

# Physik für Biologen und Zahnmediziner

## Kapitel 11: Wärmelehre

Dr. Daniel Bick



Universität Hamburg

DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

13. Dezember 2017

① Wellen

② Wärmelehre

# Schallfeldgrößen – Amplitude, Schnelle, Druck

- Ein einzelnes Teilchen schwingt mit Amplitude  $A_0$

Schall in Gasen / Flüssigkeiten:  
Longitudinale Wellen

## Schallamplitude

$$x(t) = A_0 \sin(\omega t)$$

Amplitude  $A_0$  der Schwingung eines Teilchens

## Schallschnelle

Maximale Geschwindigkeit der Moleküle

$$a_{0,\max} = \max\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)$$

$$v_{0,\max} = \max\left(\frac{dx}{dt}\right) = \max[A_0\omega \cos(\omega t)] = A_0\omega \quad \rightarrow A_0 = \frac{v_0}{\omega}$$

$$a_{0,\max} = A_0\omega^2$$

## Schalldruck bzw. Schallwechseldruck

Durch Schwingung erzeugte maximale Druckschwankung ( $\mathcal{O} 10^{-2}$  Pa)

$$A \cdot L = \Delta V$$

$$p = \frac{F}{A} = \frac{m \cdot a}{A} = \frac{\rho \cdot V \cdot a}{A} = \rho L a = \rho L A_0 \omega^2 = \rho \cdot ct \cdot \frac{v_0}{\omega} \omega^2 = 2\pi \rho c v_0$$

## Schallstärke bzw. Intensität $I$

$$I = \frac{\text{Energie}}{\text{Fläche} \cdot \text{Zeit}} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{A\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{V}{L} \frac{L}{c}} = \frac{\rho V v^2 c}{2V} = \frac{\rho \left(\frac{p}{2\pi\rho c}\right)^2 c}{2} = \frac{p^2}{8\pi^2 \rho c}$$

$$I = \frac{1}{8\pi^2} \frac{p^2}{\rho c}$$

$$[I] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

## Schallempfindlichkeit des menschlichen Ohrs

- Bei 1000 Hz
- Hörgrenze  $10^{-12} \text{ W/m}^2$
- Schmerzgrenze  $1 \text{ W/m}^2$

- Definiere Hörgrenze  $10^{-12} \text{ W/m}^2$  als Bezugsintensität  $I_0$

$$L_I = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{I}{I_0} \right) = 10 \lg \left( \frac{I}{I_0} \right) \quad \text{eigentlich dimensionslos}$$

$$L_p = 10 \cdot \lg \left( \frac{p^2}{p_0^2} \right) = \underbrace{20 \cdot \lg \left( \frac{p}{p_0} \right)}$$

Einheit dB (SPL)

