

Physik für Biologen und Zahnmediziner

Kapitel 8: Hydrodynamik, Grenzflächen

Dr. Daniel Bick



Universität Hamburg

DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

01. Dezember 2017

1 Mechanik deformierbarer Körper

- Hydrodynamik
- Turbulenzen
- Grenzflächen

- Lehre von bewegten Flüssigkeiten
 - Wieder idealisiert
 - Inkompressibel
 - Nicht viskos
- Gase verhalten sich oft ähnlich
- ▷ Zusammenfassung zu Fluiden

Quantisiert eine transportierte Menge pro Zeiteinheit

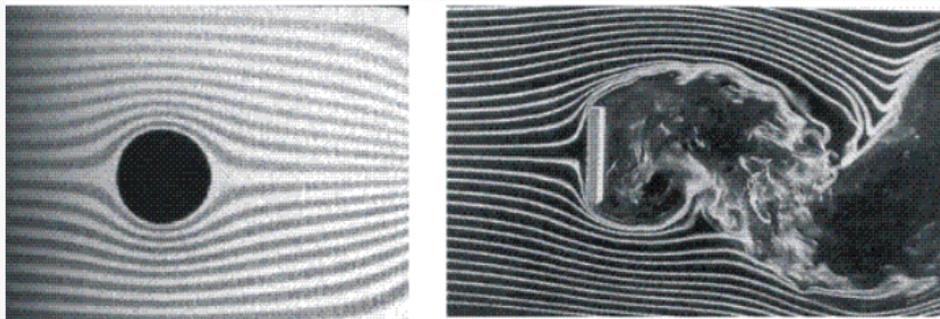
Stromstärke $I = \frac{\text{transportierte Menge}}{\text{benötigte Zeit}}$

Bei Fluiden : Volumenstrom $I = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

Stromfluss $\phi = \frac{\text{Strom}}{\text{durchflossene Fläche}}$

$$\phi = \frac{I}{A}$$

- In Bildern durch Stromlinienstärke verdeutlicht



Laminare Strömung

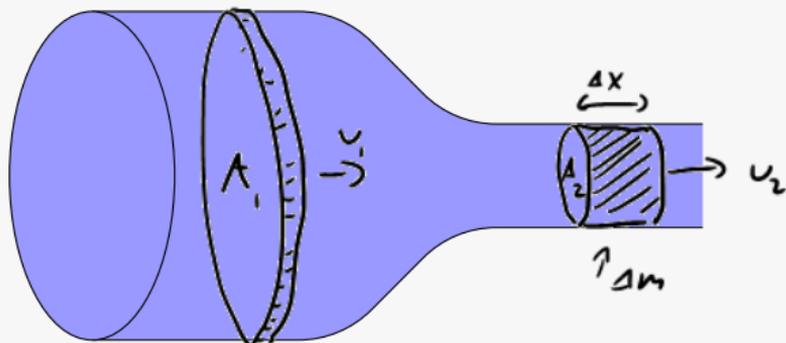
- geordnet
- Teilchengeschwindigkeit in jedem Punkt konstant

Turbulente Strömung

- chaotisch
- mit Wirbel

Stromlinien: Bahnen von mitbewegten Teilchen

- Für stationäre (zeitlich stabile) Strömung idealer Fluide



$$\dot{I}(A_1) = \dot{I}(A_2)$$

$$\Delta m_i = \rho_i \Delta V_i = \rho_i \cdot A_i \cdot \Delta x = \rho_i \cdot A_i \cdot v_i \cdot \Delta t$$

Masse bleibt erhalten $\Rightarrow \Delta m_1 = \Delta m_2$

$$\cancel{\rho_1} A_1 v_1 \cancel{\Delta t} = \cancel{\rho_2} A_2 v_2 \cancel{\Delta t}$$

