

Physik für Biologen und Zahnmediziner

Propädeutikum 2: Noch mehr Funktionen

Dr. Daniel Bick



Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

25. Oktober 2017

- 1 Wiederholung
- 2 Potenzfunktionen (Fortsetzung)
- 3 Trigonometrische Funktionen
- 4 Exponentialfunktionen

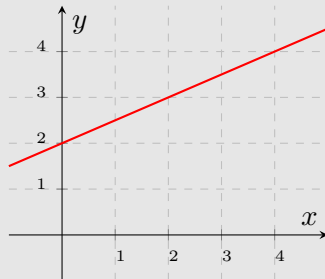
- 1 Wiederholung
- 2 Potenzfunktionen (Fortsetzung)
- 3 Trigonometrische Funktionen
- 4 Exponentialfunktionen

Lineare Funktionen

$$f(x) = y = a \cdot x + b$$

Steigung: $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Auch andere Variablen als x möglich



Potenzfunktionen

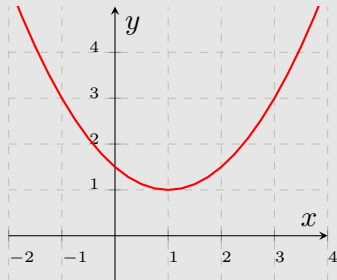
$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

Quadratische Gleichung ($n = 2$)

$$f(x) = y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

Scheitelpunktsform

$$f(x) = y = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$$



- 1 Wiederholung
- 2 Potenzfunktionen (Fortsetzung)**
- 3 Trigonometrische Funktionen
- 4 Exponentialfunktionen

Nullstelle: $f(x) = y = 0$

$$f(x) = y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

Nullstellen einer Quadratischen Gleichung

Nullstelle: $f(x) = y = 0$

$$f(x) = y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

Normierte Form: Teilen durch a

$$x^2 + \frac{b}{a} \cdot x + \frac{c}{a} = 0$$

Mit $\frac{b}{a} = p$ und $\frac{c}{a} = q$:

$$x^2 + p \cdot x + q = 0$$

Lösung mit p - q -Formel:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Gegeben

- Höhe des Hügels $h_0 = 200 \text{ m}$
- Startgeschwindigkeit in vertikaler Richtung $v_0 = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2} \quad \text{mit } g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Wie lange fliegt die Kugel?

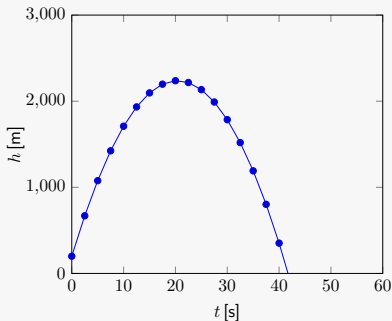
Beispiel: Kanone auf Hügel

Gegeben

- Höhe des Hügels $h_0 = 200 \text{ m}$
- Startgeschwindigkeit in vertikaler Richtung $v_0 = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2} \quad \text{mit } g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Wie lange fliegt die Kugel?



$$h_0 + v_0 \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2} = 0$$

$$t^2 - 2 \cdot \frac{v_0}{g} \cdot t - 2 \cdot \frac{h_0}{g} = 0$$

$$t_{1/2} = \frac{v_0}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + 2 \cdot \frac{h_0}{g}}$$

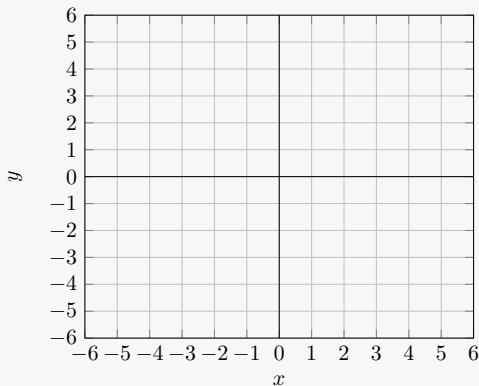
$$t_{1/2} = (20,4 \text{ s} \pm 21,4 \text{ s})$$

Negativen Potenz $\rightarrow$ Kehrwert

$$f(x) = y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Beispiel **Hyperbel** $f(x) = x^{-1}$

x	$f(x) = x^{-1}$
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

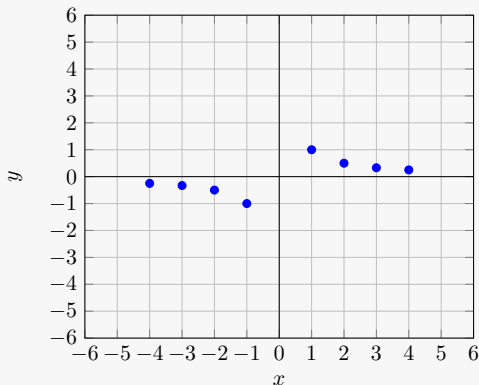


Negativen Potenz $\rightarrow$ Kehrwert

$$f(x) = y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Beispiel **Hyperbel** $f(x) = x^{-1}$

x	$f(x) = x^{-1}$
-4	-0,25
-3	-0,33
-2	-0,5
-1	-1
0	undefiniert
1	1
2	0,5
3	0,33
4	0,25

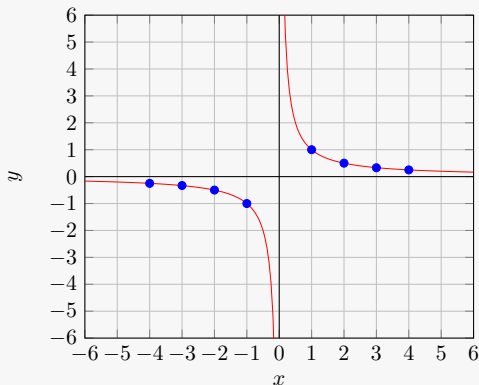


Negativen Potenz $\rightarrow$ Kehrwert

$$f(x) = y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Beispiel **Hyperbel** $f(x) = x^{-1}$

x	$f(x) = x^{-1}$
-4	-0,25
-3	-0,33
-2	-0,5
-1	-1
0	undefiniert
1	1
2	0,5
3	0,33
4	0,25

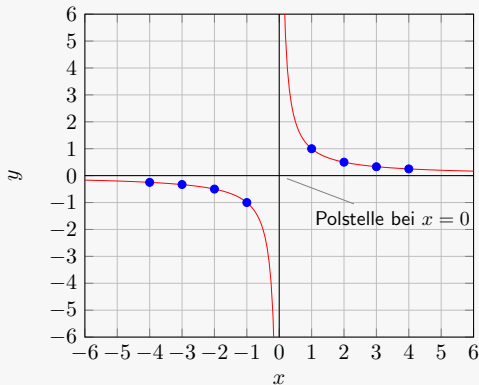


Negativen Potenz $\rightarrow$ Kehrwert

$$f(x) = y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Beispiel **Hyperbel** $f(x) = x^{-1}$

x	$f(x) = x^{-1}$
-4	-0,25
-3	-0,33
-2	-0,5
-1	-1
0	undefiniert
1	1
2	0,5
3	0,33
4	0,25

