

# Physik für Biologen und Zahnmediziner

## Kapitel 3: Dynamik und Kräfte

Dr. Daniel Bick



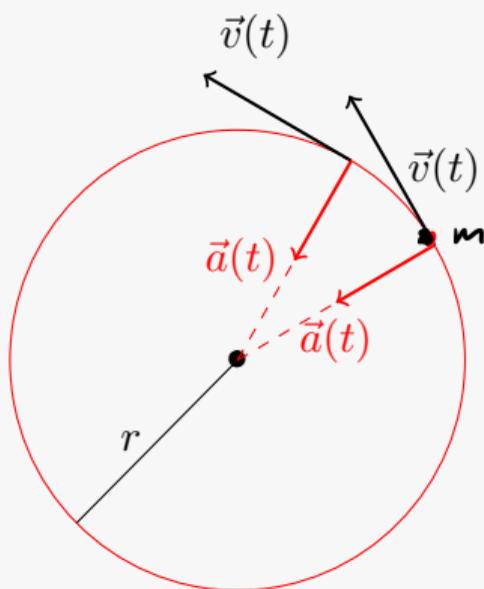
Universität Hamburg  
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

15. November 2017

① Wiederholung

② Dynamik

Ein Körper bewegt sich mit konstanter **Bahngeschwindigkeit**  $v$  auf einer Kreisbahn mit **Radius**  $r$



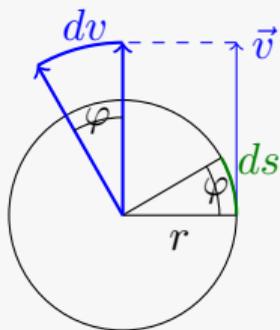
- Die Richtung von  $\vec{v}$  ändert sich ständig  
→ Beschleunigung vorhanden
- Der Betrag von  $\vec{v}$  ändert sich nicht  
→ keine Beschleunigung in der jeweiligen Richtung von  $\vec{v}$
- **Beschleunigung steht senkrecht auf  $\vec{v}$**   
→ Zeigt zum Mittelpunkt  
→ **Radiale** Beschleunigung

# Beschreibung der Kreisbewegung

- Umlaufdauer (Periode)  $T$
- Frequenz  $f = \frac{1}{T}$ 
  - Einheit: 1 Hertz = 1 Hz =  $\frac{1}{s}$
- Winkelgeschwindigkeit (Kreisfrequenz)  $\omega$

$$\omega = \frac{\text{überschnittener Winkel}}{\text{benötigte Zeit}} = \frac{d\varphi}{dt}$$

- Bahngeschwindigkeit  $v = \frac{2\pi r}{T} = \omega r = 2\pi r f$



$$ds = r \cdot d\varphi$$

$$dv = v \cdot d\varphi$$

$$a = \frac{dv}{dt} = v \frac{d\varphi}{dt} = v \cdot \omega$$

$$\begin{aligned} a &= v \cdot \omega \\ &= \omega^2 r \\ &= \frac{v^2}{r} \end{aligned}$$

① Wiederholung

② Dynamik

## Dynamik

Lehre von der Bewegung von Körpern unter dem Einfluss von **Kräften**.

Wozu wird Kraft angewendet?

- Dinge anheben
- Gegenstände in Bewegung setzen
- Gegenstände verformen
- ...

Erdbeschleunigung bewirkt Kraft auf Masse:

## Gewichtskraft

$$\vec{F}_G = m \cdot g$$

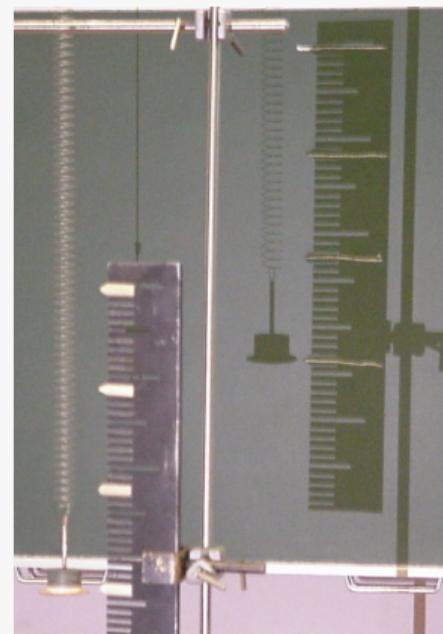
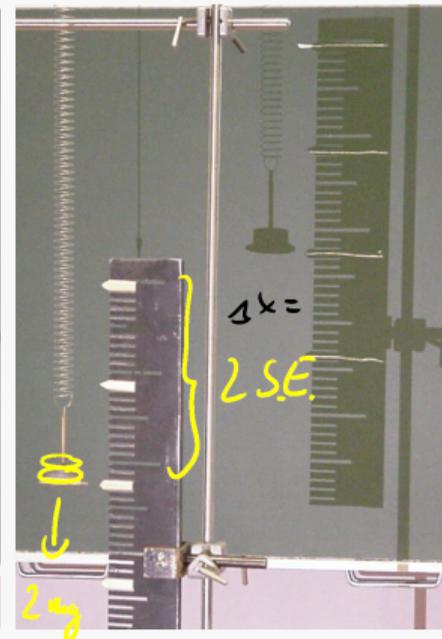
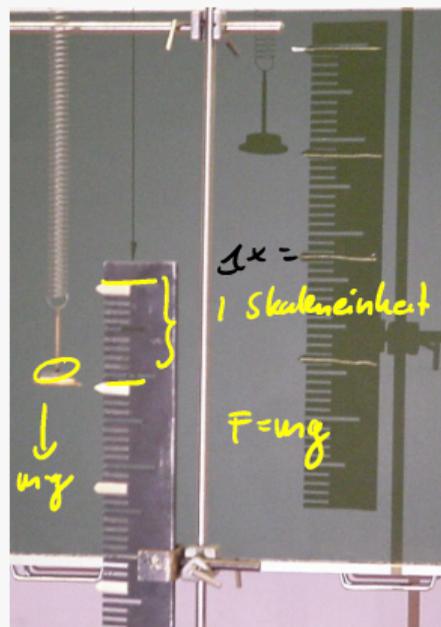
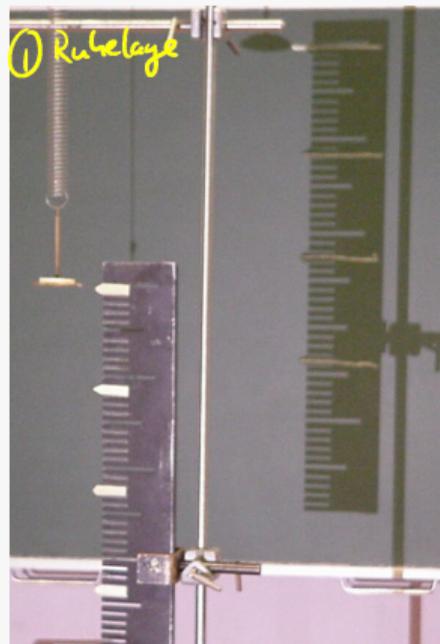
Einheit