z.B. Hörminderung von 20 dB

$$20 = 10 \lg \frac{I}{I_0}$$

$$2 = \lg \frac{I}{I_0}$$

$$10^2 = 100 = \frac{I}{I_0}$$

$$I = 100 \cdot I_0$$

## Weber-Fechner-Gesetz

Subjektive Lautstärke wächst nicht linear sondern logarithmisch mit Intensität

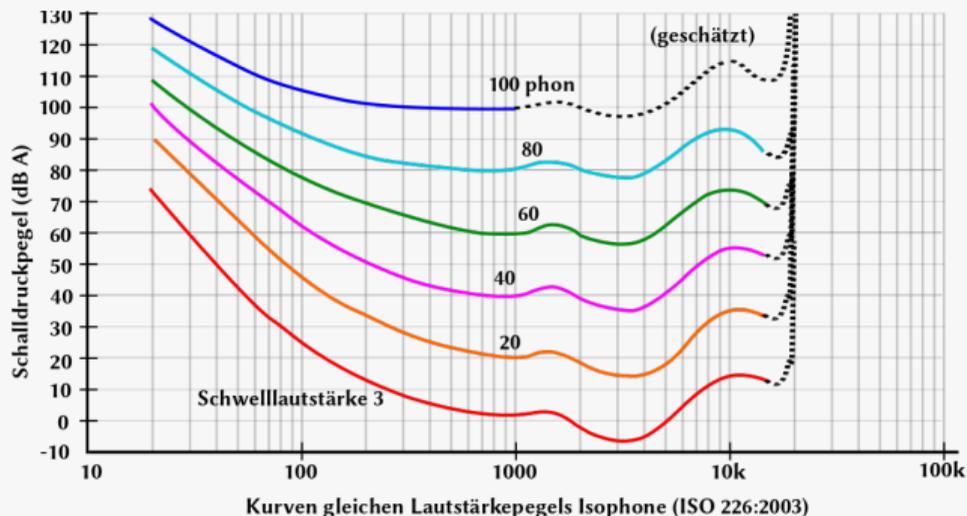
- **Schallstärkenpegel  $L$**  (Lautstärke)
- $I_0$  ist Frequenzabhängig

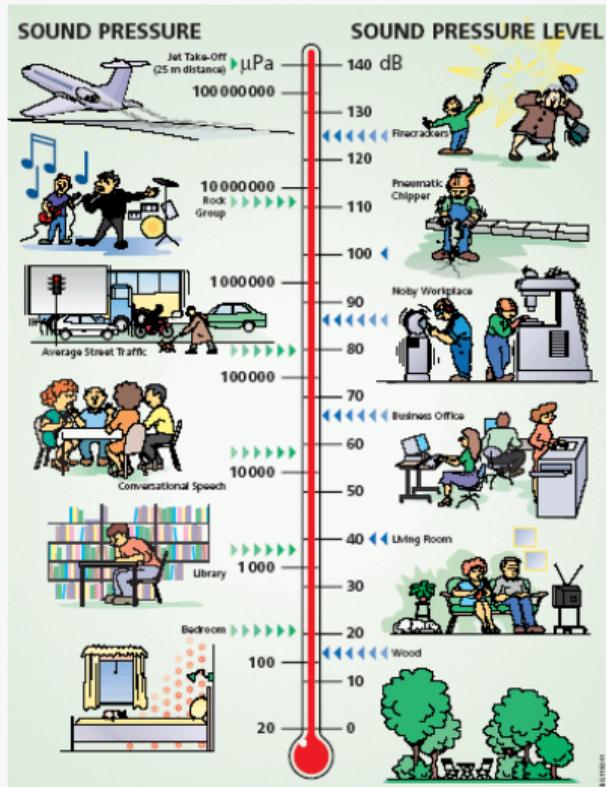
Einheit Phon

auch dB(A)

Bei 1000 Hz

$$1 \text{ dB(A)} = 1 \text{ dB(SPL)}$$





Quelle: Brüel & Kjær -- The range of Sound Pressure Levels

Hörgeräusch (bei 1000 Hz)

$$P_0 = 2 \times 10^{-5} \text{ Pa}$$

$$L_p = 20 \cdot \lg\left(\frac{P}{P_0}\right)$$

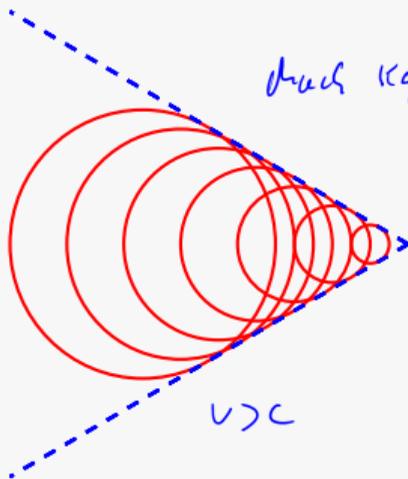
Pro „Dreh Schritt“ beim Druck Erhöhung um 20 dB (SPC)



