Der longitudinale Spinzustand $\vec{\varepsilon}_{long} = (0,0,1)$

ist für masselose Photonen verboten ($E_z \sim k_z$, aber $\vec{E}\cdot\vec{k} = 0$)

Das gilt nicht für virtuelle ($k^2 \neq 0$) Photonen!

10. Kapitel: Eichinvarianz bei massiven Vektorfeldern

oder die Quadratur des Kreises:

- Eichinvarianz existiert nicht, wenn man "ad-hoc" Massenterme f. d. Vektorfeldes einfügt.
- dieses Kapitel: es geht doch, aber weniger direkt
  - → verborgene Eichinvarianz
  - → "effektive" Masse durch zusätzliche Wechselwirkung mit einem "Hintergrundfeld" (Higgs-Feld)
  - → Felder sind "an sich" masselos – nur weil wir das Hintergrundfeld ignorieren denken wir, sie hätten Masse

10.1. Erzeugung einer Photon-Masse im Supraleiter

= lehrreiches Beispiel für das Auftreten einer scheinbaren Masse.

Zusammenhang zwischen Reichweite einer WW und Masse der Feldquanten:

zeitunabhängige

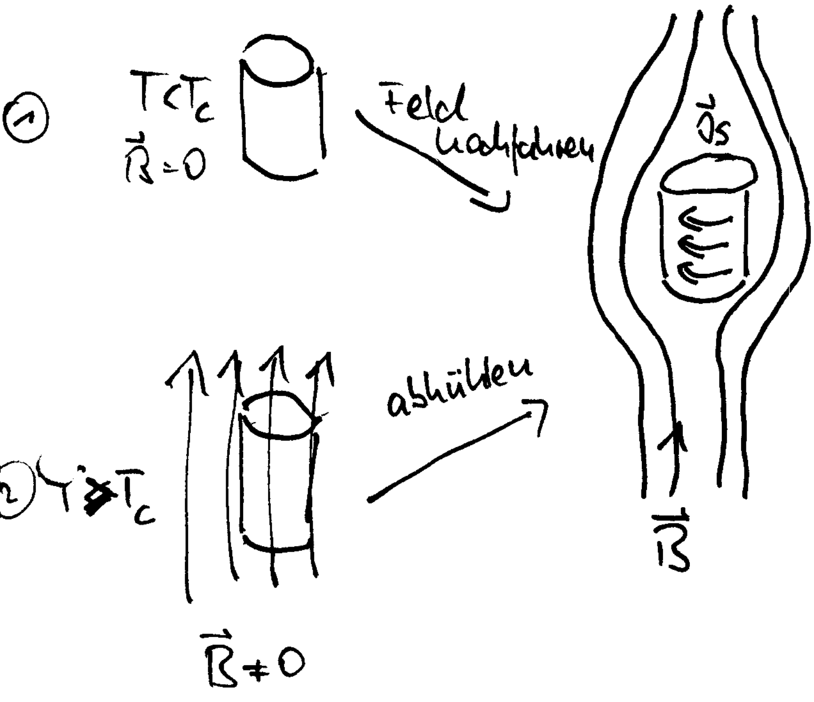
Klein-Gordon-Gleichung für skalares Potential einer Punktquelle:

$$\left[-\vec{\nabla}^2 + \left(\frac{c}{\hbar}M\right)^2\right] V(\vec{r}) = \delta^{(3)}(\vec{r})$$

Lösung: $V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi r} e^{-\mu r}$ $\quad \mu = \frac{c}{\hbar} M$

$\Rightarrow$ Masse der Feldquanten führt zu exponentieller Abschirmung des Feldes.

Supraleiter: Effekt der exponentiellen Abschirmung eines äußeren Magnetfeldes (Meißner-Ochsenfeld-Effekt)



① kann man klassisch verstehen (Induktionsgesetz für idealen Leiter)

② nicht klassisch ...

Zusammenhang zw. Magnetfeld und Oberflächenstromdichte $\vec{j}_S$:

Londonsche Gleichung: $\vec{\nabla} \times \vec{j}_s = -\frac{e^2 n_s}{m_e c^2} \vec{B}$

(eigentlich BCS-Theorie $-\frac{(2e)^2 n_c}{m_c c^2}$ $\quad n_c = \frac{n_s}{2}$ (Cooper-Paare)

$m_c = 2 m_e$

$\Rightarrow$ gleicher Wert)

Kombiniere London-Gln. mit 4. Maxwell:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{j}_s \quad \left(\text{für } \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0\right)$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = -\frac{e^2 n_s}{m_e c^2} \vec{B}$$

[rot rot = grad div $- \vec{\nabla}^2$] , wegen div $\vec{B} = 0 \Rightarrow$

$$\left[-\vec{\nabla}^2 + \frac{1}{\lambda^2}\right] \vec{B} = 0 \qquad \lambda = \left(\frac{m_e c^2}{e^2 n_s}\right)^{1/2}$$