$$\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \mathcal{N}$$

Newton

$$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

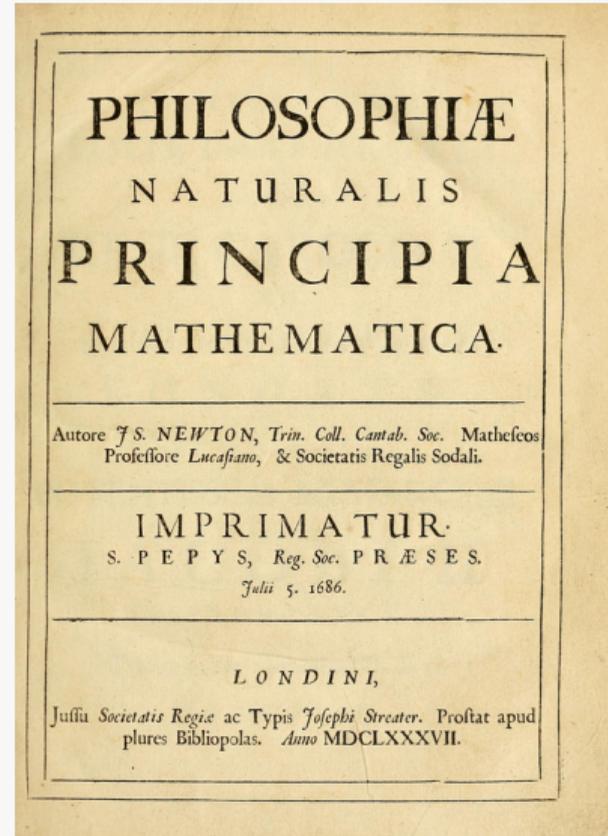
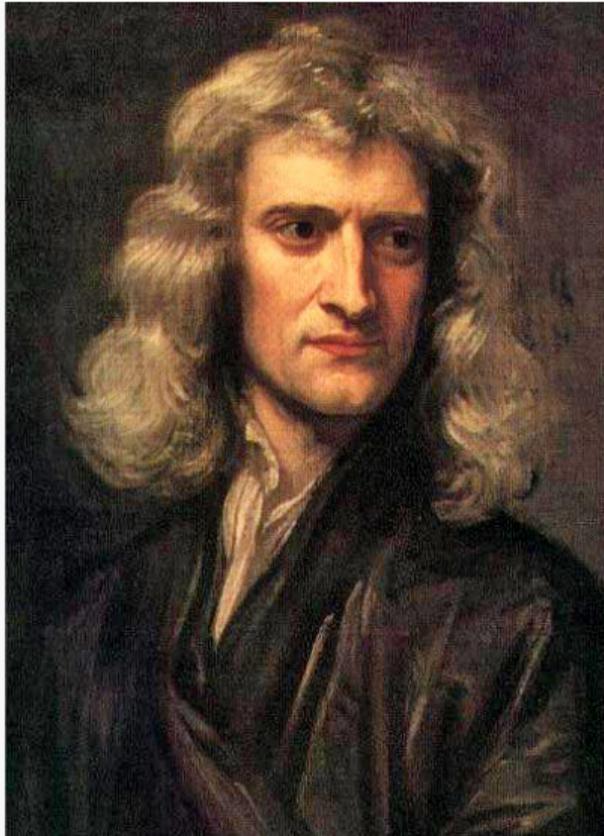
Allg.  $\vec{F} = m \vec{g}$



Die auslenkende Kraft  $F$  ist proportional zur Auslenkung  $\Delta x$

$$F \sim \Delta x$$
$$F = D \cdot \Delta x$$

$D$ : Federkonstante



**Lex I: Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare.**

Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmig geradlinigen Translation, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.

**Lex II: Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.**

Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.

**Lex III: Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.**

Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio).

# Die Newtonschen Axiome

## Zusammenhang zwischen Kraft und Bewegung

### 1. Newtonsches Axiom

Ein Körper, auf den keine Kräfte wirken oder die Vektorsumme der wirkenden Kräfte Null ist, behält seine Geschwindigkeit unverändert bei.

### 2. Newtonsches Axiom: Grundgleichung der Mechanik

Kraft = Masse · Beschleunigung

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

$$\rightarrow a = \frac{\vec{F}}{m}$$

„träge Masse“

z.B.  $F = mg$

### 3. Newtonsches Axiom: actio = reactio

Wenn zwei Körper Kräfte aufeinander ausüben, sind diese entgegengesetzt gleich.

Definition:

1 N ist die Kraft, die ausgeübt werden muss, um 1 kg mit  $a = 1 \text{ m/s}^2$  zu beschleunigen.

**Achtung:**

Gewicht ist nicht gleich Masse!

$$m = 0.1 \text{ kg} \quad \rightarrow \quad F = m \cdot g = 0.1 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.981 \text{ N} \quad \sim 1 \text{ N}$$

- Masse: Eigenschaft die Körper träge macht
- Gewicht: Kraft auf Masse verursacht durch Schwerfeld

Mond: kleinere Gewichtskraft

$$\text{Mond} \quad 1.62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \sim \quad \frac{1}{6} g_{\text{Erde}}$$

## Träge Masse

- Wirkt Bewegungsänderungen entgegen

## Schwere Masse

- Wird durch Schwerfeld angezogen

## **Einsteins Massenäquivalentsprinzip:**

Schwere und Träge Masse haben den gleichen Ursprung und sind identisch!