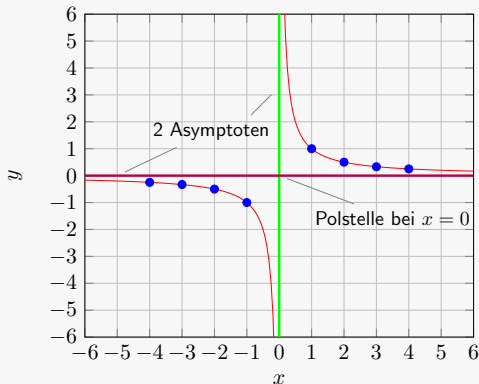


Negativen Potenz $\rightarrow$ Kehrwert

$$f(x) = y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

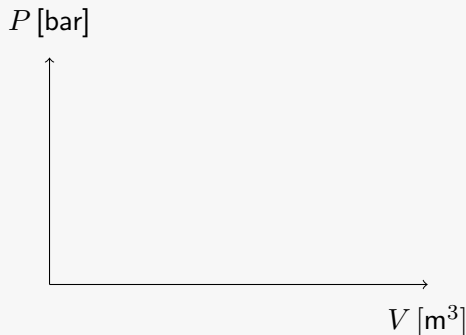
Beispiel **Hyperbel** $f(x) = x^{-1}$

x	$f(x) = x^{-1}$
-4	-0,25
-3	-0,33
-2	-0,5
-1	-1
0	undefiniert
1	1
2	0,5
3	0,33
4	0,25



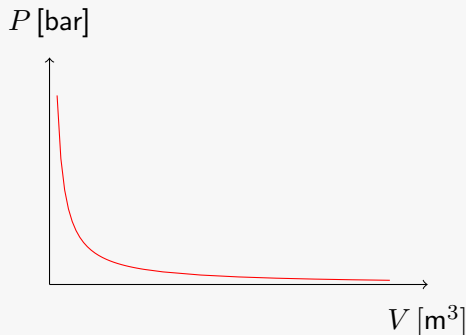
Gesetz von Boyle-Mariotte: Gilt für abgeschlossene Gasmenge bei konstanter Temperatur T mit Volumen V und Druck P

$$P \propto V^{-1} \text{ oder } P = c/V \text{ mit Konstante } c$$



Gesetz von Boyle-Mariotte: Gilt für abgeschlossene Gasmenge bei konstanter Temperatur T mit Volumen V und Druck P

$$P \propto V^{-1} \text{ oder } P = c/V \text{ mit Konstante } c$$



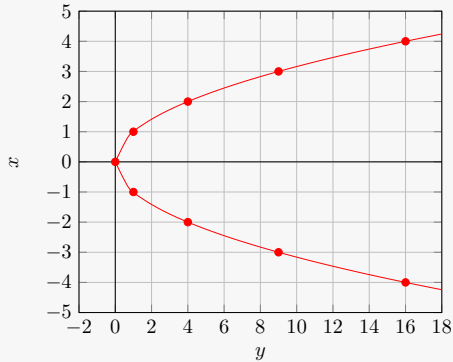
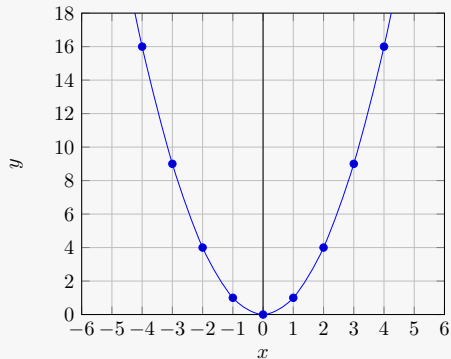
Gegeben: $y = f(x)$

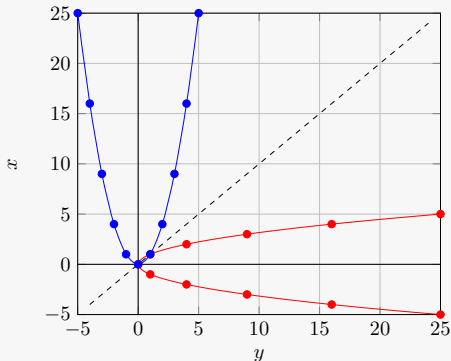
Gesucht: Funktion, die zu jedem y -Wert den zugehörigen x -Wert liefert

Definition: Diese Funktion heißt Umkehrfunktion f^{-1} : $x = f^{-1}(y)$

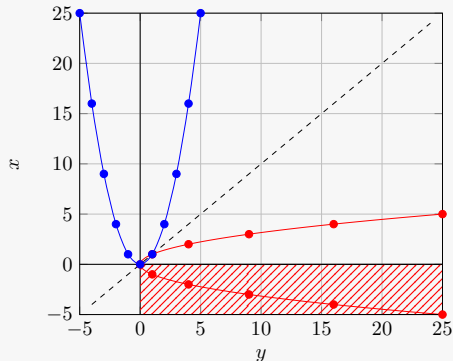
x	$f(x) = y = x^2$
-4	16
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16

y	$x = f^{-1}(y)$
16	-4
9	-3
4	-2
1	-1
0	0
1	1
4	2
9	3
16	4



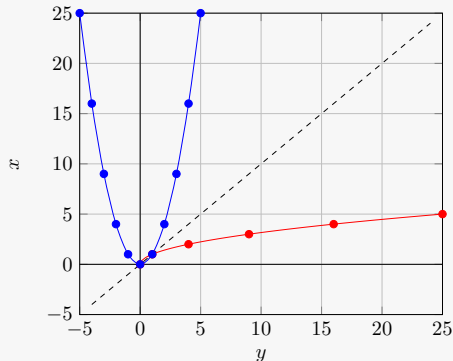


Graphische Folge:
Spiegelung an der Diagonalen



Graphische Folge:
Spiegelung an der Diagonalen

Funktion muss jedem x -Wert
eindeutig einen Funktionswert y
zuordnen



Graphische Folge:
Spiegelung an der Diagonalen

Funktion muss jedem x -Wert
eindeutig einen Funktionswert y
zuordnen

Wurzel

$$\sqrt[m]{x} = x^{\frac{1}{m}}$$

Umkehrfunktion zu einfachen Potenzen: $f(x) = x^m$

Rechenregeln wie bei Potenzen:

$$\left(x^{\frac{1}{m}}\right)^n =$$

Wurzel

$$\sqrt[m]{x} = x^{\frac{1}{m}}$$

Umkehrfunktion zu einfachen Potenzen: $f(x) = x^m$

Rechenregeln wie bei Potenzen:

$$\left(x^{\frac{1}{m}}\right)^n = x^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{x^n} = \left(\sqrt[m]{x}\right)^n$$

$$\begin{aligned}(\sqrt{5})^4 &= \\(3 \cdot \sqrt{2})^2 &= \\a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{a} &= \end{aligned}$$

$$\left(\sqrt{5}\right)^4 = \left(5^{\frac{1}{2}}\right)^4 = 5^{\frac{4}{2}} = 5^2 = 25$$

$$\left(3 \cdot \sqrt{2}\right)^2 = 3^2 \cdot \sqrt{2}^2 = 9 \cdot 2 = 18$$

$$a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{4}{2}} = a^2$$

Um die Umkehrfunktion zu bestimmen, muss die Funktionsgleichung $y = f(x)$ auf die Form $x = f^{-1}(y)$ umgeformt werden

- Auf der einen Seite der Gleichung steht nur noch x
- Auf der anderen Seite darf x nicht mehr vorkommen

$$y = a \cdot x^{\frac{n}{m}} + c$$

Gleichzeitige Rechenoperationen (**Umkehroperationen**) auf beiden Seiten:

Um die Umkehrfunktion zu bestimmen, muss die Funktionsgleichung $y = f(x)$ auf die Form $x = f^{-1}(y)$ umgeformt werden

