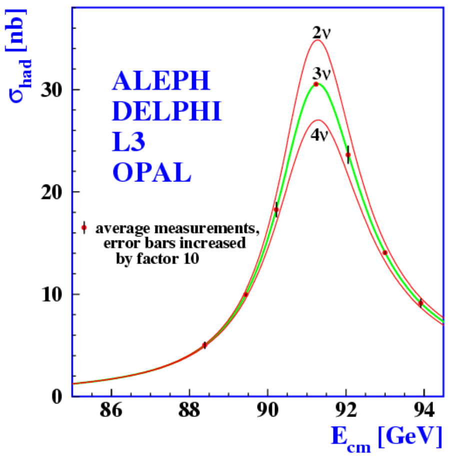
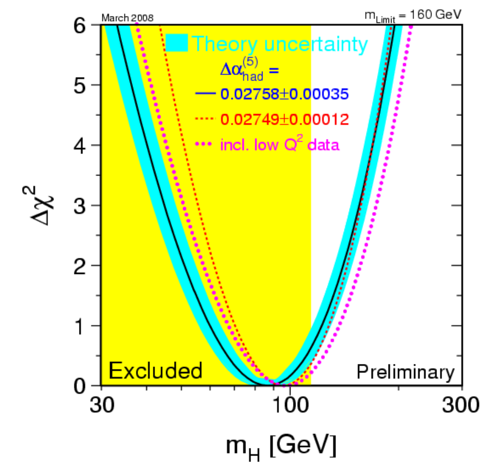
Higgs-Mechanismus und Quarkmassen

Vorlesung „Higgs und Elektroschwache Wechselwirkung“



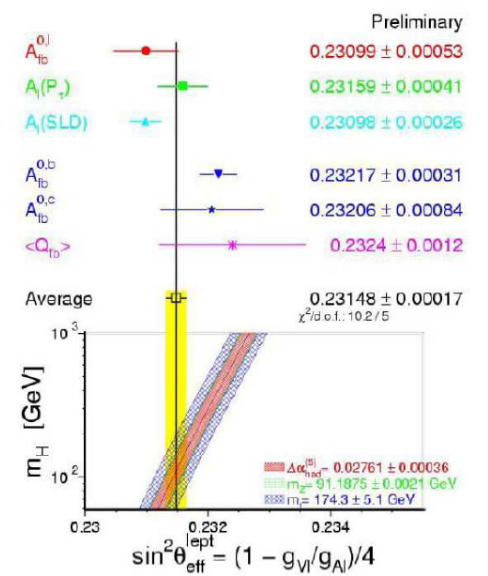
Vorlesung 8: Higgs-Mechanismus und Quarkmassen
27.5.2008



Benno List, Achim Geiser

Inhalt:

-



Literatur

Massenterme im Lagrangian

- Dynamischer Teil des Lagrangians koppelt nur R/R und L/L
  => R- und L-Felder können verschiedene Quantenzahlen tragen
  $$\mathcal{L} = \bar{\Psi} i \gamma^\mu D_\mu \Psi = \bar{\Psi}_R i \gamma^\mu D_\mu \Psi_R + \bar{\Psi}_L i \gamma^\mu D_\mu \Psi_L$$
- Expliziter Massenterm koppelt L und R:
  $$-m\bar{\Psi}\Psi = -m(\bar{\Psi}_R \Psi_L + \bar{\Psi}_L \Psi_R)$$
- => Expliziter Massenterm bricht $SU(2)_L$-Symmetrie!
- Aber: Ist das schlimm?
  Renormierbarkeit wird zerstört!
- Aber: Ist das schlimm?
  Auf welcher Skala brauche ich neue Physik?