$v=0$

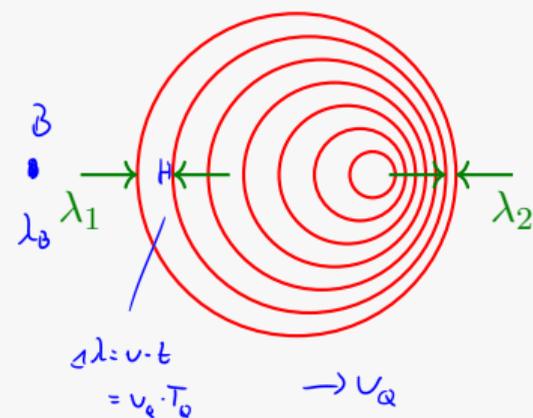


$v < c$



$v > c$

Mach Kegel



Quelle bewegt sich mit  $v_Q$  weg  
 $\lambda_B = \lambda_1$

Quelle hat  $\lambda_0$

$$\lambda_B = \lambda_0 + v_Q \cdot T_0 = c T_0 + v_Q \cdot T_0 = T_0 (c + v_Q)$$

$$f_B = \frac{c}{\lambda_B} = \frac{c}{T_0 (c + v_Q)} = \frac{1}{T_0} \frac{1}{\left(1 + \frac{v_Q}{c}\right)}$$

Quelle bewegt sich auf mich zu:

$$f_B = \frac{1}{T_0} \frac{1}{\left(1 - \frac{v_Q}{c}\right)}$$

## Wellenwiderstand (Impedanz)

- Eigenschaft eines Mediums, in dem sich eine Welle ausbreitet.
- Das Verhältnis von reflektierter und transmittierter Amplitude der Welle an einer Grenzfläche wird durch die **Impedanz** der beiden Medien bestimmt.
- An der Grenzfläche zweier Stoffe mit großem Impedanzunterschied wird Schall stark reflektiert.

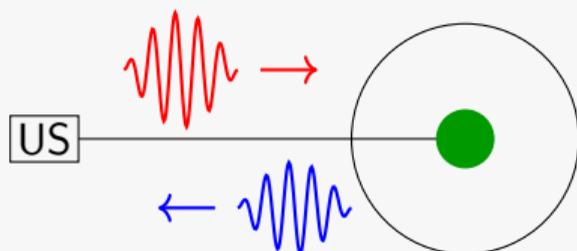
### Impedanz

$$z = \rho \cdot c$$

### Schallreflexionsfaktor

$$r = \left| \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} \right|$$

- Anwendung: **Sonographie**



- Laufzeit
- Abstand
- Amplitude des reflektierten Pulses
- Dichteverteilung
- Frequenz
- Bewegung der Schichten (Dopplereffekt)



① Wellen

② Wärmelehre

# Wärmelehre (Thermodynamik)

Temperaturempfinden sehr subjektiv

## Was ist Wärme?

- Ungeordnete Bewegung der Moleküle: **Wärmebewegung**
  - **Temperatur** ist ein Maß für deren kinetische Energie
- bezieht sich auf Mittelwert, nicht auf die individuelle Bewegung eines Atoms/Moleküls
- Wärme ist Form der Energie

## Thermodynamik

- Verwendung **makroskopischer Größen** zur Beschreibung **mikroskopischer Vorgänge** auf **statistischer** Basis
- **Zustandsgrößen**
  - Druck
  - Volumen
  - Temperatur

# Temperaturskalen

## Celsius Skala

2 Referenzpunkte

- Gefrierpunkt von Wasser:  $0^{\circ}\text{C}$
- Siedepunkt von Wasser:  $100^{\circ}\text{C}$

## Kelvin Skala

- Absoluter Nullpunkt:  $0\text{ K}$
- Tripelpunkt von Wasser:  $273,16\text{ K}$

