) da un flusso di elio gassoso, che intercetti la radiazione di sincrotrone. La parte interna di questo tubo agisce anche come criopompa, sicchè all'inizio dell'operazione le condizioni di vuoto dovrebbero essere soddisfacenti. Ma la radiazione di sincrotrone prodotta dalla circolazione dei fasci deassorbe molecole di gas dalla parete del tubo-schermo, che si depositano sulla superficie fredda. Alle temperature dello schermo un semplice strato monomolecolare è sufficiente per produrre un aumento intollerabile della pressione del gas residuo sul percorso del fascio. La soluzione di quest'ultimo problema è quella di praticare un certo numero di fori in modo da limitare l'aumento di pressione a valori accettabili attraverso lo scarico dell'eccesso di gas verso la parete più fredda del tubo del criostato [2].

1.2 Multipoli e Magneti correttori

1.2.1 Sviluppo multipolare

Se fosse possibile produrre un campo magnetico dipolare dell'intensità desiderata, senza introdurre multipoli di ordine superiore, non sarebbe necessario produrre magneti correttori, come sestupolo, decapolo, ecc. . . .

La progettazione di un magnete per guidare il fascio è in generale un problema bidimensionale, in quanto, escluse le estremità , la distribuzione di campo è la stessa in tutti i piani perpendicolari all'asse del fascio.
Il progetto, per questo tipo di magneti, inizia con l'iterazione della prima legge di Laplace (1.3), che descrive il campo generato da un conduttore filiforme infinito percorso da una corrente I:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_c \vec{d\ell} \times \frac{\vec{r}}{r^3}. \tag{1.3}$$

Per ottenere la distribuzione di corrente ideale, necessaria per generare le configurazioni di campo per un acceleratore, si considera la distribuzione di corrente, generata da un filo infinito, in funzione dell'angolo azimutale ϑ, con n = ordine multipolare, data da:

$$I(\vartheta) = I_0 \cos(n\vartheta) \quad (n = 1, \ldots, \infty) \tag{1.4}$$

Un campo di n-polo può però essere ottenuto anche con una distribuzione di corrente uniforme in un conduttore di forma particolare. Alcune pratiche approssimazioni della configurazione ideale sono mostrate in Fig.1.6 per il caso del campo dipolare. Per tutti gli altri multipoli si può ottenere allo stesso modo una distribuzione di corrente, simile a quella richiesta, riproducendo, con blocchi conduttori di aree diverse, la simmetria della distribuzione ideale data dall'equazione (1.4).

La distribuzione di campo può essere calcolata considerando la corrente che

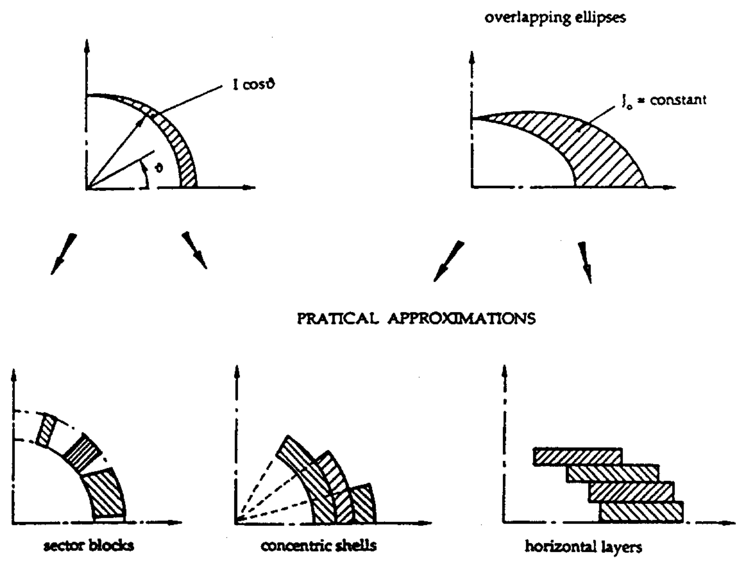

Figura 1.6: Configurazione ideale e approssimazione pratica di un dipolo.

attraversa una superficie S perpendicolare al piano x, y e calcolando il campo con in due dimensioni. Il campo generato dalla corrente $I = \int_s J(x,y)ds$ risulta:

$$|B| = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \int \frac{J(x,y)}{r} ds \tag{1.5}$$

Considerando le componenti B_x e B_y, è possibile scrivere il campo sotto forma di una funzione analitica F:[2]

$$\vec{F} = B_x + iB_y = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \int \frac{J(x_c, y_c)}{z - z_c} ds \tag{1.7}$$

valida per tutti i valori di $z \neq z_c$, dove $z = x + iy$, è il punto, nel piano complesso, in cui si calcola il campo e $z_c = x_c + iy_c$ sono le coordinate dell'elemento infinitesimo conduttore ds.

Se attorno all'avvolgimento è presente uno schermo di ferro, con $\mu = \infty$, il suo contributo al campo deve essere calcolato con il metodo delle correnti immagine. In prima approssimazione, per lo svolgimento dei calcoli, è lecito considerare infinita la permeabilità del ferro (allo stesso modo operano alcuni programmi di analisi, quale ROXIE), più correttamente però bisognerebbe tenere conto del suo valore reale ($\mu = 2000$), che complicherebbe leggermente le formule.
È noto che la presenza dello schermo di ferro accresce il valore del campo prodotto dal solo magnete, per valutare l'entità del campo da aggiungere si può considerare che un avvolgimento reale produce all'interno dello schermo un secondo avvolgimento, immagine.

Il campo dato da questo è calcolabile allo stesso modo, tenendo in considerazione la densità di corrente immagine $J' = J(\frac{R}{r'_c})^4$ e il raggio della bobina virtuale $r'_c = \frac{R^2}{r_c}$, con R raggio dello schermo in ferro ed r_c distanza della superfice infinitesimale di conduttore, la formula (1.9) diventa:

$$\vec{F} = B_x + iB_y = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \int \frac{J}{z - z_c} ds + \frac{\mu_0}{4\pi} \int \int \frac{J}{z - \frac{R^2}{z_c^*}} ds \tag{1.8}$$

dove $z'_c = \frac{R^2}{z_c^*}$ sono le coordinate della superfice immagine all'interno del ferro e z_c^* è il complesso coniugato di $z_c = r_c e^{i\phi}$. L'equazione (1.8) può essere rielaborata nel caso di avvolgimenti a settore circolare, simmetrici rispetto al piano mediano orizzontale, cosí da ottenere una formula che descrive il campo dato da ciascun multipolo, al

[2]essendo F una funzione analitica, soddisfa le condizioni di Cauchy-Riemann, quindi può essere sviluppata in serie di Taylor; $z = x + iy$

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} B^n(0) z^n \tag{1.6}$$

variare del numero n:

$$F = -\sum_{1}^{\infty}(c_n + f_n)z^{n-1} \tag{1.9}$$

$$c_n = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\int J z_c^{-n} ds \tag{1.10}$$

$$f_n = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\int J \frac{z_c^{*n}}{R^{2n}} ds \tag{1.11}$$

dove c_n è il contributo diretto dell'avvolgimento all'n-sima componente del campo, mentre f_n è il contributo dello schermo di ferro [3].

Questo è però solo uno dei modi per esprimere lo sviluppo del campo magnetico; più interessante per la trattazione che seguirà è invece lo sviluppo del campo in multipoli.
Si può partire dalle equazioni di Maxwell nel vuoto, che determinano le condizioni di Cauchy-Riemann per un'equazione del tipo della (1.7),

$$\nabla \cdot B = 0 \ \ e \ \ \nabla \times B = 0 \tag{1.12}$$

a questo punto, come citato in nota ([2]), la funzione $F(z)$ è sviluppabile in serie di Taylor, possono inoltre essere definite le quantità :

$$\frac{B^{(n)}(0)}{n!} = \frac{b_n + ia_n}{R_0} \tag{1.13}$$

dove R_O indica il raggio di riferimento in cui viene eseguito il calcolo. La funzione $F(z)$ diventa:

$$F(z) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}B^n(0)z^n = \sum_{n=1}^{\infty}(b_n + ia_n)(\frac{z}{R_0})^n \tag{1.14}$$

Quest'ultima equazione permette di evidenziare lo sviluppo del campo magnetico in multipoli, dove con multipolo si definiscono le quantità $a_n = A_n/A_1$ (termine detto obliquo) e $b_n = B_n/B_1$ (termine detto normale), sul significato di questi termini si tornerà nel paragrafo 2.2.

1.2.2 Correzione multipolare

Un magnete dipolare perfetto produce un puro campo B_1, gli errori, rispetto a questo campo ideale, possono essere espressi in serie di multipoli. Le differenti cause che possono originarli sono: limitazioni nel design, dovute alle dimensioni finite del conduttore e al numero di avvolgimenti, errori nella collocazione dei conduttori, saturazione del ferro, correnti parassite. Tutti i multipoli indesiderati di ordine superiore possono essere eliminati con una scelta appropriata degli angoli, dello spessore e della densità di corrente nelle varie parti dell'avvolgimento. Nel caso di bobine composte da m blocchi, con lo stesso raggio interno ed esterno e con densità di corrente uniforme, deve essere soddisfatta la seguente condizione per ogni multipolo determinato da n [3]:

$$\sum_{k=1}^{m} J \sin n\phi_k = 0. \tag{1.15}$$

Quando, anche ottimizzando i parametri che riducono i multipoli, non si riesce comunque ad eliminarli completamente, è necessario introdurre magneti correttori che contrastino esattamente il valore del campo prodotto per ogni multipolo.

La correzione multipolare inizia con lo studio dello spettro delle armoniche prodotte da un magnete, in base a questi valori si stabiliscono gli ordini che devono essere corretti, si procede poi alla progettazione e realizzazione di multipoli che compensino tali armoniche. Nel caso specifico dei dipoli principali di LHC, lo spettro di armoniche calcolato è riportato in tabella 1.2, da qui derivano le richieste per i campi correttivi.

Multipolo	*Termine normale*	$\Delta B/B_1^3$	*Termine obliquo*	$\Delta B/B_1^3$
Dipolo	b_1	0.0	a_1	0.0
Quadrupolo	b_2	1.15	a_2	0.77
Sestupolo	b_3	-3.8	a_3	0.086
Ottupolo	b_4	-0.11	a_4	0.023
Decapolo	b_5	0.34	a_5	0.020
Dodecapolo	b_6	-0.002	a_6	0.0

Tabella 1.2 Errori di campo nei magneti dipolari. [3]

Mentre la presenza dei magneti multipolari risulta ora chiara in funzione delle

[3]Perturbazione $\frac{\Delta B}{B_1}$ in unità di 10^{-4}, a 1 cm dall'asse centrale, dove B_1 è il campo dipolare per il dipolo principale.

correzioni appena analizzate, la presenza di un correttore dipolare potrebbe suscitare perplessità . Le motivazioni che giustificano la presenza dei dipoli come correttori sono sostanzialmente due:
- i dipoli principali non possono essere costruiti con la precisione meccanica che sarebbe richiesta per non introdurre errori, un eccesso o difetto nella loro lunghezza determina un integrale di campo diverso, quindi un angolo di curvatura diverso per le particelle che l'attraversano,
- i quadrupoli non potranno essere centrati perfettamente sull'asse del cilindro, uno spostamento verticale od orizzontale del centro della lente magnetica determina l'introduzione di un errore dipolare costante, in quanto l'angolo di correzione di un quadrupolo è proporzionale alla distanza a cui passa la particella, $\theta \propto kx$, un allineamento non corretto fa sí che tutti gli angoli vengano incrementati di una costante, $\theta \propto k(x + x_0)$, dove kx_0 è appunto il campo di un dipolo.

1.2.3 Cromaticità

In analogia con le aberrazioni ottiche, particelle con diverso momento risentono, per effetto della cromaticità , di forze di focheggiamento differenti all'interno dei quadrupoli. Come conseguenza, le loro frequenze d'oscillazione di betatrone sono diverse. La cromaticità viene definita a partire dalla variazione:

$$Q' = \frac{dQ}{\delta} \;\; dove \;\; \delta = \frac{\Delta p}{p} \tag{1.16}$$

dove Q è la frequenza di betatrone o *tune*. L'importanza della cromaticità negli acceleratori è legata al fatto che essa influenza negativamente la dinamica delle particelle a seconda dei loro diversi momenti, il cui insieme è indicato da σ_p

$$\Delta Q = Q'\sigma_p \tag{1.17}$$

considerando la proporzionalità tra $\frac{\Delta Q}{Q}$ e $\frac{\Delta p}{p}$, si può definire cromaticità il fattore di proporzione ξ:

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \underbrace{-\frac{1}{4\pi}(\beta\frac{k}{Q}ds)}_{\xi=\text{cromaticità}}\frac{\Delta p}{p} \tag{1.18}$$

La cromaticità naturale è data solamente da elementi lineari, dipoli e quadrupoli, il suo valore è sempre negativo, mai nullo. Nel caso particolare di anelli acceleratori con grande raggio, il contributo alla cromaticità dovuto ai dipoli può essere trascurato, mentre è necessario correggere quello introdotto dai quadrupoli.