Unitaritätsverletzung durch Fermionmassen

- Appelquist&Chanowitz 1987:
  Betrachte Erzeugung longitudinal polarisierter W-Bosonen

- Wenn Fermion und Antifermion pos. Helizität haben,
  divergiert Amplitude wie $\mathcal{M}_{++}^{Z^+_{+}f'} \simeq \sqrt{2} G_F m_f \sqrt{s}$.
  und verletzt Unitarität für Partialwelle ($|a_J| \leq 1$,) bei $16\pi\xi/\sqrt{2} G_F m_f$,
  ($\xi = 1/\sqrt{3}$ for quarks)
  => Unitaritätsverletzung schon bei ~18TeV
- JA, es ist schlimm!

Lit: Aitchison&Hey, Vol II, Chap. 22;
T. Appelquist and M.S. Chanowitz, *Unitarity bound on the scale of fermion mass generation*,
Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 2405; erratum *ibid*. **60** (1988) 1589.

Die Rettung

- Der Ausweg: Koppele auch die Fermion-Felder an das Higgs

$$\mathcal{L}_{\mathrm{Yuk}} = -g_{\mathrm{d}} \left(\bar{Q}_{\mathrm{L}} \phi d_{\mathrm{R}} + \bar{d}_{\mathrm{R}} \phi^{\dagger} Q_{\mathrm{L}} \right) \qquad Q_{\mathrm{L}} = \begin{pmatrix} u_{\mathrm{L}} \\ d_{\mathrm{L}} \end{pmatrix} \qquad \phi = \begin{pmatrix} \phi^{+} \\ \phi^{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H) \end{pmatrix}$$

- Nach Symmetriebrechung:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\mathrm{Yuk}} &= -\frac{g_{\mathrm{d}}}{\sqrt{2}} \left(\bar{d}_{\mathrm{L}} v d_{\mathrm{R}} + \bar{d}_{\mathrm{R}} v d_{\mathrm{L}} \right) - \frac{g_{\mathrm{d}}}{\sqrt{2}} \left(\bar{d}_{\mathrm{L}} H d_{\mathrm{R}} + \bar{d}_{\mathrm{R}} H d_{\mathrm{L}} \right) \\ &= -\frac{g_{\mathrm{d}}\, v}{\sqrt{2}} \bar{d} d - \frac{g_{\mathrm{d}}}{\sqrt{2}} \bar{d} H d \end{aligned}$$

=> Massenterm $m_d = g_d v/\sqrt{2}$ plus Kopplung an das Higgs!

- Umgeschrieben: $\mathcal{L}_{\mathrm{Yuk}} = -m_{\mathrm{d}}\, \bar{d} d - \frac{g m_{\mathrm{d}}}{2 m_{\mathrm{W}}} \bar{d} H d$

- Aber: was ist mit der u-Masse?
  -> Ladungskonjugation

Massenterme für u-Type-Quarks

- Higgs-Feld:
  transformiert sich als SU(2)-Dublett

$$\phi = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 - \mathrm{i}\phi_2) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_3 - \mathrm{i}\phi_4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$$

- Ladungskonjugiertes Higgs-Feld:
  ebenfalls ein SU(2)-Dublett

$$\phi_\mathrm{C} = \mathrm{i}\tau_2\phi^* = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_3 + \mathrm{i}\phi_4) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + \mathrm{i}\phi_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\phi}^0 \\ -\phi^- \end{pmatrix}$$

- Neuer Massenterm mit φ_C:

$$\mathcal{L}_\mathrm{Yuk} = -g_\mathrm{u}\left(\bar{Q}_\mathrm{L}\phi_\mathrm{C}u_\mathrm{R} + \bar{u}_\mathrm{R}\phi_\mathrm{C}^\dagger Q_\mathrm{L}\right)$$

- Nach Symmetriebrechung:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\mathrm{Yuk} &= -\frac{g_\mathrm{u}}{\sqrt{2}}\left(\bar{u}_\mathrm{L}vu_\mathrm{R} + \bar{u}_\mathrm{R}vu_\mathrm{L}\right) - \frac{g_\mathrm{u}}{\sqrt{2}}\left(\bar{u}_\mathrm{L}Hu_\mathrm{R} + \bar{u}_\mathrm{R}Hu_\mathrm{L}\right) \\ &= -\frac{g_\mathrm{u}\,v}{\sqrt{2}}\,\bar{u}u - \frac{g_\mathrm{u}}{\sqrt{2}}\,\bar{u}Hu\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_\mathrm{Yuk} = -m_\mathrm{u}\,\bar{u}u - \frac{gm_\mathrm{u}}{2m_\mathrm{W}}\,\bar{u}Hu$$

- Note: Ein solcher Massenterm kann auch Dirac-Massen für Neutrinos erzeugen.

