

E-Teilchen für Fortgeschrittene, Uni Hamburg, SS 10
→ interaktive Uebungen "Photonpropagator"

Zeigen Sie, dass

$$\int d^3x \frac{e^{-i\vec{q}\cdot\vec{x}}}{4\pi|\vec{x}|} = \frac{1}{q^2} \quad (\text{mit } q = |\vec{q}|)$$

⇒ die F.T. des Coulompotenzials $\equiv$ Photonpropagator.

Lösung: Wir betrachten zunächst das Yukawapotenzial $V(r) = \frac{1}{4\pi r} e^{-\lambda r}$ und nehmen am Ende den Grenzwert $\lambda \rightarrow 0$.

$$\tilde{V}(\vec{q}) = \int d^3x V(\vec{x}) e^{-i\vec{q}\cdot\vec{x}} = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty r e^{-\lambda r} dr \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin\theta d\theta e^{-iqr\cos\theta}$$

$$\text{substituiere } u = -\cos\theta \Rightarrow \tilde{V}(\vec{q}) = \frac{1}{2} \int_0^\infty r e^{-\lambda r} dr \int_{-1}^{+1} du e^{+iqr u}$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^\infty r e^{-\lambda r} dr \left(\frac{1}{iqr} [e^{iqr} - e^{-iqr}] \right) = \frac{1}{q} \int_0^\infty e^{-\lambda r} \sin(qr) dr$$

Aufgabe: Berechnen Sie das finale Integral über r

Tipp: benutzen Sie $\sin(qr)$ in der Form $\sin(qr) = \frac{1}{2i} (e^{iqr} - e^{-iqr})$