Physik für Biologen und Zahnmediziner

Kapitel 5: Impuls und Drehungen

Dr. Daniel Bick

Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

22. November 2017

Hinweise zur Klausur

Sa, 25.11. im Audimax (VMP 4) um **09:45 Uhr**.
Bitte seien Sie schon um 09:30 Uhr da, wg. der Einlasskontrolle.

Für die Klausur benötigen sie:

- Lichtbildausweis
- Imatrikulationsbescheinigung / UKE-Ausweis.
- 1 oder 2 dokumentenechte Stifte.
- Taschenrechner dürfen benutzt werden.
- Ein paar **unbeschriebene** Blätter für Notizen.

Mobiltelefone und andere Unterlagen sind während der Klausur untersagt. Am Besten gar nicht erst dabei haben.

- Es darf **keine** eigene Formelsammlung verwendet werden.
- Die Klausur enthält eine Seite mit relevanten Formeln.
- Multiple Choice: Nur die Antwort zählt, der Lösungsweg spielt keine Rolle.

Übersicht

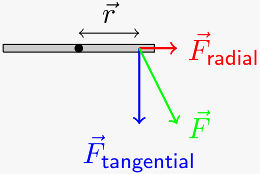
Drehmoment

Drehung hängt ab von

- Größe der Kraft $\rightarrow \vec{F}$
- Richtung der Kraft $\rightarrow \vec{F}_{\text{tangential}}$
- Ansatzpunk der Kraft $\rightarrow \vec{r}$

Das **Drehmoment** $\vec{M}$ ist ein Maß für die Drehwirkung

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

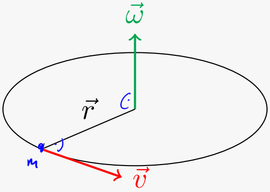


- Richtung von $\vec{M}$ gibt Drehsinn an

$$[M] = [r] \cdot [F] = \mathrm{Nm} = \frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}}$$

Winkelgeschwindigkeit als Vektor

- Bahngeschwindigkeit bisher: $v = \omega \cdot r$
- Zusätzlich: Richtung der Drehachse $\Rightarrow$ vektoriel



$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$\vec{M}$ und $\vec{\omega}$ sind **Axialvektoren**

Kräftepaar

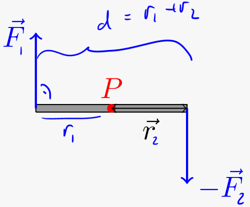
Zwei parallele Kräfte

- deren Betrag gleich ist
- die entgegengesetzt wirken
- deren Angriffspunkte nicht zusammenfallen

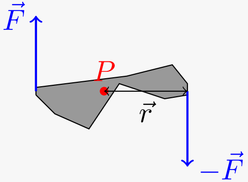
heissen **Kräftepaar**.

- $\vec{F}$ und $-\vec{F}$ verursachen eine Drehung des Körpers um P.
- P liegt auf der Verbindungslinie der beiden Angriffspunkte.

$r \perp F \Rightarrow M = rF$



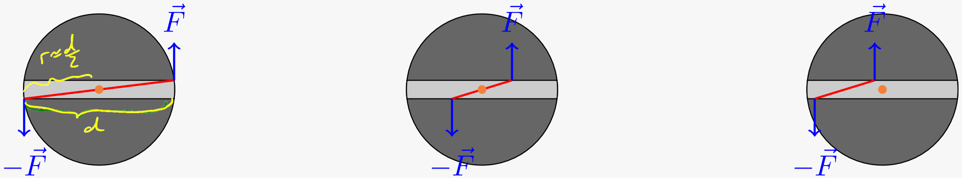
$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F$



Es wirkt das Drehmoment M

$$M = M_1 + M_2 = r_1 F_1 + (-r_2 \cdot -F_2) = r_1 F + (r_2 F) = F \cdot (r_1 + r_2)$$
$$= \underline{\underline{Fd}}$$

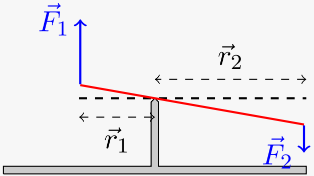
Schaubenzieher



- Ein breiterer Schaubenzieher bewirkt ein größeres Drehmoment.
- $\Rightarrow$ Drehen (Schrauben) fällt einem leichter!
- Drehachse ist vorgegeben! Am besten in der Mitte ansetzen!