Massenterme für 3 Generationen

- 3 Dubletts und 6 Singletts:

$$Q_{\mathrm{L1}} = \begin{pmatrix} u_{\mathrm{L1}} \\ d_{\mathrm{L1}} \end{pmatrix} \quad Q_{\mathrm{L2}} = \begin{pmatrix} u_{\mathrm{L2}} \\ d_{\mathrm{L2}} \end{pmatrix} \quad Q_{\mathrm{L3}} = \begin{pmatrix} u_{\mathrm{L3}} \\ d_{\mathrm{L3}} \end{pmatrix} \qquad u_{\mathrm{R1}} \;\; d_{\mathrm{R1}} \quad u_{\mathrm{R2}} \;\; d_{\mathrm{R2}} \quad u_{\mathrm{R3}} \;\; d_{\mathrm{R3}}$$

- Allgemeiner Massenterm: $\mathcal{L}_{\mathrm{Yuk}} = a_{\mathrm{ij}} \bar{Q}_{\mathrm{Li}} \phi_{\mathrm{C}} u_{\mathrm{Rj}} + b_{\mathrm{ij}} \bar{Q}_{\mathrm{Li}} \phi d_{\mathrm{Rj}} \; + h.c.$

- Nach Symmetriebrechung: $\mathcal{L}_{\mathrm{Yuk}} = -\left(1 + \frac{H}{v}\right)\left(\bar{u}_{\mathrm{Li}} m^{\mathrm{u}}_{\mathrm{ij}} u_{\mathrm{Rj}} + \bar{d}_{\mathrm{Li}} m^{\mathrm{d}}_{\mathrm{ij}} d_{\mathrm{Rj}} \; + h.c.\right)$

- Statt 2x3 Massen haben wir 2 Massenmatrizen mit je 9 komplexen Massen!
- Aber: Jede komplexe Matrix kann man zerlegen (U_L, U_R unitär):

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} = U_{\mathrm{L}} \cdot \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \cdot U_{\mathrm{R}}$$

Masseneigenzustände

- Fasse Quarks in Triplets zusammen:

$$u_{\mathrm{L}} = \begin{pmatrix} u_{\mathrm{L1}} \\ u_{\mathrm{L2}} \\ u_{\mathrm{L2}} \end{pmatrix} \quad u_{\mathrm{R}} = \begin{pmatrix} u_{\mathrm{R1}} \\ u_{\mathrm{R2}} \\ u_{\mathrm{R2}} \end{pmatrix} \quad d_{\mathrm{L}} = \begin{pmatrix} d_{\mathrm{L1}} \\ d_{\mathrm{L2}} \\ d_{\mathrm{L2}} \end{pmatrix} \quad d_{\mathrm{R}} = \begin{pmatrix} d_{\mathrm{R1}} \\ d_{\mathrm{R2}} \\ d_{\mathrm{R2}} \end{pmatrix}$$

- Definiere Masseneigenzustände

$$\begin{aligned} u_{\mathrm{L}\alpha} &= \left(U_{\mathrm{L}}^{\mathrm{u}}\right)_{\alpha\mathrm{i}} u_{\mathrm{Li}} \qquad & d_{\mathrm{L}\alpha} &= \left(U_{\mathrm{L}}^{\mathrm{d}}\right)_{\alpha\mathrm{i}} d_{\mathrm{Li}} \\ u_{\mathrm{R}\alpha} &= \left(U_{\mathrm{R}}^{\mathrm{u}}\right)_{\alpha\mathrm{i}} u_{\mathrm{Ri}} \qquad & d_{\mathrm{R}\alpha} &= \left(U_{\mathrm{R}}^{\mathrm{d}}\right)_{\alpha\mathrm{i}} d_{\mathrm{Ri}} \end{aligned}$$