- Auf der einen Seite der Gleichung steht nur noch x
- Auf der anderen Seite darf x nicht mehr vorkommen

$$y = a \cdot x^{\frac{n}{m}} + c$$

Gleichzeitige Rechenoperationen (**Umkehroperationen**) auf beiden Seiten:

① Subtraktion von c : $y - c = a \cdot x^{\frac{n}{m}}$

Um die Umkehrfunktion zu bestimmen, muss die Funktionsgleichung $y = f(x)$ auf die Form $x = f^{-1}(y)$ umgeformt werden

- Auf der einen Seite der Gleichung steht nur noch x
- Auf der anderen Seite darf x nicht mehr vorkommen

$$y = a \cdot x^{\frac{n}{m}} + c$$

Gleichzeitige Rechenoperationen (**Umkehroperationen**) auf beiden Seiten:

- 1 Subtraktion von c : $y - c = a \cdot x^{\frac{n}{m}}$
- 2 Division durch a : $\frac{y-c}{a} = x^{\frac{n}{m}}$

Um die Umkehrfunktion zu bestimmen, muss die Funktionsgleichung $y = f(x)$ auf die Form $x = f^{-1}(y)$ umgeformt werden

- Auf der einen Seite der Gleichung steht nur noch x
- Auf der anderen Seite darf x nicht mehr vorkommen

$$y = a \cdot x^{\frac{n}{m}} + c$$

Gleichzeitige Rechenoperationen (**Umkehroperationen**) auf beiden Seiten:

- ① Subtraktion von c : $y - c = a \cdot x^{\frac{n}{m}}$
- ② Division durch a : $\frac{y-c}{a} = x^{\frac{n}{m}}$
- ③ Potenzieren mit m : $\left(\frac{y-c}{a}\right)^m = x^n$

Um die Umkehrfunktion zu bestimmen, muss die Funktionsgleichung $y = f(x)$ auf die Form $x = f^{-1}(y)$ umgeformt werden

- Auf der einen Seite der Gleichung steht nur noch x
- Auf der anderen Seite darf x nicht mehr vorkommen

$$y = a \cdot x^{\frac{n}{m}} + c$$

Gleichzeitige Rechenoperationen (**Umkehroperationen**) auf beiden Seiten:

- 1 Subtraktion von c : $y - c = a \cdot x^{\frac{n}{m}}$
- 2 Division durch a : $\frac{y-c}{a} = x^{\frac{n}{m}}$
- 3 Potenzieren mit m : $\left(\frac{y-c}{a}\right)^m = x^n$
- 4 Ziehen der n ten Wurzel: $\sqrt[n]{\left(\frac{y-c}{a}\right)^m} = \left(\frac{y-c}{a}\right)^{\frac{m}{n}} = x$

Um die Umkehrfunktion zu bestimmen, muss die Funktionsgleichung $y = f(x)$ auf die Form $x = f^{-1}(y)$ umgeformt werden

- Auf der einen Seite der Gleichung steht nur noch x
- Auf der anderen Seite darf x nicht mehr vorkommen

$$y = a \cdot x^{\frac{n}{m}} + c$$

Gleichzeitige Rechenoperationen (**Umkehroperationen**) auf beiden Seiten:

- 1 Subtraktion von c : $y - c = a \cdot x^{\frac{n}{m}}$
- 2 Division durch a : $\frac{y-c}{a} = x^{\frac{n}{m}}$
- 3 Potenzieren mit m : $\left(\frac{y-c}{a}\right)^m = x^n$
- 4 Ziehen der n ten Wurzel: $\sqrt[n]{\left(\frac{y-c}{a}\right)^m} = \left(\frac{y-c}{a}\right)^{\frac{m}{n}} = x$

$$s(t) = 0,5 \cdot a \cdot t^2$$

$$s(t) = 0,5 \cdot a \cdot t^2$$

Multiplikation mit 2:

$$2 \cdot s = a \cdot t^2$$

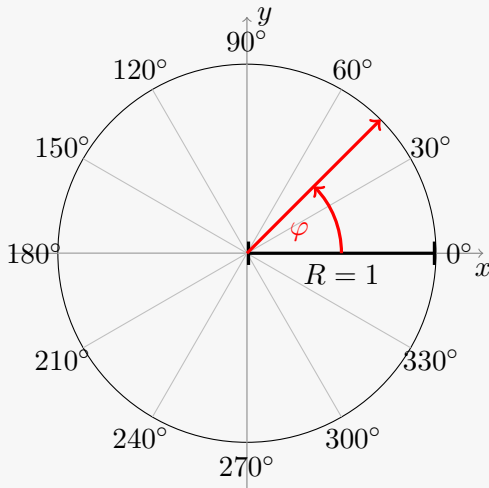
Division mit a :

$$2 \cdot \frac{s}{a} = t^2$$

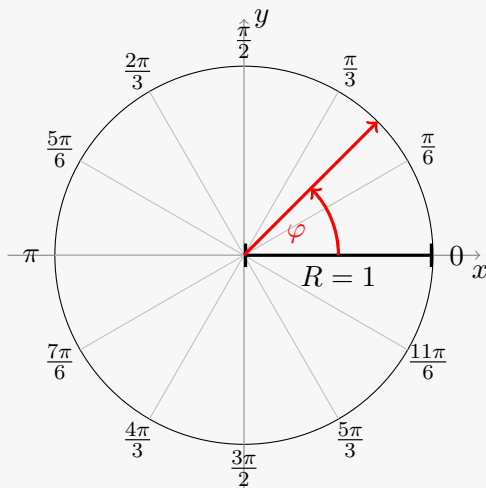
Ziehen der Quadratwurzel:

$$t(s) = \sqrt{2 \cdot \frac{s}{a}}$$

- 1 Wiederholung
- 2 Potenzfunktionen (Fortsetzung)
- 3 Trigonometrische Funktionen**
- 4 Exponentialfunktionen



- Kreis mit Radius $R = 1$
- Winkel gegen den Uhrzeigersinn definiert (Rechtsdrehung)
- Eine Umdrehung: 360°
- Kreisumfang: $U = 2\pi R$



- Kreis mit Radius $R = 1$
- Winkel gegen den Uhrzeigersinn definiert (Rechtsdrehung)
- Eine Umdrehung: 360°
- Kreisumfang: $U = 2\pi R$
- $\rightarrow 360^\circ = 2\pi \text{ rad} = 2\pi$
- rad=Radian=Bogenmaß
- Einheit „rad“ wird weggelassen

- α : Winkel in Grad
- φ : Winkel im Bogenmaß

Es gilt:

$$360^\circ \hat{=} 2\pi$$

Für den gleichen Winkel $\alpha = \varphi$ folgt also:

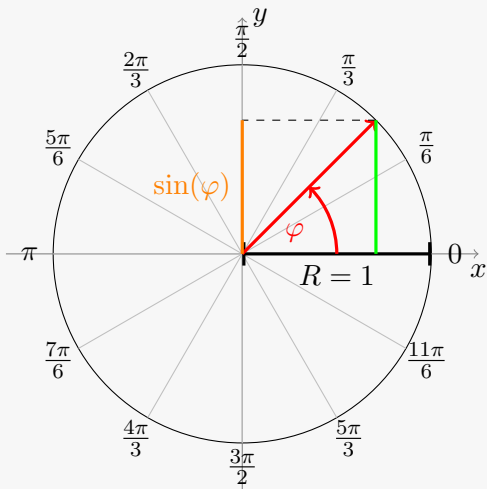
- α : Winkel in Grad
- φ : Winkel im Bogenmaß