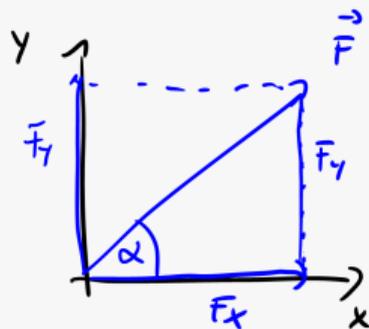
Erinnerung: Vektor kann in Komponenten zerlegt werden

z.B. parallel zu Einheitsvektoren

→ Projektion auf Achsen

Bsp 2D

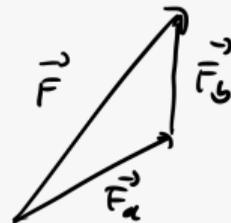
Betrag von  $\vec{F}$ :  $|\vec{F}| = F$



$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

Auch beliebige Zerlegung möglich



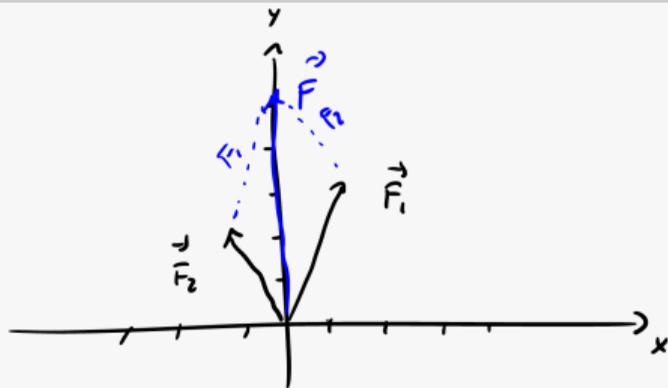
# Überlagerung (Superposition) von Kräften

Kräfte werden vektoriell addiert

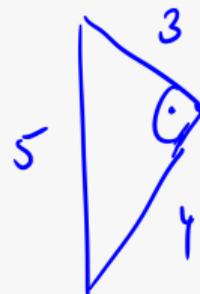
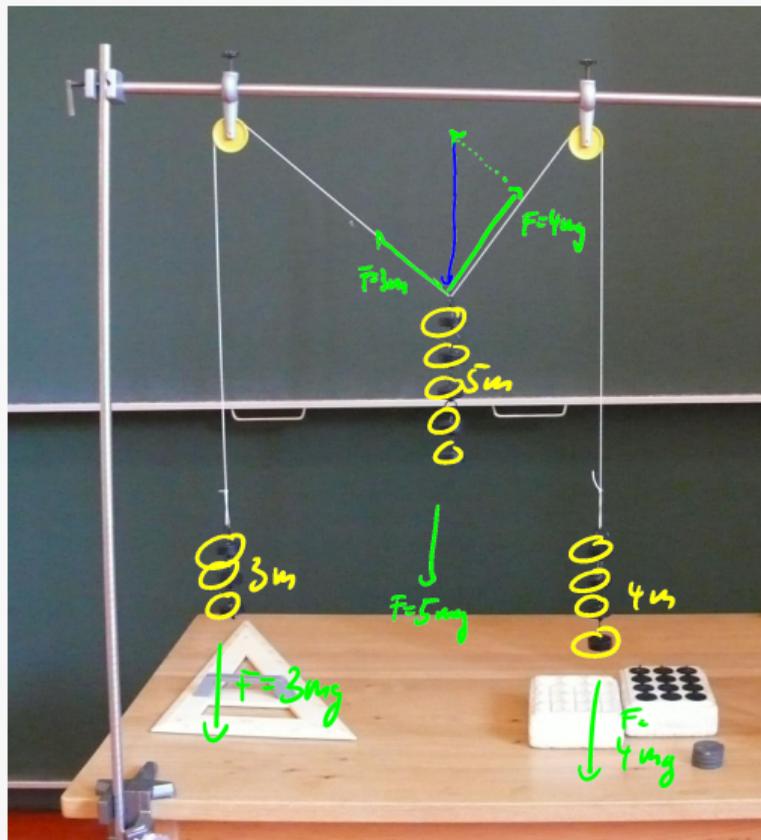
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Bsp  $\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} 1\text{N} \\ 3\text{N} \end{pmatrix} \quad \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} -1\text{N} \\ 2\text{N} \end{pmatrix}$

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 1\text{N} \\ 3\text{N} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1\text{N} \\ 2\text{N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\text{N} - 1\text{N} \\ 3\text{N} + 2\text{N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\text{N} \\ 5\text{N} \end{pmatrix}$$