$$M = F \cdot \frac{d}{2} + \left(-F \cdot \frac{-d}{2}\right) = 2 \cdot F \cdot \frac{d}{2} = \underline{Fd}$$

Hebel



- Gleichgewicht von Drehmomenten

Hebelgesetz

$M_1 = M_2$

$r_1 \cdot F_1 = -r_2 \cdot (-\vec{F}_2) = r_2 \cdot F_2$

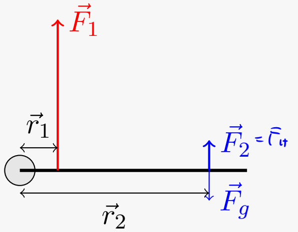
$F_1 = \frac{r_2}{r_1} F_2$

$r_1 \cdot F_1 = r_2 \cdot F_2$

Kraft · Kraftarm = Last · Lastarm

Einarmiger Hebel

$F_H = 2\,kg \cdot g \simeq 20\,N$



$r_1 \cdot F_1 = r_2 \cdot F_2$

Hebelgesetz

$F_1 = \frac{r_2}{r_1} \cdot F_2$

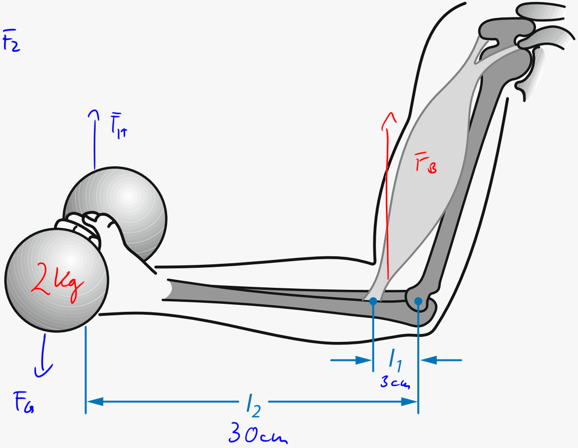
$F_B = \frac{l_2}{l_1} F_H$

- Die Kraft muss in die gleiche Richtung aufgebracht werden
- Alternativ: Umlenkrolle
- Beispiel: Unterarm