- Ergibt für Massenterme:

$$\mathcal{L}_{\mathrm{Yuk}} = -\left(1 + \frac{H}{v}\right)\left(\bar{u}_{\mathrm{L}} m_{\mathrm{u}} u_{\mathrm{R}} + \bar{c}_{\mathrm{L}} m_{\mathrm{c}} c_{\mathrm{R}} + \bar{t}_{\mathrm{L}} m_{\mathrm{t}} t_{\mathrm{R}} + \bar{d}_{\mathrm{L}} m_{\mathrm{d}} d_{\mathrm{R}} + \bar{s}_{\mathrm{L}} m_{\mathrm{s}} s_{\mathrm{R}} + \bar{t}_{\mathrm{L}} m_{\mathrm{t}} t_{\mathrm{R}} + \bar{b}_{\mathrm{L}} m_{\mathrm{b}} b_{\mathrm{R}} + h.c.\right)$$

Wechselwirkung in Massenbasis

- Betrachte

$$\mathcal{L}_{\text{fermions}} = \sum_L \bar{\Psi}_L \mathrm{i}\gamma_\mu D^\mu \Psi_L + \sum_R \bar{\Psi}_R \mathrm{i}\gamma_\mu D_0^\mu \Psi_R$$

$$\begin{aligned} D^\mu &= \partial^\mu + \mathrm{i}gT_\mathrm{a}W_\mathrm{a}^\mu + \mathrm{i}g'\tfrac{Y}{2}B^\mu \\ D_0^\mu &= \partial^\mu + 0 + ig'\tfrac{Y}{2}B^\mu \end{aligned}$$

bzw. nach Symmetriebrechung:

$$D^\mu = \partial^\mu + \mathrm{i}gT_1W_1^\mu + \mathrm{i}gT_2W_2^\mu + \frac{\mathrm{i}g}{\cos\theta_\mathrm{w}}\left[T_3 - \sin^2\theta_\mathrm{w}Q\right]Z^\mu + \mathrm{i}eQA^\mu$$

$$D_0^\mu = \partial^\mu + + \frac{\mathrm{i}g}{\cos\theta_\mathrm{w}}\left[-\sin^2\theta_\mathrm{w}Q\right]Z^\mu + \mathrm{i}eQA^\mu$$

$$\mathcal{L}_{\text{Lfermions}} = (\bar{u}_{\mathrm{Li}}, \bar{d}_{\mathrm{Li}})\mathrm{i}\gamma_\mu \left(\partial^\mu \boxed{+\mathrm{i}gT_1W_1^\mu + \mathrm{i}gT_2W_2^\mu} + \frac{\mathrm{i}g}{\cos\theta_\mathrm{w}}\left[T_3 - \sin^2\theta_\mathrm{w}Q\right]Z^\mu + \mathrm{i}eQA^\mu\right)\begin{pmatrix} u_{\mathrm{Li}} \\ d_{\mathrm{Li}} \end{pmatrix}$$

