1. (6 Punkte)

   Schätzen Sie die Bindungsenergie des Grundzustands des Wasserstoffatoms durch Verwendung der Energie-Impuls-Unschärferelation, d.h. $\Delta p \Delta r \simeq \hbar$, ab.

-

2. (6 Punkte)

   Berechnen Sie die auf Eins normierte Kugelfunktion $Y_{21}(\theta,\phi)$ bis auf ein Vorzeichen, d.h. $\int_0^\pi d\theta \sin\theta \int_0^{2\pi} d\phi |Y_{21}(\theta,\phi)|^2 = 1$. Hinweis: Benutzen Sie daß $Y_{ll} \propto \sin^l\theta e^{il\phi}$ und die Darstellung

$$L_\pm = \hbar e^{\pm i\phi}\left(\pm\frac{\partial}{\partial\theta} + i\cot\theta\frac{\partial}{\partial\phi}\right)$$

   der Auf- und Absteige-Operatoren.

-

-

-

3. (10 Punkte)

Entwickeln Sie die auf der Einheits-Kugeloberfläche definierte Funktion

$$f(\theta, \phi) = \cos^2 \theta + \cos \theta$$

nach den Kugelfunktionen $Y_{lm}(\theta, \phi)$. Aufgrund der Normierung $|Y_{lm}(\theta, \phi)|^2 d\Omega = 1$ sind die Entwicklungskoeffizienten dabei bis auf ein Vorzeichen zu bestimmen. Überlegen Sie sich dazu zunächst wie die höchste auftretende Potenz von $\cos \theta$ mit l zusammenhängt bzw. welchen Multipolen dies physikalisch entspricht. Verwenden Sie auch die Hinweise aus der vorherigen Aufgabe.

-

-

-

4. (8 Punkte)

Formulieren Sie die stationäre Schrödingergleichung des eindimensionalen harmonischen Oszillators

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+\frac{1}{2}k_0x^2\right]\psi(x)=E\psi(x)$$

in Impulsdarstellung. Geben Sie die zugehörigen Eigenfunktionen in Impulsdarstellung an. Hinweis: In Ortsdarstellung sind die Eigenfunktionen bis auf eine Normierungskonstante gegeben durch

$$\psi_n(x)\propto\exp\left(-\frac{\omega m}{2\hbar}x^2\right)H_n\left[\left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^{1/2}x\right],$$

mit den Hermite-Polynomen $H_n(x)$.

-

-

-