

E-Teilchen für Fortgeschrittene, Uni Hamburg, SS 10
→ interaktive Übungsaufgaben

Kontinuitätsgleichung relativistisch (Klein Gordon Fall):

Die Wellenfunktion $\phi(\vec{r}, t)$ erfülle die Klein Gordon Gleichung.

$$\ddot{\phi} = \left(c^2 \Delta + \frac{m^2 c^4}{\hbar^2} \right) \phi.$$

Zeigen Sie dass dann für die Wahrs.dichte ρ und die Wahrs.stromdichte \vec{j}

$$\rho = \frac{i\hbar}{2mc^2} \left(\phi^* \dot{\phi} - \dot{\phi}^* \phi \right) \quad \vec{j} = \frac{\hbar}{2im} \left(\phi^* (\vec{\nabla} \phi) - (\vec{\nabla} \phi^*) \phi \right)$$

die Kontinuitätsgleichung gilt:

$$\dot{\rho} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{j}$$

Anleitung: Setzen Sie die Klein Gordon Beziehungen für $\ddot{\phi}$ und $\ddot{\phi}^*$

$$\ddot{\phi} = \left(c^2 \Delta + \frac{m^2 c^4}{\hbar^2} \right) \phi; \quad \ddot{\phi}^* = \left(c^2 \Delta + \frac{m^2 c^4}{\hbar^2} \right) \phi^*$$

in die Gleichung für $\dot{\rho}$ ein:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= \frac{i\hbar}{2mc^2} \left(\phi^* \ddot{\phi} - \ddot{\phi}^* \phi \right) \\ &= ?? \end{aligned}$$