

Übungszettel 6

Mathematischer Vorkurs im Sommersemester 2012

Aufgabe 1 — Partialbruchzerlegung

Finden Sie Stammfunktionen für die folgenden rationalen Ausdrücke mit Hilfe der Partialbruchzerlegung:

(a) $\int \frac{dx}{x^2 + 3x + 5};$

(b) $\int \frac{dx}{(1 + x^2)^2};$

(c) $\int dx \frac{x^3 - 2x^2 + x + 5}{x^2 - 1};$

(d) $\int dx \frac{x^3 - x^2 - 7x + 11}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6};$

(e) $\int \frac{dx}{e^x \sinh x (e^{2x} - 4)}, \quad z = e^x;$

(f) $\int dx \frac{x + 13}{x^2 - 4x - 5};$

(g) $\int dx \frac{3x + 1}{x^2 + 4x + 4};$

(h) $\int dx \frac{2x - 10}{x^2 + 2x + 10}.$

Aufgabe 2 — Bestimmte Integrale

Berechnen Sie die folgenden Integrale eventuell unter Benutzung von Grenzwerten:

(a) $\int_0^2 dx (x^2 - 4x + 2)3x^2;$

(b) $\int_0^\pi dx \sin^2 x;$

(c) $\int_0^1 dz \sqrt{z}^n;$

(d) $\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{1 + x^2};$

(e) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}};$

(f) $\int_0^{x/2} dm 4 \cos(3m - 5);$

(g) $\int_m^{2m} dn (n - \frac{1}{n});$

(h) $\int_{x_1}^{x_2} da c q \ln s;$

(i) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 1};$

(j) $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} dw 4 \tan w;$

(k) $\int_0^\infty dx \frac{e^{-1/x}}{x^2}.$

Aufgabe 3 — Rotationskörper

Überlegen Sie sich wie bei der Flächeninterpretation des Integrals eine Formel zur Volumenberechnung eines Rotationskörpers und bestimmen Sie das Volumen

(a) der Kugel, die aus der Rotation des Halbkreises $f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$ um die x -Achse entsteht;

(b) des Körpers der durch Rotation um die x -Achse des oberhalb von ihr gelegenen Teils von $f(x) = 4x - x^2$ entsteht.

Aufgabe 4 — Trigonometrische Integrale

Bestimmen Sie Stammfunktionen mit der Substitution $z = \tan \frac{x}{2}$ oder mit der vereinfachten Methode:

(a) $\int dx \frac{\sin^2 x + \sin x}{\cos^2 x + \cos x};$

(b) $\int dx \frac{\sin x \cos x}{1 - \sin x};$

(c) $\int dx \frac{\sqrt{7}}{\cos x \sin x};$

(d) $\int dx \frac{\cos x + \sin x}{\cos x \sin x}.$