Umrechnung:  $T_K = T_C + 273,15$

## Fahrenheit

- Ziel war es, die Temperatur so zu definieren, dass es keine negativen Werte gibt.
- Körpertemperatur des Menschen:  $100^{\circ}\text{F}$
- Kältester Tag, den Fahrenheit je erlebt hat:  $0^{\circ}\text{F}$

Umrechnung:  $T_F = 1,8 \cdot T_C^{\circ}\text{F}/^{\circ}\text{C} + 32^{\circ}\text{F}$

# Wärme ist Energie

## Wärmeübertrag

- Wärmemenge  $Q$  ist näherungsweise Proportional zur Temperaturänderung  $\Delta T$

$$Q = C \Delta T$$

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

- Spezifische Wärmekapazität  $c$ , z.B.  $c_{\text{Wasser}} = 4.182 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

z.B. Mischtemperatur

Flüssigkeit 1:  $Q_1 = c_1 \cdot m_1 \cdot T_1$

4 2  $Q_2 = c_2 \cdot m_2 \cdot T_2$

Mische Flüssigkeiten  $Q = c_1 m_1 T + c_2 m_2 T = (c_1 m_1 + c_2 m_2) T$

Energieerhaltung  $Q = Q_1 + Q_2$

$$(c_1 m_1 + c_2 m_2) T = c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2$$

$$T = \frac{c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$$

Bsp  $c_1 = c_2 = c_{\text{Wasser}}$

$$T = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$$

$\leftarrow T$  in Kelvin!

Jeder Körper strahlt durch elektromagnetische Strahlung einen Wärmestrom  $\frac{dQ}{dt}$  ab.

$$\frac{dQ}{dt} = \varepsilon \sigma A T^4$$

*nimmt mit  $T$  zu*

mit

- $\varepsilon$ : Emissionsgrad: *zwischen 0 und 1*
- $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$ : Stefan-Boltzmann-Konstante
- $A$ : Oberfläche des abstrahlenden Körpers
- $T$ : absolute Temperatur des abstrahlenden Körpers

*Auch im Vakuum*

- Mit steigender Temperatur nehmen die Ausmaße aller Aggregatzustände zu
- Bei Gasen kommt es auch zur Druckerhöhung

## Längenausdehnung bei Festkörpern

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$$

- $\alpha$ : linearer (thermischer) Ausdehnungskoeffizient

## Volumenausdehnung

$$\Delta V = \gamma V_0 \cdot \Delta T$$

$$V = V_0 + \Delta V = V_0 + \gamma V_0 \Delta T = V_0 (1 + \gamma \Delta T)$$

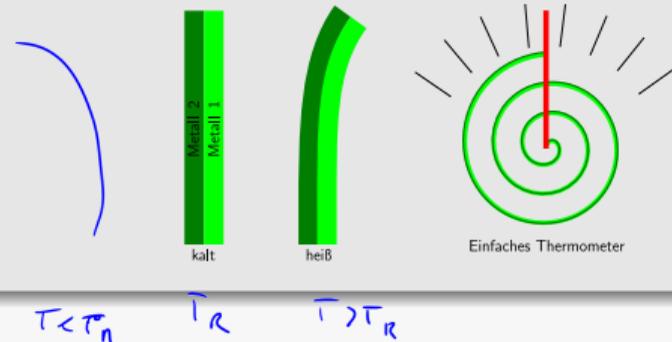
- $\gamma$ : Volumenausdehnungskoeffizient ( $= 3\alpha$ )

## Quecksilber Thermometer

- Beruht auf Volumenausdehnung
- Ausdehnung **nicht ganz linear**, aber besser als die meisten Flüssigkeiten
- Gefrierpunkt bei  $-38,87^{\circ}\text{C}$
- Bei tieferen Temperaturen: **Methanol**