Kräfteparallelogramm:  $\vec{F}$  ist die Diagonale



$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$5^2 = 25$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

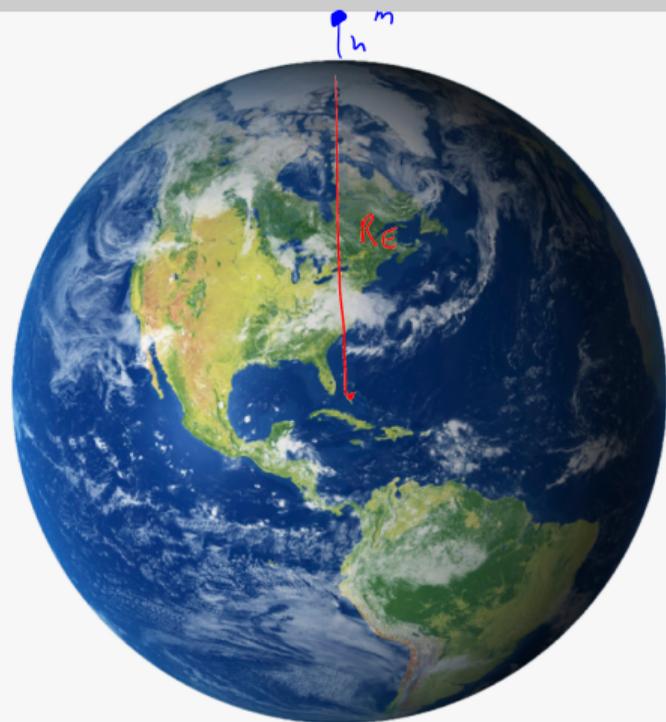
Kraft zwischen zwei massiven Körpern



$$|\vec{F}_G| = F_G = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$G$ : Gravitationskonstante

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2}$$



$$F_G = G \frac{\cancel{m} \cdot m_E}{(R_E + h)^2} = \cancel{m} g$$

$$g = G \frac{m_E}{(R_E + h)^2} \approx G \cdot \frac{m_E}{R_E^2}$$

6380000 m      wenige meter

Einssetzen:  $g = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.38 \times 10^6 \text{ m})^2}$

$$\approx 9.8 \frac{\cancel{\text{kg}} \cancel{\text{m}}^2 \cancel{\text{s}^{-2}}}{\cancel{\text{kg}^2} \cancel{\text{m}^2}} = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Erdradius } R_E = 6380 \text{ km} = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{Erdmasse} = m_E = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

## Träge Masse

- Wirkt Bewegungsänderungen entgegen

## Schwere Masse

- Wird durch **Gravitation** angezogen
- Ist Ursache der Gravitation

## Einsteins Massenäquivalentsprinzip:

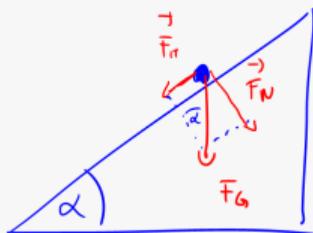
Schwere und Träge Masse haben den gleichen Ursprung und sind identisch!

Schnelles Wegziehen einer Tischdecke

→ Gläser, Teller, Besteck bleiben liegen

Tischdecke hat eine kleine Masse → große Beschleunigung ( $F = ma$ )

Teller etc. haben große Masse → kleine Beschleunigung ~~bei~~ bei gl. Kraft



$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha$$

$$\vec{F}_G = mg$$

Gewichtskraft

$$\vec{F}_N =$$

Normalkraft

Normal bedeutet hier senkrecht auf der Ebene

$$\vec{F}_H$$

Hangabtriebskraft

## Reibung behindert Bewegung

Reibungskraft wirkt entgegen der Bewegungsrichtung

Arten von Reibung:

- Haftreibung
  - Gleitreibung
  - Rollreibung
  - innere Reibung (in Fluiden)
  - ...
- wachsen mit Anbruch*
- wachsen mit Geschwindigkeit*

# Haftreibung – Objekt in Ruhe

Welche Kraft ist nötig, damit ein Objekt anfängt sich zu bewegen?

