

Übungszettel 5

Mathematischer Vorkurs im Sommersemester 2012

Aufgabe 1 — Stammfunktionen

Bestimmen Sie eine Stammfunktion für:

(a) $f(x) = (x + 4)(x - b)x^3$;

(b) $f(x) = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$;

(c) $f(x) = (a^{2/3} - x^{1/3})^3$;

(d) $f(x) = \frac{(x^m - x^n)^2}{x^{4/3}}$;

(e) $f(x) = \frac{2\sqrt{x} - \ln x}{x}$;

(f) $f(x) = \tan x$;

(g) $f(x) = \sqrt{\frac{\arcsin x}{1 - x^2}}$;

(h) $f(x) = \cosh x \sinh x$;

(i) $f(x) = e^x \cosh 3x$;

(j) $f(x) = \frac{e^x - 3e^{-2x}}{e^{4x}}$.

Aufgabe 2 — Partielle Integration

Finden Sie Stammfunktionen mit partieller Integration:

(a) $f(x) = \ln x$;

(b) $f(x) = x \sin x$;

(c) $f(x) = x^2 e^{3x}$;

(d) $f(x) = (x^2 + 5x + 6) \cos 2x$;

(e) $f(x) = (\ln x)x^2$;

(f) $f(x) = \frac{3 \ln x}{\sqrt{x}}$;

(g) $f(x) = \frac{x \cos x}{\sin^2 x}$;

(h) $f(x) = \sin \ln x$;

(i) $f(x) = 3^x \cos x$;

(j) $f(x) = e^{ax} \sin bx$.

Aufgabe 3 — Integration durch Substitution:

Benutzen Sie die angegebene Substitution:

(a) $\int dx \frac{x^7}{2 + x^4}$, $z = x^4$;

(b) $\int dx \frac{x}{\sqrt{(1 + x^2)^3}}$, $z = x^2$;

(c) $\int \frac{dx}{a^x + a^{-x}}$, $z = a^x$;

(d) $\int \frac{dx}{x^{1/3}(x^{1/3} + 1)}$, $z = x^{1/3}$;

(e) $\int \frac{dx}{\sin x \cos x}$, $z = \tan x$;

(f) $\int \frac{dx}{e^x + 1}$, $x = -\ln z$;

(g) $\int dx \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \sin^2 x}}$, $z = \sin x$;

(h) $\int dx \frac{\cos x}{\sin^n x}$, $z = \sin x$;

(i) $\int dx \frac{x - \cos x \sin x}{x^2 + \cos^2 x}$, $z = x^2 + \cos^2 x$;

(j) $\int dx 2x^3 \sin x^2$, $z = x^2$.

Aufgabe 4 — Flächenberechnung

Berechnen Sie die wie folgt begrenzten Flächen:

(a) Kurve $y = \frac{\ln \ln x}{x \ln x}$, x -Achse, Geraden $x = e$, $x = e^2$;

(b) Parabeln $y = x^2$, $y^2 = x$;

(c) $y = x \sin(x^2)$, x -Achse, Geraden $x = 0$, $x = \sqrt{\pi}$.