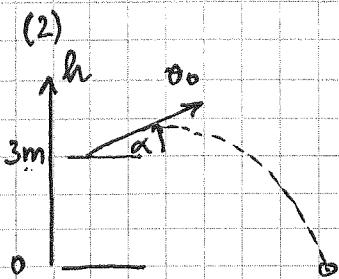


(a) Seil A: $m \cdot g = 0.491 \text{ N}$ (b) C und D: $\frac{1}{2} \cdot 2m \cdot \sqrt{2} = 0.694 \text{ N}$

Seil B: $2m \cdot g = 0.981 \text{ N}$ (c) E und F: $\frac{1}{2} [M+2m] g = 0.981 \text{ N}$



$$t=0: v_x(0) = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_h(0) = v_0 \cdot \sin \alpha$$

$$h(t) = h_0 + (v_0 \sin \alpha) t - \frac{g}{2} t^2$$

$$\frac{dh}{dt} = 0 \rightarrow v_0 \cdot \sin \alpha - gt_{\max} = 0 \rightarrow t_{\max} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$\rightarrow h_{\max} = h_0 + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} = h_0 + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

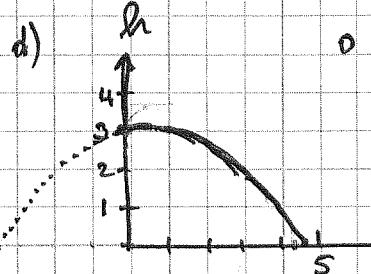
$$\Rightarrow h_{\max} = 3 \text{ m} + \frac{(5 \text{ m/s} \cdot \sin 10^\circ)^2}{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2} = 3.038 \text{ m}$$

(b) $t_0: 0 = h_0 + (v_0 \sin \alpha) t_0 - \frac{g}{2} t_0^2$

$$t_0^2 - \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} + \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 = \frac{2h_0}{g} + \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2$$

$$t_0 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} + \sqrt{\frac{2h_0}{g} + \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2}$$

$$\boxed{t_0 = 0.876 \text{ s}}$$



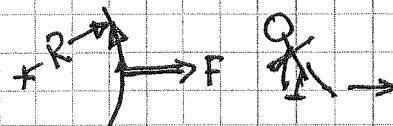
(c) $x_0 = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t_0 = 4.31 \text{ m}$

$$[x_{\max} = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t_{\max} = 0.438 \text{ m}]$$

(3) (a) Zentrifugalkraft: $F_z = m \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{60 \text{ kg}}{30 \text{ m}} \cdot \left(\frac{30 \text{ km/h} \cdot 10^3 \text{ m/km}}{3.6 \cdot 10^3 \text{ s/h}} \right)^2 = \underline{138.9 \text{ N}}$
 $(v = 8.333 \text{ m/s})$

(b) $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \rightarrow L = m \cdot R \cdot v = 15000 \text{ kg m}^2/\text{s}$

(c) $F = 138.9 \text{ N}$



(4) $\ddot{x} = a \cdot \dot{x} + b$ mit $v = \dot{x} \rightarrow$

$$\rightarrow \ddot{v} = a \cdot v + b \rightarrow \frac{dv}{av+b} = dt \rightarrow \frac{1}{a} \cdot \ln(av+b) = t - t_0$$

$$\rightarrow av + b = e^{at-t_0} \rightarrow v(t) = -\frac{b}{a} + A e^{at} \quad (\text{mit } A = \frac{e^{-at_0}}{a} \dots \text{konstante})$$

Randbedingung: $v(0) = -\frac{b}{a} \rightarrow A = 0$

$$\rightarrow v(t) = -\frac{b}{a} \rightarrow dx = -\frac{b}{a} dt \rightarrow x(t) = -\frac{b}{a} t + B \rightarrow B = \frac{b}{a^2}$$

$$\boxed{x(t) = \frac{b}{a^2} (1 - at)}$$

Überprüfen: $\ddot{x} = 0 = a \cdot \dot{x} + b = -a \cdot \frac{b}{a^2} \cdot a + b = 0 \checkmark \quad \text{DGL erfüllt}$

NB allgemeine Lösung (nicht gezeigt): $x(t) = -\frac{b}{a} t + \frac{A}{a} e^{at} + B$

5. Harmonische Schwingung:

DGL: $m \ddot{x} + kx = 0 \rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ Lösung: $x = A \cos \omega t + B \sin \omega t$