- Das Objekt wird durch die **Haftreibungskraft  $F_H$**  festgehalten

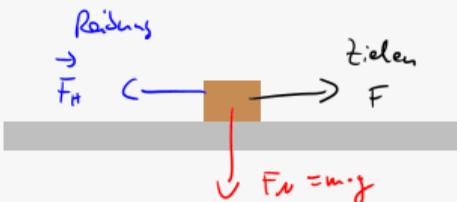
Haftreibungskoeffizient  $\mu_H$

Holz auf Stein:  $\mu_H = 0,7$

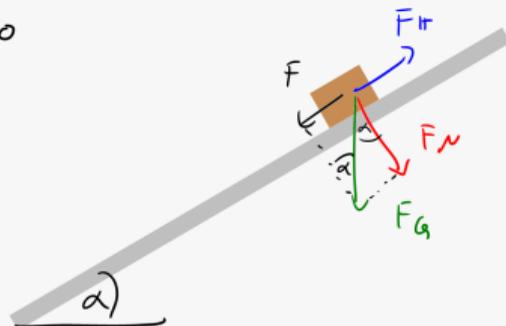
Stahl auf Teflon:  $\mu_H = 0,04$

$$F_{it} = \mu_{it} F_N$$

- Das Objekt bewegt sich, sobald  $F > F_H$



$$\alpha = \arctan(0,7) \approx 35^\circ$$



Ab welchem Winkel bewegt sich der Keil?

$$F = F_{it}$$

$$F = F_G \cdot \sin \alpha$$

$$F_{it} = \mu_H \cdot F_N = \mu_H F_G \cos \alpha$$

$$\Rightarrow F_G \sin \alpha = \mu_H F_G \cos \alpha \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \mu_H = \tan \alpha = \mu_H$$

$$\Rightarrow \arctan \mu_H = \alpha$$

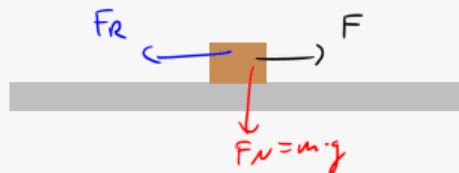
# Gleitreibung – Objekt in Bewegung

- Beim Gleiten (Rutschen) eines Objekts auf einer Oberfläche wirkt die **Gleitreibungskraft**  $F_R$  entgegen der Bewegungsrichtung.

Gleitreibungskoeffizient  $\mu_{Gl}$

Holz auf Stein:  $\mu_{Gl} = 0,3$

Stahl auf Teflon:  $\mu_{Gl} = 0,04$



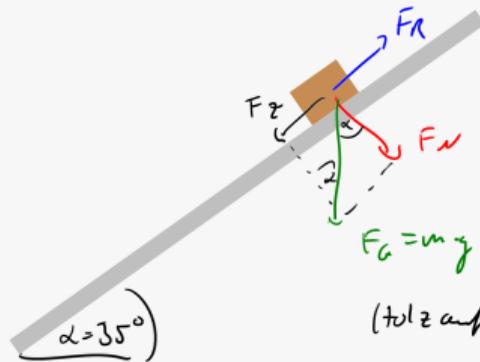
Welche Beschleunigung ergibt sich für einen Holzklötz auf einer Steinfläche (bei  $35^\circ$  Neigung)?

Gesamte Kraft nach vorne:  $F = F_z - F_R$

$$F = \overline{F}_g \sin \alpha - \mu_{Gl} \cdot \overline{F}_g \cdot \cos \alpha = m \cdot a$$

$$= \overline{F}_g (\sin \alpha - \mu_{Gl} \cos \alpha) = m \cdot a$$

$$= m \cdot g (\sin \alpha - \mu_{Gl} \cos \alpha) = m \cdot a$$



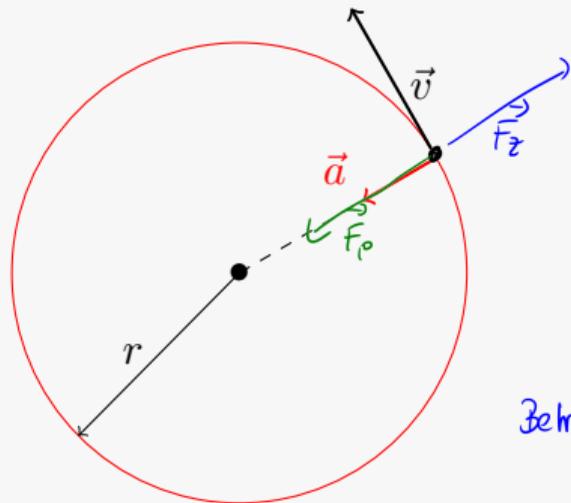
Bsp. ohne Reibung

$$a = g \cdot \sin \alpha = 0,57 \cdot g$$

(Holz auf Stein:  $\mu_{Gl} = 0,3$ )