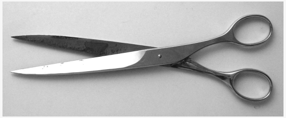
$F_B = \frac{30}{3} F_H$

$= 10\, F_H$

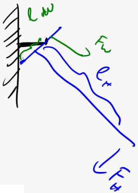
Kurze Arme helfen beim Armdrücken

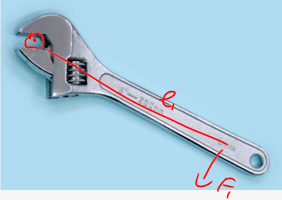


Anwendungsbeispiele



- Schere
- Zimmermannshammer
- Flaschenöffner
- Schraubenschlüssel
- Nussknacker

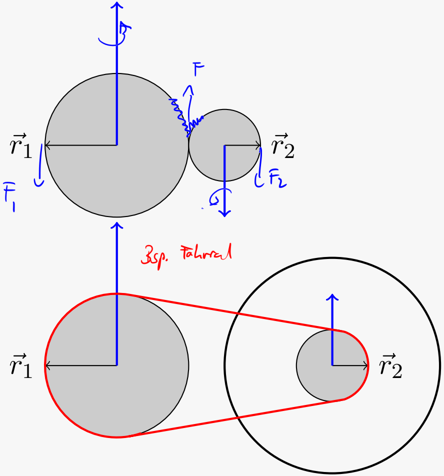




Drehmomentwandler

Funktionsprinzip eines Getriebes

Prinzip ähnlich dem Hebel



- statt Hebelarm Zahnräder unterschiedlicher Größe

$$F_1 = F = F_2$$

$$M_1 = r_1 \cdot F_1 = r_1 \cdot F$$

$$F = \frac{M_1}{r_1}$$

$$M_2 = r_2 \cdot F_2 = r_2 \cdot F$$

$$M_2 = \frac{r_2}{r_1} \cdot M_1$$

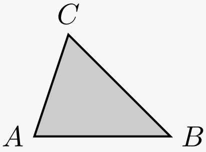
Verhältnis der Radien: Übersetzung

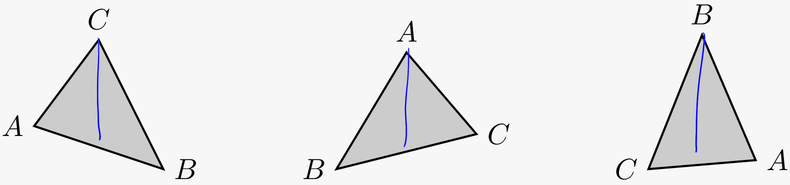
Kraftübertragung von Bauteilen, die mit unterschiedlicher Geschwindigkeit rotieren.

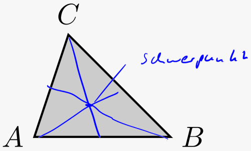
Bestimmung des Schwerpunktes

- Häufig eindeutig durch Symmetrie
- Ansonsten: Nehme **Gewichtskraft** zur Hilfe
  - Lagere Gegenstand auf einer freien Drehachse
  - $\rightarrow$ Drehung durch Schwerkraft
  - $\rightarrow$Schwerpunkt auf der Vertikalen unterhalb der Drehachse
  - Wiederholung für mehrere Drehachsen
- Schnittpunkt aller Vertikalen ergibt Schwerpunkt

Beispiel: Schwerpunkt eines Dreiecks







Ein starrer Körper befindet sich im statischen Gleichgewicht, wenn:

- Die Summe aller äußeren Kräfte Null ist

$$\sum_i F_i = 0$$

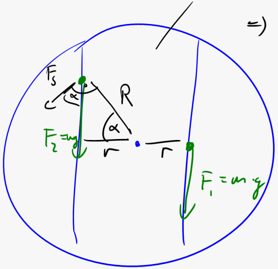
- Das resultieren Drehmoment Null ist

$$\sum_i M_i = 0$$

$F_S = F_G \cdot \cos\alpha$

$r = R \cdot \cos\alpha$

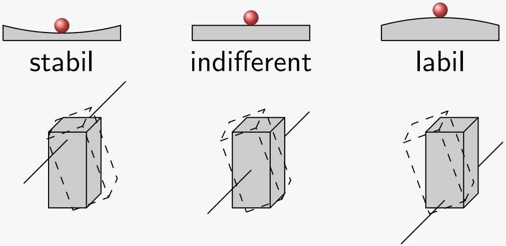
$\Rightarrow R = \frac{r}{\cos\alpha}$



$$M_1 = r \cdot F_1 = r \cdot F_G$$

$$M_2 = R \cdot F_S = \frac{r}{\cancel{\cos\alpha}} \cdot F_G \cancel{\cos\alpha} = r \cdot F_G$$

Arten von Gleichgewichten



Stabiles Gleichgewicht

- Zustand kehrt nach Störung dorthin zurück
- Verrücken erfordert Energie

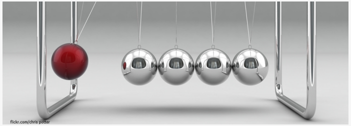
Indifferentes Gleichgewicht

- Kleine Störung verschiebt den Gleichgewichtszustand nur leicht
- Energie bleibt unverändert

Instabiles (labiles) Gleichgewicht

- Zustand verlässt das Gleichgewicht völlig bei kleiner Störung
- Verrücken setzt Energie frei

Übersicht



Ausstoß von Gasen

Definition: $\vec{p} = m\vec{v}$

$[p] = kg\frac{m}{s} = Ns$

Ist wichtig für die Betrachtung von Stößen

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$m_1 \cdot \frac{d\vec{v}_1}{dt} = -m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} = 0$$

$$\int 0 \, dt = \text{const}$$

Integration $\int \left(m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} \right) dt = m_1 v_1 + m_2 v_2 = \text{const}$

$$\underline{p_1 + p_2 = \text{const}}$$

Impuls

Impuls

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- Der Gesamtimpuls bleibt in einem **abgeschlossenen System** erhalten!
- Wirkt auf ein System **keine äußere Kraft** bleibt der Gesamtimpuls erhalten!