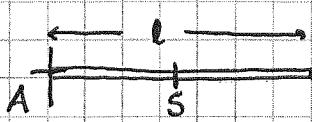
(a) $\rightarrow -\omega^2 + \frac{k}{m} = 0 \rightarrow k = m \cdot \omega^2 = \boxed{k = 100 \text{ kg/s}^2}$

(b) $x(t) = B \cdot \sin \omega t \rightarrow \dot{x}(t) = B \cdot \omega \cos \omega t \rightarrow v_0 = B \cdot \omega \rightarrow B = \frac{v_0}{\omega}$

→ max. Auslenkung: $\frac{v_0}{\omega} = \frac{1}{10} \text{ m} = \underline{0.1 \text{ m}} = \underline{10 \text{ cm}}$

(c) Dehnung: $mg = k \cdot x \rightarrow x = \frac{m \cdot g}{k} = \frac{1 \cdot 9.81}{100} = \underline{9.81 \text{ cm}}$

6. Trägheitsmoment und Rotation



Massenbelagerung: $g = M/c$ c

(a) Trägheitsmoment um A: $I = \int g \cdot x^2 dx = \frac{M l^3}{l^3} = \frac{1}{3} M l^2 = \boxed{1.6 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2}$

(b) $L = I \cdot \omega = \boxed{1.6 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} \quad F_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \boxed{8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}}$

(c) Zentripetalkraft = Zentrifugalkraft: $\boxed{F_2 = M \cdot \frac{l}{2} \cdot \omega^2 = 6 \cdot 10^{-1} \text{ N}}$

7. Relativistische Energie

(a) $E = m_e c^2 \cdot \gamma_e$ mit $\gamma_e = \sqrt{1 - \frac{v_e^2}{c^2}} = 1.667 \rightarrow E = 0.852 \text{ MeV}; E_{\text{kin}}^e = m_e c^2 (\gamma_e - 1) = 0.341 \text{ MeV}$

(b) $E_{\text{kin}}^p = m_p c^2 \cdot (\gamma_p - 1) \rightarrow \gamma_p = 1 + \frac{E_{\text{kin}}}{m_p c^2} \Rightarrow \text{mit } \gamma^2 = \frac{1}{1 - \beta^2} \rightarrow \beta^2 = \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}$
 $\beta = \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}} = 0.027 \quad \boxed{v = 0.027c}$

⇒ nicht relativistisch: Überprüfung $E_{\text{kin}} = \frac{m}{2} v^2 = \frac{m \cdot c^2}{2} \beta^2 = 0.341 \text{ MeV} \checkmark$

8. Zentralkräftefeld

$$\vec{F}(\vec{r}) = F(\vec{r}) \cdot \hat{e}_r = \frac{F(\vec{r})}{r} \cdot \vec{r}$$

(a) Drehimpuls: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = |\vec{r}| \cdot F \cdot \hat{e}_r \times \hat{e}_r = 0 \rightarrow \vec{L} = \text{const}$

(b) $\vec{r} \cdot \vec{L} = m \cdot \vec{r} \cdot (\vec{r} \times \vec{v}) = 0 = \vec{r} \cdot \vec{L}$ Gleichung Ebene durch Ursprung

(c) $\vec{F}(\vec{r}) = F(\vec{r}) \cdot \hat{e}_r$ konservativ, wenn $\nabla \times \vec{F}(\vec{r}) = 0$

mit $\nabla \times (F(\vec{r}) \cdot \hat{a}(\vec{r})) = F(\nabla \times \hat{a}) + \nabla F \times \hat{a}$

$O = \nabla \times \frac{F(\vec{r})}{r} \cdot \vec{r} = \underbrace{\frac{F(\vec{r})}{r} \nabla \times \vec{r}}_O + \left(\nabla \frac{F(\vec{r})}{r} \right) \times \vec{r} \rightarrow \nabla \left(\frac{F(\vec{r})}{r} \right) \parallel \vec{r} \rightarrow \frac{F(\vec{r})}{r} = \text{konst auf Kugeloberfläche}$

⇒ konservativ wenn $\vec{F}(\vec{r}) = F(r) \cdot \hat{e}_r$ i.e. kugelsymmetrisch.

dann gilt $\vec{F} = -\nabla V(r) = F(r) \hat{e}_r = \frac{F(r)}{r} \cdot \vec{r}$ mit $\nabla \cdot \vec{F} = 2V(r) \hat{e}_r$

$\Rightarrow + \frac{dV}{dr} = -F(r) \rightarrow \boxed{V(r) = \int F(r) dr}$

Beispiel $F(r) = -\frac{A}{r^2} \hat{e}_r \rightarrow V(r) = -\frac{A}{r}$ (Newton'sche Gravitation)