Eindringtiefe des B-Feldes

Lösung (wie oben)

$$\boxed{\vec{B} = B_0 e^{-\frac{x}{\lambda}} = B_0 e^{-\frac{c}{\hbar} M x}}$$

Magnetfeld wird abgeschirmt als hätten die Photonen eine Masse $M = \frac{\hbar}{c}\lambda \approx 1.3 \cdot 10^{-5} m_e$ ($\lambda \approx 30\,\text{nm}$)

Betrachte jetzt anstelle von $\vec{B}$ das Vektorpotential $\vec{A}$:

Wellengleichung ($\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = 0$):

$$\boxed{\Box\vec{A} = -\vec{\nabla}^2\vec{A} = \vec{j}_s}$$

London-Gleichung:

$$\boxed{\vec{j}_s = -M^2\vec{A}} \qquad \left(M = \frac{\hbar}{c}\lambda\right)$$

also: $(\Box + M^2)\vec{A} = 0$ – Klein-Gordongleichung für ein <u>massives</u> Vektorfeld.

heißt das, daß die Maxwell-Gleich. nicht mehr gelten??

<u>Nein!</u> Der Masseterm $+M^2\vec{A}$ rührt von der Stromdichte im Supraleiter her ($\vec{A}$ erfüllt die Maxwellgl.!)
Wenn man aber $\vec{j}_s$ (d.h. die Cooperpaare) ignoriert sieht $\vec{A}$ so aus, als hätte es Masse!

analog: Helium-Ballon in Luft hat negative Masse wenn man die Luft ignoriert.

<u>Idee:</u> auch die Massen der W + Z-Bosonen sind scheinbare Massen, erzeugt durch ein Feld (analog zu den Cooper-Paaren), das in ständiger (auch im „Vakuum") WW mit den an sich masselosen Teilchen steht.

10.2. Higgs-Teilchen als Verallg. der Cooper-Paare

Modell für massive Photonen (läßt sich leicht auf schwache WW übertragen)

Überall im Raum: gelad. Hintergrundfeld $\hat{=}$ Cooperpaare

Hintergrundfeld $\hat{=}$ Abschirmstrom

$$\Box A^\mu = j^\mu \qquad (\text{Lorentzeichung } \partial_\mu A^\mu = 0)$$

wenn man j^μ so "konstruieren" kann, daß $j^\mu \sim A^\mu$ (wie i.d. London'schen Gleichung), d.h.

$$j^\mu = -M^2 A^\mu \quad \Rightarrow \quad \boxed{(\Box + M^2) A^\mu = 0}$$

Wie konstruiert man einen solchen Strom?

$\Rightarrow$ geladenes skalares Feld:

$$(\Box + m^2)\phi(x) = 0$$

$\Rightarrow$ Strom ist $j^\mu = iq(\phi^*(\partial^\mu\phi) - (\partial^\mu\phi^*)\phi)$ $\quad (\partial_\mu j^\mu = 0)$!

WW mit A^μ, dem el-mag. Feld: ersetze ∂^μ durch

$D^\mu = \partial^\mu + iqA^\mu$

$$\Rightarrow \quad j^\mu = iq(\phi^*(D^\mu\phi) - (D^\mu\phi)^*\phi) \qquad (D^{\mu*} = \partial^\mu - iqA^\mu)!$$

$$= iq(\phi^*[\partial^\mu\phi + iqA^\mu\phi]) - [\partial^\mu\phi^* - iqA^\mu\phi^*]\phi)$$

$$= iq(\phi^*(\partial^\mu\phi) - (\partial^\mu\phi^*)\phi) - 2q^2A^\mu|\phi|^2$$

<u>Grundzustand</u>: kein Teilchen erzeugt

$$\Rightarrow \quad \phi^*(\partial^\mu_\mu \phi) - (\partial^\mu \phi^*)\phi = 0$$

normalerweise heißt Grundzustand auch daß $|\phi|^2 = 0$.
Wir nehmen aber an, daß im Grundzustand $|\phi|^2 \neq 0$.

$$\Rightarrow \quad \boxed{j^\mu \text{ (Grundzust)} = -2q^2 |\phi_0|^2 A^\mu}$$

Definiere $M := q\sqrt{2}\,|\phi_0|$

$$\Rightarrow \quad (\Box + M^2) A^\mu = 0$$

$\Rightarrow$ Wenn man $|\phi_0| \neq 0$ annimmt folgt eine verallg. Londonsche Gleichung $\Rightarrow$ Massive Wellengl. für A^μ.