Geladener Strom

- Geladener Strom: mischt u und d-Quarks

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\mathrm{CC}} &= (\bar{u}_{\mathrm{Li}}, \bar{d}_{\mathrm{Li}}) \mathrm{i}\gamma_\mu \left(\mathrm{i}gT_1 W_1^\mu + \mathrm{i}gT_2 W_2^\mu\right) \begin{pmatrix} u_{\mathrm{Li}} \\ d_{\mathrm{Li}} \end{pmatrix} \\
&= -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}_{\mathrm{Li}}, \bar{d}_{\mathrm{Li}}) \gamma_\mu \left(T_+ W_+^\mu + T_- W_-^\mu\right) \begin{pmatrix} u_{\mathrm{Li}} \\ d_{\mathrm{Li}} \end{pmatrix} \\
&= -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{\mathrm{Li}} \gamma_\mu W_+^\mu d_{\mathrm{Li}} + h.c. \\
&= -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{\mathrm{L}\alpha} (U_{\mathrm{L}}^{\mathrm{u}})_{\alpha\mathrm{i}} \gamma_\mu W_+^\mu (U_{\mathrm{L}}^{\mathrm{d}})_{\mathrm{i}\beta} d_{\mathrm{L}\beta} + h.c. \\
&= -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{\mathrm{L}\alpha} \gamma_\mu W_+^\mu [(U_{\mathrm{L}}^{\mathrm{u}})_{\alpha\mathrm{i}} (U_{\mathrm{L}}^{\mathrm{d}})_{\mathrm{i}\beta}] d_{\mathrm{L}\beta} + h.c. \\
&= -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{\mathrm{L}\alpha} \gamma_\mu W_+^\mu V_{\alpha\beta} d_{\mathrm{L}\beta} + h.c. \\
&= -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}_{\mathrm{L}}, \bar{c}_{\mathrm{L}} \bar{t}_{\mathrm{L}}) \gamma_\mu W_+^\mu V_{\mathrm{CKM}} \begin{pmatrix} d_{\mathrm{L}} \\ s_{\mathrm{L}} \\ b_{\mathrm{L}} \end{pmatrix} + h.c.
\end{aligned}
$$

$$V_{\mathrm{CKM},\alpha\beta} = (U_{\mathrm{L}}^{\mathrm{u}})_{\alpha\mathrm{i}} (U_{\mathrm{L}}^{\mathrm{d}})_{\mathrm{i}\beta} \qquad V_{\mathrm{CKM}} = (U_{\mathrm{L}}^{\mathrm{u}})(U_{\mathrm{L}}^{\mathrm{d}})^\dagger$$

CKM-Matrix

- CKM: Cabibbo-Kobayashi-Maskawa
- Übergänge zwischen u- und d-Quarks
- CKM-Matrix: Komplexe 3x3-Matrix => 18 reelle Parameter
  - Unitär: => 9 Parameter
  - Kann 5 (nicht 6!!!) Phasen wegrotieren, ohne die Physik zu ändern (ändere nur Phasendefinitionder Quarkfelder):

$$V'_{\mathrm{CKM}} = \exp(\mathrm{i}\gamma)\cdot \begin{pmatrix} \exp(\mathrm{i}\alpha_1) & 0 & 0 \\ 0 & \exp(\mathrm{i}\alpha_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot V_{\mathrm{CKM}} \cdot \begin{pmatrix} \exp(\mathrm{i}\beta_1) & 0 & 0 \\ 0 & \exp(\mathrm{i}\beta_2) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(\mathrm{i}\beta_3) \end{pmatrix}$$

- Resultat: 4 freie Parameter: 3 Mischungswinkel + 1 Phase

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23}-c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23}-s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23}-c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23}-s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

CKM-Matrix

- CKM-Matrix: Beträge aus Fit (Annahme: Unitarität)

$$\begin{pmatrix} 0.97383^{+0.00024}_{-0.00023} & 0.2272^{+0.0010}_{-0.0010} & (3.96^{+0.09}_{-0.09}) \times 10^{-3} \\ 0.2271^{+0.0010}_{-0.0010} & 0.97296^{+0.00024}_{-0.00024} & (42.21^{+0.10}_{-0.80}) \times 10^{-3} \\ (8.14^{+0.32}_{-0.64}) \times 10^{-3} & (41.61^{+0.12}_{-0.78}) \times 10^{-3} & 0.999100^{+0.000034}_{-0.000004} \end{pmatrix}$$

- Wolfenstein-Parametrisierung:

$$V = \begin{pmatrix} 1-\lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)\,.$$

Messung der Phase