$$a = 0,33 g$$

- Radiale Beschleunigung auf einer Kreisbahn ist zum Mittelpunkt gerichtet



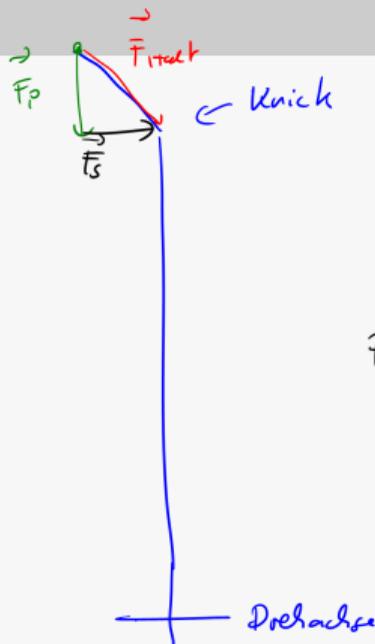
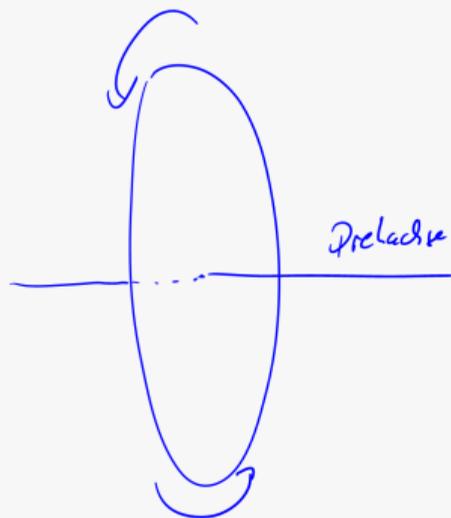
Zentripetalkraft  $\vec{F}_p = m\vec{a}$

Zentripetalbeschleunigung  $a = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$

$$\vec{F}_z = -\vec{F}_p$$

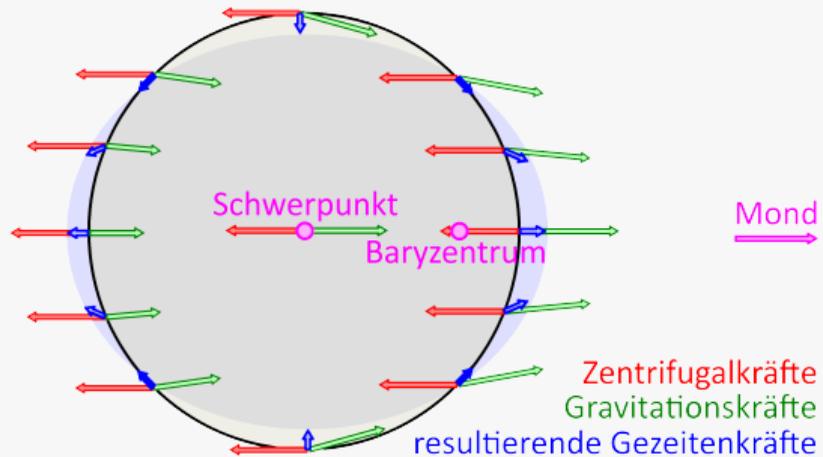
Zentrifugalkraft ist Scheinkraft

Betrag von  $F_z = ma = m\omega^2 r = \frac{mv^2}{r}$



Pappe wird versteift

$F_s$  führt Pappe zurück, bis  
 $\vec{F}_p$  und  $\vec{F}_{knick}$  parallel sind





$$\frac{F_Z}{F_g} = \tan \alpha = \frac{v \omega^2 r}{g}$$
$$\alpha = \arctan \frac{\omega^2 r}{g}$$