

# Übungszettel 9

## Aufgabe 1

Berechnen und Skizzieren Sie

$$\text{a } \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{c } \begin{pmatrix} t \\ t \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ t \end{pmatrix}$$

$\forall t \in \mathbb{R}$

$$\text{b } \begin{pmatrix} \pi \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 \\ e \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{d } 11 \begin{pmatrix} 11 \\ 11^2 \\ 11^3 \end{pmatrix}$$

## Aufgabe 2

Lösen Sie die Aufgaben durch Zeichnen und/oder durch explizites Rechnen

- Drei Schlittenhunde ziehen an einem Schlitten mit gleicher Kraft aber mit relativen Winkeln von  $60^\circ$ . Welche Kraft in welcher Richtung muss der Fahrer ausüben um auf der Stelle zu bleiben?
- Was ist die Summe von sieben Vektoren in einer Ebene, die gleiche Länge und benachbarte Winkel von  $30^\circ$  haben?
- Vom Zentrum eines regelmässigen Sechsecks wirken zu den Ecken hin der Reihe nach Kräfte der Größe 1N, 3N, 5N, 7N, 9N, 11N. Welchen Betrag und welche Richtung besitzt die Gesamtkraft?

## Aufgabe 3

Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Zeigen Sie, dass die Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  paarweise orthogonal sind.

- Berechnen Sie die reellen Zahlen  $x, y$  und  $z$  für die  $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$  durch Lösen des Gleichungssystems und durch Bilden der Skalarprodukte mit  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

## Aufgabe 4

Prüfen Sie durch Lösen des entsprechenden Gleichungssystems, ob die Vektoren linear unabhängig sind. Falls ja, normieren Sie die Vektoren der Basis von  $\mathbb{R}^3$ :

$$\text{a } \left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

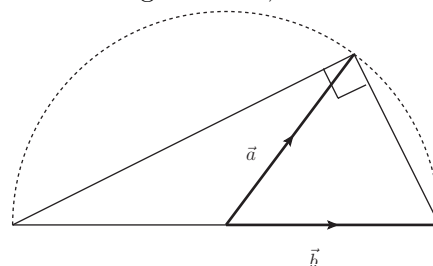
$$\text{b } \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\text{c } \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

## Aufgabe 5

Beweisen Sie mit Hilfe der Vektorrechnung:

- den Satz von Thales, nach dem die Dreiecke im Halbkreis rechtwinklig sind, siehe Bild;



- die Seitenhalbierenden eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt, der jede Seitenhalbierende im Verhältnis 2:1 teilt.
- die Seitenmitten eines beliebigen Vierecks bilden ein Parallelogramm;