## Bi-Metall

- Streifen aus zwei Metallen mit unterschiedlichen Ausdehnungskoeffizienten

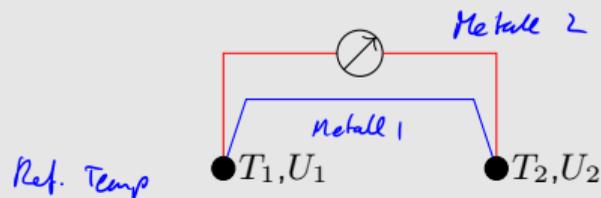


## Widerstandsthermometer

- Elektrischer Widerstand nimmt bei Metallen mit der Temperatur zu
- Messung des Widerstands
- Auch: Leitfähigkeit von Halbleitern (sinkt mit der Temperatur)

## Thermoelemente

- Kontaktspannung  $U$  bei Berührung zweier unterschiedlicher Metalle
- $U$  abhängig von der Temperatur, Empfindlichkeit etwa  $10^{-5}$  V/K
- Großer Anwendungsbereich ( $-270^{\circ}\text{C}$  bis  $+2000^{\circ}\text{C}$ )



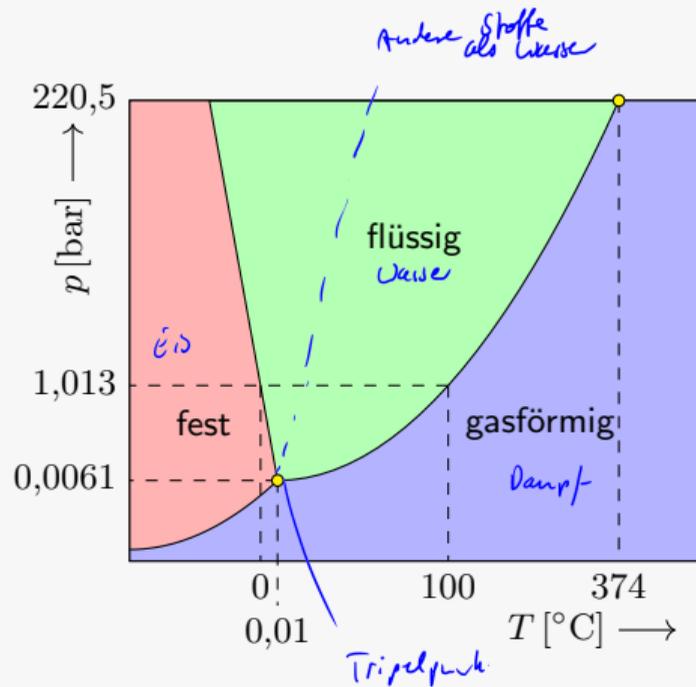
Zusammenhang zwischen der Temperatur und der Zirkrate einer fast überall in den USA vorkommenden Grille

Dolbear'sches Gesetz

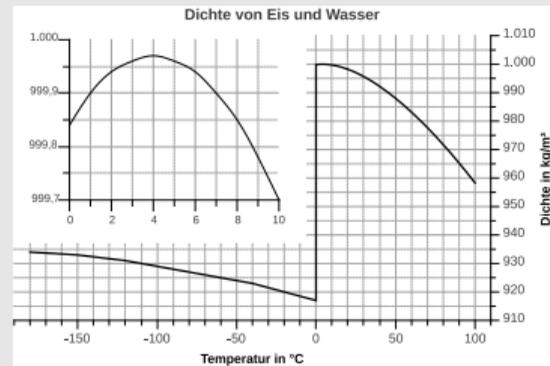
$$T_F = 60 + \left( \frac{N_{60s} - 92}{4,7} \right)$$

*Oecanthus fultoni*





## Anomalie des Wassers



## Ideales Gas

- Der Durchmesser der Atome oder Moleküle ist vernachlässigbar klein gegenüber dem mittleren Abstand zum nächsten Nachbarn
- Die Teilchen üben – außer beim Zusammenstoß – keinerlei Wechselwirkung aufeinander aus
  
- Alle Gase nähern sich dem idealen Gas bei hoher Temperatur und kleinem Druck
- Bei Edelgasen genügt bereits Zimmertemperatur und Atmosphärendruck