Es gilt:

$$360^\circ \hat{=} 2\pi$$

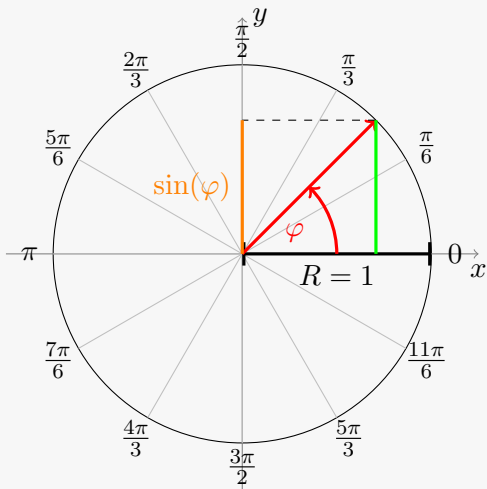
Für den gleichen Winkel $\alpha = \varphi$ folgt also:

$$\begin{aligned}\alpha &= \varphi \\ \frac{\alpha}{360^\circ} &= \frac{\varphi}{2\pi} \\ \alpha &= \frac{\varphi}{2\pi} 360^\circ = \varphi \frac{180^\circ}{\pi} \\ \frac{\alpha}{360^\circ} 2\pi &= \alpha \frac{\pi}{180^\circ} = \varphi\end{aligned}$$



- $\sin(\varphi)$: **Projektion** des Einheitsvektors auf die y -Achse
- **Gegenkathete** des Dreiecks aus Einheitsvektor und x -Achse
- In beliebigem **rechtwinkligen** Dreieck gilt:

$$\sin(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$



- $\sin(\varphi)$: **Projektion** des Einheitsvektors auf die y -Achse
- **Gegenkathete** des Dreiecks aus Einheitsvektor und x -Achse
- In beliebigem **rechtwinkligen** Dreieck gilt:

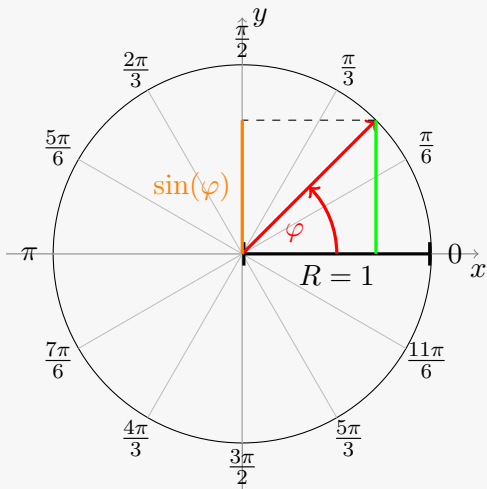
$$\sin(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\sin(0) =$$

$$\sin(\pi/2) =$$

$$\sin(\pi) =$$

$$\sin(3\pi/2) =$$



- $\sin(\varphi)$: **Projektion** des Einheitsvektors auf die y -Achse
- **Gegenkathete** des Dreiecks aus Einheitsvektor und x -Achse
- In beliebigem **rechtwinkligen** Dreieck gilt:

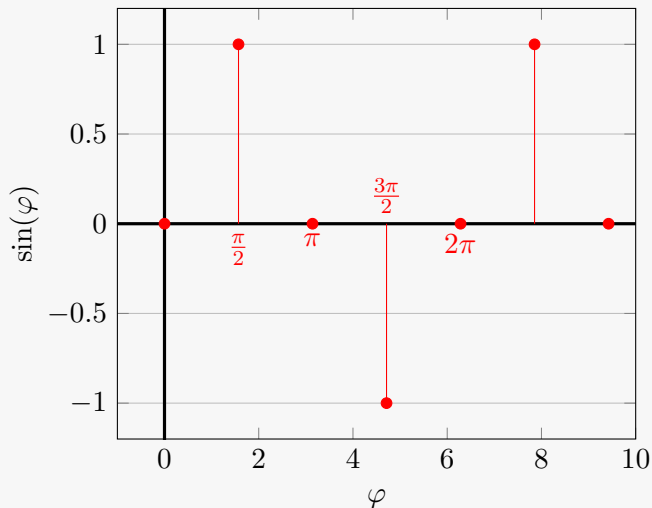
$$\sin(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

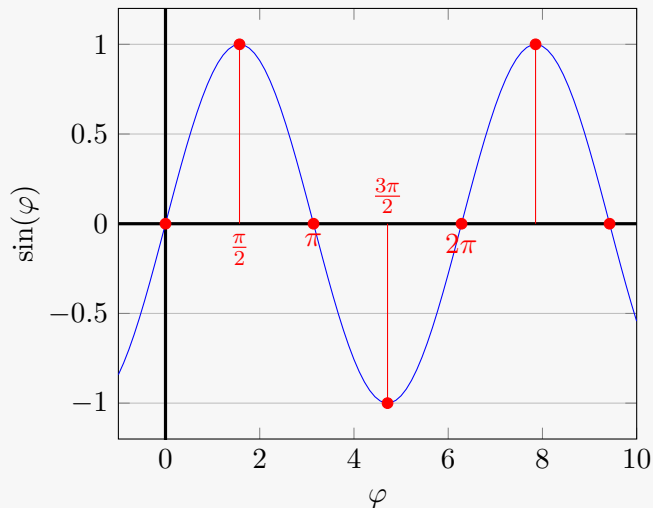
$$\sin(0) = 0$$

$$\sin(\pi/2) = 1$$

$$\sin(\pi) = 0$$

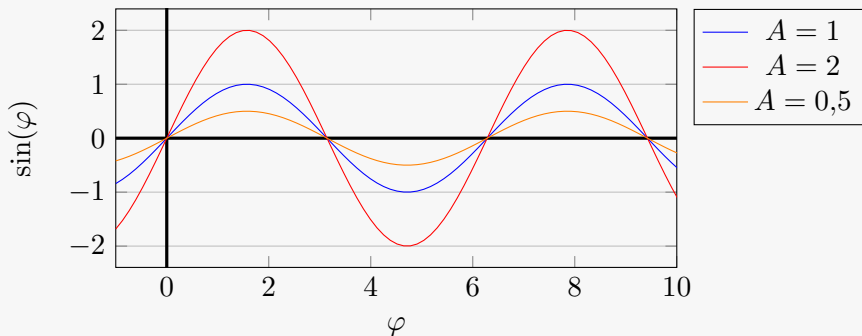
$$\sin(3\pi/2) = -1$$





Allgemeine Sinus-Funktion

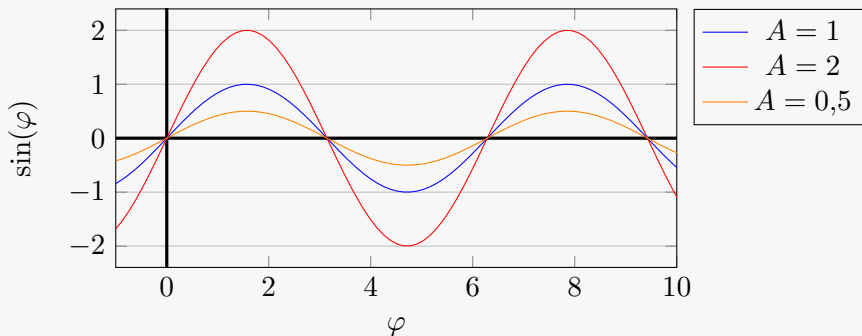
$$f(\varphi) = A \cdot \sin(c \cdot \varphi + \varphi_0)$$