Il moto di una particella carica (che si muove in direzione y) all'interno di un magnete quadrupolare è descritto dall'equazione di betatrone:

$$t'' + k_t t = 0 \qquad (t = x \;\; o \;\; z) \tag{1.19}$$

$$k_x = -k \tag{1.20}$$

$$k_z = k. \tag{1.21}$$

Considerando la deviazione relativa del momento al primo ordine:

$$k = k_0 - k_0\delta \tag{1.22}$$

la (1.19) può essere riscritta aggiungendo al quadrupolo focalizzante uno defocalizzante con forza $-k_t\delta$ e risulta:

$$t'' = -k_t(1-\delta)t \tag{1.23}$$

La cromaticità totale, nei piani verticale e orizzontale, risulta essere:

$$\frac{\partial Q_t}{\partial \delta} = -\frac{1}{4\pi}\int_0^L \beta_t(s)k_t(s)ds \qquad (t = x \;\; o \;\; z) \tag{1.24}$$

dove L è la circonferenza dell'anello e $\beta(s)$ l'ampiezza di oscillazione di betatrone. Da questa formula si può capire perchè la cromaticità è sempre negativa.

Un quadrupolo è una lente focalizzante in un piano e defocalizzante nell'altro, la forza che esercita nel piano di focalizzazione è sempre maggiore di zero, mentre la cromaticità ha segno opposto. In questo piano la funzione β_t assume un valore massimo, mentre nel piano di defocalizzazione, è minima [4].

Al fine di correggere la cromaticità naturale vengono inseriti nel reticolo magnetico di un acceleratore elementi sestupolari, i quali agiscono su una particella carica dandole una spinta proporzionale al quadrato della sua distanza dal centro. Il campo di un sestupolo è :

$$B_x = g'xz \tag{1.25}$$

$$B_z = \frac{1}{2}g'(x^2 - z^2) \tag{1.26}$$

dove $g' = \frac{\partial B_z^2}{\partial x^2}$, (Fig:1.7 (b)).

Le equazioni del moto, in questo caso, diventano:

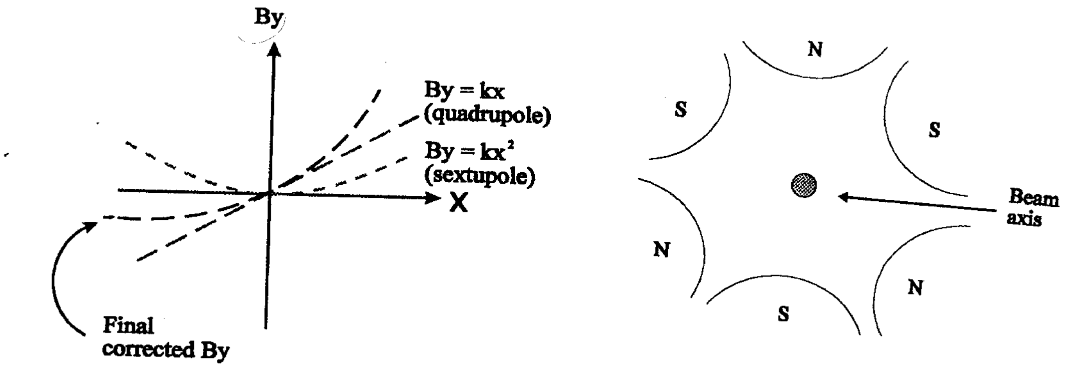

Figura 1.7: (a) Campo magnetico dovuto a quadrupolo e sestupolo, (b) Rappersentazione schematica del campo sestupolare.

$$x'' + \frac{1}{2}r(x^2 - z^2) = 0 \qquad r = \frac{e}{p_0}g' \tag{1.27}$$

$$z'' - rxz = 0 \tag{1.28}$$

quindi, in pratica, si aggiunge un termine non lineare ($B_y \propto x^2$) al campo lineare di quadrupolo ($B_y \propto x$), (Fig:1.7 (a)). L'effetto del campo magnetico sestupolare è quello di accrescere il campo quadrupolare per le particelle con x positivo e decrescerlo per quelle con x negativo, avvicinandole quindi tutte al centro. In pratica il sestupolo altera il campo di focheggiamento visto dalle particelle in funzione del loro momento che risulta dipendente dalla posizione, mentre normalmente, in presenza del solo quadrupolo, non lo sarebbe. Questo effetto è evidenziato nell'equazione che segue dove il campo sestupolare è definito come $B_y = Cx^2$:

$$k = \frac{1}{B\rho}\frac{B_y}{x} = \frac{1}{B\rho}2Cx = \frac{e}{p}\frac{B_y}{x} \tag{1.29}$$

dove, per il secondo passaggio, si è sfruttata la legge di Lorentz $eB\rho = mv = p$, con $\rho = raggio$ dell'acceleratore e $B\rho$ rigidità magnetica. L'ultima uguaglianza mette in evidenza come al variare del momento di una particella vari la costante di richiamo dell'equazione del moto all'interno del quadrupolo, che non è altro che l'equazione di un oscillatore armonico.

Il sestupolo deve essere posizionato immediatamente dopo il quadrupolo, in modo tale che agisca su di un gradiente di campo elevato, rendendolo dipendente dalla

posizione e aumentando l'efficacia della sua correzione.
Dallo sviluppo dei calcoli si ottiene che

$$\Delta Q = \underbrace{\frac{1}{4\pi}\ell\beta(s)\frac{d^2B_y}{dx^2}\frac{D(s)}{(B\rho)}}\frac{\Delta p}{p} \tag{1.30}$$

questo termine mostra l'effetto di un sestupolo, di lunghezza ℓ, sul valore di Q, in funzione di $\frac{\Delta p}{p}$, dove D(s) è la funzione di dispersione e descrive in che modo cambia la posizione radiale di una particella, in funzione del momento. Se è possibile bilanciare esattamente con questo termine la cromaticità naturale, il problema è risolto [5].

1.2.4 Oscillazioni di betatrone

Uno dei problemi salienti nella progettazione di LHC è quello della stabilità del moto betatronico, principale parametro per ottenere una luminosità elevata, che dipende in modo preponderante dalla qualità del campo nei magneti di guida (dipoli e quadrupoli). Nel caso ideale, le particelle cariche si muovono nell'acceleratore lungo un'orbita chiusa pressochè circolare, ed eseguono piccole oscillazioni armoniche, dette di betatrone, nel piano trasversale alla direzione del moto. Quando le frequenze betatroniche sono in rapporto razionale con la frequenza di rivoluzione, il moto complessivo diventa periodico, pertanto, dopo un certo numero di giri, le particelle ripercorrono esattamente la stessa orbita in ogni punto dell'anello e attraversano ripetutamente, con la stessa fase, eventuali imperfezioni del reticolo magnetico. In questo caso le perturbazioni magnetiche presenti lungo l'azimut dell'acceleratore, invece di compensarsi a vicenda, si sommano in modo coerente e finiscono per destabilizzare il moto betatronico. Tale fenomeno è detto di risonanza.

Nella nuova generazione di collisionatori adronici come LHC, i dipoli ed i quadrupoli superconduttori ad alto campo sono costruiti in modo tale da rendere significativa la presenza di imperfezioni del campo magnetico, il cui effetto dominante consiste nel destabilizzare il moto betatronico. D'altra parte la dimensione della zona all'interno dell'orbita circolare dove il fascio rimane stabile, detta apertura dinamica, determina il numero di particelle che possono essere immagazzinate nell'acceleratore e quindi la luminosità con cui avvengono le interazioni microscopiche. È dunque fondamentale disporre di strumenti fisico-matematici per determinare quali siano i valori massimi delle imperfezioni magnetiche compatibili con le caratteristiche del funzionamento del collisionatore.

Le perturbazioni di ordine superiore del campo magnetico introducono una deformazione delle orbite delle particelle e rendono anarmoniche le oscillazioni betatroniche. Ciò significa che, nelle equazioni del moto, i termini forzati risultano esaltati e la frequenza di oscillazione diventa dipendente dall'ampiezza dello spostamento trasverso. In queste condizioni diviene facile provocare l'attraversamento di risonanze, questi meccanismi hanno come effetto globale quello di determinare la lenta diffusione delle particelle verso la camera a vuoto e quindi la riduzione della zona all'interno dell'orbita circolare dove il fascio rimane stabile.

Capitolo 2

Specifiche di progetto

2.1 Introduzione

Per apportare le correzioni alla cromaticità e all'orbita necessarie per compensare gli errori introdotti dai dipoli principali e dai quadrupoli è necessario progettare un tipo di magnete che combini dipolo e sestupolo. Questo magnete dovrà fornire un integrale di campo dipolare di circa 1.65 Tm, necessari per compensare le deviazioni delle particelle dall'orbita ideale, e un integrale di campo sestupolare di 1.65 Tm/m^2, per la correzione cromatica.
Lo spazio disponibile nella "short straight section" per questo correttore è di circa 1.30 m, quindi la lunghezza dovrà essere limitata da queste esigenze di spazio.

Due possibili soluzioni sono sembrate sensate per rispondere a questo tipo di richieste:
- Un magnete combinato in cui il sestupolo è contenuto all'interno degli avvolgimenti dipolari, con questa soluzione la lunghezza di ciascun magnete è pari alla lunghezza disponibile.
- Due magneti separati e posti uno di seguito all'altro, ciascuno dei quali occupa la metà della lunghezza disponibile.

Entrambe queste soluzioni presentano aspetti convincenti per la loro realizzazione, ma naturalmente anche svantaggi che ne potrebbero determinare la non applicabilità nel progetto. Sicuramente, dal punto di vista meccanico, il primo modello presenta maggiori difficoltà di realizzazione, volendo avvolgere un magnete sull'altro, inoltre è necessario assicurarsi che la struttura portante (collare in al-

luminio, isolante) sia in grado di sostenere lo stress derivante dai due magneti in tensione e questo compito è sicuramente più difficile che nel caso semplice di un solo magnete. Va però detto che un magnete più lungo può raggiungere, a parità di corrente fornita, un valore di campo più elevato, quindi per il primo modello sarebbe più facile rispettare le specifiche richieste. Per contro, una volta fissata la corrente nominale di lavoro, essendo prestabilito il valore dell'integrale di campo da raggiungere, non serve che il campo raggiunga valori molto elevati essendo fissato appunto il prodotto campo per lunghezza.
Un magnete separato presenta il vantaggio di poter essere sostituito a blocchi, quindi, in caso le specifiche su un tipo di correzione dovessero cambiare, non sarebbe necessario rifare l'intero magnete, ma basterebbe riadattarne una parte. Cosa che è impossibile se si progetta un magnete combinato. D'altra parte la prima proposta risulta conveniente per la stabilità in sede di montaggio nell'anello in quanto un unico blocco deve essere allineato con gli altri componenti del reticolo magnetico e questo è fonte di minori errori nel funzionamento dell'acceleratore.

Studio e realizzazione del primo modello sono già stati condotti presso la divisione LHC-Magneti del CERN, maggiori dettagli sul modello e sui risultati dei tests già eseguiti saranno riportati nel corso di questo capitolo. Dallo sviluppo dell'idea del secondo modello, invece, ha avuto origine il lavoro innovativo di questa tesi, che sarà riportato nel prossimo capitolo.

2.2 Prototipo esistente

L'intento di questo paragrafo è quello di dare una presentazione del modello di dipolo-sestupolo correttore preesistente riportando le specifiche di costruzione e i risultati dei tests eseguiti sul primo prototipo costruito. Nel successivo paragrafo, invece, verrà data la motivazione della proposta del nuovo progetto in base appunto a tali risultati.
Il prototipo disegnato, realizzato e studiato in collaborazione con la Tesla Eng. Ltd., è il più lungo magnete correttore nella sezione diritta corta (short straight section), cioè quella dedicata ai correttori. Combina un sestupolo, che opera tra -1500 e +1500 T/m^2 con un dipolo correttore, operante tra -1.5 e +1.5 T. Gli avvolgimenti del sestupolo sono montati all'interno di quelli del dipolo, per minimizzare il campo

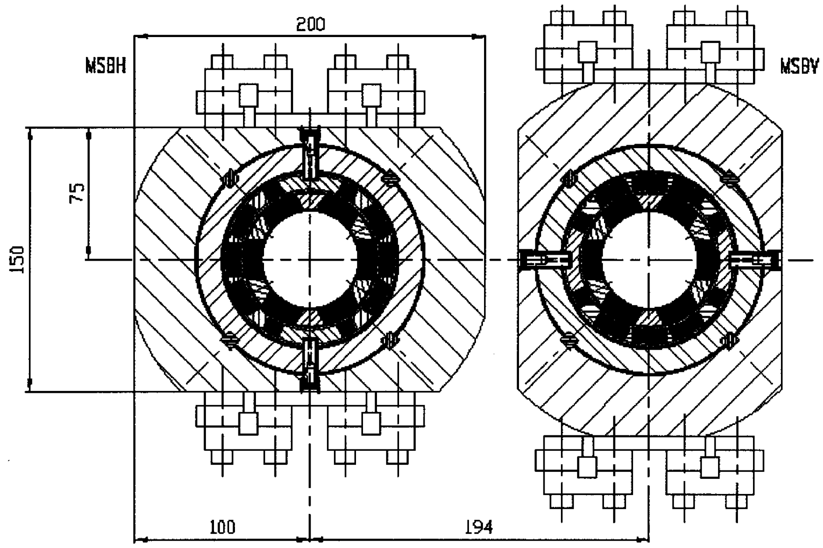

Figura 2.1: Sezione dei magneti MSBH/V.

di picco[1] nelle bobine. Infatti la forza di sestupolo decresce quadraticamente con il raggio, quindi questo tipo di magnete deve essere montato il piu' vicino possibile al centro del fascio. In Fig: 2.1 è riportata la sezione di una coppia di questi magneti, in cui il dipolo normale corregge l'orbita orizzontalmente in un anello, quello *skew* verticalmente nel secondo anello. Per ottenere questo effetto un magnete è posizionato in modo normale, l'altro è un cosidetto magnete skew (obliquo), cioè lo stesso magnete ruotato di 90 gradi. Nel caso del dipolo si definisce termine normale quello con le linee di campo orientate come l'asse Y, termine skew, invece, quello con il campo in direzione dell'asse X. In realtà , eccetto l'orientazione, non c'e' alcuna differenza tra un termine normale e uno skew. Spesso si preferisce disporre i magneti in modo diverso nei due anelli, ciò permette di diminuire l'interazione tra le linee di forza dei due campi.
Lo spazio lasciato tra i due sopprime l'interferenza, che si avrebbe, tra i campi magnetici (*cross talk*).

