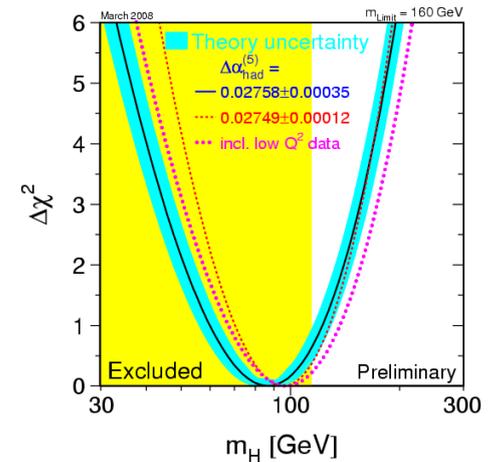
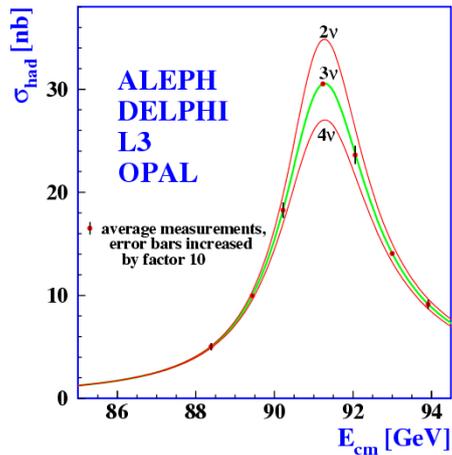


Vorlesung „Higgs und Elektroschwache Wechselwirkung“

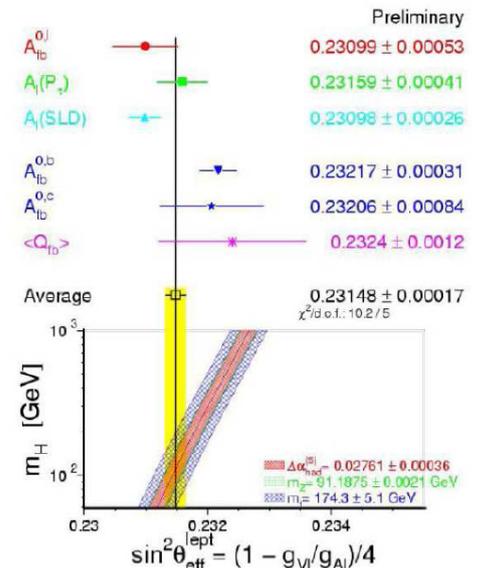
Vorlesung 7: Elektroschwache Fits 20.5.2008

Benno List, Achim Geiser



Inhalt:

- Messung von M_Z bei LEP
- Messung der Z-Linienform
- Verzweigungsverhältnis in schwere Quarks
- Asymmetrien
- Tau-Polarisation



- G. Burgers and F. Jegerlehner,
„ Δr , or the relation between the electroweak couplings and the weak vector boson masses,“
In: G. Altarelli et al. (eds): *„Z physics at LEP1: Standard physics,“* CERN-89-08-V-1 (1989) 55-88.
http://doc.cern.ch/cernrep/1989/89-08_v1/89-08_v1.html
- Martin W. Grünewald:
„Experimental tests of the electroweak Standard Model at high energies,“
Phys. Rept. **322** (1999) 125-346.
- The ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, and SLD Collaborations: *„Precision electroweak measurements on the Z resonance,“*
Phys. Rept. **427** (2006) 257-454 [arxiv: hep/ex-0509008].
- J. Alcaraz et al. [LEP Collaborations],
„Precision Electroweak Measurements and Constraints on the Standard Model,“
arXiv:0712.0929 [hep-ex].

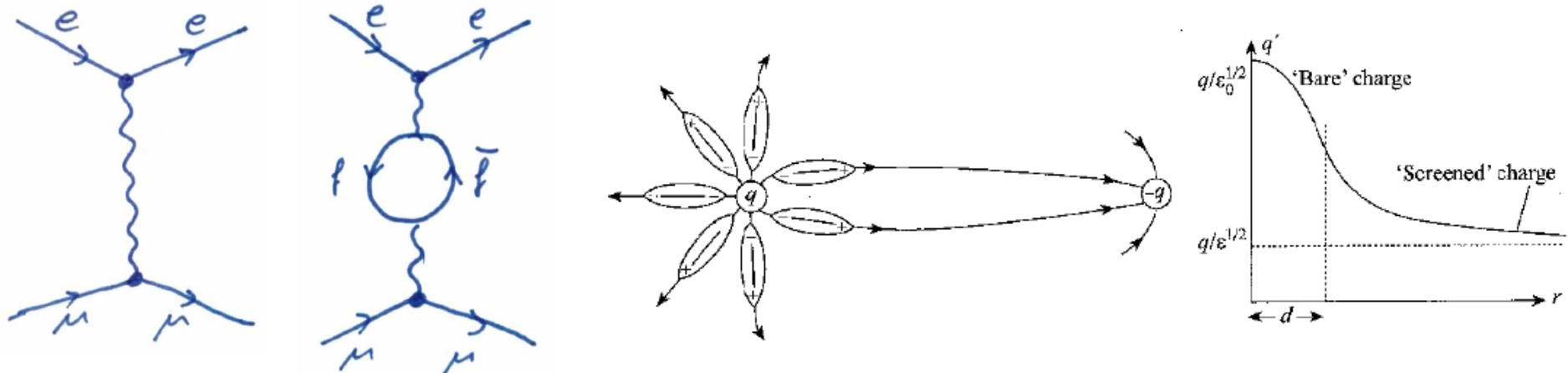
- Viele Observable auf dem Z-Pol:
 - Masse, Breite vom Z
 - Asymmetrien
 - Verzweigungsverhältnisse
- Weitere Eingangsgrößen:
 - El. Ladung (α_{em}), Ferm-Kopplungskonstante G_F
 - Direkte Messung der W-Masse (LEP-2, Tevatron)
 - Fermionmassen
- Alle Observablen sollten durch 3 EW-Parameter berechenbar sein: $g, g', v=\mu^2/\lambda$,
mit kleinen Korrekturen durch unbekannte Higgs-Masse
und größeren Korrekturen durch Top-Masse
- Ansatz: Versuche gemeinsamen Fit aller Präzisionsobservablen,
versuche m_{top} zu extrahieren, oder m_H !
- 1. Problem: Benötige $\alpha_{em}(Q^2=M_Z^2)$!

- Betrachte $e\mu \rightarrow e\mu$:
Korrektur durch Fermion-Schleifen führt zu modifiziertem Photon-Propagator:

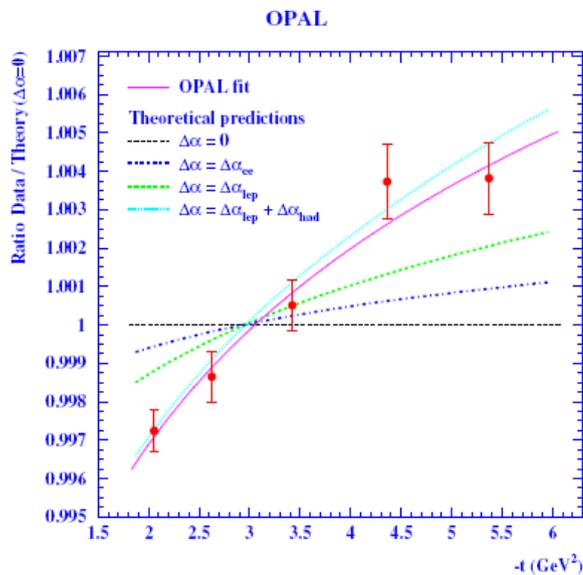
$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2(1 - \bar{\Pi}_\gamma^{[2]}(q^2))}$$

mit
$$\bar{\Pi}_\gamma^{[2]}(q^2) = -\frac{2\alpha}{\pi} \int_0^1 dx x(1-x) \ln \left[\frac{m^2}{m^2 - q^2 x(1-x)} \right] = \frac{\alpha}{3\pi} \left[\ln \left(\frac{|q^2|}{m^2} \right) - \frac{5}{3} + O(m^2/|q^2|) \right]$$