Weitere Formulierung des 2. Newtonschen Axioms

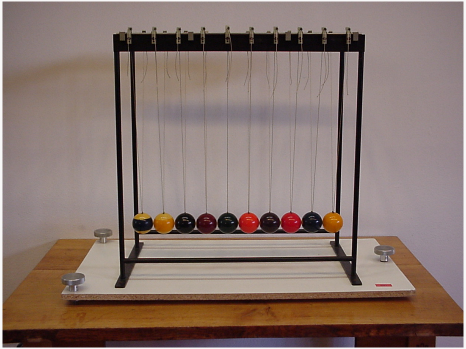
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$$

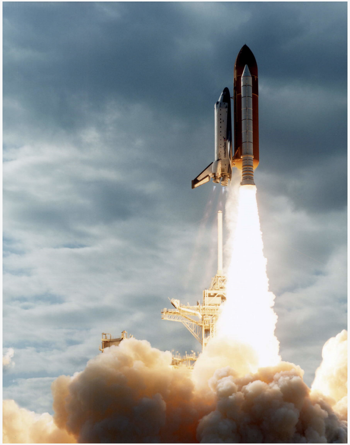
Bei konstanter Masse $\frac{dm}{dt} = 0$ $\frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}$

Die Kraft ist die zeitliche Änderung des Impulses

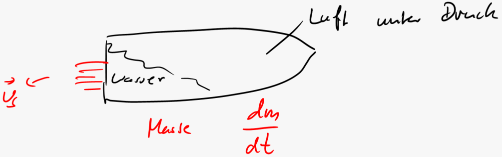
Versuch: Newton Pendel



wird nachgeliefert



$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot \vec{v} + \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot m$$



Wasser strömt mit Geschwindigkeit $\vec{v}_s$ aus,

Schubkraft $F_s = v_s \frac{dm}{dt}$

Wagen auf Luftkissenschiene

$$p_{vorher} = 0 = p_{nachher} = -v_1 \cdot m_1 + v_2 m_2$$

$$v_1 m_1 = v_2 m_2$$

$$v_1 = v_2 \frac{m_2}{m_1}$$

$$m_1 = m_2 \Rightarrow v_1 = v_2$$

Beschl. masseabhängig

$$m_1 \neq m_2 \Rightarrow v_1 \neq v_2$$

$p_1 = m_1 v_1$ $\quad$ $p_2 = m_2 v_2$ $\quad$ $p_1' = m_1 v_1'$ $\quad$ $p_2' = m_2 v_2'$

$E_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$

Energieerhaltung $\quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \underbrace{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}_{0} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$

$v_2 = 0$ $\quad \Rightarrow m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 \quad \Rightarrow v_1^2 = v_1'^2 + \frac{m_2}{m_1} v_2'^2$ $\quad$ (1)

Impulserhaltung $\quad m_1 v_1 + \underbrace{m_2 v_2}_{0} = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

$\Rightarrow m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad \Rightarrow v_1 = v_1' + \frac{m_2}{m_1} v_2'$ $\quad$ (2)

$\Rightarrow v_1^2 = v_1'^2 + 2 v_1' \frac{m_2}{m_1} v_2' + \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 v_2'^2$

Zentraler elastischer Stoß: $v_2 = 0$

① $\qquad$ ②

$$v_1^2 = v_1'^2 + \frac{m_2}{m_1} v_2'^2 = v_1'^2 + 2\frac{m_2}{m_1} v_1' v_2' + \frac{m_2^2}{m_1^2} v_2'^2$$

$$\frac{m_2}{m_1} v_2'^2 = 2\frac{m_2}{m_1} v_1' v_2' + \frac{m_2^2}{m_1^2} v_2'^2 \qquad \Big/ : \frac{m_2}{m_1} v_2'$$

$$v_2' = 2 \cdot v_1' + \frac{m_2}{m_1} v_2' \quad \Rightarrow \quad v_2' - \frac{m_2}{m_1} v_2' = 2 v_1' \quad \Rightarrow \quad v_2'\left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right) = 2 v_1'$$

$$v_1' = \frac{1}{2} v_2' \left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right)$$

In ② $\Rightarrow$

$$v_1 = \frac{1}{2} v_2' \left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right) + \frac{m_2}{m_1} v_2' = \frac{1}{2} v_2' \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)$$

$$\frac{2 v_1}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)} = v_2'$$

In ② $\Rightarrow$

$$v_1 = v_1' + \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{2 v_1}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}\right) =$$