## **Zustandsgrößen** zur Beschreibung des makroskopischen Zustands

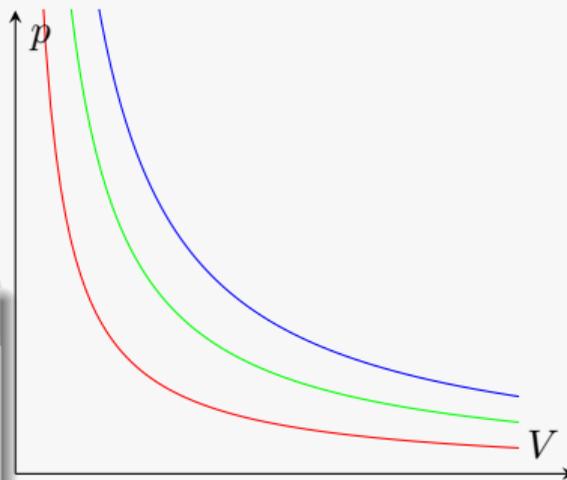
- Druck  $p$
- Temperatur  $T$
- Volumen  $V$

Isotherm:  $T = \text{konstant}$

Gesetz von Boyle-Mariotte

$$p \propto \frac{1}{V}$$

$$p \cdot V = \text{konst}$$



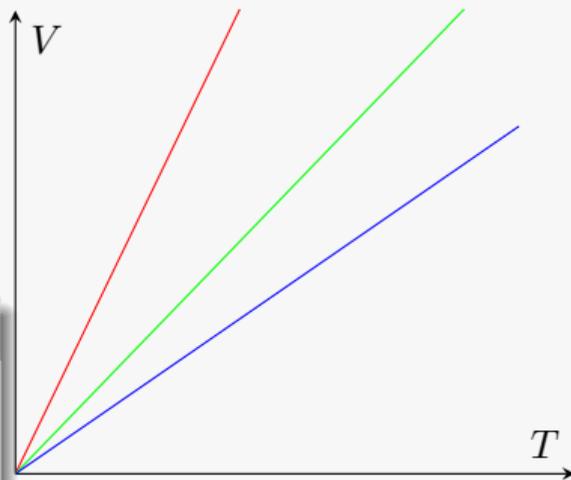
$$T_1 > T_2 > T_3$$

$$\frac{V}{T} = \text{konst.}$$

Isobar:  $p = \text{konstant}$

## 1. Gesetz von Gay-Lussac

$$T \propto V$$



$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0} \Rightarrow V = \frac{V_0}{T_0} \cdot T$$

$$p_1 > p_2 > p_3$$

$$V = V_0 \left( \frac{T + T_0 - T_0}{T_0} \right) = V_0 \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right)$$

vgl. Folie 17

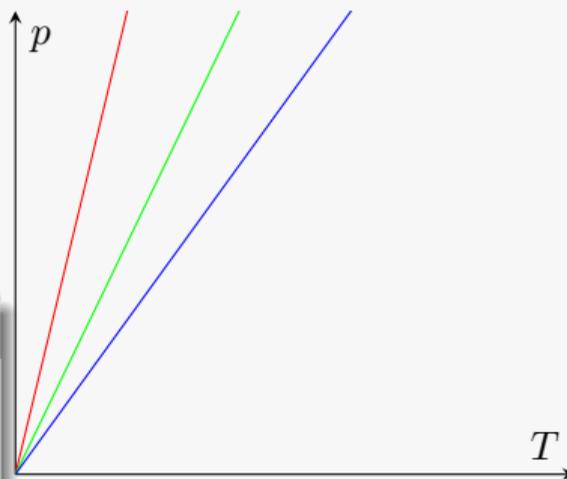
$$\alpha = \frac{1}{T_0}$$

Isochor:  $V = \text{konstant}$

## 2. Gesetz von Gay-Lussac

$$p \propto T$$

$$\frac{p}{T} = \text{konst}$$



$$V_1 > V_2 > V_3$$

- System wird von einem Zustand in einen anderen überführt wird, ohne Wärme mit seiner Umgebung auszutauschen