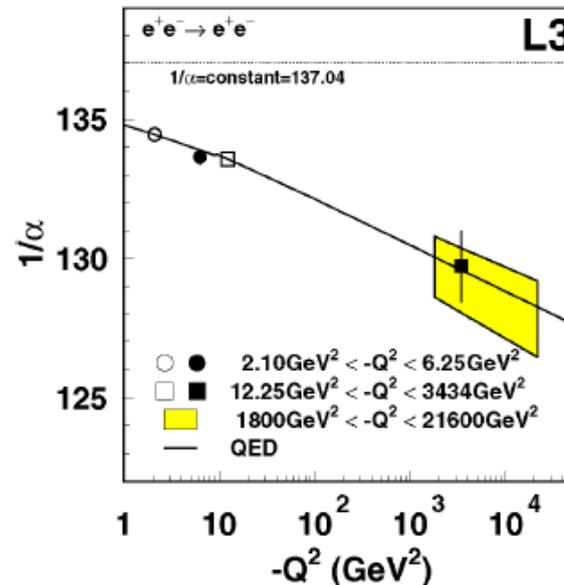
- Resultat: Effektive Ladung/Kopplung ist abhängig von Distanz, bzw. Impulsübertrag q^2



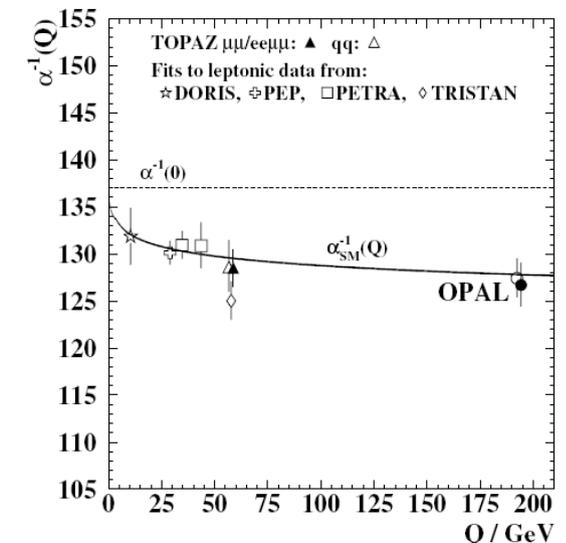
- Messung von Bhaba-Streuung $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ bei verschiedenen Impulsüberträgen
- Messung von $e^+e^- \rightarrow ff$: erfordert Korrektur auf Z-Austausch
- Bei $Q^2 = M_Z^2$: $\alpha \sim 1/128$



OPAL, Eur. Phys. J. **45** (2006) 1.

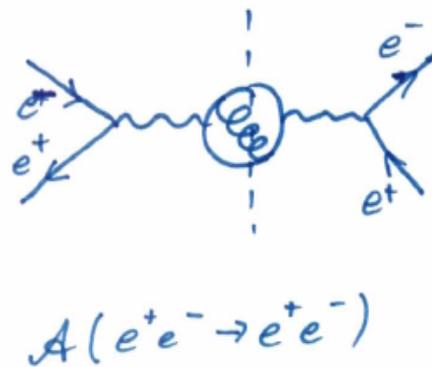
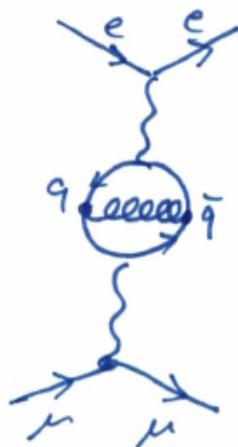
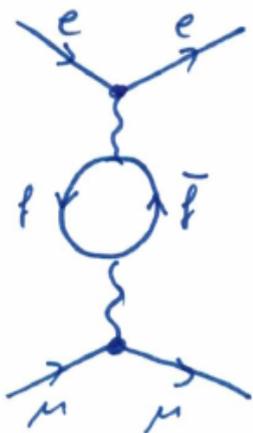


L3, Phys. Lett. **B623** (2005) 26.



OPAL, Eur. Phys. J. **33** (2004) 173.

- Korrekturen zu α_{em} durch Leptonen sind sehr gut berechenbar
- Problem: QCD-Korrekturen!
Bei kleinen Impulsen in den Schleifen ist perturbative QCD nicht mehr anwendbar
- Lösung: Optisches Theorem!
Amplitude für Streuung $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ hängt mit $\sigma_{tot}(e^+e^- \rightarrow had)$ zusammen
 \Rightarrow verwende $R = \sigma_{tot}(e^+e^- \rightarrow had) / \sigma_{tot}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$



\sim

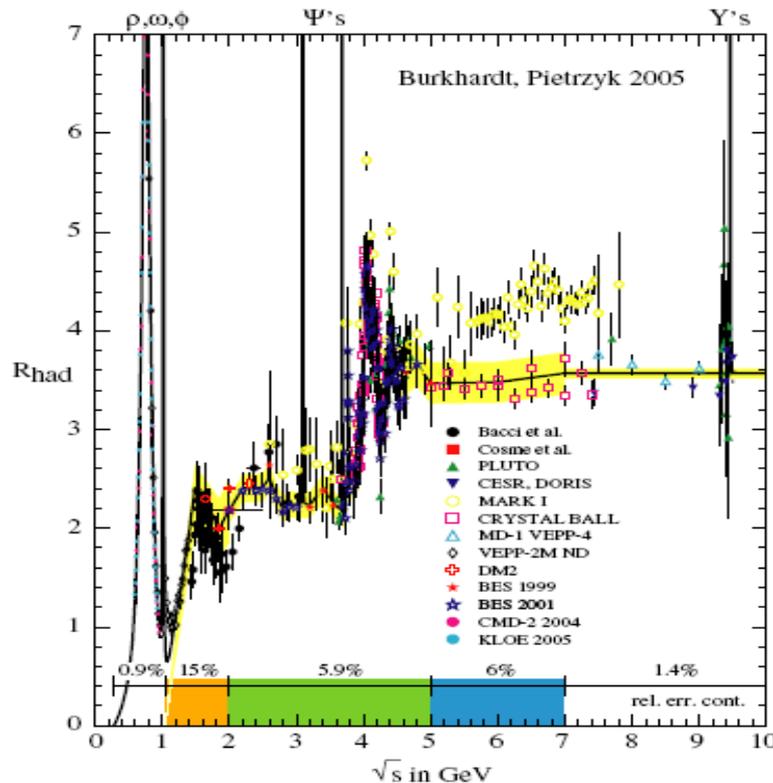
\sim

$$\left| \begin{array}{c} e^- \\ e^+ \end{array} \right. \begin{array}{c} q \\ q^- \end{array} \left. \right|^2$$

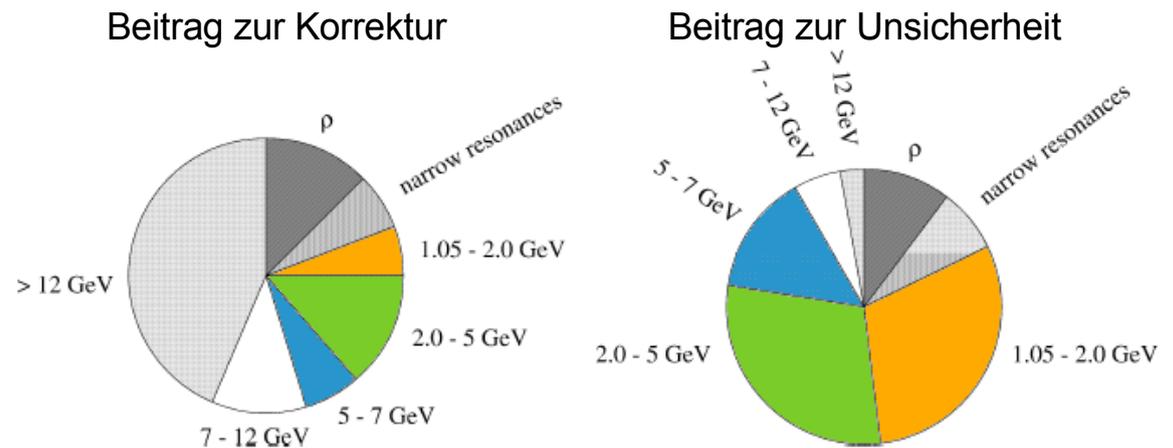
$$\sigma_{tot}(e^+e^- \rightarrow had) = R \cdot \sigma_{tot}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$$

Laufen von α_{em} : Theorie

- $$\Delta\alpha_{had}(s) = -\frac{\alpha s}{3\pi} P \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{R_{had}(s')}{s'(s'-s)} ds'.$$
 (P: Hauptwert des Integrals)
- Experimentelle Situation der R-Messungen unbefriedigend
- Bereich von 1.05-5GeV dominiert Unsicherheit von $\alpha(M_Z)$!