Dichte gleich $\rho_1 = \rho_2$

Kontinuitätsgleichung

$$\Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

- Stömung wird in Engstellen schneller

→ zusätzliche kinetische Energie

→ Kraft, die Masse beschleunigt

$$E_{kin} + E_{vol} + E_{pot} = konst$$

Energieerhaltung

$$\left(\frac{1}{2} \rho v^2 + pV + \rho g \cdot h = konst \right)$$

/: Volumen

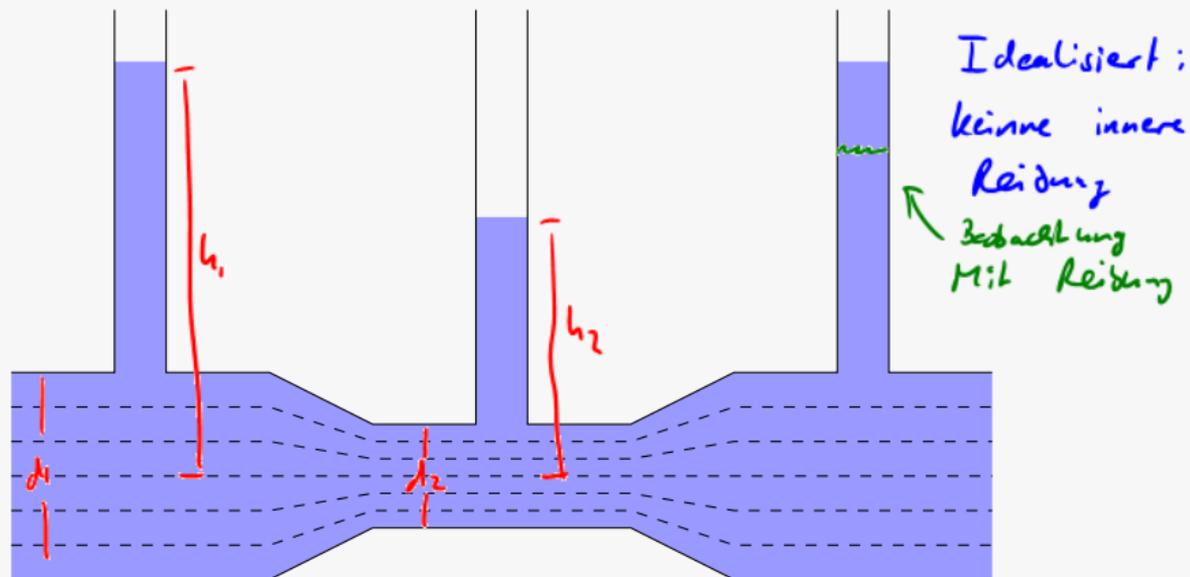
$$\frac{1}{2} \rho v^2 + p + \rho g \cdot h = konst$$

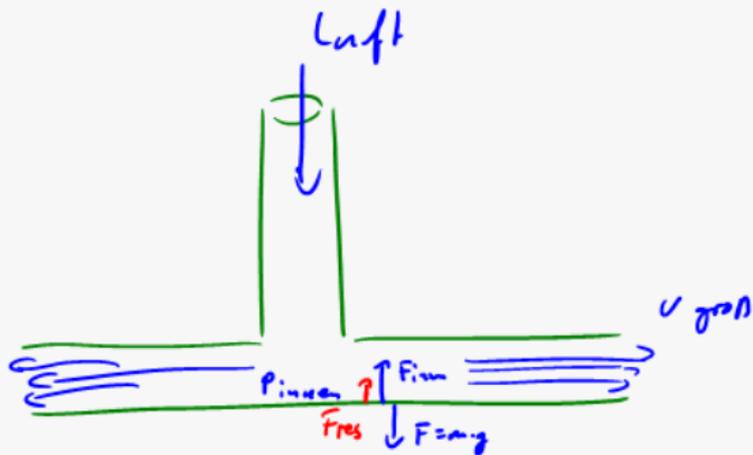
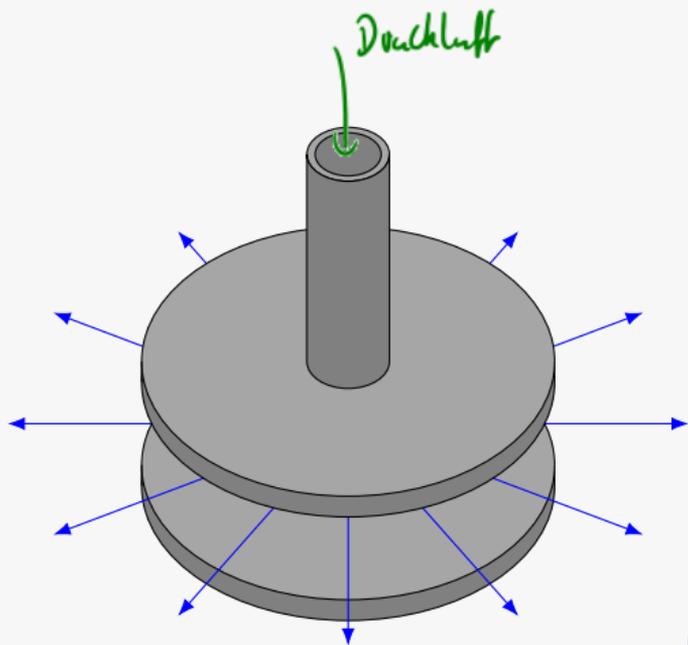
Schweredruck

