

Übungszettel 9

Aufgabe 1

Berechnen und Skizzieren Sie

$$\text{a } \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{c } \begin{pmatrix} t \\ t \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ t \end{pmatrix}$$

$\forall t \in \mathbb{R}$

$$\text{b } \begin{pmatrix} \pi \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 \\ e \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{d } 11 \begin{pmatrix} 11 \\ 11^2 \\ 11^3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

Lösen Sie die Aufgaben durch Zeichnen und/oder durch explizites Rechnen

- Drei Schlittenhunde ziehen an einem Schlitten mit gleicher Kraft aber mit relativen Winkeln von 60° . Welche Kraft in welcher Richtung muss der Fahrer ausüben um auf der Stelle zu bleiben?
- Was ist die Summe von sieben Vektoren in einer Ebene, die gleiche Länge und benachbarte Winkel von 30° haben?
- Vom Zentrum eines regelmässigen Sechsecks wirken zu den Ecken hin der Reihe nach Kräfte der Größe 1N, 3N, 5N, 7N, 9N, 11N. Welchen Betrag und welche Richtung besitzt die Gesamtkraft?

Aufgabe 3

Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Zeigen Sie, dass die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ paarweise orthogonal sind.

- Berechnen Sie die reellen Zahlen x, y und z für die $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ durch Lösen des Gleichungssystems und durch Bilden der Skalarprodukte mit $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

Aufgabe 4

Prüfen Sie durch Lösen des entsprechenden Gleichungssystems, ob die Vektoren linear unabhängig sind. Falls ja, normieren Sie die Vektoren der Basis von \mathbb{R}^3 :

$$\text{a } \left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

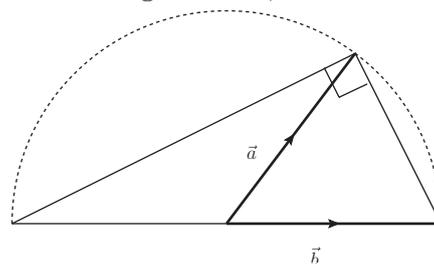
$$\text{b } \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\text{c } \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Aufgabe 5

Beweisen Sie mit Hilfe der Vektorrechnung:

- den Satz von Thales, nach dem die Dreiecke im Halbkreis rechtwinklig sind, siehe Bild;



- die Seitenhalbierenden eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt, der jede Seitenhalbierende im Verhältnis 2:1 teilt.
- die Seitenmitten eines beliebigen Vierecks bilden ein Parallelogramm;