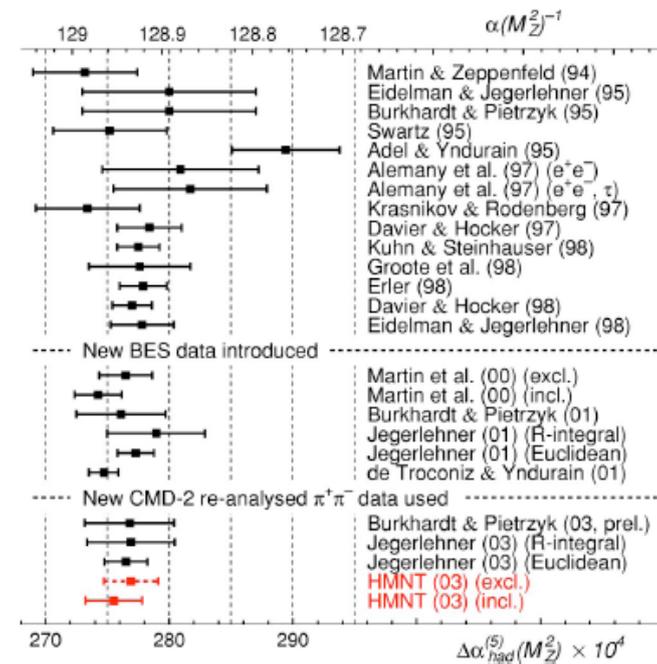
Burkhardt & Pietrzyk, Phys. Rev. **D72** (2005) 057501.



Burkhardt & Pietrzyk, Phys. Lett. **B513** (2001) 46.

Analysen zum Running von α

- Viele theoretische Arbeiten zu hadronischen Korrekturen von α
- Unterschiede in Methodik der Rechnungen, Verwendung von experimentellem Input und Bewertung von experimentellen Unsicherheiten
- Experimentelle Daten werden immer noch besser
- Wertvoller Beitrag von „Niederenergie“-Beschleunigern!



Hagiwara *et al.*, Phys. Rev. **D69** (2004) 093003.

- On-Shell-Schema:
Fordert $\sin^2\theta_w = 1 - M_W^2/M_Z^2 = s_w$ für alle Ordnungen
=> g, g' werden entsprechend renormiert
 - On-Shell-Schema wird verwendet in LEP-Publikationen zur Z-Linienform
=> wir verwenden ebenfalls das On-shell-Schema
- Modified minimal subtraction ($\overline{\text{MS}}$)-Schema:
wird verwendet im Review of Particle Properties

Lit:

On-shell scheme: A. Sirlin, Phys. Rev. **D22** (1980) 971; *ibid.* **D29** (1984) 89; D.C. Kennedy *et al.*, Nucl. Phys. **B321** (1989) 83; D.C. Kennedy & B.W. Lynn, Nucl. Phys. **B322** (1989) 1; D.Y. Bardin *et al.*, Z. Phys. **C44** (1989) 493; W. Hollik, Fortschr. Phys. **38** (1990) 165.
MSbar scheme: W.A. Bardeen *et al.*, Phys. Rev. **D18** (1978) 3998.

- Auf Tree-Level:

$$g_V = g_L + g_R = (T_3 - 2Q \sin^2 \theta_W)$$

$$g_A = g_L - g_R = T_3$$

- Elektroschwache Korrekturen:

$$g_{Vf} = \sqrt{\rho_f} (T_3 - 2Q \kappa_f \sin^2 \theta_W)$$

$$g_{Af} = \sqrt{\rho_f} T_3$$

$$\rho_f = 1 + \Delta\rho_{se} + \Delta\rho_f$$

$$\kappa_f = 1 + \Delta\kappa_{se} + \Delta\kappa_f$$

mit

- se: Self-Energy-Beiträge (universell!)

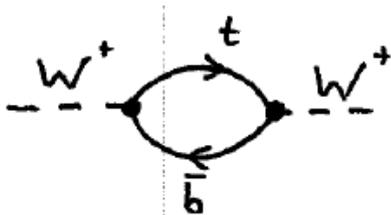
$$\Delta\rho_{se,tb} = \frac{N_C G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} \left(m_t^2 + m_b^2 - \frac{2m_t^2 m_b^2}{2m_t^2 - m_b^2} \ln \frac{m_t^2}{m_b^2} \right) \approx \frac{N_C G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} m_t^2$$

$$\Delta\kappa_{se} = \frac{\cos^2 \theta_W}{\sin^2 \theta_W} \Delta\rho_{se,tb}$$

$$\sin^2 \theta_{eff}^f = \kappa_f \sin^2 \theta_W$$

$$g_{Vf} = \sqrt{\rho_f} (T_3 - 2Q \sin^2 \theta_{eff}^f)$$

$$g_{Af} = \sqrt{\rho_f} T_3$$

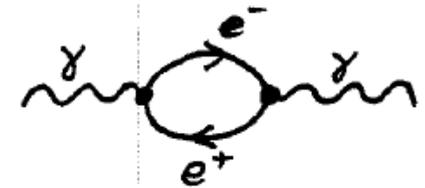


- Beitrag zur W-Masse durch Fermion-Schleifen (Veltman 1977):

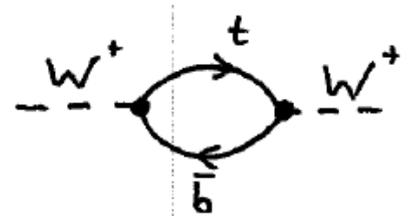
$$\Delta\rho_{\text{se,tb}} = \frac{N_C G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} \left(m_t^2 + m_b^2 - \frac{2m_t^2 m_b^2}{2m_t^2 - m_b^2} \ln \frac{m_t^2}{m_b^2} \right) \approx \frac{N_C G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} m_t^2$$

$$\Delta\kappa_{\text{se}} = \frac{\cos^2 \theta_W}{\sin^2 \theta_W} \Delta\rho_{\text{se,tb}}$$

- Wichtiger Unterschied zur QED:
In QED: Beiträge schwere Fermionen geben Beitrag $\sim |q^2|/m_f^2 \Rightarrow$ schwere Fermionen entkoppeln!



- Hier: Ganz im Gegenteil!
Schwere Fermionen geben Beitrag m_f^2 / m_W^2 !



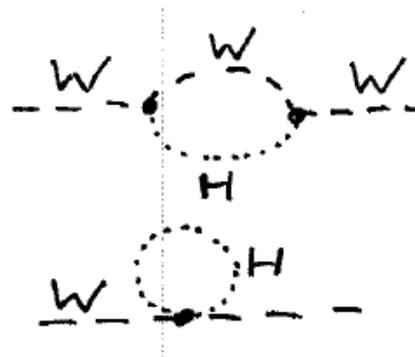
- Tieferer Grund:
Longitudinale W \Leftrightarrow unphysikalische Higgs-Zustände
 \Rightarrow Kopplungen \sim Masse!