Allgemeine Sinus-Funktion

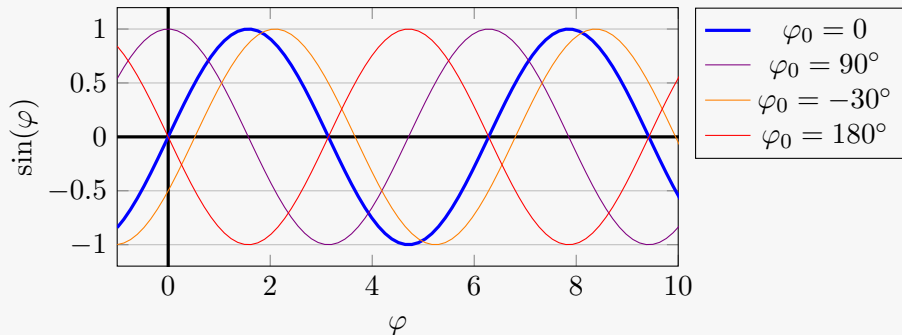
$$f(\varphi) = A \cdot \sin(c \cdot \varphi + \varphi_0)$$

Amplitude: Höhe der Kurve
Entspricht Radius bzw. Hypotenuse



Allgemeine Sinus-Funktion

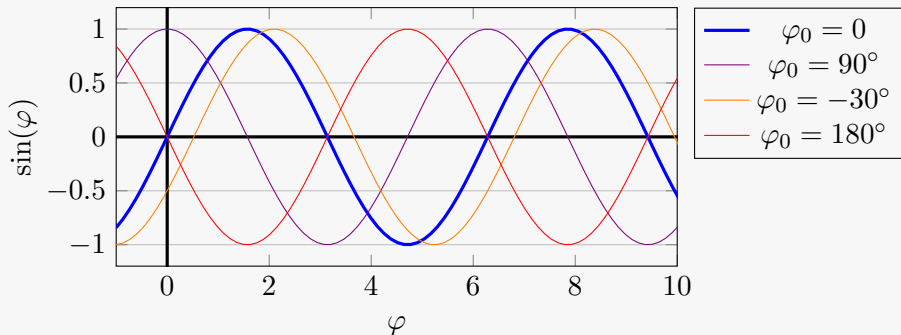
$$f(\varphi) = A \cdot \sin(c \cdot \varphi + \varphi_0)$$



Allgemeine Sinus-Funktion

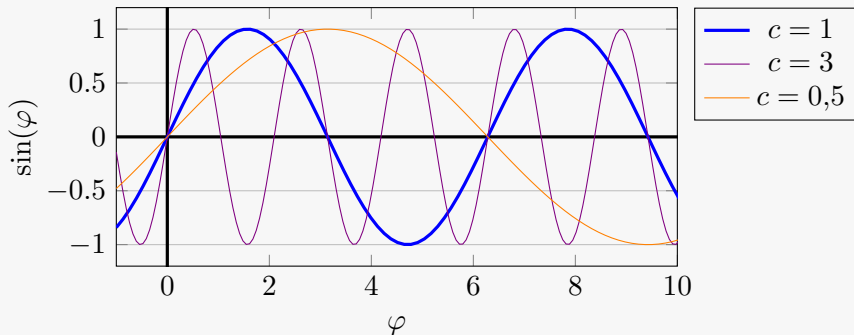
$$f(\varphi) = A \cdot \sin(c \cdot \varphi + \varphi_0)$$

Phase: Verschiebung entlang x -Achse



Allgemeine Sinus-Funktion

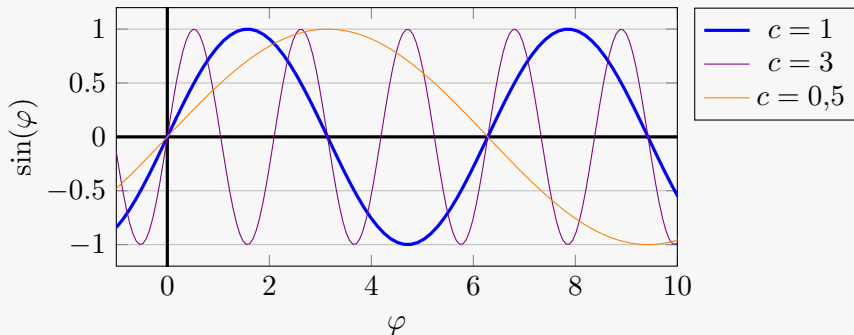
$$f(\varphi) = A \cdot \sin(c \cdot \varphi + \varphi_0)$$



Allgemeine Sinus-Funktion

$$f(\varphi) = A \cdot \sin(c \cdot \varphi + \varphi_0)$$

Periode P : Abstand zwischen zwei gleichen Kurvenpunkten, z.B. Maxima

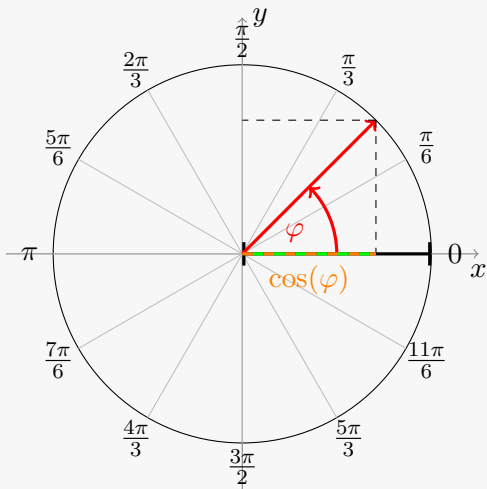


- Normaler Sinus hat die Periode $P = 2\pi$
- Allgemeine Sinus-Funktion mit Periode P :

$$f(x) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{P}\varphi + \varphi_0\right)$$

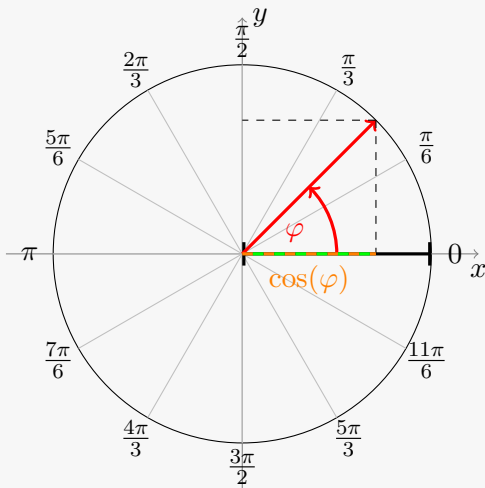
- Also $c = \frac{2\pi}{P}$ bzw.:

$$P = \frac{2\pi}{c}$$



- $\cos(\varphi)$: **Projektion** des Einheitsvektors auf die x -Achse
- **Ankathete** des Dreiecks aus Einheitsvektor und x -Achse
- In beliebigem **rechtwinkligen** Dreieck gilt:

$$\cos(\varphi) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$



- $\cos(\varphi)$: **Projektion** des Einheitsvektors auf die x -Achse
- **Ankathete** des Dreiecks aus Einheitsvektor und x -Achse
- In beliebigem **rechtwinkligen** Dreieck gilt:

