

E-Teilchen für Fortgeschrittene, Uni Hamburg, SS 10
→ interaktive Übungsaufgaben

Kontinuitätsgleichung nichtrelativistischer Fall:

Die Wellenfunktion $\Psi(\vec{r}, t)$ erfülle die Schrödingergleichung

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = H\Psi; \quad \text{mit } H = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V.$$

Zeigen Sie dass dann für die Wahrs.dichte ρ und die Wahrs.stromdichte \vec{j}

$$\rho = \Psi^* \Psi; \quad \vec{j} = \frac{\hbar}{2im} \left(\Psi^* (\vec{\nabla} \Psi) - (\vec{\nabla} \Psi^*) \Psi \right)$$

die Kontinuitätsgleichung gilt:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{j}$$

Anleitung: Benutzen Sie

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H\Psi; \quad -i\hbar \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} = H\Psi^*$$

um zu finden

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (\Psi^* \Psi) &= i\hbar \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} \Psi + i\hbar \Psi \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -(H\Psi^*) \Psi + \Psi^* (H\Psi) \\ &= ?? \quad (\text{setze } H \text{ von oben ein; benutze zum Schluss } \nabla^2 = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) \end{aligned}$$