Dynamischer
Druck

↓
Statischer
Druck

In einem Gebiet, wo die Geschwindigkeit groß ist, ist der Druck klein!



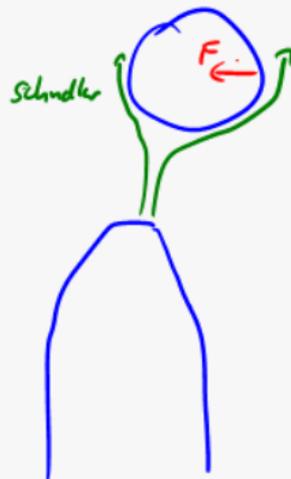
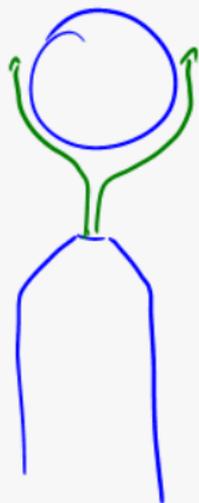


$v_{\text{innen}} \text{ groß} \Rightarrow p_{\text{innen}} \text{ klein}$

$p_{\text{innen}} < p_{\text{Luft}}$

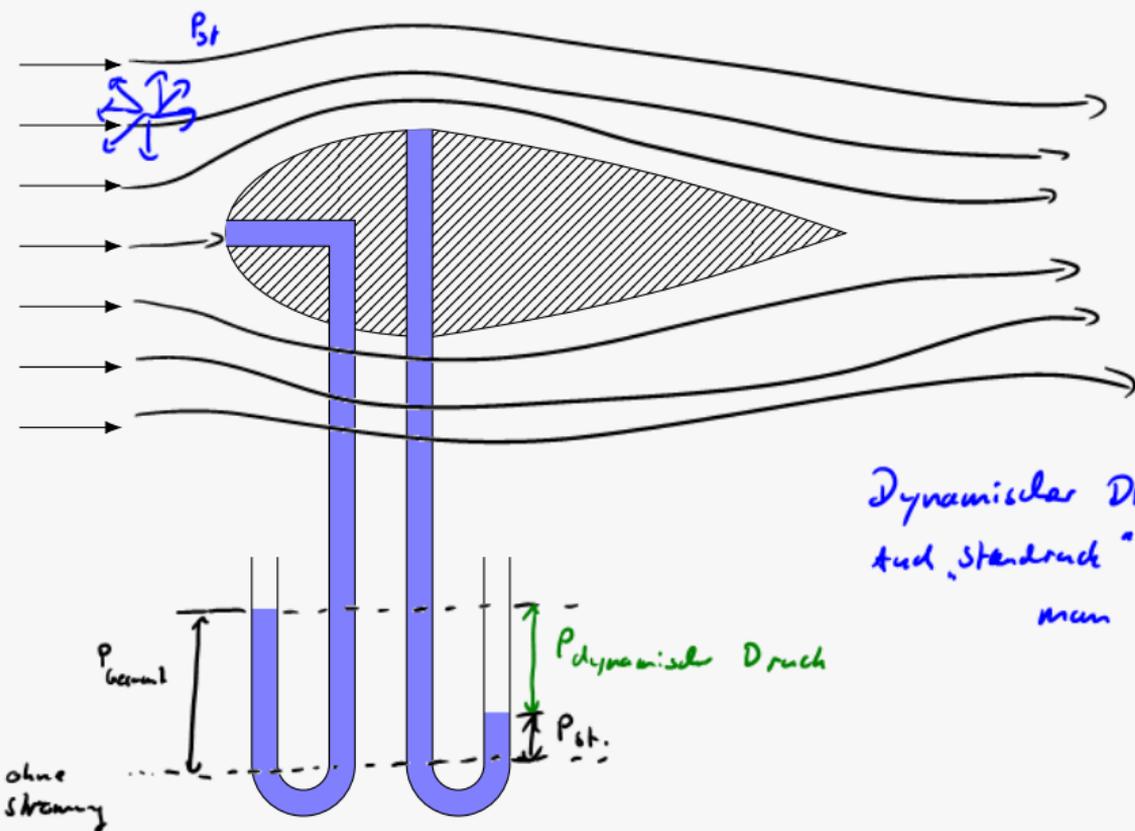
- Reibung mit Umgebungsluft am Rand des Luftstroms