Prima di proseguire alla descrizione dei modelli esistenti è necessario precisare che per riproporre la distribuzione di corrente necessaria per definire un determinato

[1] è il valore massimo del campo magnetico, che si ha generalmente negli spigoli degli avvolgimenti.

multipolo si deve ricorrere ad approssimazioni pratiche per la forma degli avvolgimenti, che non potrebbero ricoprire precisamente una sezione derivante dalla formula (1.4). Esistono vari tipi di approssimazioni possibili (vedi Fig:1.6), tra cui, la configurazione a gusci concentrici, usata per i dipoli principali, quella a strati orizzontali e verticali, che risulta però più scomoda, perchè non è facilmente descrivibile in coordinate polari, infine la configurazione a blocchi, disposti su di una corona circolare, quindi equidistanti dal centro, che è l'approssimazione scelta nel progetto di questo tipo di magneti correttori.

2.2.1 Dipolo correttore

Il dipolo è costruito con un numero di avvolgimenti pari a 2240; si utilizzano cavi superconduttivi sottili, preassemblati in nastri di 20 cavi ciascuno. Alla fine del nastro i cavi sono collegati in serie [7].
Ogni dipolo è provvisto di un convertitore di corrente autonomo, per questo motivo è progettato per lavorare a correnti molto basse, da qui si giustifica il numero elevato di avvolgimenti, necessari per ottenere un campo elevato anche con correnti deboli.

Lo schermo di ferro ha una forma rettangolare, che permette l'assorbimento del flusso di ritorno dei dipoli, mantenendo la distanza tra i fasci a 194 mm. Tutti i parametri relativi al progetto di questo modello sono riportati in Tabella 2.1. I primi tests sono già stati eseguiti su un prototipo [8], i risultati mostrano che questo modello è adatto a soddisfare le specifiche richieste per la combinazione con il sestupolo.

Descrizione	Valore attuale
Campo principale	$1.5T$
Lunghezza magnetica	$1.03m$
Lunghezza totale	$1.26m$
Peak field	$2.7T$
Lunghezza avvolgimenti	$1.15m$
Raggio interno	$40mm$
Raggio esterno	$48mm$
Corrente nominale	$32A$
Num. avvolgimenti	2240
Sezione del metallo	$0.31mm^2$
Energia potenziale	$7.5kJ$
Induttanza	$14.6H$
Cu/Sc	4

Tabella 2.1 Parametri per il progetto del dipolo correttore.

Cu/Sc = rapporto rame / materiale superconduttore.

2.2.2 Sestupolo

I sestupoli sono connessi in serie e inseriti in un unico criostato per formare quattro famiglie, ciascun anello possiede una famiglia di sestupoli focalizzanti, posizionati all'interno del criostato del quadrupolo focalizzante e una famiglia di sestupoli defocalizzanti, connessi al quadrupolo defocalizzante. In caso di quench, buona parte dell'energia dell'intera famiglia si scarica sul sestupolo che subisce il cambiamento di stato, il quale dovrebbe essere in grado di sopportare la temperatura e il voltaggio risultanti.

I parametri di costruzione, usati nella realizzazione di questo magnete, sono riportati in Tabella 2.2.

Descrizione	Valore attuale
Campo principale	$1500 T/m^2$
Lunghezza magnetica	$1.1m$
Lunghezza totale	$1.26m$
Peak field	$3.0T$
Lunghezza avvolgimenti	$1.15m$
Raggio interno	$28mm$
Raggio esterno	$38mm$
Corrente nominale	$230A$
Num. avvolgimenti	112
Sezione del conduttore	$0.91mm^2$
Sezione del metallo	$0.69mm^2$
Energia potenziale	$1.9kJ$
Induttanza	$0.072H$
Cu/Sc	1.6

Tabella 2.2 Parametri per il progetto del sestupolo.

2.2.3 Risultati del tests

Entrambi i prototipi sono stati realizzati e, successivamente, su di essi sono stati eseguiti i tests, dapprima a 4.2 K e poi a 1.8 K. Nella prima parte del test dipolo e sestupolo sono tenuti separati, in un secondo momento i magneti vengono assemblati e il test viene ripetuto con uno solo dei due in tensione, al fine di vedere la variazione sul campo, introdotta dalla presenza dell'altro magnete.
Per il primo quench del sestupolo, il dipolo viene tenuto spento, si procede poi a dargli corrente a diversi livelli, contemporaneamente la corrente del sestupolo viene fatta salire fino al valore di quench. Ciò che è stato osservato è che il quench provocato in presenza del dipolo in tensione, avviene con una corrente inferiore rispetto al caso in cui il dipolo rimane disattivato. Lo stesso test viene ripetuto

invertendo le parti, fissando la corrente del sestupolo e variando quella del dipolo. E' possibile prevedere che tipo di risultati si avranno nel test, costruendo il grafico della retta di carico (***load linee***) del magnete che si sta considerando. I punti d'interesse per costruire tale grafico (prendendo come assi rispettivamente il campo magnetico e la densità di corrente), sono: le coordinate del punto di picco (punto in cui il valore del campo è massimo), le coordinate del punto critico (definito dai valori per i quali si ha un quench per il materiale utilizzato), che, assieme all'origine, devono determinare una retta. Questa retta va confrontata con la curva ottenibile (per una temperatura fissata) con i dati relativi al tipo di conduttori usati: tipicamente la ditta costruttrice fornisce una serie di valori per la densità di corrente, corrispondenti a diversi valori di campo, questi dati costituiscono il ***short sample*** di riferimento, vedi Fig.3.2.

Per ottenere il campo magnetico critico si sfrutta la formula di A. Ijspeert:

$$J(B,T) = j_c[3.57 - 0.377T + (0.012T - 0.25)B] \tag{2.1}$$

dove j_c è la corrente critica per un dato conduttore a 5 Tesla e 4.3 Kelvin, mentre B e T sono, rispettivamente, il valore di campo e di temperatura a cui voglio calcolare il valore di $J(B,T)$. Conoscendo entrambe le coordinate del punto di picco (cioè campo e densità di corrente) e considerando la load line lineare, si può calcolarne l'angolo d'inclinazione come rapporto J_{peak}/B_{peak}, infine risolvere in funzione di $B_{critico}$ l'equazione:

$$J_c(B_c,T) = B_c \frac{J_{peak}}{B_{peak}} \tag{2.2}$$

Affinchè il risultato possa essere buono, il rapporto tra B_{peak} e B_c deve essere inferiore al 60%, in questo modo rimane un margine di sicurezza sufficiente, che assicura che, anche raggiungendo il valore di picco del campo, il magnete non subirà un quench. Il punto determinato da questo rapporto è definito punto di lavoro (*working point*):

$$W_p = \frac{B_{peak}}{B_c}. \tag{2.3}$$

Dai tests svolti sono stati evidenziati due tipi di errori introdotti da:
- la presenza di una mutua interferenza di ciascun avvolginento sull'altro (*cross-talk*) che determina un incremento della saturazione del ferro o della magnetizzazione,
- il mancato preciclo (ciclo preliminare di tensione agli avvolgimenti) che influenza

il campo principale e gli errori di campo.
Gli errori generati dal dipolo sono: un B5 (campo decapolare) determinato dalla magnetizzazione e due componenti, B7 e B9, derivanti dalla geometria. Perciò ci si aspetta che, mentre B7 e B9 si sommeranno chiaramente agli errori di sestupolo, il valore di B5 dipende dal preciclo e dalla "storia" della corrente nel dipolo. Il sestupolo invece genera due componenti B5 e B9 isteretiche e un B7 geometrico, quindi, in questo caso, B5 e B9 dipendono dalla corrente del preciclo [9].

2.3 Motivazioni per il nuovo modello

Le ragioni che hanno spinto alla progettazione di un nuovo modello, dopo aver investito tempo e denaro nella realizzazione dei magneti MSBH, sono molteplici e derivano principalmente dai risultati dei tests svolti sui prototipi costruiti. Dalle misure eseguite per la determinazione dell'interferenza, con dipolo e sestupolo accoppiati, è risultata evidente la presenza di due componenti anomale, una decapolare e una diciottupolare, entrambe derivanti dalla presenza dei due avvolgimenti che aumentano la saturazione del ferro o la magnetizzazione. Questi errori, detti isteretici, risultano significativi in quanto decapolo e diciottupolo non sono, normalmente, multipoli presenti nella simmetria di sestupolo, mentre dai risultati appare chiaro che sono generati da quest'ultimo. Questa è la prima evidenza di come l'interferenza tra due avvolgimenti con differente simmetria produca un comportamento non prevedibile con le normali leggi di simmetria.

La dipendenza isteretica del campo sestupolare dalla corrente del sestupolo mostra che il ciclo di isteresi è traslato dalla componente geometrica di sestupolo generata dal dipolo, inoltre il ciclo d'isteresi del sestupolo ha un'apertura inferiore quando è presente anche il campo dipolare.

Riassumendo si può dire che l'interferenza sul campo principale è da attribuire al sestupolo geometrico generato dal dipolo ed al dipolo isteretico dovuto al sestupolo. Inoltre sono presenti nei magneti MSBH effetti relativamente piccoli, quali quelli già riscontrati nei tests sui correttori concentrici in HERA, dovuti all'interpolazione di due distinti campi multipolari, che generano complesse interazioni di magnetizzazione. Questa serie di interferenze fa pensare che il modello debba essere perfezionato, o addirittura sostituito da uno che presenti complessivamente una minore “cross talk”. D’altro canto il nuovo modello proposto sembra essere molto più semplice meccanicamente, il che ne agevola la costruzione e l’assemblaggio.

Capitolo 3

Realizzazione del progetto

In questo capitolo verranno presentati i progetti ed i calcoli effettuati per la realizzazione di un nuovo dipolo-sestupolo correttore. Due modelli di dipolo sono stati progettati, per due diverse correnti nominali (50 e 100 Ampere). Per entrambi saranno riportate le specifiche mentre i calcoli sull'interferenza dipolo-sestupolo verranno eseguiti solo con il modello da 50 A, per ragioni che saranno spiegate in seguito. Entrambi i magneti saranno studiati nella struttura 1-in-1, cioè con lo schermo in ferro che racchiude un solo anello. Della struttura 2-in-1 verrà data solo una prima presentazione, mentre lo studio dettagliato e i calcoli relativi alle interferenze dei magneti in questa configurazione sono rimandati al prossimo capitolo.

3.1 Proposta di un nuovo modello

Come si è già accennato lo studio di questo modello parte dall'idea di voler disporre i due correttori richiesti uno in seguito all'altro. Alcune considerazioni vanno quindi fatte a priori sulle caratteristiche che dovranno essere soddisfatte.

Essendo in serie, entrambi i magneti dovranno avere lo stesso raggio interno, fissato, per rispettare le specifiche del fascio, a 28 mm, mentre il raggio esterno risulterà stabilito dallo spessore dei cavi superconduttori utilizzati e dal numero di cavi che costituisce un nastro. La necessità di dimezzare la lunghezza di ciascun magnete non deve pero' ridurre l'integrale del campo, che determina il grado di correzione del magnete, quindi:

$$\int_0^{\ell} B_1 d\ell = costante = 1.65(Tm) \tag{3.1}$$

implica che al diminuire di ℓ, lunghezza del magnete, deve crescere proporzionalmente il valore di campo B_1. In particolare essendo l'integrale una funzione lineare, il campo principale deve raddoppiare. Questo significa, per il dipolo, che partendo da un valore di 1.5 T, bisogna accrescere il campo fino a 3 T, al fine di ridurre la sua lunghezza a 0.5-0.6 m.

Come già accennato in precedenza, lo studio del campo nella parte centrale, diritta (***straight part***), del magnete può essere ridotto ad un problema bidimensionale, quindi l'integrale di campo in questa zona è facilmente ottenibile moltiplicando per la lunghezza della straight part il campo bidimensionale. Il problema nasce, invece, calcolando il contributo dato dalla parte finale del magnete (***end***), in cui va considerata anche la terza dimensione.
In generale, nelle estremità , gli avvolgimenti hanno una forma a blocchi, ottimizzata tenendo in considerazione alcune richieste:
- massimizzazione del raggio di curvatura del conduttore in ogni blocco,
- stabilità meccanica,
- limitazione del campo massimo negli avvolgimenti ad un valore inferiore a quello nella straight part, per non limitare la resa del magnete,
- minimizzazione dei multipoli ottenuti integrando sulle estremità della bobina,
- minimizzazione della lunghezza delle estremità , per limitare la perdita di lunghezza magnetica.

Per eseguire calcoli sui campi magnetici sono comunque necessari programmi a computer come ROXIE [10] che sfrutta il fatto che il campo, integrato da $-\infty$ a $+\infty$, soddisfa l'equazione di Laplace in due dimensioni nell'ipotesi di filo infinito, o come OPERA [11] che esegue il calcolo con il metodo degli elementi finiti, per ottenere soluzioni dalle equazioni integrali o differenziali, che non possono essere risolte con metodi analitici.