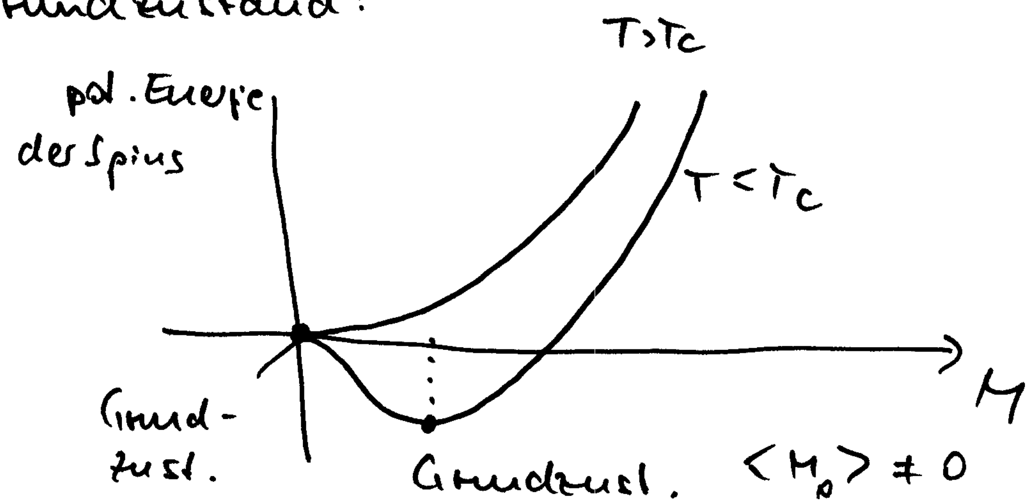
$|\phi_0| \neq 0$ = nicht verschw. Amplitude im Grundzustand
= "Vakuumerwartungswert" v.e.v. $\langle\phi_0\rangle$.

Diese Bedingung ist <u>nicht trivial</u>!

- erfordert Selbstwechselwirkung des ϕ-Feldes.
- analog: Cooperpaare sind alle korreliert
  $\Rightarrow$ makroskop. W.F.
- ähnliche Situation im Ferromagneten:

für $T < T_c$: endliche Magnetisierung im

Grundzustand:



Ansatz: $V = -\alpha^2 M^2 + \beta^2 M^4$

Das Higgs-Potential (10.2.1.)

Um gelad. Teilchen zu beschreiben: komplexes Higgs Feld:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\,\phi_2)$$

analog zum Ferromagneten wird das Potential angesetzt als:

$$V(\phi) = -\mu^2|\phi|^2 + \lambda^2|\phi|^4$$

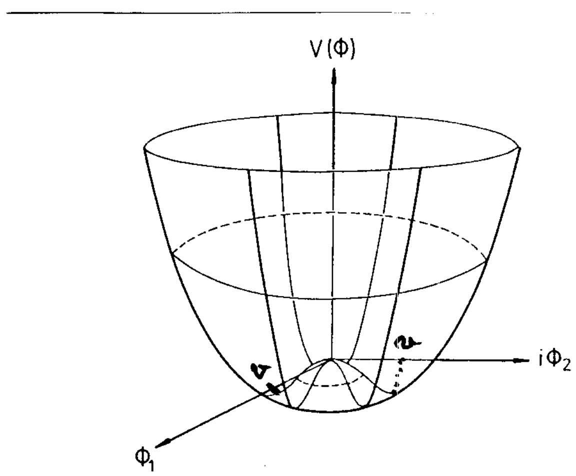


Abb. 10.4. Das Higgs-Potential.

Minimum bei $|\phi| = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2} = \frac{v}{\sqrt{2}}$ $\qquad v = \frac{\mu}{\lambda}$

def. von ϕ

beliebig wählbare Phase $\theta = \operatorname{atan}\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)$:

$$\boxed{\phi_0 = \frac{v}{\sqrt{2}} e^{i\theta}}$$

(analog: Ferromagnet: Betrag von $\vec{M}$ ist festgelegt, die Richtung nicht)

Wir wählen $\theta = 0$. $\Rightarrow$ $\phi_0 = \frac{v}{\sqrt{2}}$ = const.

$\Rightarrow$ Higgs-Strom im Vakuum: $j_0^\mu = -2q^2 |\phi_0|^2 A^\mu$
$= -q^2 v^2 A^\mu$

$$\Rightarrow (\Box + M^2) A^\mu = 0$$

mit $\boxed{M = qv = q|\phi_0|\sqrt{2}}$

Zwei Betrachtungsweisen:

a) Das Feld A^μ wechselwirkt mit einem unbekannten Strom j^μ, es gilt $\Box A^\mu = j^\mu$ (Maxwell...)

b) Da der Strom j^μ eine London-Gleichung erfüllt ($j^\mu = -M^2 A^\mu$) $\Rightarrow (\Box + M^2) A^\mu = 0$

Wenn wir den Strom ignorieren $\Rightarrow$ scheinbar massives Photonfeld.