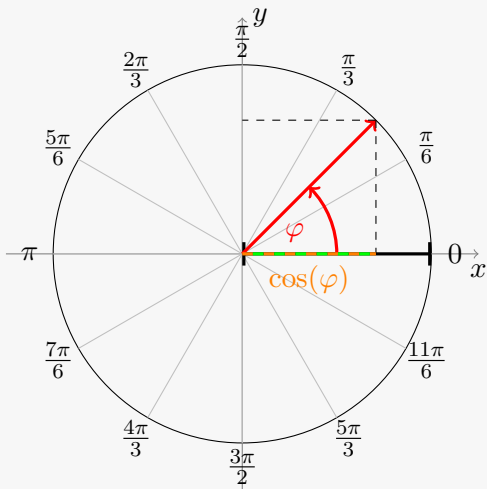
$$\cos(\varphi) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos(0) =$$

$$\cos(\pi/2) =$$

$$\cos(\pi) =$$

$$\cos(3\pi/2) =$$



- $\cos(\varphi)$: **Projektion** des Einheitsvektors auf die x -Achse
- **Ankathete** des Dreiecks aus Einheitsvektor und x -Achse
- In beliebigem **rechtwinkligen** Dreieck gilt:

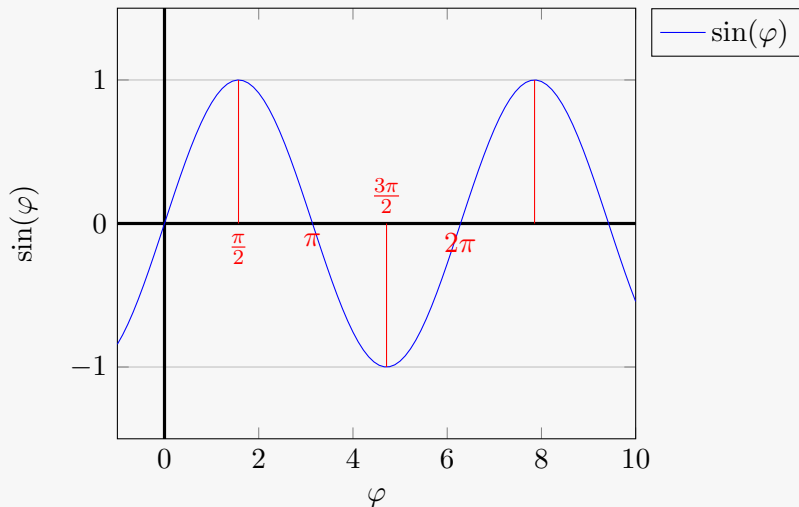
$$\cos(\varphi) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

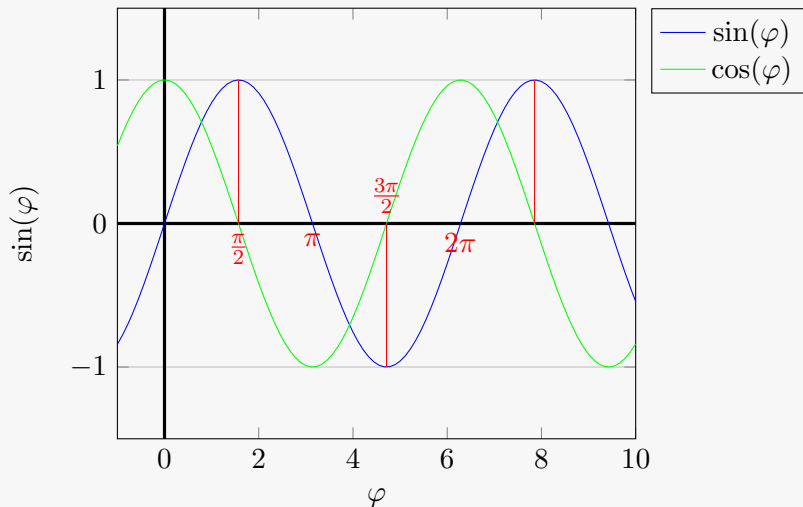
$$\cos(0) = 1$$

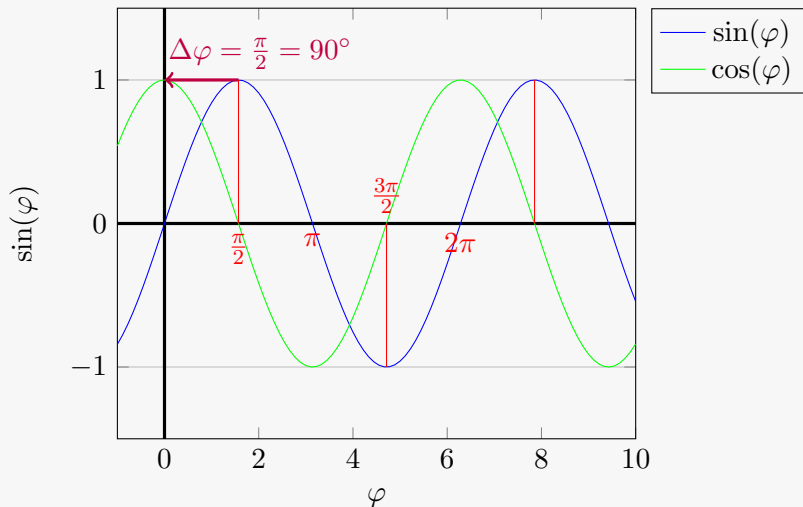
$$\cos(\pi/2) = 0$$

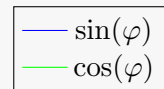
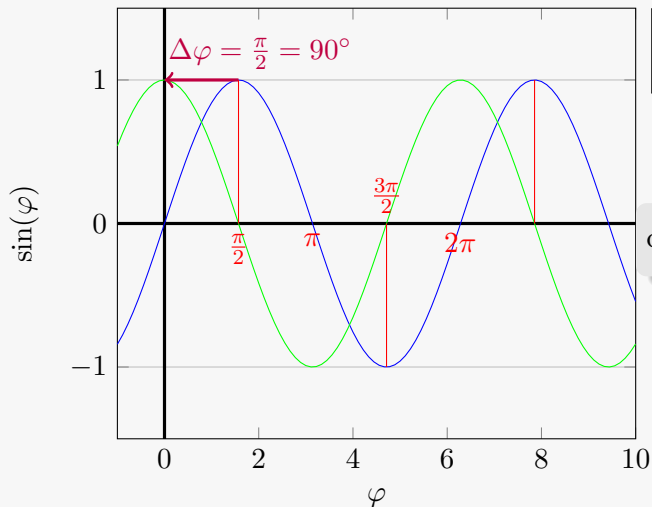
$$\cos(\pi) = -1$$

$$\cos(3\pi/2) = 0$$



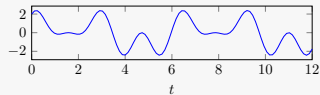
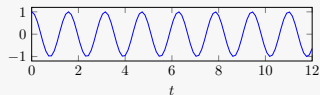
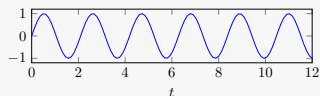
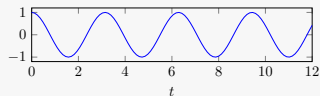
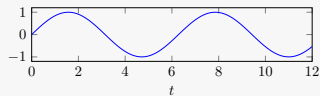






$$\cos(\varphi) = \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

Überlagerung von harmonischen Schwingungen

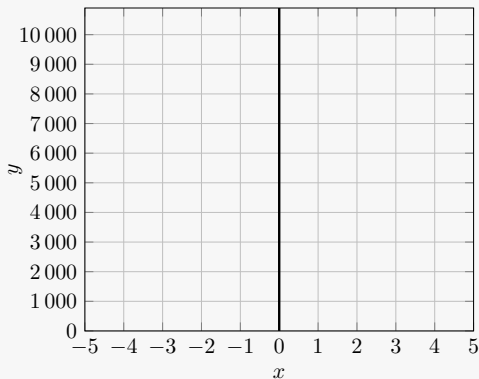


- 1 Wiederholung
- 2 Potenzfunktionen (Fortsetzung)
- 3 Trigonometrische Funktionen
- 4 Exponentialfunktionen**