Luftstrom wird nach außen langsamer



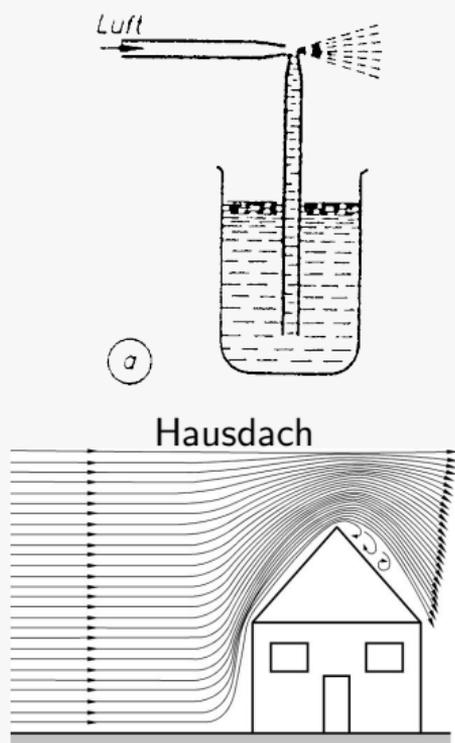
Schneller

← langsamer,
⇒ höherer Druck

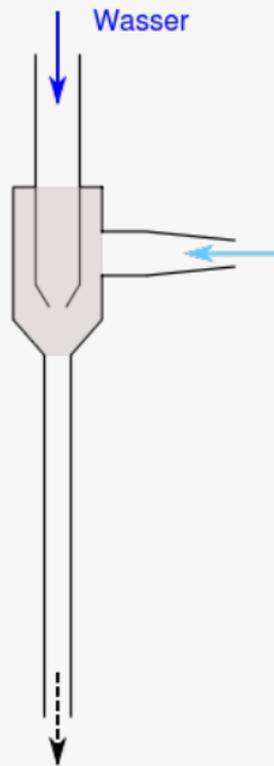


Dynamischer Druck ist nicht allseitig
auch „Staudruck“ \rightarrow Man spürt ihn, wenn
man die Strömung stoppt.

Zerstäuber



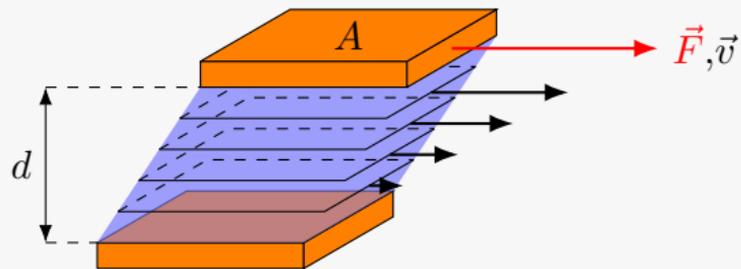
Wasserstrahlpumpe



Dynamischer Auftrieb



- Reibung wird berücksichtigt → Viskosität
- Wir betrachten weiterhin laminare Strömungen
 - Geschwindigkeit an den zwei Seiten einer Grenzfläche ist gleich



