

Übungszettel 3

Mathematischer Vorkurs im Sommersemester 2012

Aufgabe 1 — Differenzenquotient

Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen an x_0 mit Hilfe des Differenzenquotienten:

(a) $f(x) = x^2$;

(b) $f(x) = \frac{4}{x}$;

(c) $f(x) = x^3$.

Aufgabe 2 — Umkehrfunktionsregel

Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen mit Hilfe der Umkehrfunktionsregel:

(a) $\ln x$;

(b) $\arcsin x$;

(c) $\arctan x$;

(d) $\operatorname{arcosh} x$.

Aufgabe 3 — Differenzieren

Benutzen Sie die Ableitungsregeln zum Berechnen der Ableitungsfunktionen $f'(x)$ von:

(a) $f(x) = (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x}^{-1} - 1)$;

(b) $f(x) = \frac{1 - x^3}{2 + x^3}$;

(c) $f(x) = \sin \sin x$;

(d) $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x^3 + 4}$;

(e) $f(x) = \cos^2 \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$;

(f) $f(x) = \arctan^2 \frac{1}{x}$;

(g) $f(x) = (\ln \sin x)^4$;

(h) $f(x) = 4^x$;

(i) $f(x) = \frac{x^3 + 2^x}{e^x}$;

(j) $f(x) = x^x$;

(k) $f(x) = xe^{-x}$;

(l) $f(x) = (\ln x)^x$;

(m) $f(x) = \frac{\arctan x^3(1+x) - e^{2x}}{\sin x}$;

(n) $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-2}}$;

(o) $f(x) = \ln \sin e^{\frac{1}{x}}$;

(p) $f(x) = (x^2 - 4)(x^3 + 2)(x^2 - 3x)$.

Aufgabe 4 — Extrema

Bestimmen Sie die Art der Extrema der Funktionen:

(a) $f(x) = \arctan \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$;

(b) $f(x) = x^3 - 4x + 5$;

(c) $f(x) = e^{\sin x}$;

(d) $f(x) = \ln \cos x$.

Aufgabe 5 — Ortskurve aus Maxima

Welche Funktion beschreibt die Punkte, auf denen die Maxima der Funktionenschar

$$f_\lambda(x) = -3x^3 + \lambda x - 2$$

für Parameter $\lambda \in \mathbb{R}^{>0}$ liegen?