La parte più complicata di questo tipo di lavoro è l'ottimizzazione, ai parametri richiesti, del dipolo, al quale è stata dedicata maggiore attenzione, e che costituisce il goal da raggiungere per la realizzazione del progetto. Una volta ottenuto un modello che rispetti i parametri prefissati, la realizzazione del sestupolo risulta da questi fortemente vincolata e non costituisce un effettivo problema di fattibilità .

L'idea base del progetto comprende uno studio di fattibilità per lo schermo di ferro, atto a stabilire se è possibile racchiudere entrambi i magneti (dipolo e sestupolo) in uno schermo comune e se è inoltre possibile estendere questo schermo ad entrambi gli anelli del fascio, riprendendo il modello 2-in-1, già utilizzato per i dipoli principali e i quadrupoli, vedi Fig.3.1. Questa scelta viene presa in base allo studio dell'interferenza tra due magneti nelle condizioni sopra descritte e al grado di saturazione del ferro. Se una di queste due opzioni non fosse attuabile, per un'eccessiva interferenza tra i due magneti, sarebbe necessario porre un spessore di alluminio per diminuire il numero di linee di flusso che, uscendo da un magnete, entrano nell'altro influenzandone il campo. In realtà sarebbe sufficiente anche una spaziatura d'aria, per ottenere lo stesso effetto, ma questo minerebbe la stabilità dell'apparato, in quanto consentirebbe una maggiore possibilità di movimento ad ogni singolo elemento. In quest'ottica è preferibile un materiale di giunzione stabile quale appunto l'alluminio.

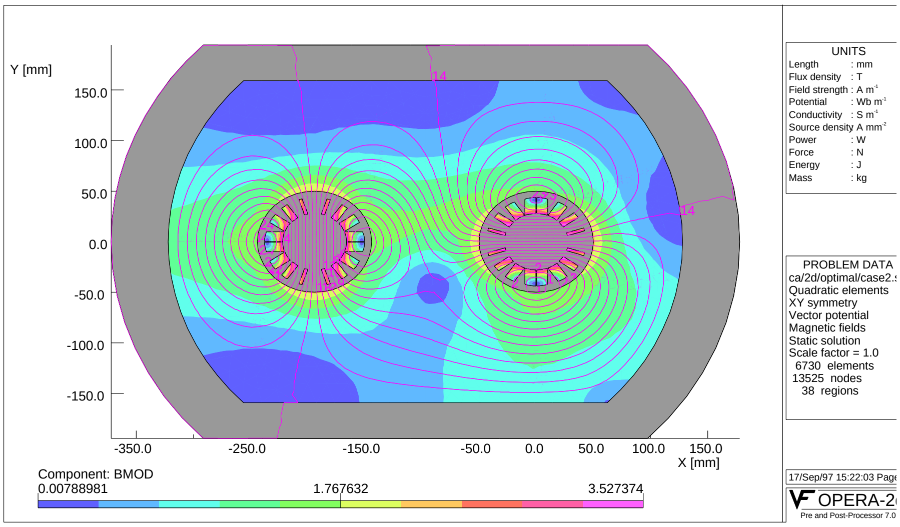

Figura 3.1: Modello due-in-uno.

3.2 Dipolo

3.2.1 Progettazione di massima

Considerando il caso semplificato in cui il dipolo è costituito da un unico blocco, con un'apertura di 60 gradi, nel primo quadrante, replicato per simmetria negli altri quattro, è possibile ottenere, usando le formule (1.9), (1.10), (1.11), il valore del campo magnetico, in funzione di vari parametri che possono essere ottimizzati al fine di ottenere il valore di campo desiderato. Innanzitutto le dimensioni dei cavi, il rapporto rame-materiale superconduttore e lo spessore dell'isolante devono essere fissati per avere una densità di corrente sufficiente, data la corrente nominale. In un primo momento si era pensato di fissare quest'ultima a 50 Ampere, valore non troppo elevato per l'alimentazione individuale dei dipoli e non troppo basso per raggiungere i 3 Tesla richiesti. Successivamente è stato realizzato un secondo modello, funzionante a 100 Ampere, da prendere in considerazione solamente nell'eventualità in cui con il primo si raggiungessero parametri di quench inaccettabili (tensione e temperatura di picco).

L'equazione (2.3) permette di valutare il punto di lavoro e stabilire, di conseguenza, se le misure scelte per i cavi sono compatibili con il tipo di campo che si vuole ottenere. Nel caso in cui il valore ottenuto sia maggiore del 60% della *load line*, è necessario aumentare l'area della sezione del conduttore in modo da dimnuire la densità di corrente e quindi da spostare il punto di lavoro. Questa operazione generalmente però riduce anche il valore del campo magnetico, con il rischio di scendere sotto il livello limite (3 Tesla). I risultati della *load line* sono riportati in Fig.3.2 dove $Jc1.9$ e $Jc4.3$ sono le stesse curve schematizzate in Fig:1.1 rappresentanti i *short samples* a diverse temperature, qui ottenute con i dati reali relativi ai cavi forniti dalla casa costruttrice.

Un modo efficace per aumentare il campo senza aumentare la corrente è quello di diminuire il raggio interno dello schermo di ferro, aumentando cosí il contributo dovuto alle correnti immagine, prestando però attenzione a non raggiungere la saturazione completa del ferro.

Ottenuti i dati necessari per iniziare la programmazione, utilizzando la versione bidimensionale di ROXIE [10], è possibile realizzare un modello a più blocchi, per

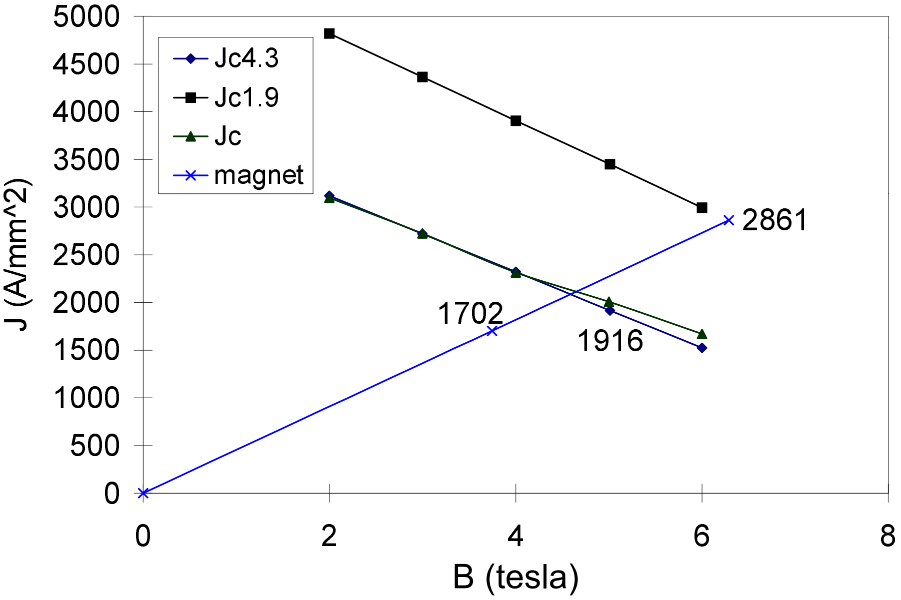

Figura 3.2: Load line per il nuovo dipolo.

meglio ottimizzare la distribuzione di corrente tipica di un dipolo. Gli angoli di separazione tra i blocchi sono ottenibili, in principio, dalla formula:

$$\sum_{k=1}^{m} J \sin \phi_k = 0 \tag{3.2}$$

che permette di determinare la posizione di un numero qualsiasi di blocchi, di cui però , possono essere tenuti in considerazione, con buona approssimazione, solo i primi 3-4. In particolare questo progetto è stato realizzato con 4 blocchi. In un secondo momento è possibile ottenere un'ottimizzazione di questi angoli al caso specifico, con un'opzione dello stesso programma, che è in grado di ruotare ciascun blocco in un intervallo fissato e scegliere la combinazione che massimizza il campo magnetico e, contemporaneamente, minimizza i multipoli di ordine superiore. La sezione ottimizzata è riportata in Fig:3.3 dove sono messi in risalto i valori degli angoli ϕ_k ottenuti risolvendo l'equazione (3.2).

ROXIE permette di definire una stringa di cavi specificandone la parte condut-

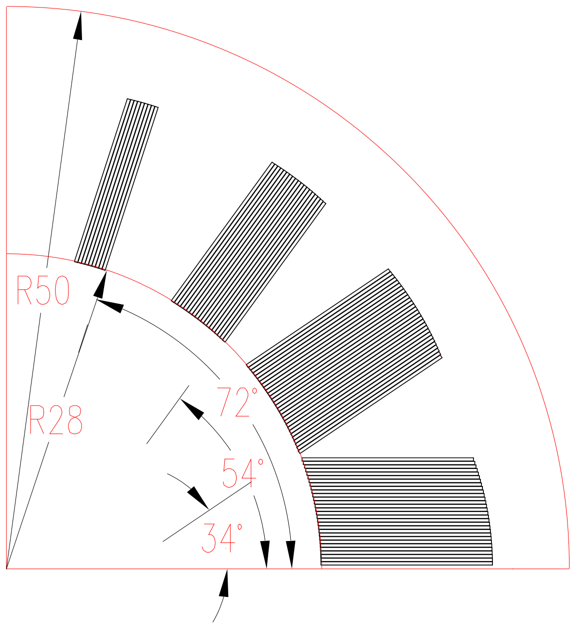

Figura 3.3: Progetto dei 4 blocchi del dipolo in ROXIE

tiva e la parte isolante. In base a queste dimensioni la regione di un blocco viene suddivisa in tanti avvolgimenti rettangolari, che riproducono quella che sarà l'effettiva forma di costruzione.

La versione bidimensionale permette un calcolo approssimato del campo per consentire le prime correzioni, l'ottimizzazione delle mutue posizioni dei blocchi e, soprattutto, la scelta del raggio interno dello schermo di ferro.

Si è già posta l'attenzione sul contributo del ferro al campo magnetico principale e ai multipoli secondari. In particolare, nel caso del dipolo, la presenza dello schermo aumenta la componente di sestupolo. Questo effetto è direttamente legato alla distanza bobina-schermo: se viene fissata troppo grande si rischia di non raggiungere il valore di campo desiderato, ma se, al contrario, viene scelta troppo piccola, la componente di sestupolo introdotta diventa impossibile da correggere.

Naturalmente l'aumento sproporzionato di questa componente è legata alla saturazione del ferro che, una volta saturo, impedisce al campo dipolare di crescere linearmente con gli altri multipoli. Per stabilire la distanza che produce un valore accettabile per la saturazione, si può considerare la curva che rappresenta il valore di $b_3 = \frac{B_1}{B_3}$ in funzione della corrente: al 100% della corrente nominale il valore di b_3

è superiore a quello che si ha fornendo al magnete il solo 20% di corrente. Si richiede che la differenza tra questi due valori rimanga al di sotto di un valore convenzionale che consenta di ottenere una saturazione accettabile per il tipo di magneti che si sta studiando, nel caso in discussione si è ritenuto opportuno fissare questo valore a 0.5 unità .

Fissato il raggio interno del ferro, si può passare alla costruzione di un modello tridimensionale del magnete, specificando le dimensioni delle estremità , le spaziature tra i diversi blocchi che vengono separati da materiale isolante, la lunghezza dell'estrusione lungo l'asse z.
Questo modello, ottenuto utilizzando la versione 3D di ROXIE, consente il calcolo del campo nelle estremità del magnete, dove non è più sufficiente l'approssimazione bidimensionale, infatti il valore del campo alla fine del magnete non si annulla bruscamente, ma tende esponenzialmente a zero e quindi supera la lunghezza del dipolo. Questo implica che il parametro di progetto da fissre sarà l'integrale di campo, esteso da $-\infty$ a $+\infty$, cosí da comprendere anche l'influenza del campo nella parte esterna al dipolo.
Una volta stabilita la lunghezza della parte diritta, in qui il campo viene calcolato bidimensionalmente, e quella delle estremità , l'integrale di campo si può ottenere dalla formula:

$$\int B_1 d\ell = [\ell_{straight} \times B_{2d} + 2(\ell_{end} \times B_{3d})] \tag{3.3}$$

dove B_{3d} è il valore fornito dal programma, che rappresenta la media dell'integrale del campo nella regione delle estremità ed è , naturalmente, inferiore al valore di campo interno.
In realtà ciò che si fa in pratica, conoscendo il valore dell'integrale di campo desiderato, è il processo inverso, cioè si calcola B_{3d} fissando la lunghezza delle estremità , si conosce B_{2d} dai calcoli precedenti, infine si ricava dalla (3.3) il valore di $\ell_{straight}$ che consente di avere $\int B_1 d\ell = 1.65Tm$. Cosí anche la lunghezza del magnete risulta fissata, ricordando che esiste una differenza tra lunghezza effettiva degli avvolgimenti e lunghezza magnetica: la prima rappresenta la dimensione effettiva del magnete, la seconda si può ottenere semplicemente dividendo il valore dell'integrale di campo per il valore del campo magnetico al centro del magnete.

