

Übungen 7 zur Vorlesung "Higgs und Elektroschwache Wechselwirkung"

Sommersemester 2008, 20.5.08

Benno List, Achim Geiser

1 Self-Energy-Korrekturen

Für ein Isospin-Dublett von Fermionen mit Massen m_1 und m_2 beträgt die Korrektur zur Selbstenergie des W-Bosons

$$\Delta\rho_{\text{se}} = \frac{N_C G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} \left(m_1^2 + m_2^2 - \frac{2m_1^2 m_2^2}{2m_1^2 - m_2^2} \ln \frac{m_1^2}{m_2^2} \right).$$

Geben Sie Näherungsformeln für den Fall

$$m_1 \gg m_2$$

und den Fall

$$m_1 = (1 + \epsilon)m_2$$

an und zeigen Sie, dass die Korrektur im Limes $m_1 = m_2$ verschwindet.

Berechnen Sie die Korrektur für das t/b-Dublett (verwenden Sie $m_b = 4.75 \text{ GeV}$), und berechnen Sie Werte für a , b und c , wenn die Korrektur durch

$$\Delta\rho_{\text{se}} = a + b \cdot (m_t - 175 \text{ GeV}) + c \cdot (m_t - 175 \text{ GeV})^2$$

parametrisiert wird.

2 W-Masse

Ausgehend von

$$\sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W = \frac{\pi\alpha(0)}{\sqrt{2}m_Z^2 G_F} \frac{1}{1 - \Delta r}$$

und

$$\sin^2 \theta_W = 1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2},$$

zeigen Sie, dass gilt:

$$m_W^2 = \frac{m_Z^2}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}m_Z^2 G_F} \frac{1}{1 - \Delta r}} \right) = \frac{m_Z^2}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{A_0^2}{\sqrt{2}m_Z^2} \frac{1}{1 - \Delta r}} \right)$$

mit

$$A_0 = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F}.$$

Für Δr gilt (Burgers und Jegerlehner, CERN-89-08, vol. 1, p. 55):

$$\Delta r = \Delta\alpha + \Delta r_w = \Delta\alpha - \frac{\cos^2 \theta_W}{\sin^2 \theta_W} \Delta\rho + \Delta r_{\text{rem}}$$

Für $\Delta\alpha$ gilt:

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_{e\mu\tau} + \Delta\alpha_{\text{top}} + \Delta\alpha_{\text{had}}^{(5)}$$

Letztendlich erhält man

$$\alpha(m_Z^2) = \frac{\alpha(0)}{1 - \Delta\alpha} = \frac{1}{128.945}$$

Mit Hilfe eine Taylor-Entwicklung bestimmen Sie die Parameter a und b , wenn wir ansetzen:

$$m_W = a + b \cdot \Delta r_w$$

Die Beiträge des Top-Quarks zu Δr_w sind:

$$\Delta r_w^{\text{top}} = -\frac{\cos^2 \theta_W}{\sin^2 \theta_W} \frac{G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} m_{\text{top}}^2 + \frac{G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} m_W^2 \left\{ 2 \left(\frac{\cos^2 \theta_W}{\sin^2 \theta_W} - \frac{1}{3} \right) \ln \frac{m_{\text{top}}^2}{m_W^2} \right\}$$

Parametrisieren Sie das als

$$\Delta r_w^{\text{top}} = a + b \cdot (m_t - 175 \text{ GeV}) + c \cdot (m_t - 175 \text{ GeV})^2$$

Berechnen Sie die numerischen Werte der Parameter a , b und c .

Die Beiträge des Higgs-Bosons sind

$$\Delta r_w^{\text{H}} = \frac{G_F m_W^2}{8\sqrt{2}\pi^2} \cdot \frac{11}{3} \left(\ln \frac{m_{\text{H}}^2}{m_W^2} - \frac{5}{6} \right)$$

Berechnen Sie den numerischen Wert von Δr_w^{H} für $m_{\text{H}} = 114, 300, 1000 \text{ GeV}$.

Plotten Sie $m_W(m_{\text{top}})$ im Bereich $m_{\text{top}} = 150 \dots 200 \text{ GeV}$ für diese drei Higgsmassen.