- Variabler Exponent $f(x) = y = B^x$
- B nennt man Basis

Beispiel: $B = 10$

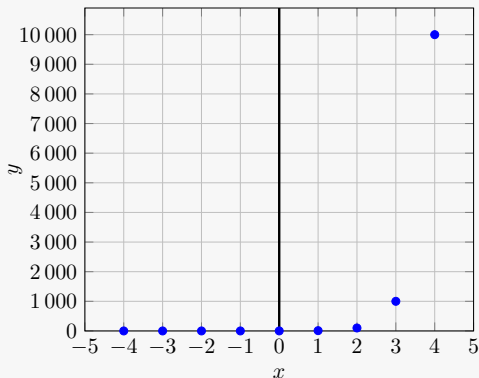
x	$f(x) = 10^x$
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	



- Variabler Exponent $f(x) = y = B^x$
- B nennt man Basis

Beispiel: $B = 10$

x	$f(x) = 10^x$
-4	0,0001
-3	0,001
-2	0,01
-1	0,1
0	1
1	10
2	100
3	1000
4	10000

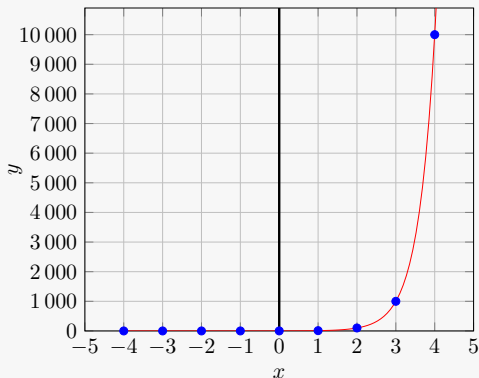


- Variabler Exponent $f(x) = y = B^x$
- B nennt man Basis
- Extrem schnelles Wachstum!

Exponentielles Wachstum

Beispiel: $B = 10$

x	$f(x) = 10^x$
-4	0,0001
-3	0,001
-2	0,01
-1	0,1
0	1
1	10
2	100
3	1000
4	10000



Potenz	Name	Zeichen	Potenz	Name	Zeichen
10^{24}	Yotta	Y	10^{-1}	Dezi	d
10^{21}	Zetta	Z	10^{-2}	Zenti	c
10^{18}	Exa	E	10^{-3}	Milli	m
10^{15}	Peta	P	10^{-6}	Mikro	μ
10^{12}	Tera	T	10^{-9}	Nano	n
10^9	Giga	G	10^{-12}	Piko	p
10^6	Mega	M	10^{-15}	Femto	f
10^3	Kilo	k	10^{-18}	Atto	a
10^2	Hekto	h	10^{-21}	Zepto	z
10^1	Deka	da	10^{-24}	Yocto	y

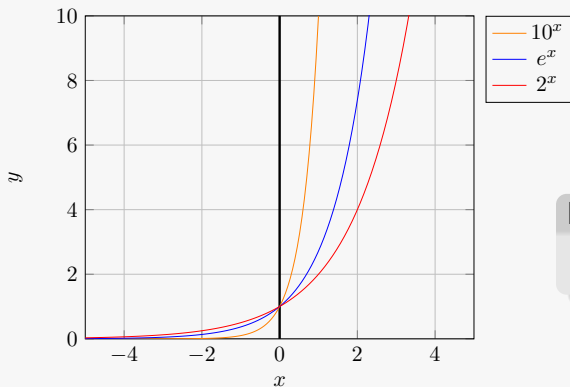
● Weltall 10^{26} m	}	Astronomie, Astrophysik	}	Chemie
● Galaxis 10^{20} m				
● Sonnensystem 10^{14} m				
● Erde 10^7 m	}	Biologie, Biophysik, Medizin		
● Mensch 10^0 m				
● DNA 10^{-7} m				
● Atom 10^{-10} m	}	Atom- und Kernphysik		
● Atomkern 10^{-14} m				
● Proton 10^{-15} m				

<http://htwins.net/scale2/index.html>

<http://www.youtube.com/watch?v=0fKBhvDjuy0>

Lebensdauer des Higgs-Bosons	10^{-22} s
Schwingungsperiode von sichtbarem Licht	10^{-15} s
Laufzeit des Lichts durch das Auge (3 cm)	10^{-10} s
Taktzeit eines Pentiumprozessors	10^{-9} s
Blitz beim Fotoapparat	10^{-5} s
Nervenleitung (1 m)	10^{-2} s
Kürzeste Reaktionszeit	$2 \cdot 10^{-1} \text{ s}$
Konzentrationszeit	$5 \cdot 10^3 \text{ s}$
Studiendauer	$1,6 \cdot 10^8 \text{ s}$
Lebensdauer eines Menschen	$3 \cdot 10^9 \text{ s}$
Unsere Milchstraße	$3 \cdot 10^{17} \text{ s}$
Alter des Universums (15 Mrd Jahre)	$5 \cdot 10^{17} \text{ s}$
Mittlere Lebensdauer eines Protons	$> 5 \cdot 10^{32} \text{ s}$

Elektron	10^{-30} kg
Proton	10^{-27} kg
Aminosäure	10^{-25} kg
Hämoglobin	10^{-22} kg
Virus	10^{-20} kg
Salzkorn	10^{-8} kg
Menschliches Haar	10^{-6} kg
DIN A6 Blatt	10^{-3} kg
Mensch	10^2 kg
Großer LKW	10^4 kg
Pyramide	10^{10} kg
Sonne	10^{24} kg



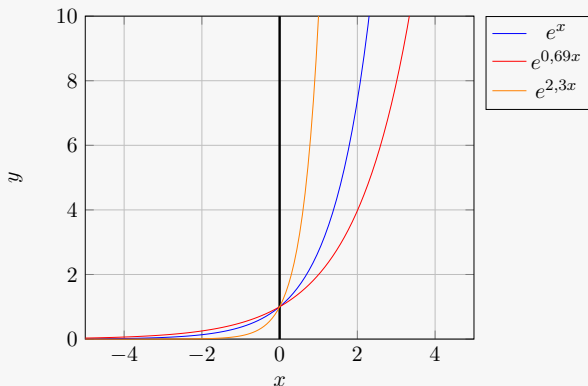
- x -Achse ist Asymptote
- Schneidet immer bei $y = 1$