Allgemeine Zustandsänderung

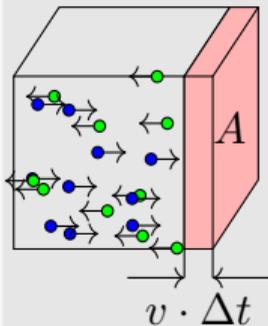
*Ideale Gas-Gleichung*

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{konst.} = n R_m$$

- Universelle Gaskonstante  $R_m = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- $n$ : Stoffmenge in mol

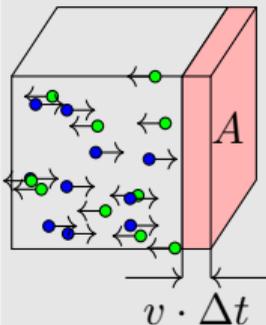
Verknüpfung der Zustandsgrößen mit (Brownscher) Bewegung der Teilchen

Zusammenhang zwischen mittlerer Geschwindigkeit  $v$  und Druck  $p$



Verknüpfung der Zustandsgrößen mit (Brownscher) Bewegung der Teilchen

Zusammenhang zwischen mittlerer Geschwindigkeit  $v$  und Druck  $p$



- Impulsübetrag bei Stoß mit Wand:  $\Delta p = 2mv$
- Drei Bewegungsrichtungen, 6 Wände
- $N$  Teilchen im Volumen
- Stöße auf Fläche  $A$  pro Sekunde:  $n = \frac{1}{6} \frac{N}{V} Av$

$$p = \frac{F}{A} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \frac{1}{A} = \frac{n \cdot (2mv)}{A} = \frac{1}{6} \frac{N}{V} \cdot 2mv^2 = \frac{Nmv^2}{3V} = \frac{1}{3} N \rho v^2$$

$$\text{Es gilt: } E_{\text{kin}} = N \overline{E_{\text{kin}}} = N \frac{1}{2} m v^2 \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{2E_{\text{kin}}}{Nm}$$

$$p = \frac{1}{3} N \frac{m}{V} \frac{2E_{\text{kin}}}{Nm} = \frac{2}{3} \frac{E_{\text{kin}}}{V}$$

# Gasgleichung und kinetische Energie

$p$  zusammen mit Gasgleichung ( $\frac{pV}{T} = nR_m$ )

$$p = \frac{2}{3} \frac{E_{kin}}{V} = n R_m \frac{T}{V}$$

$$\Rightarrow E_{kin} = \frac{3}{2} n R_m T$$

$$\overline{E_{kin}} = \frac{E_{kin}}{N} = \frac{3}{2} \frac{n R_m T}{N} = \frac{3}{2} \frac{\cancel{n} R_m T}{\cancel{n} N_A} = \frac{3}{2} \underbrace{\frac{R_m}{N_A}}_{k_B} \cdot T = \frac{3}{2} k_B T$$

$N$ : Anzahl der Teilchen

Mittlere kinetische Energie eines Moleküls

$$\frac{3}{2} k_B T$$

Boltzman-Konstante:  $k_B = R_m/N_A = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

$p$  zusammen mit Gasgleichung ( $\frac{pV}{T} = nR_m$ )

$$\frac{2}{3} \frac{E_{\text{kin}}}{V} = \frac{nR_m T}{V}$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} nR_m T$$

$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{3 nR_m T}{2 N} = \frac{3 nR_m T}{2 nN_A} = \frac{3}{2} k_B T$$

Mittlere kinetische Energie eines Moleküls

$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{3}{2} k_B T$$

Boltzman-Konstante:  $k_B = R_m/N_A = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

# Freiheitsgrade und Energie

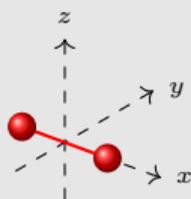
**Freiheitsgrad:** Variable, die Energie aufnehmen kann.