Questo tipo di programma da un'approssimazione lineare della curva B-H del ferro, cioè non tiene conto della sua forma effettiva. La presenza dello schermo di

ferro è valutata solamente nel caso bidimensionale, in cui comunque non è consentito fissare un raggio esterno, quindi per includere una trattazione più dettagliata coinvolgente anche la schermatura, è necessario utilizzare un altro tipo di programma, quale OPERA [11].
Riprodotto lo stesso modello, prendendo i parametri già ottimizzati in ROXIE, si è in grado di ricreare una situazione molto più vicina alla realtà di LHC, includendo o uno schermo singolo per magneti separati, o la forma dello schermo per il modello 2-in-1 come riportato in Fig:3.1. In entrambi i casi possono essere valutati campo magnetico, saturazione del ferro, linee di potenziale, etc.... Tutti i risultati ottenuti sono riportati nel prossimo paragrafo.

3.2.2 Ottimizzazione

Si è analizzato dapprima il modello per 50 Ampere di corrente nominale, in questo caso i cavi progettati sono leggermente differenti dalle specifiche già esistenti per i cavi degli altri dipoli; i principali dati sono riportati in Tabella 3.1, annessi a quelli del cavo standard utilizzabile per il dipolo funzionante a 100 Ampere.

Descrizione	Cavi per 50A	Cavi per 100A
Altezza metallo	$0.26mm$	$0.38mm$
Larghezza metallo	$0.565mm$	$0.77mm$
Isolante	$0.03mm$	$0.03mm$
Area totale	$0.2mm^2$	$0.365mm^2$
N. cavi per nastro	28	18
rapporto Cu/Sc	4.0	3.56

Tabella 3.1 Specifiche sui cavi per 50 e 100 Amper.

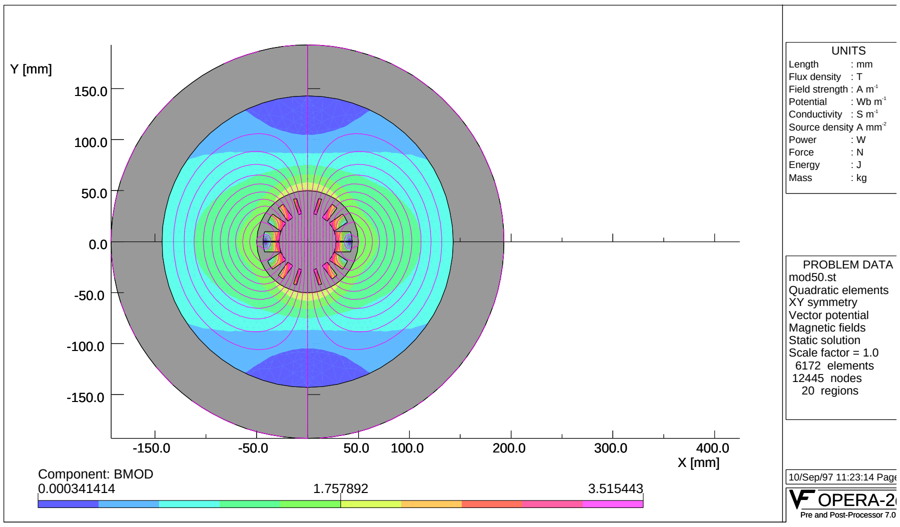

Figura 3.4: Modello uno-in-uno.

Descrizione	Dipolo a 50A	Dipolo a 100A
$modello\ 1-in-1$		
$B_1(2D)\ ROXIE$	$3.268T$	$3.065T$
$B_1(3D)\ ROXIE$	$3.265T$	$3.045T$
$B_1(2D)\ TOSCA$	$3.2731T$	$3.0349T$
$B_1(3D)\ TOSCA$	$3.2724T$	$3.0376T$
$Peak\ field(2D)\ TOSCA$	$3.5154T$	$3.440T$
$Peak\ field(3D)\ TOSCA$	$3.7467T$	$3.848T$
$modello\ 2-in-1$		
$B_1(2D)\ TOSCA$	$3.275T$	$3.036T$
$B_1(3D)\ TOSCA$	$3.058T$	/
$Peak\ field(2D)\ TOSCA$	$3.527T$	$3.439T$
$Peak\ field(3D)\ TOSCA$	3.889	/

Tabella 3.2 Valori del campo principale.

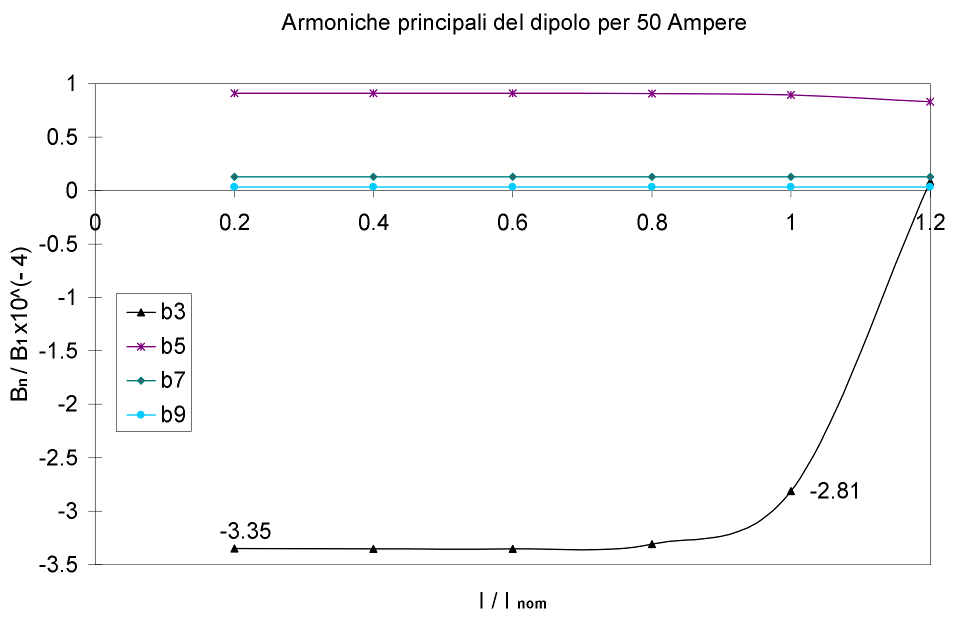

Figura 3.5: Variazione di b3 in funzione della corrente

Dapprima è stato valutato il modello 1-in-1, vedi Fig:3.4, che ha permesso di ottenere il campo desiderato. Il confronto tra i risultati ottenuti con i due programmi d'analisi è soddisfacente, tenendo conto che la geometria di OPERA non è altrettanto precisa, dal momento che non tiene in considerazione la forma dei cavi e quindi l'irregolarità dei bordi che ne consegue sui perimetri interno ed esterno dell'avvolgimento. I valori del campo dipolare, risultanti dalle varie elaborazioni sono riportati in Tabella 3.2.

Dai risultati del campo, calcolato a diversi valori di corrente, è possibile ottenere la variazione di b_3, come rappresentato in Fig.3.5, per vari valori del raggio interno del ferro, da cui deriva la scelta di 50 mm, come migliore soluzione per avere bassa saturazione e nel contempo un campo sufficientemente elevato. Ulteriori specifiche riguardanti i due modelli di dipolo trattati sono riportate in Tabella 3.3.

Descrizione	Dipolo a 50A	Dipolo a 100A
$Diametro\ interno\ ferro$	$100mm$	$98mm$
$Diametro\ esterno\ ferro$	$250mm$	$250mm$
$Variazione\ di\ b_3$	0.54	0.24
$Wp = B_{peak}/B_c$	59%	60%
$Lunghezza\ avvolgimento$	$0.580m$	$0.590m$
$Lunghezza\ magnetica$	$0.504m$	$0.538m$
$Induttanza$	$8.19H$	$1.905H$
$Energia\ immagazzinata$	$20.34kJ$	$18.45kJ$

Tabella 3.3 Parametri relativi al dipolo.

La variazione di b_3, per il dipolo da 50 A, è maggiore delle 0.5 unità consentite, ma c'è da aggiungere che anche il valore del campo è maggiore di quello richiesto, ciò significa che si ha un certo margine che consente di diminuire la corrente al di sotto dei 50 A, mantenendo comunque il valore di campo sopra i 3 T. Questo margine, quindi, consente di lavorare in una condizione di minore saturazione, semplicemente non raggiungendo il valore nominale di corrente. La stessa cosa non accade nel caso dei 100 A, che risultano necessari per ottenere un campo di 3 T, nell'altro tipo di dipolo.
Dal calcolo dei parametri di quench (temperatura e voltaggio) è apparso che il modello da 50 A non presenta particolari problemi di funzionamento, quindi può essere accantonato l'altro modello che richiederebbe inutilmente una corrente maggiore.

D'ora in avanti quindi i dati riportati saranno relativi al dipolo da 50 A.

Il calcolo di induttanza e energia immagazzinata (*stored energy*), invece, viene condotto a partire dal risultato fornito da ROXIE per la stored energy per unità di lunghezza, questa viene moltiplicata per la lunghezza dell'avvolgimento, mentre l'induttanza deriva dalla formula:

$$L = \frac{2W}{I^2}. \tag{3.4}$$

Il calcolo delle armoniche superiori, condotto con entrambi i programmi, è soddisfacente per pensare che i multipoli in eccesso possano essere facilmente corretti, in Tabella 3.4 è riportata la lista delle armoniche con il modello 1-in-1 e sono messi a confronto i risultati di ROXIE e di TOSCA nei due casi in cui il ferro viene considerato lineare e non-lineare.

$Programma$	$ROXIE$	$ROXIE$	$TOSCA$	$TOSCA$
$Ferro$	$Lineare$	$Non-lin.$	$Lineare$	$Non-lin.$
$B1\ [T]$	-3.27454	-3.26752	-3.27311	-3.27514
$B3\ [T10^{-4}]$	0.23252	0.87857	1.01447	1.09801
$B5\ [T10^{-4}]$	-3.05190	-3.03235	-2.87542	-2.98045
$B7\ [T10^{-4}]$	-0.20799	-0.21003	-0.40399	-0.41948
$B9\ [T10^{-4}]$	-0.12842	-0.12815	-0.10523	-0.11236
$B11\ [T10^{-4}]$	0.00366	0.00444	0.00481	0.00560

Tabella 3.4 Calcolo delle armoniche per il dipolo da 50A.

L'unica differenza apprezzabile tra i due insiemi di risultati, è costituita dall'armonica B_3, che risulta decisamente troppo elevata in TOSCA questo è comunque spiegabile, se si considera che in generale i dati di ROXIE sono più precisi, in quanto la geometria di TOSCA non corrisponde perfettamente alla realtà e che il valore dei multipoli, in particolare di quello di ordine 3, è fortemente legato alla geometria delle bobine.

3.3 Sestupolo

3.3.1 Ottimizzazione

Una volta ottenuti i risultati del dipolo, il lavoro relativo alla progettazione del sestupolo è più semplice e veloce, in quanto discende direttamente dall'ottimizzazione del sestupolo già esistente ai valori richiesti e alle dimensioni disponibili.

La prima considerazione da fare è relativa allo spazio disponibile: il modello preesistente di dipolo-sestupolo occupa 1.26 m di lunghezza nella *short straight section*, il nuovo dipolo progettato ha una lunghezza effettiva di 0.576 m. Se si lascia un piccolo margine tra i due e lo spazio necessario per il rivestimento non conduttore e per le connessioni elettriche, il sestupolo non può essere più lungo di 0.56 m.
Il valore di B_3 deve essere aumentato da 0.15 T a 0.3 T circa, essendo la lunghezza dimezzata. Partendo da queste esigenze, la procedura che risulta più semplice è quella di riprodurre le estremità sullo stesso modello di quelle del progetto preesistente, variando la lunghezza della straight part, fino a raggiungere la dimensione voluta. Con questa operazione il valore del campo si sarà ridotto e, ovviamente, la corrente necessaria per avere il campo desiderato deve essere ricalcolata con la proporzione:

$$I_{new} = I_{old} \frac{B_3(new)}{B_3(old)}. \tag{3.5}$$

dove I_{old} è nota dal modello precedente, $B_3(new)$ è il valore che si desidera ottenere, cioè 0.3 T, e $B_3(old)$ lo si ottiene dalla formula (3.3).

I cavi utilizzati per questo modello non sono stati variati rispetto al modello preesistente, quindi tutti i dati relativi provengono direttamente dalla casa costruttrice e sono riportati in Tabella 3.5.
Dati relativi alla costruzione e ai calcoli di campo per questo magnete sono invece contenuti in Tabella 3.6.

Descrizione	Cavi per sestupolo
Altezza metallo	$0.61mm$
Larghezza metallo	$1.21mm$
Altezza isolante	$0.045mm$
Larghezza isolante	$0.055mm$
Area totale	$0.924mm^2$
rapporto Cu/Sc	1.71

Tabella 3.5 Specifiche sui cavi per il sestupolo.

Descrizione	Sestupolo
Diametro interno ferro	$100mm$
Diametro esterno ferro	$250mm$
Corrente nominale	$561A$
$Wp = B_{peak}/B_c$	50%
Lunghezza avvolgimento	$0.560m$
Lunghezza magnetica	$0.555m$
B_3	$0.366T$
Peak field	$3.47T$

Tabella 3.6 Parametri relativi al sestupolo.

Dove il valore del campo B_3 viene dato non in $Tesla/m^2$ ma in $Tesla$, riferiti ad una circonferenza di raggio 10 mm centrata nel sestupolo. Con lo stesso metodo tutti i multipoli sono espressi in Tesla o più precisamente in potenze di 10^{-4} Tesla (corrispondenti ad un Gauss) per essere più facilmente confrontabili.
Il calcolo delle armoniche, in questo caso, è decisamente buono, in quanto tutti gli ordini di multipolo sono nulli eccetto $B_9 = 0.23 \times 10^{-4}$, (Tabella 3.7), questo significa

che il sestupolo non introduce ulteriori multipoli da correggere.

