

Übungszettel 2

Mathematischer Vorkurs im Sommersemester 2012

Aufgabe 1 — Reelle Funktionen

Geben Sie den maximalen Definitions- und Wertebereich der Funktionen an und skizzieren Sie den Graphen:

(a) $f(x) = x^3 - x$;

(b) $f(x) = \ln x$;

(c) $f(x) = \ln |x|$;

(d) $f(x) = \tan x$;

(e) $f(x) = \frac{x^2}{x}$;

(f) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$;

(g) $f(x) = |\ln x|$;

(h) $f(x) = \arctan x$;

(i) $f(x) = \frac{1}{\sin x}$;

(j) $f(x) = 2 \sin^2 x$.

Aufgabe 2 — Umkehrfunktionen

Bestimmen Sie alle möglichen Umkehrfunktionen mit Definitions- und Wertebereich zu:

(a) $f(x) = -2x + 1$;

(b) $f(x) = e^{3x-4}$;

(c) $f(x) = \ln \frac{x^2}{3}$;

(d) $f(x) = \tan x$;

(e) $f(x) = \sin x$;

(f) $f(x) = x^3 - x$.

Aufgabe 3 — Stetigkeit

Auf welchem Bereich sind die angegebenen Funktionen stetig. Skizzieren Sie die Graphen.

(a) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$;

(b) $f(x) = \Theta(x^2)$;

(c) $f(x) = \frac{\sin x}{\operatorname{sign} x}$;

(d) $f(x) = e^{-x} + \frac{1}{x}$;

(e) $f(x) = \Theta(x + a)\Theta(x - a)$;

(f) $f(x) = \frac{\tan x}{\cos x}$.

Aufgabe 4 — Grenzwerte von Funktionen

Finden Sie die Grenzwerte:

(a) $f(x) = \frac{x}{|x|}$ für $x \rightarrow 0^\pm$;

(b) $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$ für $x \rightarrow 0^\pm$;

(c) $f(x) = \frac{x - 1}{x(\sqrt{x} - 1)}$ für $x \rightarrow 1$;

(d) $f(x) = \frac{x + 1}{x(\sqrt{x} - 1)}$ für $x \rightarrow 1^\pm$;

(e) $f(x) = \frac{(3x^2 - 7x)(x - 1)}{5x^3 + 4x - 2}$ für $x \rightarrow \pm\infty$;

(f) $f(x) = \frac{\sqrt{x^4 - 2x^2}}{3x}$ für $x \rightarrow \pm\infty$.

Aufgabe 5 — Starke Oszillationen

Hat $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ einen Grenzwert für $x \rightarrow 0$? Finden Sie Beispiele für Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = c$ für festes $c \in (-1, 1)$.