Gedankenexperiment

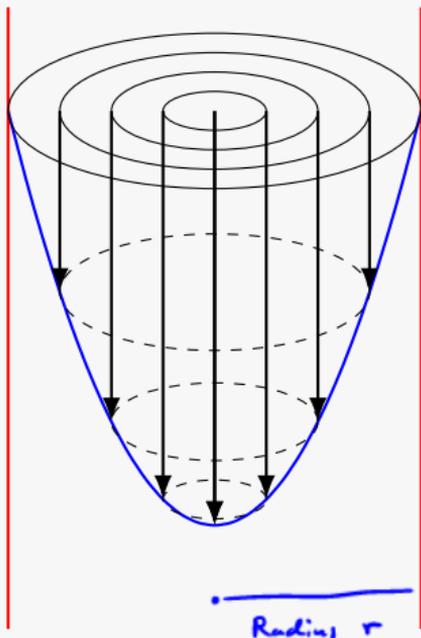
$$F = \eta \frac{v A}{d}$$

η : Viskosität, oder auch Zähigkeit
 „Eta“

$$\eta = \frac{F \cdot d}{v \cdot A}$$

Flüssigkeit ~~an~~ der Wand hat die gleiche Geschwindigkeit wie die Wand

kommt evtl. später



Laminar: unendlich dünne, aneinander abgleitende Schichten

Viskosität: Haftet an den Wänden

→ Geschwindigkeitsfeld: Rotationsparaboloid

$$I = \frac{\pi r^4}{8 \eta L} \Delta p$$

Gesetz von Hagen - Poiseuille

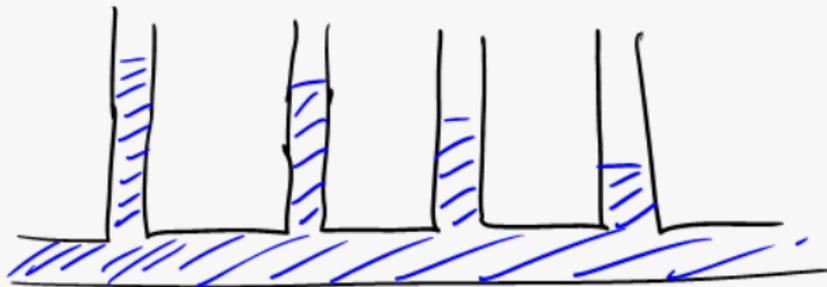
$\frac{A}{4} \rightarrow$ halber Radius $R = \frac{r}{2}$
 - Gitter

$\frac{I_{\text{Gitter}}}{I_{\text{ohne}}}$	$= \frac{4 \dots R^4}{\dots r^4}$	$= \frac{4 \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^4}{r^4} = \frac{1}{4}$

Reibung verursacht Energieverlust

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + pV + m \cdot g \cdot h = \text{konstant} \text{ wird kleiner}$$

→ Reibung



Druck muss abnehmen

→ Strömungswiderstand

- Damit ein Strom fließt, brauche ich eine Druckdifferenz Δp

Definition Strömungswiderstand:

$$R = \frac{\Delta P}{I}$$

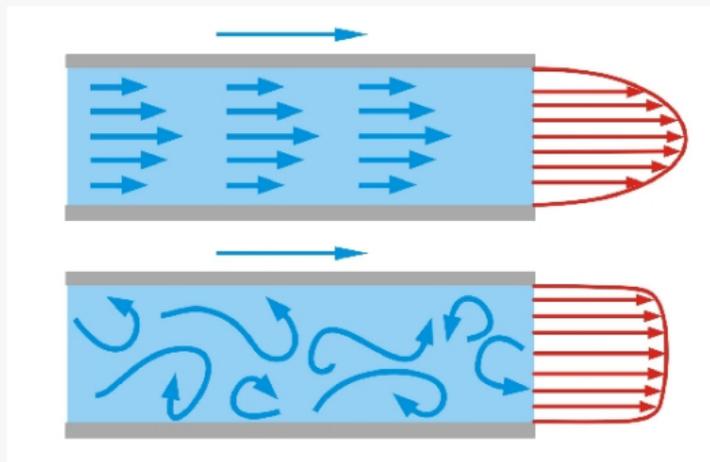
Druckdifferenz
durch cr. Volumenstrom

Bei laminaren Strömungen ist R konstant \rightarrow Newtonsche Flüssigkeit

- unabhängig von I
Temp.-

Strömung – von laminar zu turbulent

Wird eine **kritische Geschwindigkeit** überschritten, wird aus einer **laminaren** Strömung eine **turbulente** Strömung.