Anche il calcolo del "cross talk" è stato eseguito e ha dato buoni risultati, in quanto non sono state riscontrate differenze sostanziali fra le armoniche ottenute con entrambi i sestupoli in tensione e quelle calcolate alimentando il solo sestupolo in cui si esegue la misura. Anche in questo caso maggiori dettagli sull'interferenza saranno dati nel prossimo capitolo.

$Componente$	$ROXIE\ lineare$	$ROXIE\ non-lineare$
$B1\ [T10^{-4}]$	0.00000	-0.05278
$B3\ [T]$	-0.39411	-0.36208
$B5\ [T10^{-4}]$	0.00000	-0.07006
$B7\ [T10^{-4}]$	0.00000	0.09443
$B9\ [T10^{-4}]$	0.09031	0.02547
$B11\ [T10^{-4}]$	0.00000	0.23401

Tabella 3.7: Confronto delle armoniche per il sestupolo.

Capitolo 4

Studio dell'interferenza tra i due magneti accoppiati

L'intento di quest'ultimo capitolo è quello di unificare e dare omogeneità al lavoro svolto inserendo i due magneti progettati in un'unica struttura di cui si determinano le caratteristiche.

I calcoli sono stati suddivisi in due parti:

1) studio dell'interferenza bidimensionale tra i due magneti negli anelli paralleli, inseriti in un unico schermo in ferro (modello due-in-uno).

2) studio dell'interferenza tridimensionale, cioè tra dipolo e sestupolo in linea in un unico anello.

Nella prima parte sono state prese in considerazione due ipotesi per la disposizione dei magneti nei due reticoli affiancati:

a) fare corrispondere ad un dipolo in un anello un dipolo skew nell'altro e di conseguenza sestupolo a sestupolo.

b) fare corrispondere ad un dipolo un sestupolo, seguiti da sestupolo e dipolo invertiti.

Per tutte queste diverse possibilità saranno riportati i risultati dei tests. Per la realizzazione della prima parte di questo lavoro è stato utilizzato uno schermo in ferro disegnato in OPERA, seguendo le specifiche di costruzione indicate dal progetto per LHC, ma con questo programma, come si è già sottolineato, i calcoli del valore esatto del campo non sono troppo precisi, e comunque necessitano di verifica, magari con un confronto con i dati provenienti da un'altra elaborazione. Questo

è stato possibile solo in un secondo momento, dopo che il programma ROXIE è stato modificato ed è stata aggiunta la possibilità di definire uno schermo in ferro nella versione bidimensionale, valutandone l'influenza sul valore del campo.
Fortunatamente le modifiche hanno coinciso con la conclusione di questo lavoro, quindi è stato possibile utilizzare tutti i dati già ottenuti per verificare il corretto funzionamento del nuovo programma e nel contempo per migliorare la precisione dei risultati presentati.

Sfruttando questa nuova possibilità sono stati ripetuti i calcoli relativi al "cross talk" per dipolo-dipolo e sestupolo-sestupolo appaiati nel modello due-in-uno, inoltre sono stati eseguiti i calcoli per la configurazione dipolo-sestupolo, pensando ad una possibile sistemazione invertita dei due blocchi magnetici negli anelli paralleli, nell'ottica di stabilire la sistemazione che più minimizza le interferenze.
Questo lavoro è stato eseguito sfruttando lo schermo predefinito per la struttura di LHC e tutti i dati ottenuti hanno permesso di correggere e ottimizzare il programma.

Allo stesso modo è stato possibile verificare i risultati del modello uno-in-uno, definendo un nuovo schermo per un singolo magnete.
Va sottolineata la differenza sostanziale tra i calcoli eseguiti con la prima versione di ROXIE, che fissava solo il raggio di apertura interna del ferro, considerandolo infinitamente esteso e quindi impediva di realizzare calcoli per la configurazione due-in-uno, e questa nuova versione che permettendo di definire esattamente le dimensioni e la forma dello schermo, consente di posizionare e valutare più di un magnete nel medesimo progetto. Inoltre è stata introdotta la curva di magnetizzazione B-H caratteristica del ferro, che permette di definire e tenere in considerazione durante i calcoli la non linearità del ferro al crescere del campo magnetico. Questi miglioramenti hanno reso molto più preciso il programma d'analisi, consentendo di attribuire maggiore affidabilità ai risultati ottenuti.

4.1 Tests eseguiti

Per il calcolo dell'interferenza tra due magneti nelle due aperture parallele dello schermo in ferro (caso 1 precedentemente descritto) , il campo principale e le altre armoniche devono essere valutati in ambedue i magneti separatamente per le tre condizioni seguenti[1]:

- entrambi i magneti in tensione
- in tensione il solo magnete nell'apertura 1 (Ap1)
- in tensione il solo magnete nell'apertura 2 (Ap2)

Per meglio chiarire, i diversi casi possono essere schematizzati nella seguente tabella di validitá generale, che mostra come sono stati condotti i tests per lo studio d'interferenza.

Caso	1	2	3	4	5	6
Corrente in	$Ap1 + Ap2$	$Ap1$	$Ap2$	$Ap1 + Ap2$	$Ap1$	$Ap2$
Calcoli eseguiti in	$Ap1$	$Ap1$	$Ap1$	$Ap2$	$Ap2$	$Ap2$

I dati provenienti da queste elaborazioni sono stati analizzati e riportati in forma grafica, come si vede in Fig.4.1, per apprezzare il "cross talk". Si è notato che la variazione tra il caso con entrambi i dipoli in tensione e quello in cui si da tensione al solo dipolo centrato nell'origine, è quasi inesistente, mentre se si confrontano il modello 1-in-1 e 2-in-1, con entrambi i dipoli attivati, si può apprezzare un lieve aumento della variazione di b_3 e della stessa altezza della curva b_3, passando dal primo al secondo caso. Questo è spiegabile in virtù del fatto che la presenza dei due magneti incrementa il valore del campo e di tutti i multipoli rispetto al caso in cui solo un magnete è presente, d'altro canto nel modello 2-in-1 la saturazione è inferiore, essendoci, globalmente, meno ferro attorno ai dipoli che condividono un unico schermo.

4.1.1 Risultati

Per lo studio dell'interferenza tra magneti nel modello due-in-uno, sono stati condotti i calcoli sopracitati che hanno portato ai risultati riportati in seguito, in Tabella

[1]l'analisi delle armoniche viene condotta su di un cerchio di raggio 10 mm centrato nell'origine, che viene posta alternativamente nel centro dei due magneti.

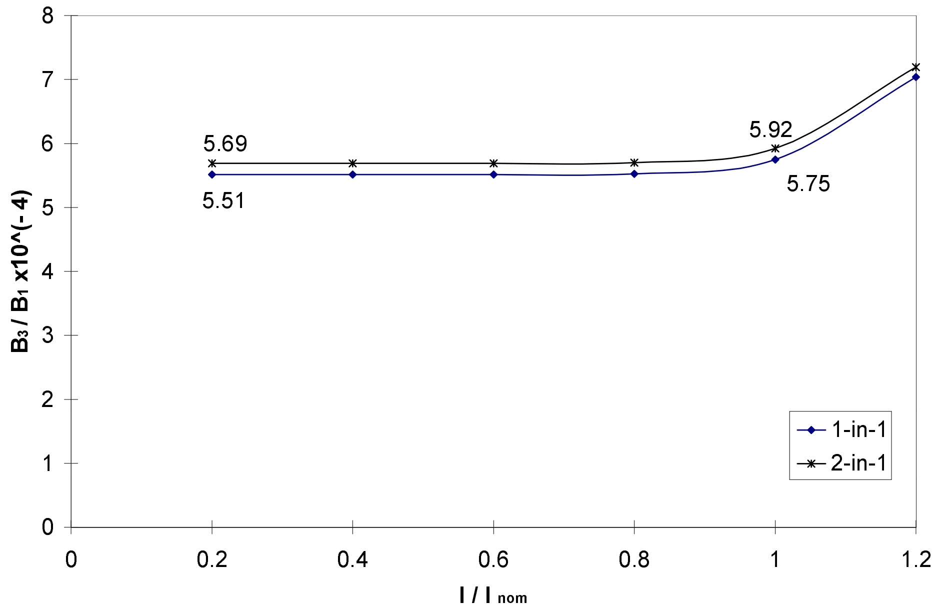

Figura 4.1: Evidenza grafica della "cross talk"

4.3 per dipolo-dipolo associati. In questo caso sono riportati i valori delle componenti del campo ottenuti scalando i valori dei multipoli con il campo principale. Gli stessi dati sono riportati nel grafico di Fig:4.2 che mette chiaramente in evidenza le componenti in cui l'interferenza è maggiore. Si nota infatti, soprattutto per le componenti B3 e B5, una marcata differenza tra il campo nel dipolo skew con e senza il dipolo normale in tensione.

In Tabella 4.4 sono mostrati i risultati per il caso sestupolo-sestupolo, in quest'ultimo, essendo i valori del campo principale uguali, si possono considerare le componenti multipolari, in quanto il fattore di scala è lo stesso.

Caso	1	2	3
Componente	*Entrambi*	*Solo dip. norm.*	*Solo dip. skew*
$B1$ $[T]$	3.26347	3.26413	-0.00023
$B2$ $[T10^{-4}]$	-0.01116	0.08294	0.00001
$B3$ $[T10^{-4}]$	1.30591	0.89714	0.00018
$B5$ $[T10^{-4}]$	2.97628	2.99314	0.00004
$A1$ $[T10^{-4}]$	0.67344	0.00026	0.43109
$A2$ $[T10^{-4}]$	-0.13990	0.00000	0.05612
$A3$ $[T10^{-4}]$	-0.04222	0.00026	0.00530

Tabella 4.3: "Cross talk" nel caso dipolo-dipolo.

Calcoli eseguiti nel dipolo normale

Caso	4	5	6
Componente	*Entrambi*	*Solo dip. skew*	*Solo dip. norm.*
$A1$ $[T]$	-3.26377	-3.26739	0.00023
$B2$ $[T10^{-4}]$	0.19386	0.00000	0.13462
$B3$ $[T10^{-4}]$	-0.92893	0.00026	0.00842
$B5$ $[T10^{-4}]$	2.99088	0.00026	0.00062
$A3$ $[T10^{-4}]$	0.97413	0.84380	0.00005
$A5$ $[T10^{-4}]$	-2.98964	-3.033145	0.00025
$A7$ $[T10^{-4}]$	0.20613	0.20992	0.00002

Tabella 4.4: "Cross talk" nel caso dipolo-dipolo.

Calcoli eseguiti nel dipolo skew

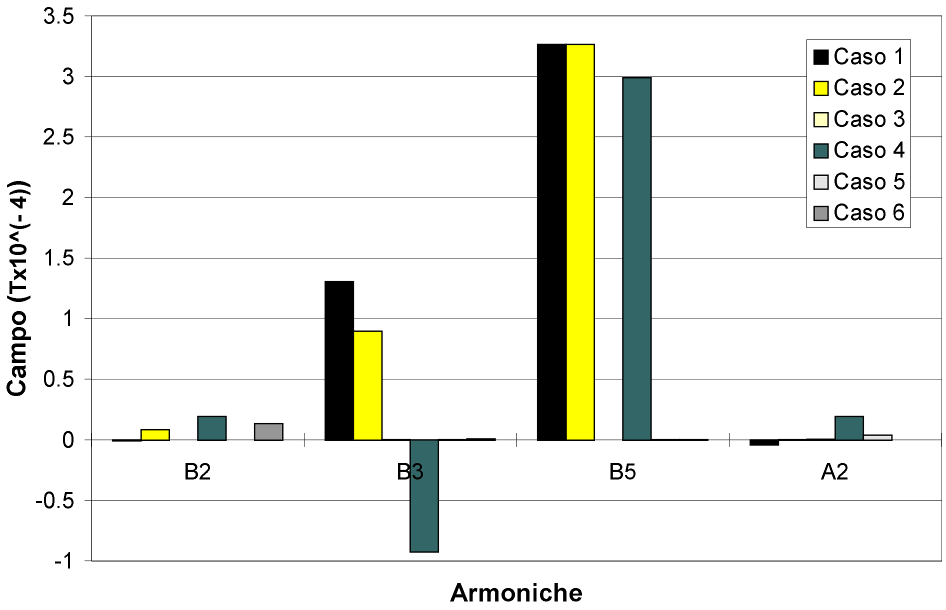

Figura 4.2: Variazione delle armoniche per la determinazione della "cross talk" per dipolo-dipolo.

Caso	1	2	3
Multipolo	*Entrambi*	*Ap1 in tensione*	*Ap2 in tensione*
$B3$ $[T]$	-0.36208	-0.36208	0.00000
$b1$ $[10^{-4}]$	0.14923	0.15012	0.00000
$b2$ $[10^{-4}]$	0.00370	0.00385	0.00000
$b5$ $[10^{-4}]$	0.19545	0.19544	0.00000
$b7$ $[10^{-4}]$	-0.25875	-0.25875	0.00000
$b9$ $[10^{-4}]$	-0.06990	-0.06990	0.00000
$b11$ $[10^{-4}]$	-0.64591	-0.64591	0.00000

Tabella 4.5: "Cross talk" nel caso sestupolo-sestupolo.