- Nota Bene: SU(2)-Fermion-Doublets mit gleicher Masse machen keinen Beitrag!

- Beitrag durch Higgs
(für $M_H \gg M_W$):

$$\Delta\rho_{\text{se,H}} = \frac{3G_F M_W^2}{8\sqrt{2}\pi^2} \frac{\sin^2 \theta_W}{\cos^2 \theta_W} \left(\ln \frac{M_H^2}{M_W^2} - \frac{5}{6} \right)$$

- Beachte:
Beitrag ist nicht proportional zu M_H^2 , sondern nur zu $\ln(M_H^2)$!
=> Wurde zuerst von Veltman berechnet und als „screening“ bezeichnet -> Veltman-Screening
- Zusammenhang mit „Custodial SU(2)“-Symmetrie



Lit: M. Veltman, Acta Phys. Polon. **B8** (1977) 475.

- Parametrisiere Higgs-Feld:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \pi_2 + i\pi_3 \\ -\pi_2 + i\pi_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma + i\tau_a \pi_a) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Kovariante Ableitung

$$\begin{aligned} D_\mu \phi &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\partial_\mu + i\frac{g}{2} \tau_a W_{a\mu} \right) (\sigma + i\tau_a \pi_a) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\partial_\mu \sigma + i\tau_a \partial_\mu \pi_a + i\frac{g}{2} \sigma \tau_a W_{a\mu} - \frac{g}{2} [\pi_a W_{a\mu} + i\tau_a \epsilon_{abc} W_{b\mu} \pi_c] \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

mit

$$\tau_a \tau_b = \delta_{ab} + i\epsilon_{abc} \tau_c$$

- Invariant gegen globale Transformationen:

$$\begin{aligned} W_{a\mu} &\rightarrow W_{a\mu} + \epsilon_{abc} \epsilon_b W_{c\mu} \\ \pi_a &\rightarrow \pi_a + \epsilon_{abc} \epsilon_b \pi_c \\ \sigma &\rightarrow \sigma \end{aligned}$$

=> zusätzliche SU(2)-Symmetrie!

- Diese Symmetrie

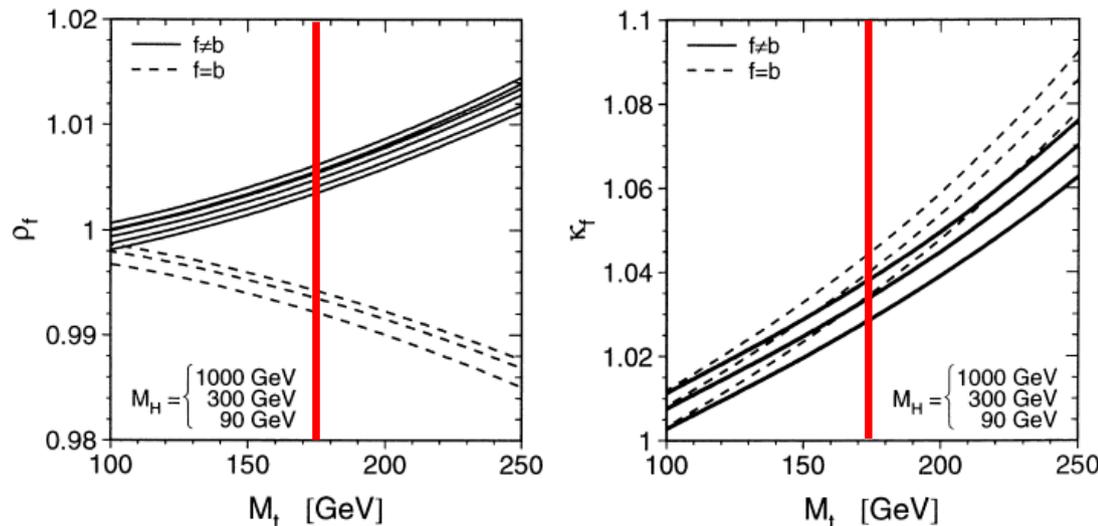
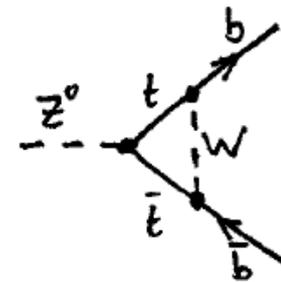
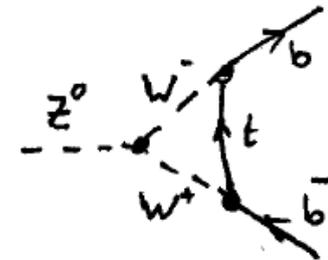
- ist eine spezifische Eigenschaft von Higgs-Doublets
- führt zum Verschwinden von M_H^2 -Termen in Schleifenkorrekturen

Lit: Einhorn & Wudka, Phys. Rev. **D39** (1989) 2758.

- Bisher betrachtet:
Self-Energy-Korrekturen
- Jetzt: Vertex-Korrekturen
=> spezifisch je nach Fermion-Typ
- Vertex-Korrekturen sind vernachlässigbar,
außer für b-Quarks!
- Grund: Große Kopplung an das Top-Quark
(bei d, s: Unterdrückung mit $|V_{td,s}|^4$)

$$\rho_f = 1 + \Delta\rho_{se} + \Delta\rho_f$$

$$\kappa_f = 1 + \Delta\kappa_{se} + \Delta\kappa_f$$



Grünewald, Phys. Rept. **322** (1999) 125, Fig. 3.16.

$$\Delta\rho_b = -\frac{G_F}{2\sqrt{2}\pi^2} m_t^2 = -\frac{4}{3} \Delta\rho_{se,tb}$$

$$\Delta\kappa_b = -\frac{1}{2} \Delta\rho_b = +\frac{2}{3} \Delta\rho_{se,tb}$$

- Effektiver Mischungswinkel enthält elektroschwache Korrekturen:
- Kopplungskonstanten:

$$\sin^2 \theta_{\text{eff}}^f = \kappa_f \sin^2 \theta_W$$

$$g_{Vf} = \sqrt{\rho_f} (T_3 - 2Q \sin^2 \theta_{\text{eff}}^f)$$

$$g_{Af} = \sqrt{\rho_f} T_3$$

$$\frac{g_{Vf}}{g_{Af}} = 1 - 4|Q_f| \sin^2 \theta_{\text{eff}}^f$$

- Asymmetrieparameter:

$$A_f = 2 \frac{g_{Vf}/g_{Af}}{1 + (g_{Vf}/g_{Af})^2}$$

- Die Asymmetrieparameter werden in A_{FB} , A_{LR} , A_{FBLR} gemessen

=> äquivalent zur Messung des effektiven Mischungswinkels:

- Korrekturen haben zwei Terme:

– Laufen von α :

$$\cos^2 \theta_{\text{eff}}^f \sin^2 \theta_{\text{eff}}^f = \frac{\pi \alpha(0)}{\sqrt{2} m_Z^2 G_F} \frac{1}{1 - \Delta r^f},$$

$$\Delta r^f = \Delta \alpha + \Delta r_w^f.$$

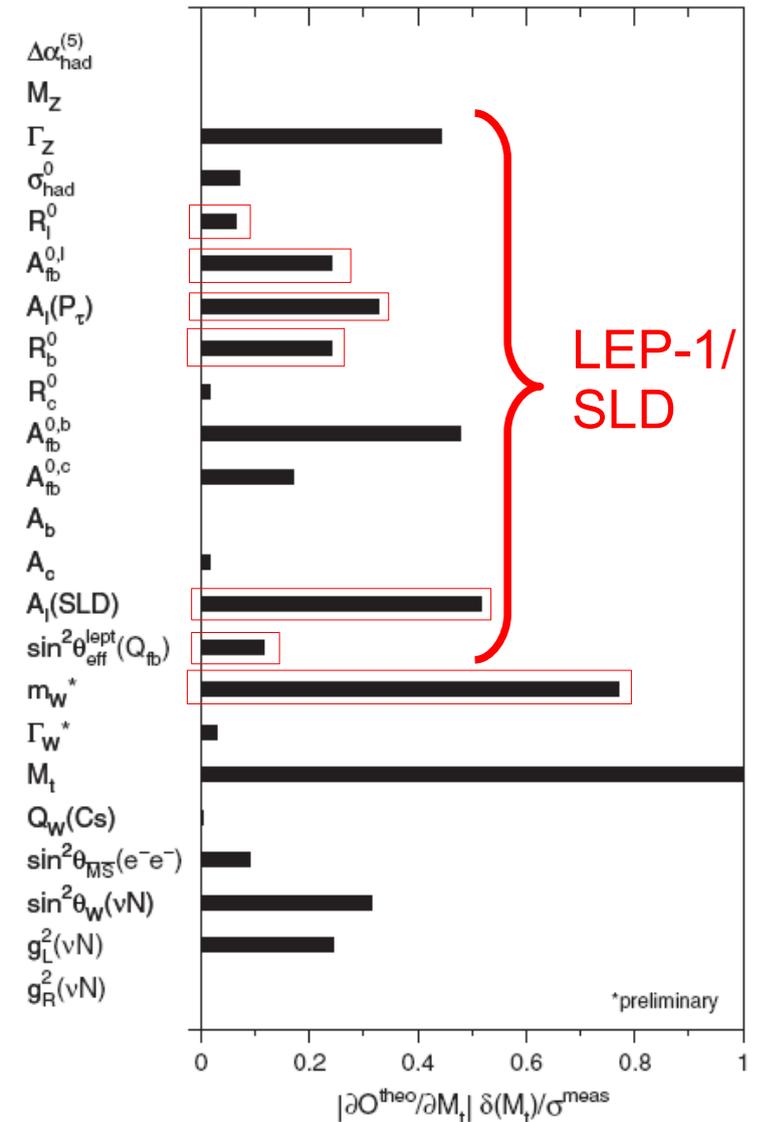
$$\Delta \alpha(s) = \Delta \alpha_{e\mu\tau}(s) + \Delta \alpha_{\text{top}}(s) + \Delta \alpha_{\text{had}}^{(5)}(s).$$

$$\alpha(s) = \frac{\alpha(0)}{1 - \Delta \alpha(s)}.$$

– Elektroschwache Korrekturen

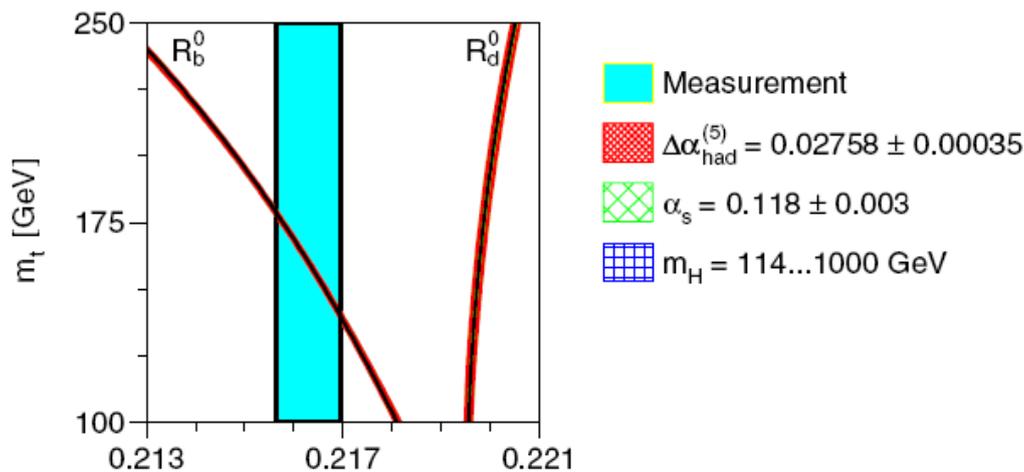
$$\Delta r_w^f = -\Delta \rho + \dots$$

- Sensitivität: $\left| \frac{\partial O^{\text{theo}}}{\partial M_t} \right| \cdot \frac{\delta M_t}{\sigma^{\text{meas}}}$
- Sensitivität = 1: Messung gibt genauso gute Vorhersage auf Top-Masse wie die direkte Messung ($\delta M_t = 4.3\text{GeV}$ angenommen)
- Sensitivität hat zwei Beiträge:
 - Abhängigkeit der Observablen von M_t
 - Experimenteller Fehler der Observablen

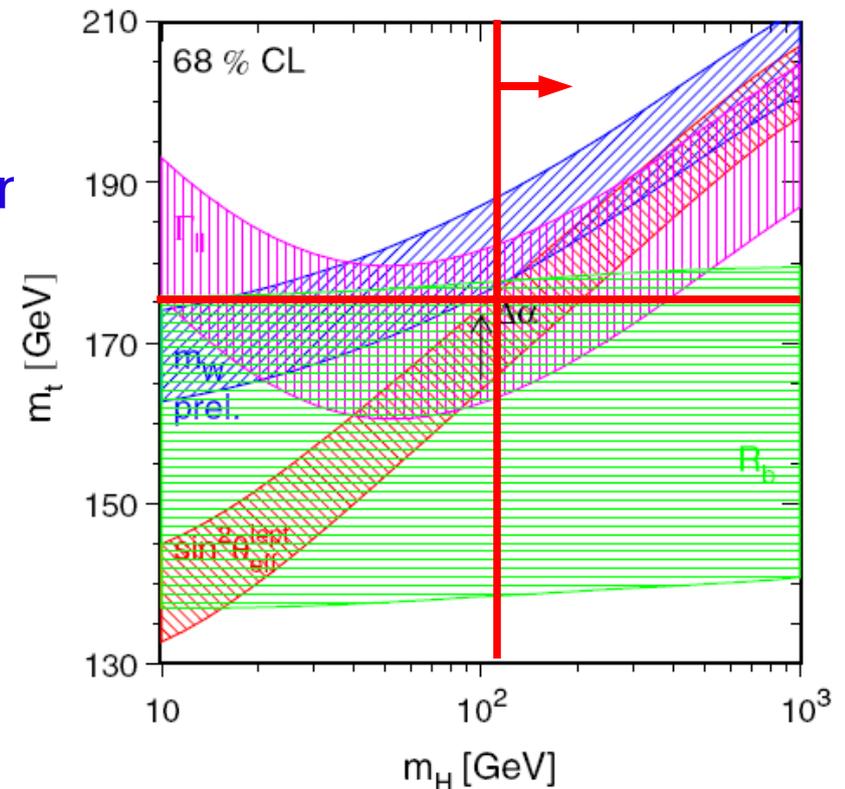


LEP&SLD, Phys. Rept. 427(2006)257, Fig. 8.1.