Eulersche Zahl

$$e \sim 2,718$$

Allgemein:

$$f(x) = y = a \cdot B^{b(x-x_0)} + c$$

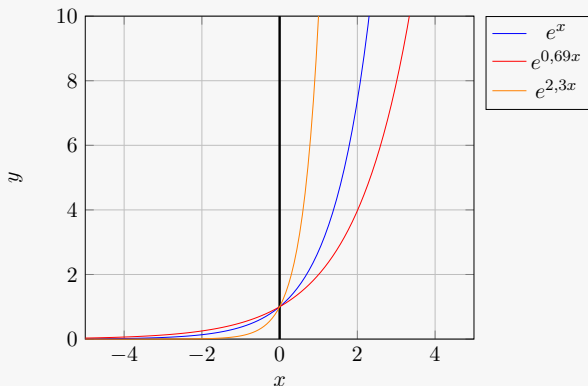


- Eine Basis ist genug
- Üblicherweise e
- $e^x = \exp(x)$

Allgemein:

$$f(x) = y = a \cdot B^{b(x-x_0)} + c$$

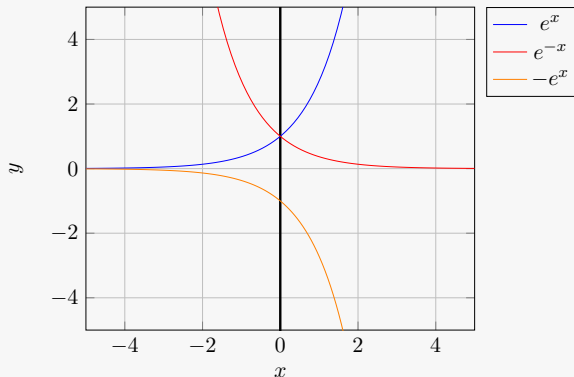
Faktor b im Exponenten wirkt wie andere Basis, da $B^{b(x-x_0)} = (B^b)^{(x-x_0)}$



- Eine Basis ist genug
- Üblicherweise e
- $e^x = \exp(x)$

Allgemein:

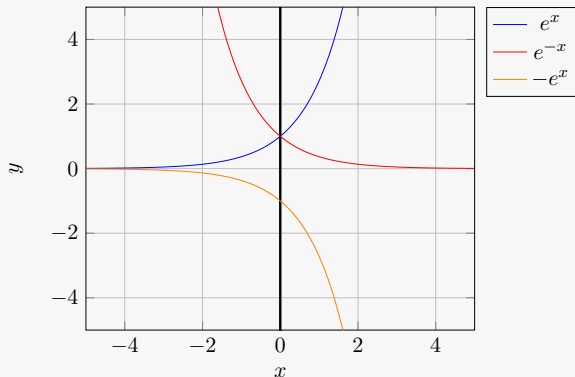
$$f(x) = y = a \cdot B^{b(x-x_0)} + c$$



Allgemein:

$$f(x) = y = a \cdot B^{b(x-x_0)} + c$$

Negative b : **exponentiell fallend** ($e^{-x} = 1/e^x$)



$$f(x) = y = a \cdot B^{b(x-x_0)} + c$$

- Faktor b im Exponenten $\rightarrow$ wirkt wie andere Basis
- Negative $b \rightarrow$ **exponentiell fallend**
- Verschiebung entlang der x -Achse : x_0
- Verschiebung entlang der y -Achse : c

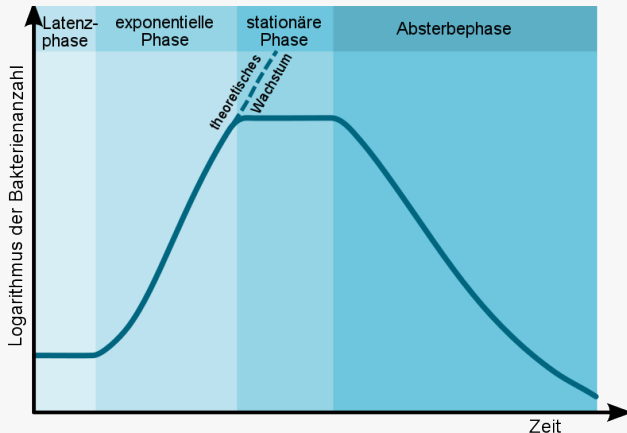
- Vermehrung von Bakterien
- Findet durch Zellteilung statt
- Im Mittel feste Periode

Beispiel: Generationszeit von $T_G = 10$ Minuten

Teilungen	Bakterien	Zeit
0	1	0
1	2	10
2	4	20
3	8	30
4	16	40
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
12	8096	120

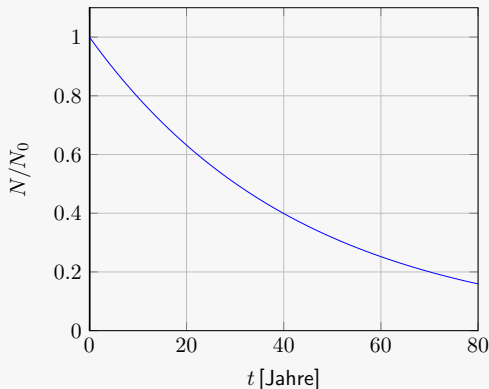
$$B(t) = B_0 \cdot 2^{t/T_G}$$

Ideale Wachstumskurve einer statischen Bakterienkultur



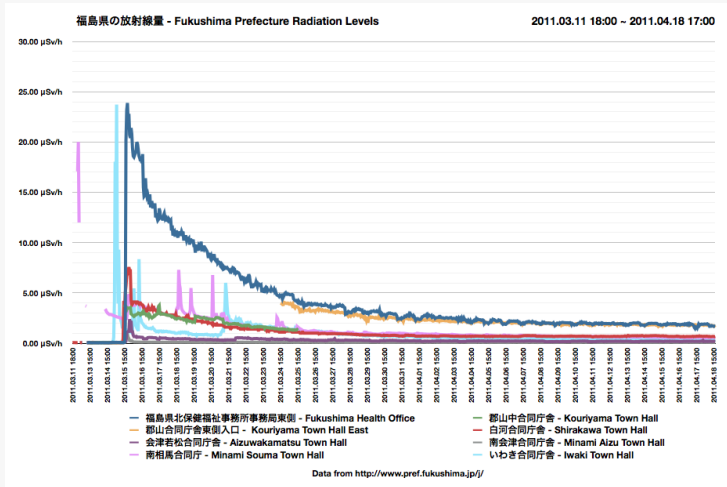
Quelle http://de.wikipedia.org/wiki/Bakterielles_Wachstum

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$



- ^{137}Cs hat Halbwertszeit $T_{1/2} = 30,17 \text{ a}$
- Üblicher: Lebensdauer τ

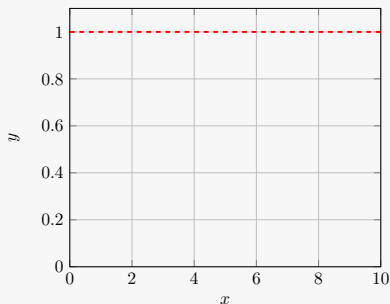
Radioaktiver Zerfall – Strahlenbelastung



Quelle: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fukushima_I_radiation,_Fukushima_Prefecture_2,_March-April_2011.png

- Viele Prozesse laufen zunächst sehr rasend ab, stoßen dann aber an eine Grenze/Schwelle
- Beispiel: Laden eines Kondensators, ...

$$f(x) = y = y_s(1 - e^{-x})$$



- Viele Prozesse laufen zunächst sehr rasend ab, stoßen dann aber an eine Grenze/Schwelle
- Beispiel: Laden eines Kondensators, ...

$$f(x) = y = y_s(1 - e^{-x})$$