- Höhere Geschwindigkeit → mehr Reibung
 - **Grenzgeschwindigkeit** hängt ab von:
 - Radius r
 - Viskosität η
 - Dichte ρ
- Eigenschaft des Rohrs*
- u der Flüssigkeit*

Kennzahl, um Strömungen vergleichbar zu machen:

$$R_e = \frac{\rho \cdot v \cdot L}{\eta}$$

Charakteristische Größe L ist ein Maß für die Ausdehnung des Gefäßes.

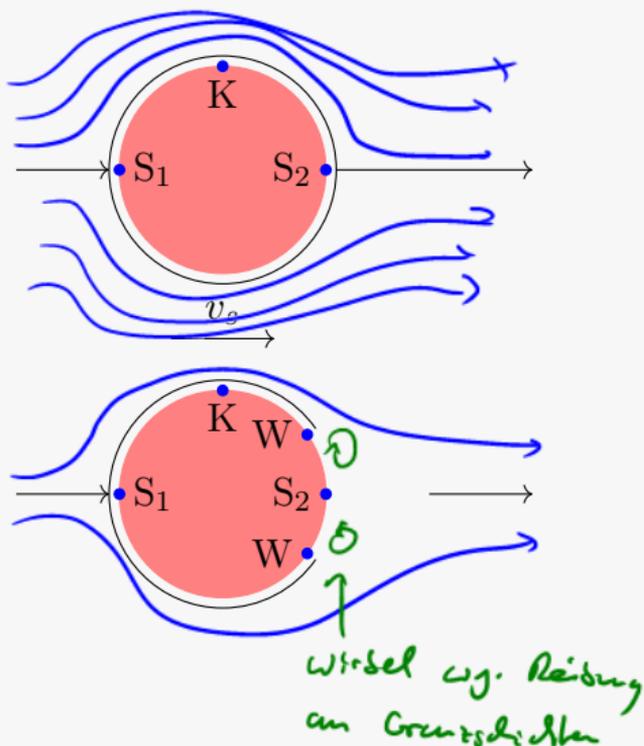
Für ein Rohr:

$$R_e = \frac{\rho \cdot v \cdot 2r}{\eta}$$

$2r$: Durchmesser

Turbulente Strömung im Rohr beginnt bei etwa $R_e > R_{e,\text{krit}} \simeq 2200$

Verwirbelungen: die Rotationsenergie muss von der Strömung aufgebracht werden!

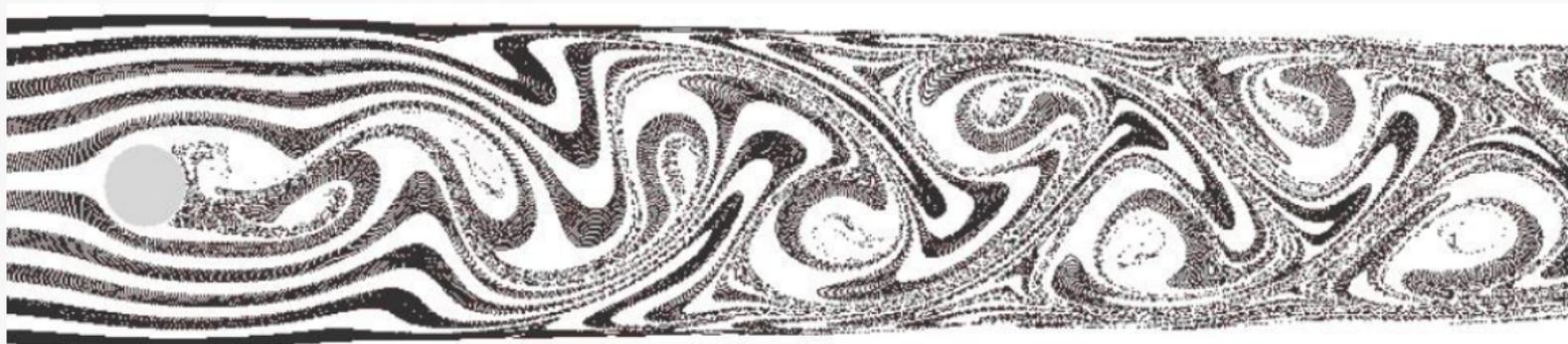


$$v_s < v_{\text{krit}}$$

- Reibung vernachlässigbar
- Bei S_1 und S_2 ist $v = 0$
→ maximale potentielle Energie, da hoher Druck
- Bei K ist $v = v_s$
→ maximale kinetische Energie

$$v_s > v_{\text{krit}}$$

- Reibung in Grenzschicht
- Zwischen S_1 und S_2 geht kinetische Energie verloren
- Teilchen können nicht S_2 , sondern nur W erreichen



