Vorlesung: *Prof. Dr. O. Lechtenfeld*

Statistische Physik

Übungskoordination: *Dr. T. Bargheer*

Präsenzübung, Blatt 3 **WiSe 2018/19** **1.11.2018**

[P7] Zweizustandssystem

Gegeben sei ein System mit zwei Zuständen. Einer der Zustände habe Energie 0, der andere Energie ϵ. Das System befinde sich in thermischem Kontakt mit einem großen Reservoir der Temperatur τ. Drücken Sie die freie Energie F, den Erwartungswert der Energie U und die Entropie σ des Systems als Funktion von τ aus.

[P8] Energiefluktuation

Betrachten Sie ein System, dass sich in thermischem Kontakt mit einem großen Reservoir der Temperatur τ befindet. Sei ϵ der Energieeigenwert des Systems, und sei $U = \langle\epsilon\rangle$ der Mittelwert der Energie. Zeigen Sie, dass

$$\langle(\epsilon - \langle\epsilon\rangle)^2\rangle = \tau^2 C\,, \tag{1}$$

wobei

$$C = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\tau} \tag{2}$$

die Wärmekapazität des Systems ist.

[P9] Zustandssumme für unabhängige Systeme

(a) Zeigen Sie für $x, y \in \mathbb{R}$, dass $\mathrm{e}^{x+y} = \mathrm{e}^x\mathrm{e}^y$ gilt. Benutzen Sie dazu die Reihenentwicklung

$$\mathrm{e}^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n\,. \tag{3}$$

Hinweis: Benutzen Sie die Relation

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k\,, \qquad \text{mit} \qquad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k!)}\,. \tag{4}$$

(b) Seien A und B Matrizen. Zeigen Sie, dass gilt

$$\operatorname{tr}(A \otimes B) = \operatorname{tr} A \operatorname{tr} B\,. \tag{5}$$

(c) Für ein Quantensystem mit Hamiltonoperator H bei Temperatur τ ist die Zustandssumme $Z = \operatorname{tr}\mathrm{e}^{-H/\tau}$. Betrachten Sie zwei unabhängige Quantensysteme mit Hamiltonoperatoren H_1 und H_2, so dass der Hamiltonoperator des Gesamtsystems $H = H_1 \otimes \mathbf{1} + \mathbf{1} \otimes H_2$ ist. Die Zustandssummen der Einzelsysteme seien Z_1 und Z_2. Zeigen Sie, dass für die Zustandssumme Z des Gesamtsystems gilt

$$Z = Z_1 Z_2\,. \tag{6}$$

Hinweis: Verallgemeinern Sie (a) auf geeignete Weise und verwenden Sie (b).