

Musterlösung Aufgabe 9

Damit die Dirac-Gleichung auch für die transform. Felder gilt muss gelten:

$$D'\psi' = D'U\psi = U D\psi$$

Für infinitesimale Trf. U gilt dann:

$$\begin{aligned} & \underbrace{\left(\partial^\mu + i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}^\mu \right)}_{D'} \underbrace{\left(1 + i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{\beta} \right)}_{U(\inf)} \psi \\ & \stackrel{!}{=} \underbrace{\left(1 + i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{\beta} \right)}_{U(\inf)} \underbrace{\left(\partial^\mu + i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}^\mu \right)}_D \psi \end{aligned}$$

Vertausche die U Terme der linken Seite einzeln:

a) $1 \partial^\mu = \partial^\mu 1 \quad \checkmark$

b) $1 \cdot i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W} = i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W} 1 \quad \checkmark$

c) $i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{\beta} \partial^\mu = i \frac{g}{2} \partial^\mu \vec{\tau} \cdot \vec{\beta} - \underline{i \frac{g}{2} \vec{\tau} (\partial^\mu \vec{\beta})} \quad !$

d) $i \frac{g}{2} (\vec{\tau} \cdot \vec{\beta}) i \frac{g}{2} (\vec{\tau} \cdot \vec{W}) = i \frac{g}{2} (\vec{\tau} \cdot \vec{W}) i \frac{g}{2} (\vec{\tau} \cdot \vec{\beta}) - \underline{i \frac{g}{2} \cdot g \cdot \vec{\tau} (\vec{\beta} \times \vec{W})}$

$$(\text{w.g. } \tau_i \tau_j - \tau_j \tau_i = 2i \varepsilon_{ijk} \tau_k)$$

- vernachlässigte Terme $\sim \beta^2$

$\Rightarrow$ rechte Seite mit

$$\vec{W}'^\mu = \vec{W}^\mu - \partial^\mu \vec{\beta} - g (\vec{\beta} \times \vec{W})$$