- Besonders „saubere“ Observablen für Top- und Higgs-Masse:
 - $R_0^b = \Gamma_{bb} / \Gamma_{had}$ (Verhältnis, viele QCD-Korrekturen heben sich auf)
insensitiv auf Higgs-Masse => „reine“ Top-Masse
 - $\Gamma_{ll}, \sin^2\theta_{eff}^{lept}$
 - m_W (Messung bei LEP-2 und Tevatron)
- „Sauber“ heisst:
 - sensitiv auf elektroschwache Korrekturer
 - geringe QCD-Korrekturen



LEP&SLD, Phys. Rept. **427**(2006)257, Fig. 7.8

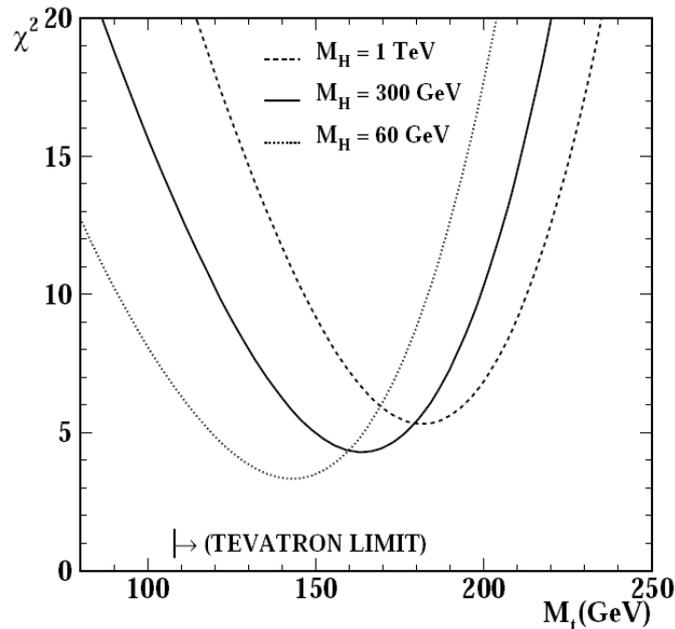


LEP&SLD, Phys. Rept. **427**(2006)257, Fig. 8.3

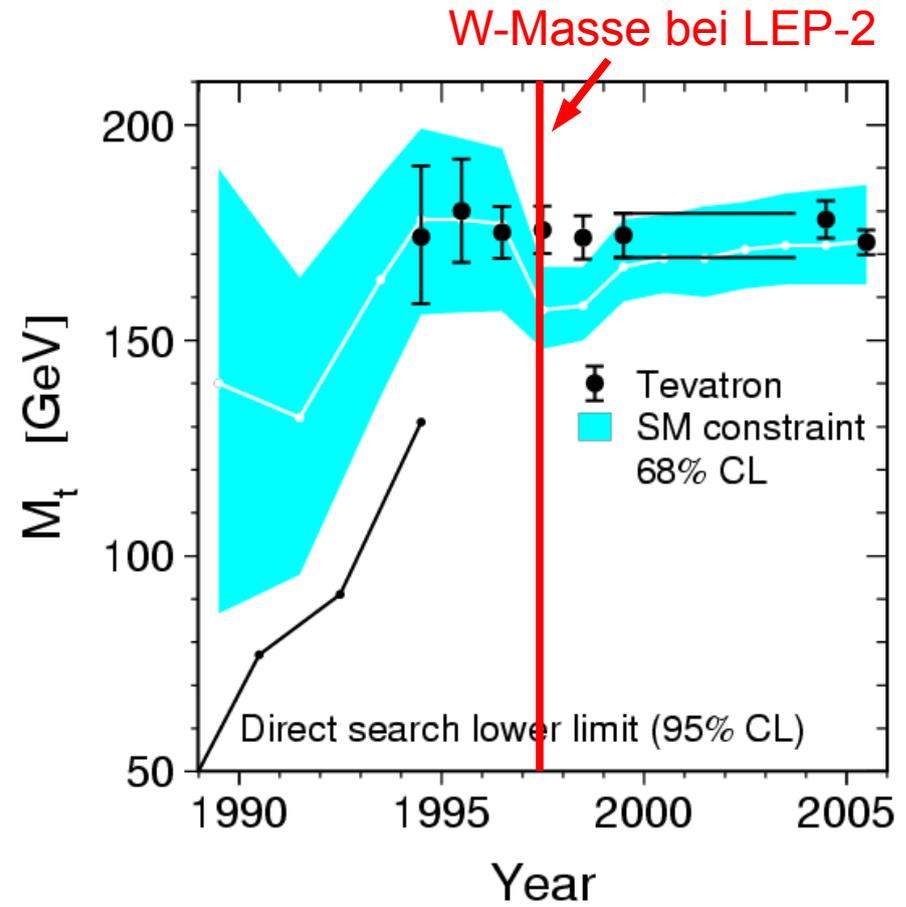
Top-Masse: Vorhersage und Messung

- Top-Massen-Vorhersage von LEP 1993: $166 \pm 27 \text{ GeV}$!

	LEP	LEP + Collider and ν data
M_t (GeV)	$166^{+17}_{-19} \text{ } ^{+19}_{-22}$	$164^{+16}_{-17} \text{ } ^{+18}_{-21}$
$\alpha_s(M_Z^2)$	$0.120 \pm 0.006 \pm 0.002$	$0.120 \pm 0.006 \pm 0.002$
$\chi^2/(d.o.f.)$	3.5/8	4.4/11
$\sin^2 \theta_{eff}^{lept}$	$0.2324 \pm 0.0005 \text{ } ^{+0.0001}_{-0.0002}$	$0.2325 \pm 0.0005 \text{ } ^{+0.0001}_{-0.0002}$
$1 - M_W^2/M_Z^2$	$0.2255 \pm 0.0019 \text{ } ^{+0.0005}_{-0.0003}$	$0.2257 \pm 0.0017 \text{ } ^{+0.0004}_{-0.0003}$
M_W (GeV)	$80.25 \pm 0.10 \text{ } ^{+0.02}_{-0.03}$	$80.24 \pm 0.09 \text{ } ^{+0.01}_{-0.02}$