Calcoli eseguiti nel sestupolo Ap1

Come si può vedere le due sequenze di dati non sembrano essere troppo diverse, quindi il campo non viene fortemente modificato dalla presenza del secondo magnete, ciò implica che l'interferenza tra i due può essere considerata accettabile e si conferma la fattibilità del modello due-in-uno.
I risultati derivanti dai tests su dipolo-sestopolo accoppiati suggeriscono che questa potrebbe essere la soluzione più conveniente per minimizzare l'interferenza, anche per questo caso le armoniche sono riportate in Tabella 4.5, notando che i calcoli sono stati eseguiti prima su di un cerchio di raggio 10 mm e centrato nel dipolo, successivamente, con il centro spostato nel sestupolo, per poter confrontare il campo all'interno di entrambi i magneti con quello che il singolo produrrebbe senza l'interferenza dell'altro.

Caso	1	2	3
Armoniche	*Entrambi*	*solo dipolo*	*solo sestupolo*
$B1$ $[T]$	3.26412	3.26747	0.00023
$B3$ $[T10^{-4}]$	0.89466	0.87097	0.00005
$B5$ $[T10^{-4}]$	2.99307	3.03244	0.00021
$B7$ $[T10^{-4}]$	0.20622	0.21006	0.00002
$A1$ $[T10^{-4}]$	0.03975	0.00026	0.02629
$A2$ $[T10^{-4}]$	0.01318	0.00000	0.00611

Tabella 4.6: Calcolo delle armoniche nel caso dipolo-sestupolo.

Calcoli eseguiti nel dipolo

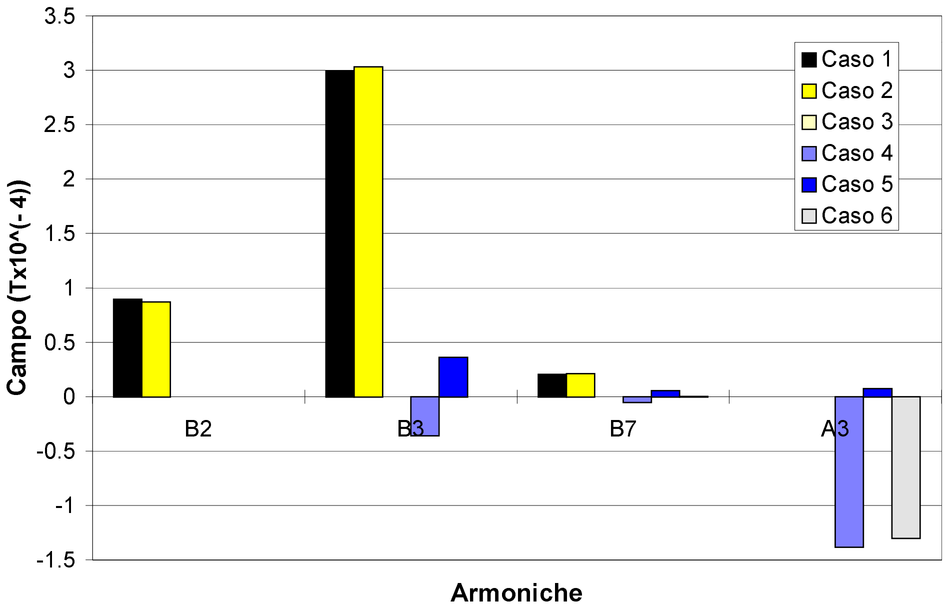

Figura 4.3: Variazione delle armoniche per la determinazione della "cross talk" per dipolo-sestupolo

Caso	4	5	6
Armoniche	*Entrambi*	*solo sestupolo*	*solo dipolo*
$B1\ [T10^{-4}]$	-1.38311	0.07451	-1.30390
$B3\ [T]$	-0.35932	-0.36209	-0.00001
$B5\ [T10^{-4}]$	0.04543	0.04411	-0.00065
$B7\ [T10^{-4}]$	-0.05486	0.05553	0.00115
$B9\ [T10^{-4}]$	0.11415	0.11448	-0.00442
$B11\ [T10^{-4}]$	0.21641	0.21932	-0.00496

Tabella 4.7: Calcolo delle armoniche nel caso dipolo-sestupolo.

Calcoli eseguiti nel sestupolo

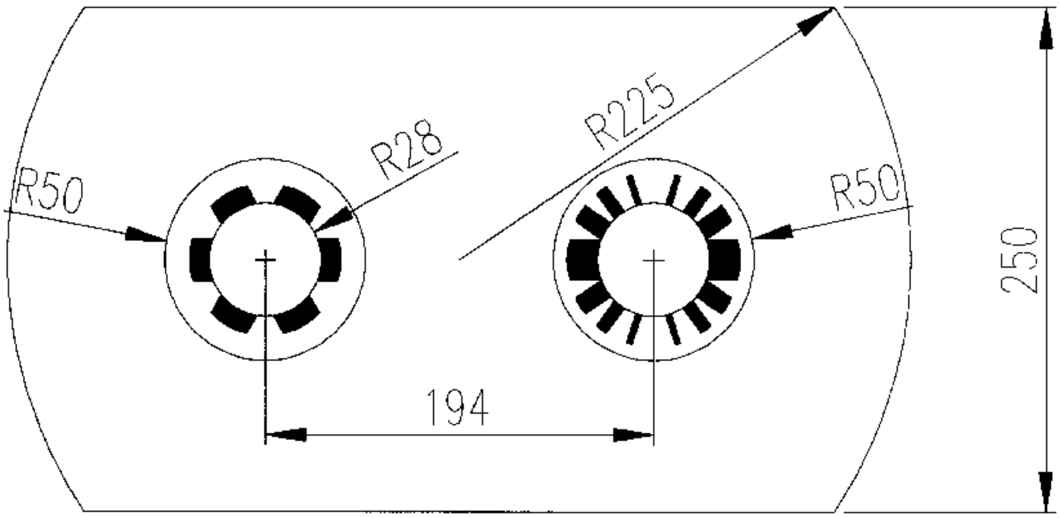

Figura 4.4: Sezione del modello 2-in-1 per dipolo-sestupolo.

Anche in questo caso le componenti di maggiore interesse sono state riportate in un grafico, vedi Fig:4.3, per mettere in evidenza i risultati dei tests. Dal grafico risulta evidente che la “cross talk” è decisamente trascurabile, o addirittura inesistente, il che conferma le aspettative per questa disposizione dei magneti. In Fig:4.4 è riportata la sezione dello schermo in ferro con dipolo e sestupolo accoppiati, con specificate le principali dimensioni del modello.

4.2 Modello completo: dipolo-sestupolo

Il modo per porre dipolo e sestupolo in successione e inserire entrambi nelle due stringhe parallele degli anelli di LHC, non è univoco, varie possibilità possono essere valutate, la scelta tra queste deve essere determinata dalla maggiore stabilità possibile per il sistema e dalla minore interferenza tra i diversi elementi magnetici. La soluzione ottimale sarebbe quella di poter includere tutti i quattro magneti in un unico collare di ferro, questo darebbe la massima stabilità , in quanto le forze magnetiche esercitate, per quanto elevate, non sarebbero in grado di spostare un unico blocco. Questa configurazione rischia, però , di consentire un'eccessiva interferenza

tra dipolo e sestupolo in successione, mentre è stato precedentemente dimostrato che l'interferenza tra i magneti paralleli non costituisce problema.
Un'altra possibilità è quella di lasciare uno spazio tra i due collari di ferro che circondano i due magneti in successione, questo spazio può essere semplicemente lasciato vuoto o, sempre nell'ottica di maggiore stabilità , può essere costituito da un anello di alluminio della stessa forma del ferro e a questo fissato. In tal modo la maggior parte delle linee di campo uscenti dal dipolo (che tra i due magneti presenti è quello che produce la maggiore interferenza), non influenzerebbero il campo sestupolare, e viceversa, essendo vincolate a rientrare nel ferro circostante, piegando su sè stesse, solo una piccola parte entrerebbe all'interno dello schermo del sestupolo non compromettendo cosí il risultato che si vuole ottenere.
Sono stati svolti calcoli di questo tipo, variando lo spessore dell'area di separazione da 0 a 20 mm, guardando prima l'effetto di un magnete poi quello dell'altro, nella zona di ferro di congiunzione tra i due, con lo stesso principio della "cross talk" in due dimensioni.

I risultati ottenuti hanno dimostrato che aumentare l'apertura oltre i 5 mm non era necessario, essendo già a questa distanza l'interferenza praticamente nulla, mentre scendendo sotto i 5 mm, e a maggior ragione senza spaziatura, l'influenza seppur bassa del dipolo sul sestupolo potrebbe modificarne il campo. Quest'ultima configurazione quindi, anche se meccanicamente più conveniente, deve essere scartata. I risultati dei tests più significativi sono riportati in Tabella 4.5. Il campo in entrambi i casi è calcolato al centro dei 5 mm di spaziatura (anche nel caso in cui questi fanno parte del ferro). Questa distanza non rappresenta l'effettiva spaziatura tra i magneti in quanto dopo la fine di ciascuno di essi vengono lasciati altri 10 mm di ferro, di sicurezza per consentire alle linnee di campo di ripiegare all'interno dello schermo stesso.

Magnete alimentato	5mm spazio	Nessuno spazio
Dipolo	$0.029T$	$0.29T$
Sestupolo	$0.021T$	$0.044T$

Tabella 4.8 Risultati dei tests di spaziatura.

4.3 Conclusioni

Traendo le conclusioni da questa serie di dati è possibile affermare che il modello dipolo-sestupolo correttore è realizzabile nei seguenti termini:
il dipolo alimentato a 50A può essere realizzato e collocato di seguito al sestupolo, purchè si lasci tra i due schermi in ferro una spaziatura di 5 mm di spessore. Gli studi sulle forze esercitate dai due magneti sulle pareti circostanti e delle forze di stress interne ai magneti stessi dovranno essere argomento di un prossimo approfondimento sulla fattibilità del progetto.
Due magneti combinati, del tipo appena descritto, dovranno essere posti in parallelo nei due anelli di LHC, in una struttura 2-in-1, che rispecchi le specifiche già esistenti per il collare in ferro: in essa uno dei due blocchi sarà posizionato normalmente, l'altro sarà skew.

È possibile prendere in considerazione l'eventualità di invertire la posizione dei due magneti nel secondo anello, facendo corrispondere ad un dipolo un sestupolo e viceversa, per diminuire ulteriormente l'interferenza nel piano di taglio. Anche per questo modello sono stati riportati risultati soddisfacenti che fanno pensare ad una più probabile scelta di questa soluzione.

Dai risultati ottenuti si può affermare che globalmente il modello prodotto è soddisfacente, l'unico elemento che potrebbe costituire problemi per la realizzazione pratica è costituito dal limitato spazio rimasto libero tra le bobine dei dipoli e lo schermo di ferro. Potrebbe risultare difficoltoso l'inserimento di un collare in alluminio attorno alle bobine, che darebbe maggiore stabilità agli avvolgimenti impedendone la deformazione sotto l'influenza delle forze di stress.
Questa eventualità è stata considerata e necessita di maggiori approfondimenti ma, basandosi sui dati disponibili, è pensabile che le correzioni necessarie al modello per aumentare la spaziatura tra ferro e avvolgimenti dipolari non richiedano un sostanziale cambiamento. Già alcune ipotesi sono state valutate come facilmente attuabili, l'idea base è quella di portare l'attuale distanza di 8 mm ad un valore di circa 12-13 mm, sufficiente per inserire il collare di alluminio. Per fare questo

senza compromettere il valore del campo principale, si può modificare la lunghezza del dipolo in modo da riottenere il corretto valore del campo integrale. In questo modo risulterebbe necessario accorciare il sestupolo, ma poichè i suoi avvolgimenti sono meno spessi può esserne incrementato il numero per ovviare alla diminuzione del campo derivante dall'accorciamento.
Con una stima preliminare si nota che, per raggiungere lo scopo con questa tecnica, è necessario aumentare la lunghezza del dipolo di circa 100 mm, di conseguenza il sestupolo deve essere diminuito di altrettanto.

Nel caso in cui si rivelasse necessaria, una correzione di questo tipo può essere effettuata abbastanza facilmente a partire da tutti i progetti già esistenti. La decisione sarà presa in base a calcoli più dettagliati sulle deformazioni che i magneti dovranno subire una volta in tensione.

Appendice A

Superconduttività e superfluidità

In questa appendice sono riportati assieme il fenomeno della superconduttività e quello della superfluidità , legati dal fatto di essere gli unici fenomeni quantistici macroscopici fino ad ora riscontrati in natura. Nelle pagine che seguono ne verrà data una breve introduzione, si rimanda ogni maggiore approfondimento alla bibliografia.

A.1 Superconduttività

La superconduttività fu scoperta nel 1911 dal fisico Karmerlingh Onnes, solamente tre anni dopo la prima liquefazione dell'elio. Durante le ricerche sulla conducibilità nei metalli alle basse temperature egli trovò che la resistenza di un campione di mercurio precipitava ad un valore bassissimo e difficilmente misurabile, una volta portato alla temperatura di ebollizione dell'elio liquido. La temperatura alla quale la transizione ha luogo è detta **temperatura critica** T_c.
Fenomeni di superconduttività sono osservabili in una vasta gamma di materiali, ma, sfortunatamente, in nessuno dei normali migliori conduttori come rame, argento e oro, salvo che a pressioni molto elevate. In Tabella A.1 sono riportate le temperature critiche per alcuni metalli e loro leghe.

$Elemento$	Ti	Al	Hg	Sn	Pb	Nb	$NbTi$	$Nb3Sn$
T_c $[K]$	0.4	1.14	4.15	3.72	7.9	9.2	9.2	18

Tabella A.1 Temperature critiche di alcuni materiali.