- Drei Translationsfreiheitsgrade:  $x, y, z$

$$f = 3$$

Mittlere Energie pro Freiheitsgrad:  $\overline{E}_{\text{kin}} = \frac{1}{2}k_B T$

## Mehratomige Gase



Bei 2 Atomen: 2 Rotationsfreiheitsgrade

$$f = 5$$

" 3 " 3 "

$$f = 6$$

Später: Vibrationen

## Gleichverteilungssatz

- Der Wärmehalt eines Stoffs nimmt pro Freiheitsgrad den Wert  $\frac{1}{2}k_B T$  an.
- Zweiatomiges Molekül:  $\frac{5}{2}k_B T$
- Dreiatomiges Molekül:  $3k_B T$

## Summe der kinetischen und potentiellen Energien der Moleküle einer Stoffmenge

- Für ideale Gase werden Wechselwirkungen vernachlässigt  
→ nur kinetische Energie

$$U = N \cdot \overline{E_{\text{kin}}} = nN_A \cdot \overline{E_{\text{kin}}} = nN_A \cdot \frac{f}{2} \cdot k_B T$$

$$U = \frac{f}{2} \cdot nR_m \cdot T$$

Die Summe der einem System von außen zugeführten **Wärme**  $dQ$  und der an ihm verrichteten **Arbeit**  $dW$  ist gleich der Zunahme der **inneren Energie**  $dU$  des Systems

$$dU = dQ + dW$$

- System wird von einem Zustand in einen anderen überführt, ohne Wärme mit seiner Umgebung auszutauschen

$$dQ = 0 \quad \rightarrow \quad dU = dW$$

Was passiert mit der Temperatur, wenn ich das Volumen ändere?

$$dU = \frac{f}{2} n R_m \cdot dT = -p \cdot dV = dW$$

$$\text{Es gilt: } \frac{pV}{T} = n R_m$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} = -\frac{2}{f} \frac{dV}{V}$$

- Es treten sowohl **reversible** als auch **irreversible** Vorgänge auf.
- Irreversible Vorgänge laufen nur in eine Richtung ab (z.B. freie Expansion von Gas)
- Wesentliche Zustandsgröße der Wärmelehre

$$\Delta s = \int \frac{dQ}{T}$$

- Entropie nimmt ab, wenn ich dem System Wärme entziehe
- Bei einem reversiblen Prozess ist die Entropieänderung des Universums Null

## 2. Hauptsatz der Thermodynamik

Verschiedene Formulierungen. . .

Alle Vorgänge in einem abgeschlossenen System verlaufen in dem Sinne, dass sich Ordnung, soweit irgendwie möglich, in Unordnung umgewandelt.

- Der Endzustand ist also immer derjenige, in dem der Ordnungszustand des Systems den niedrigsten Grad erreicht hat
- Ein abgeschlossenes System strebt eine Zustand mit maximaler Entropie an

## 2. Hauptsatz der Thermodynamik

Verschiedene Formulierungen. . .

Alle Vorgänge in einem abgeschlossenen System verlaufen in dem Sinne, dass sich Ordnung, soweit irgendwie möglich, in Unordnung umgewandelt.

- Der Endzustand ist also immer derjenige, in dem der Ordnungszustand des Systems den niedrigsten Grad erreicht hat
- Ein abgeschlossenes System strebt eine Zustand mit maximaler Entropie an



Auch noch wichtig!

Weitere (prüfungsrelevante) Themen der Wärmelehre, siehe Kapitel 3 in  
[http://wwiexp.desy.de/users/uwe.holm/physik\\_www\\_aug\\_2005.pdf](http://wwiexp.desy.de/users/uwe.holm/physik_www_aug_2005.pdf)

**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**