CERN-PPE-93-157, August 1993

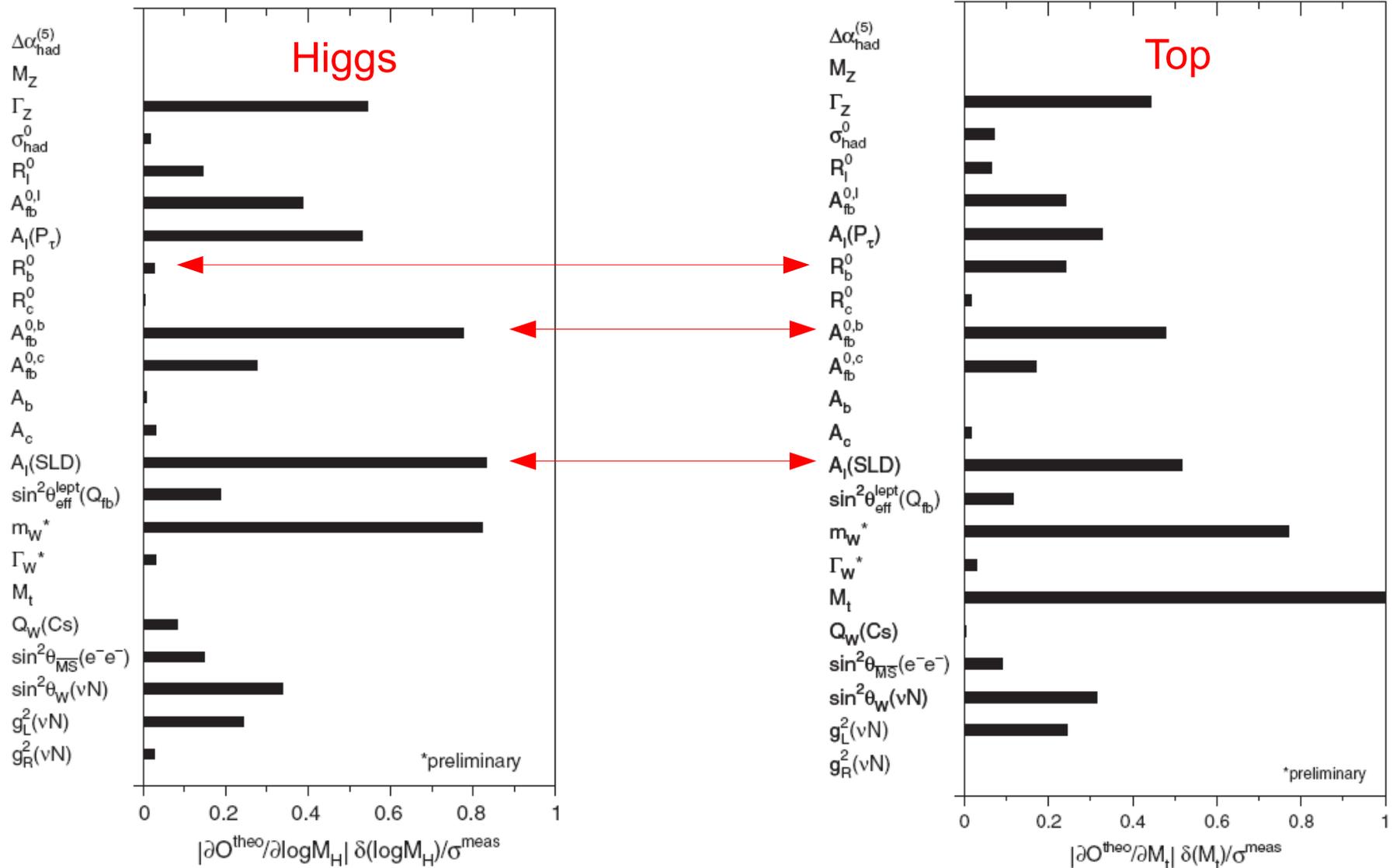


ADLO&SLD, Phys. Rep. 427(2006)257, Fig. 1.16

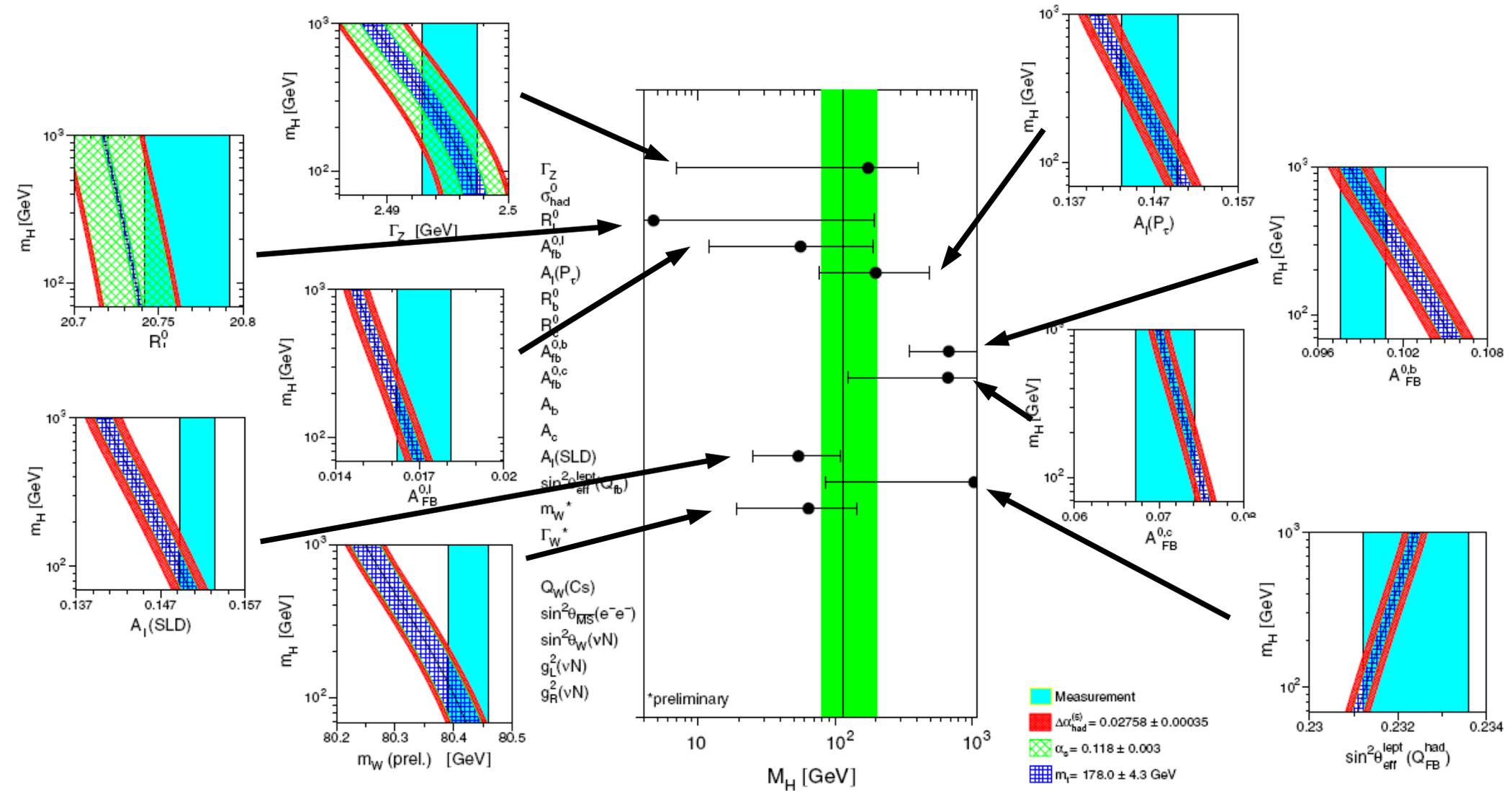
Sensitivität auf die Higgs-Masse



- Ähnliches Bild wie bei Top-Massen-Sensitivität, mit Ausnahmen

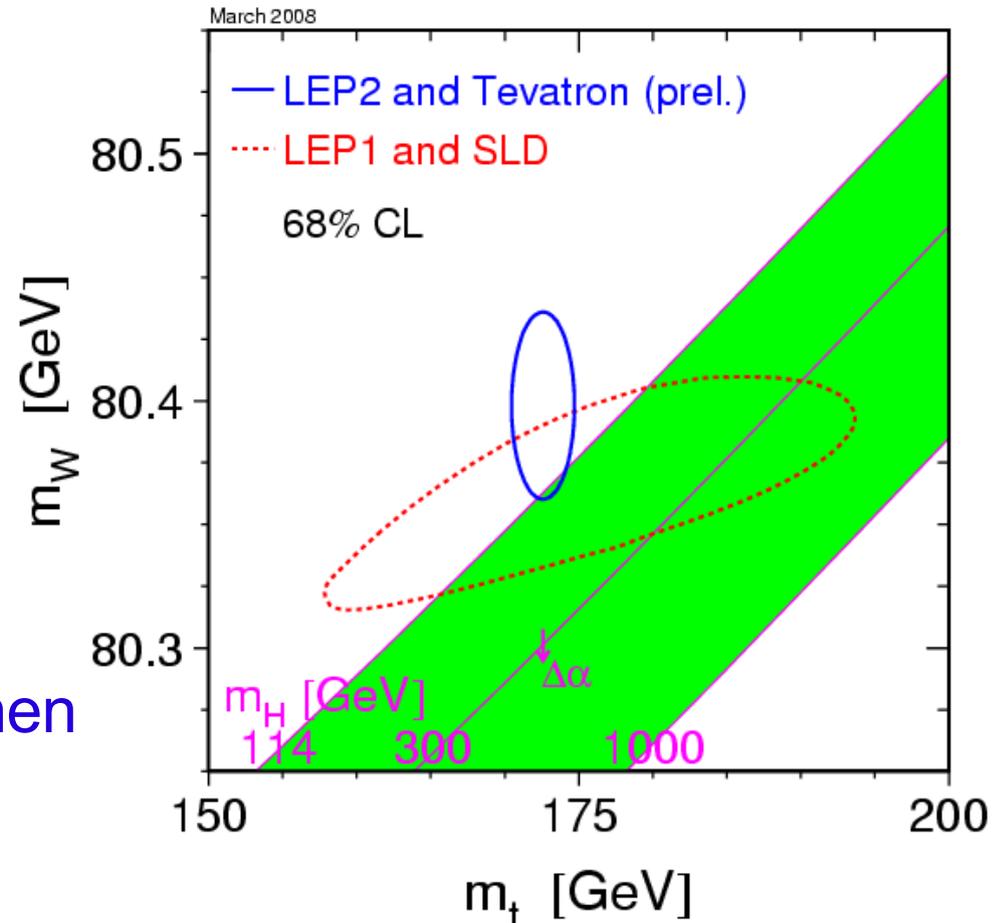


Constraints auf die Higgs-Masse



LEP&SLD, Phys. Rept. 427(2006)257, Figs. 8.4-8.7, 8.15

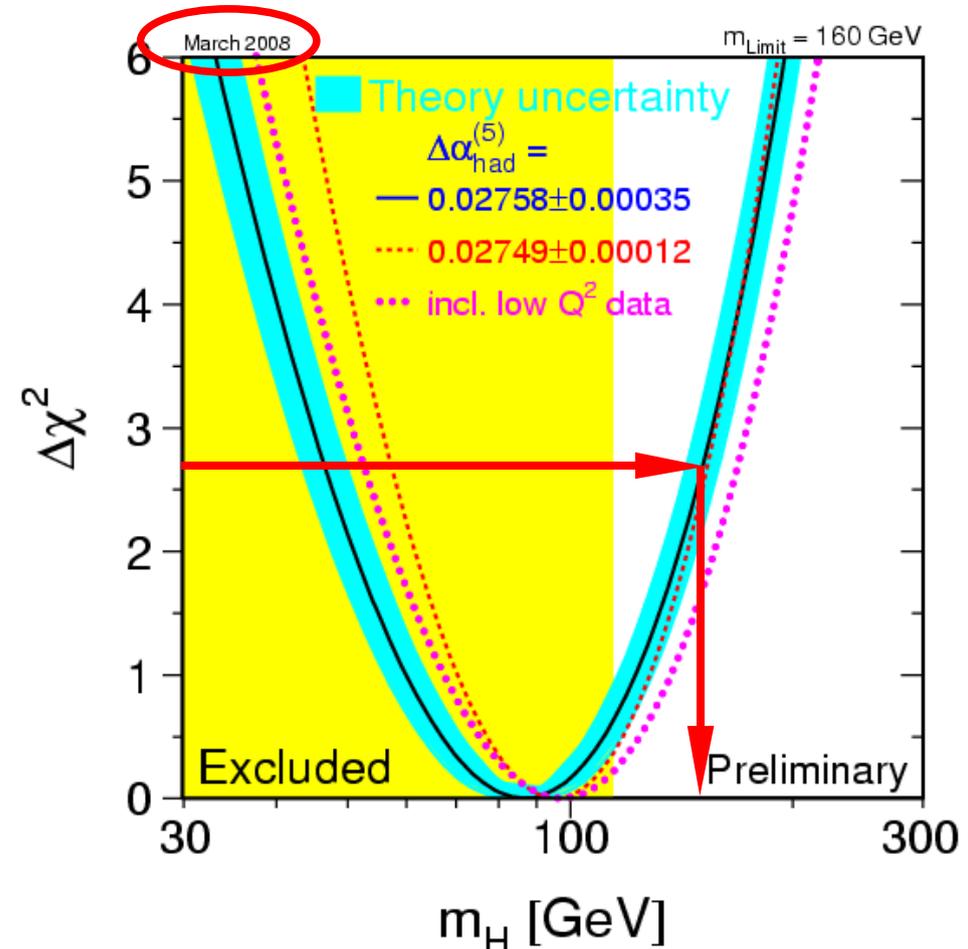
- Top-Masse: Dominiert die Schleifenkorrekturen
- W-Masse: Die Observable mit der größten Sensitivität (langfristig)
- Beide Größen können aus LEP-Messungen gefittet werden, und es existieren direkte Messungen
- Bänder: SM-Vorhersage bei verschiedenen Higgs-Masse



LEP, arxiv:0712.0929, Fig. 2

<http://lepewwg.web.cern.ch/LEPEWWG/plots/winter2008/>

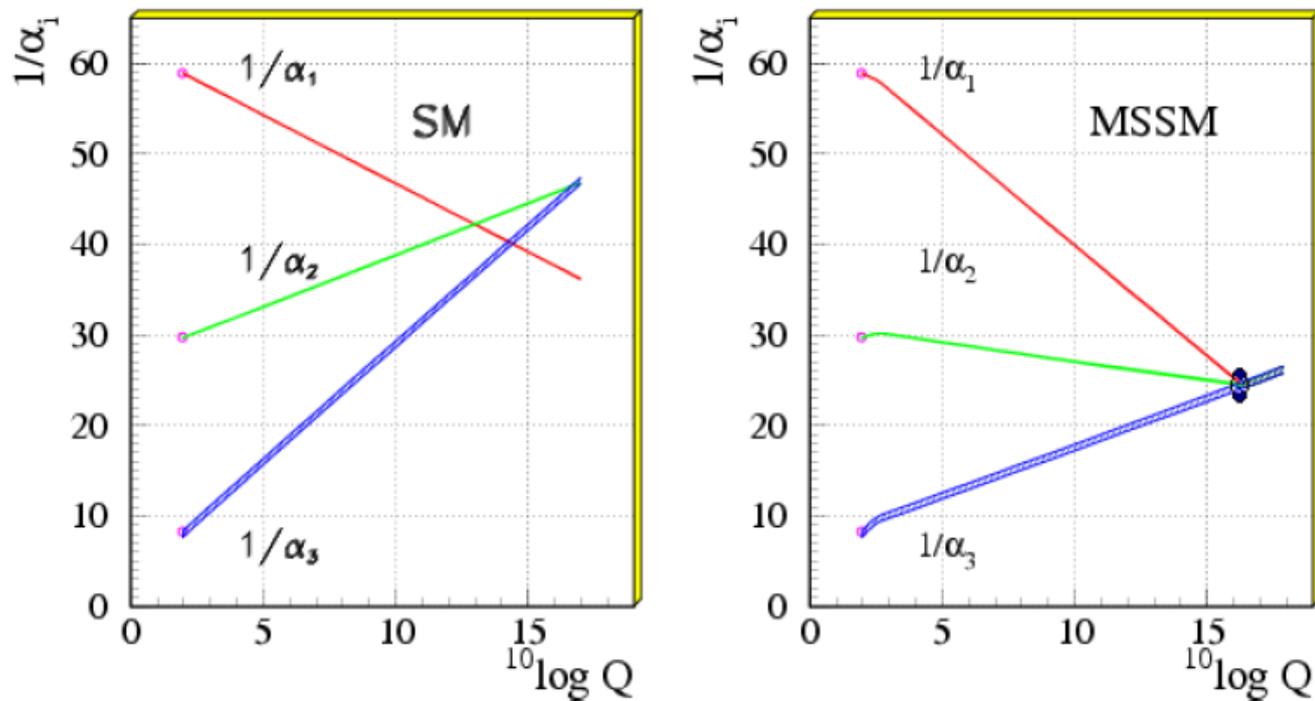
- Plote χ^2 des globalen SM-Fits gegen Input-Higgs-Masse