Nel 1950 fu pubblicata per la prima volta una teoria che sosteneva che gli elettroni di conduzione in un metallo potessero interagire scambiandosi vibrazioni virtuali e quantizzate, dette *fononi*, e che questa interazione fosse alle base del fenomeno della superconduttività . Questa idea divenne la base di un'importante teoria microscopica di grande successo, ma occorsero altri sette anni per il suo sviluppo completo. Una sola predizione è possibile a partire dall'idea base, l'esistenza di un effetto isotopo, tale che:

$$T_c \propto M^{-\frac{1}{2}} \tag{A.1}$$

(M=massa dell'atomo di metallo)

Fu di grande supporto alla nuova idea l'osservazione, avvenuta nello stesso periodo (1950), del predetto effetto isotopo che evidenziò come l'accordo con la teoria fosse perfetto.

La teoria che rivoluzionò la comprensione del fenomeno della superconduttività è dovuta a Bardeen, Cooper e Schrieffer, che, nel 1957, pubblicarono la teoria macroscopica sulla superconduttività (teoria BCS). Essa si basa sull'ipotesi che la supercorrente non è portata da un singolo elettrone, ma da coppie di elettroni di momenti e spin opposti, le cosidette **coppie di Cooper**. Tutte le coppie occupano un singolo stato quantico, lo stato fondamentale BCS, la cui energia è più bassa di quella dello stato di singolo-elettrone di una quantità proporzionale alla temperatura critica. (Le coppie non seguono più la statistica di Fermi, come fanno gli elettroni, bensí quella di Bose)

Lo scambio di fononi virtuali tra elettroni di conduzione porta ad una correlazione che da luogo ad una coppia di elettroni. Al di sotto della temperatura di transizione T_c, al diminuire della temperatura si associa un continuo aumento degli elettroni di conduzione, la correlazione che lega gli elettroni riguarda il loro momento. Una coppia consiste di due elettroni con vettori k opposti e spin up e down:

$$Coppia\ di\ Cooper = (\vec{k_\uparrow}, \vec{k_\downarrow}) \tag{A.2}$$

La correlazione tra elettroni di conduzione porta ad un salto energetico in corrispondenza dell'energia di Fermi E_F, questa spaziatura aumenta al crescere della concentrazione di coppie di Cooper e al decrescere della temperatura.
La teoria BCS fornisce un'espressione per la temperatura critica (T_c):

$$T_c = 1.13\frac{\hbar\omega_D}{k_B}exp(-\frac{1}{N(E_F)V^\star}) \tag{A.3}$$

ω_D= frequenza di Debye
k_B= costante di Boltzmann
$N(E_F)$= densità di stati elettronici
$V^\star$= costante caratteristica per l'interazione

Un materiale passa dallo stato normale a quello superconduttivo quando la sua temperatura è inferiore a T_c e il campo magnetico minore di $B_c(T)$. Questa transizione di fase può essere comparata a quella dell'acqua che, a $0°C$, passa allo stato solido. Una transizione di fase ha luogo quando il nuovo stato è energeticamente favorito, l'energia termodinamica rilevante in questo caso è l'energia libera:

$$F = U - T \cdot S \tag{A.4}$$

dove U è l'energia interna e S l'entropia. Sotto la temperatura critica lo stato superconduttivo ha un'energia libera più bassa dello stato normale, quindi la transizione normale$\rightarrow$ superconduttivo è associata ad un guadagno di energia. Anche l'entropia dello stato superconduttivo è più bassa, il che implica un maggiore grado di ordine in questo stato. Dal punto di vista della teoria BCS ciò è facilmente comprensibile considerando gli elettroni conduttori accoppiati ed in uno stato quantico singolo. Numericamente la differenza di entropia è piccola (circa 1 milli-Joule per mole per Kelvin nel caso dell'alluminio), da cui si può dedurre che solo una piccola frazione degli elettroni di valenza sono condensati in coppie [12].

A.2 Superfluidità

Un fluido composto da particelle elettricamente neutre che, in certe circostanze, può fluire senza attrito è detto superfluido. C'è una stretta analogia tra superconduttività e superfluidità , che tratta di flusso di elettroni con scarso attrito in certi metalli a basse temperature.
In natura sono conosciuti due tipi di superfluidi, ^4He liquido, ad una temperatura al di sotto dei 2.17 K, e ^3He liquido, ad una temperatura inferiore ai 2 mK. Tutti i superfluidi devono le loro proprietà al tipo di condensazione detta di Bose. Nell'^4He, nel quale gli atomi sono già di per sè bosoni, la condensazione di Bose è più semplice, mentre nell'^3He, i cui atomi sono fermioni, avviene la condensazione delle coppie di

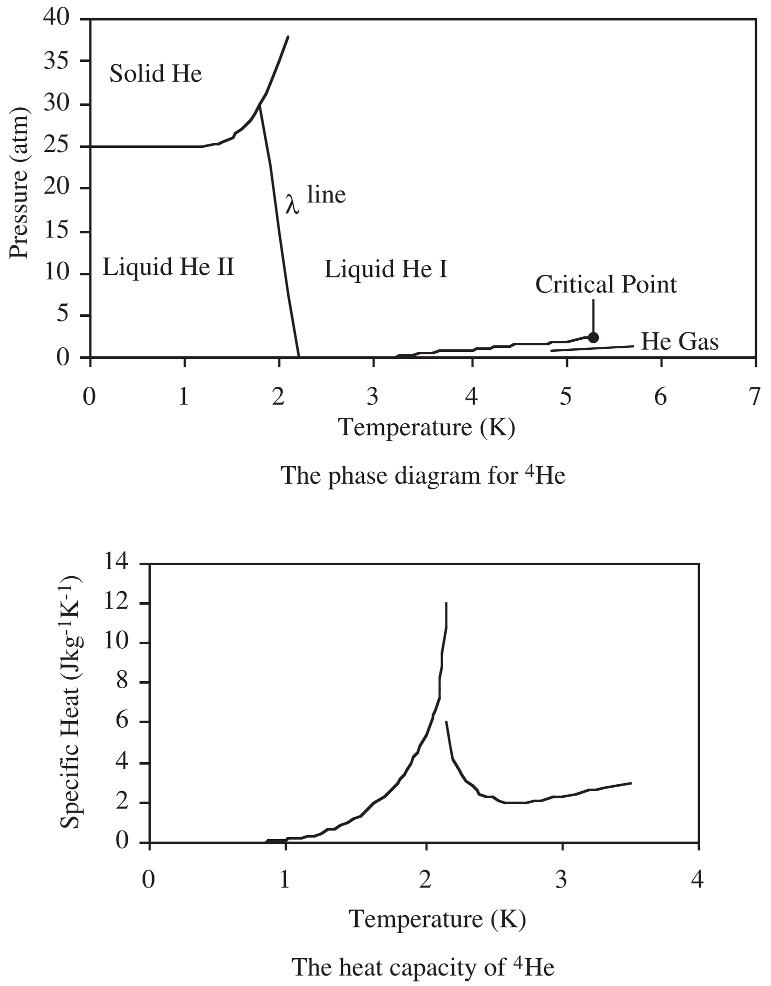

Figura A.1: (a) Diagramma di fase, (b) Capacità termica, per ^4He

Cooper, come nel fluido di elettroni nei superconduttori. Questa seconda condensazione risulta quindi molto più complicata, perchè le coppie di Cooper si formano in stati con momento angolare e spin nucleare non nulli. Si sceglie quindi, per comodità , di concentrarsi sul modello più semplice di superfluido per lo sviluppo della tecnologia di raffreddamento dei magneti superconduttivi.

Il diagramma di fase relativo all'^4He, è riportato in Fig.A.1 (a), si può notare che non c'è il convenzionale punto triplo, bensí ci sono due stati liquidi, elio I ed elio II, separati dalla linea-λ, elio I è un liquido convenzionale mentre elio II è il superfluido.

L'elio superfluido scorre senza attrito in canali molto stretti che provvedono a mantenere la velocità di flusso al di sotto del valore critico, tale valore dipende dalla larghezza del canale (aumenta al diminuire della larghezza), ed è dell'ordine di qualche cm per secondo. Il bassissimo attrito risentito dal flusso consente di pensare l'elio superfluido come un liquido privo di viscosità . Studi più approfonditi hanno dimostrato che la conduzione di calore nell'elio superfluido obbedisce all'equazione delle onde:

$$\nabla^2 T = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \tag{A.5}$$

piuttostochè l'usuale equazione di diffusione $K\nabla^2 T = \rho C \partial T/\partial t$. Quando l'elio scorre attraverso gli stretti canali, ne esce ad una temperatura più bassa, questo è l'effetto "meccanico-calorico", fortemente correlato a questo effetto c'è un grosso effetto termodinamico, un gradiente di temperatura lungo un canale sottile contenente elio superfluido determina un importante gradiente di pressione.

In accordo con il modello a due-fluidi, l'elio superfluido può essere rappresentato mediante due fluidi distinti: una *componente normale*, di densità ρ_n, che si comporta come un convenzionale liquido viscoso e trasporta tutta l'entropia del sistema; una *componente superfluida*, di densità ρ_s, che si comporta come un liquido classico ideale, non viscoso, che non trasporta entropia. Nel caso più semplice i due fluidi si muovono relativamente uno nell'altro senza interazioni di attrito. La proporzione di superfluido, ρ_s/ρ, decresce da uno, a T=0, fino a zero, alla temperatura della transizione λ [13].

A.2.1 Condensazione di Bose

Il fatto che l'elio non raggiunga lo stato solido alla temperatura di 0 K, eccetto che alle alte pressioni, è indicativo di un effetto quantistico. Ogni atomo in un liquido è limitato da quello vicino, questo confinamento porta ad una grande energia di punto-zero, che aumenta al crescere della densità del liquido e tende a mantenere gli atomi separati tanto da prevenire la solidificazione e da rendere deboli le forze attrattive che legano gli atomi stessi.

La terza legge della termodinamica richiede che l'entropia dell'elio, anche allo stato liquido, tenda a zero al tendere a zero della temperatura. L'elio superfluido a T=0 deve essere un "liquido ordinato". Si può notare (vedi fig. A.1 (b)) che il picco nella capacità termica alla temperatura corrispondente alla linea-λ è caratteristico di una transizione ordine-disordine, quindi la superfluidità è associata ad un processo di riordinamento.

Il tipo di condensazione di Bose che avviene nell'elio liquido al di sotto della linea di transizione λ, fu dimostrato per la prima volta teoricamente da Pernose e Onsager [14], e confermato in seguito da un gran numero di studi teorici. L'evidenza sperimentale è invece molto più difficile da dimostrare, ma esperimenti ragionevolmente convincenti di deep inelastic scattering tra neutroni sono stati effettuati misurando principalmente la distribuzione di momento degli atomi di elio.
Comunque, la condensazione di Bose differisce da quella nei gas ideali, in quanto la frazione di atomi nello stato con momento più basso è più piccola e, nell'elio a basse pressioni, raggiunge un valore di solo 0.1, anche a T=0. Ciò significa che questa *frazione condensata* non può essere identificata con la frazione superfluida ρ_s/ρ.

Bibliografia

[1] The Large Hadron Collider, *Phis. Rev.* CERN/AC/95-05, (1995)

[2] G. Brianti, W. Scandale, *Un potente strumento di indagine del microcosmo, ...* MELANGES (1994)

[3] R.Perin, *Field,For. Mec of Sup. Mag.* AT/95-60, (1995)

[4] S.Guiducci, *CAS, Chromaticity* CERN 94-01, (1994)

[5] S.Baird, *Acc. for Pedestrians* PS/OP/Note 95-17, (1995)

[6] K.-H.$Me\beta$, P.Schmüser, *CAS, Sup. acc. mag.* CERN 89-04, (1989)

[7] E.Baynham, *Construction and test of... MDSBV* LHC note 155, (1991)

[8] A.Ijspeert, *Test results of...* LHC note 201, (1992)

[9] L. Bottura, *Magn. Field Quality of the MSBH c.m.*AT-MA tec. note 95-111 (1995)

[10] ROXIE, S.Rossenschuck, CERN.

[11] OPERA-TOSCA, Trademark from Vector Fields Limited, Oxford, England

[12] P. Schmuser, *CAS, Superconductivity* CERN 96-03 (1996)

[13] W.F. Vinen, *CAS, Superfluidity* CERN 96-03 (1996)

[14] O. Pernose, L. Onsager, *Phys. Rev.* 104,576 (1956)

Ringraziamenti

Grazie a:

Mikko Karppinnen (the best supervisor in the world),
Paola Ferretti per il sostegno e l'incoraggiamento,
Albert Ijspeert, Tom Taylor, Stephan Russenschuck for ROXIE, Suitbert Ramberger for his changes on ROXIE, Walter Scandale, Giancarlo Spigo, Davide Tommasini, Amalia Ballarino for the office and my second work like her secretary, Michele Porcu per LATEX, Andrea Formica per "il tutto" e "il di più " compreso l'appartamento non ammobiliato, Cathia Ottavi per lo chalet ammobiliato... e anche troppo, Chiara Simani per Facciata.tex, Francesco Sisini per aver condiviso con me le sue nozioni di TOSCA-magneti-finlandesi-comunicazioni virtuali, Alessandro Vanzini per avermi donato l'OPERA-scibile, il CERN tutto, LHC in particolare, i magneti principali che hanno fornito gli errori da correggere, Speranza Giovannini che sarebbe la mia mamma, i ragazzi dello chalet che mi hanno adottata per 4 mesi.
Andrea Stevoli per i 4 anni di studio e sopportazione (reciproca).