Strömungswiderstandskoeffizient

Widerstandskoeffizient C_w

	$C_w = 1,33$		$C_w = 0,28 - 0,4$
	$C_w = 0,35$		$C_w = 0,6 - 0,9$
	$C_w = 1,17$		$C_w = 0,6 - 1,2$
	$C_w = 0,4$		$C_w = 0,03$
	$C_w = 0,05$		

Bei Turbulenten Stömungen hängt die Reibungskraft von v^2 ab

$$F = \frac{1}{2} c_w \rho \cdot v^2 \cdot A$$

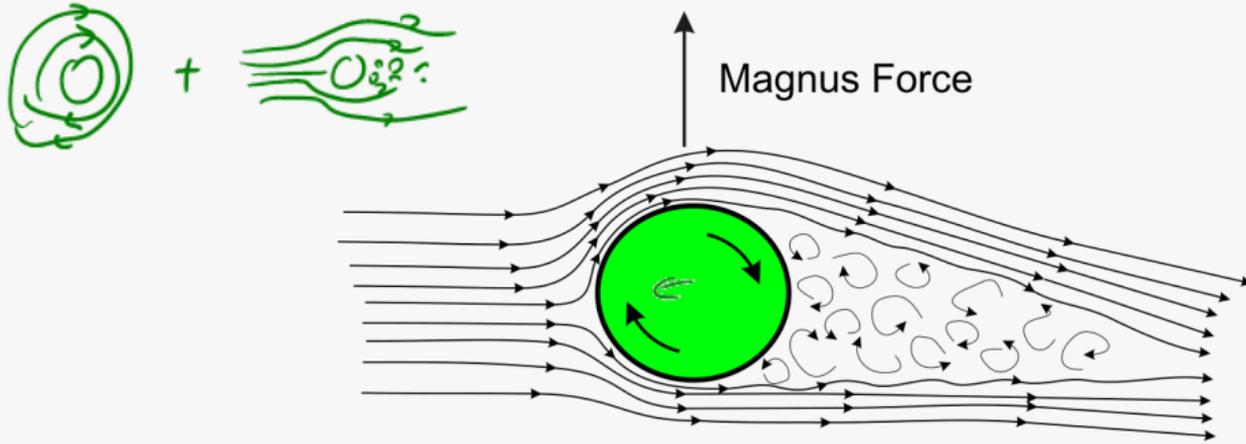


- Vögel verringern Turbulenzen durch die Form ihrer Flügelspitzen
- Mehr Auftrieb und weniger Luftwiderstand bei gleicher Spannweite

Winglets beim Flugzeug

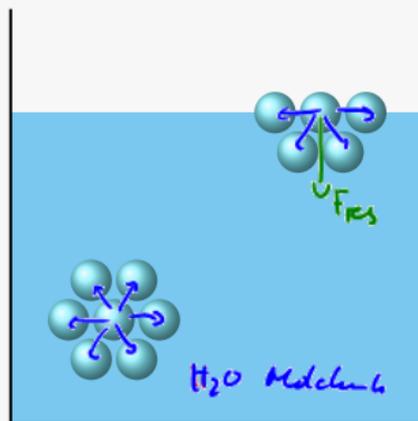
- ca. 5% mehr Auftrieb







Quelle: <http://water.usgs.gov/edu/gallery/adhesion-leaves.html>



Kohäsion: Wirkung zwischenmolekularer Kräfte in einer Flüssigkeit
Moleküle an der Oberfläche spüren eine Kraft nach innen
Vergrößerung der Oberfläche von innen nach außen benötigt Energie

$$\text{Oberflächenspannung } \sigma = \frac{\text{Oberflächenenergie } W_A}{\text{Oberfläche } A}$$

A Die große Seifenblase wird größer und die kleine kleiner.

C Die Seifenblasen platzen sofort.

B Die große Seifenblase wird kleiner und die kleine größer, bis sie gleich groß sind.

D Es passiert nichts.



<https://arsnova.eu/mobile/#id/80394860>