- Hellblaues Band („Theory uncertainty“): Unsicherheit durch unbekannte Beiträge höherer Ordnung bei Berechnung der Observablen
- Hauptwert (blaue Kurve): $\Delta\alpha_{\text{had}}^{(5)}$ aus Burkhardt&Pietrzyk 2005
- Rote Punkte: $\Delta\alpha_{\text{had}}^{(5)}$ aus de Troconiz&Yndurain 2005: illustriert Effekt von geringerem Fehler auf $\Delta\alpha_{\text{had}}^{(5)}$
- Lila Punkte: Zusätzliche Niederenergie-Messungen (z.B. atomic parity violation)
- **Bestwert (März 2008):**
 $m_H = 87\text{GeV}$
- **Limit (95%CL): $m_H < 160\text{GeV}$ ($\Delta\chi^2 = 2.7$)**



LEP, arxiv:0712.0929, Fig. 2

<http://lepewwg.web.cern.ch/LEPEWWG/plots/winter2008/>

Lit: Burkhardt & Pietrzyk: Phys. Rev. **D72**(2005)057501.
J.F. de Troconiz & F.J. Yndurain: Phys. Rev. **D71**(2005)073008.



S. Raby, J. Phys. **G33**(2006)173 [RPP2006], Fig 15.1.