

Übungen E-Teilchen für Fortgeschrittene SS2010, Blatt 5

Ausgabe Samstag 8.5, Abgabe Dienstag 18.5.

1. Mottstreuung: (2 Punkte)

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Streuung von Elektronen an einem schweren Atomkern ist gegeben (ohne Herleitung) durch:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 \alpha^2}{|q|^4} |\bar{u}_f \gamma^0 u_i|^2$$

Führen Sie die Spinmittelung und Spinsummation über das ein- bzw. auslaufende Elektron durch:

$$\frac{1}{2} \sum_{s_i, s_f} |\bar{u}_f \gamma^0 u_i|^2 = \text{Spur} (\gamma^0 (\not{p}_i + m) \gamma^0 (\not{p}_f + m))$$

Hinweis: Wir wollen nur das Ergebnis im Hochenergielimit betrachten, d.h. Sie sollen die Terme mit m vernachlässigen. Beachten Sie für die Viererimpulse p_i und p_f , dass das Elektron um den Winkel θ gestreut wird aber keine Energie verliert. Geben Sie am Ende den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ als Funktion vom Streuwinkel und der Energie des Elektrons an.

Tipp: $\text{Spur}(\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) = 4(ab)(cd) + 4(ad)(bc) - 4(ac)(bd)$ und schreiben Sie $\gamma^0 = \not{a}$ mit geeignetem gewähltem a^μ .

2. Tau-Paarerzeugung an der Schwelle: (4 Punkte)

In der Elektron-Positron Annihilation wird ein $\tau^- \tau^+$ -Paar erzeugt. Für den Schwellenbereich, in dem die Schwerpunktsenergie kaum grösser ist als die zweifache τ -Masse hängt der Wirkungsquerschnitt stark von dieser Masse ab.

- Berechnen Sie den Phasenraumfaktor $\beta = P_f/P_i$: zeichnen Sie ihr Ergebnis für Schwerpunktsenergien zwischen der doppelten und der 16-fachen τ -Masse.
- Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}|_{c.m.s}$ und den totalen Wirkungsquerschnitt $\int \frac{d\sigma}{d\Omega}|_{c.m.s} d\Omega$. Zeigen Sie dass letzterer identisch ist zu

$$\sigma = \frac{2\pi}{3} \frac{\alpha^2}{s} \beta(3 - \beta^2).$$

Tipps: Benutzen Sie die Formeln aus der Vorlesung für

- $\frac{d\sigma}{d\Omega}|_{c.m.s}$ für $2 \rightarrow 2$ Reaktionen und
- das spingemittelte quadrierte Matrixelement $|\overline{M^2}|$ für Elektronpaarvernichtung und anschliessender Leptonpaarerzeugung.

Vernachlässigen Sie konsequent bei ihren Rechnungen die Elektronmasse. Berücksichtigen Sie ebenso konsequent die Tau-Leptonmasse, (Achtung: Sie gibt expliziten Term im Leptontensorprodukt und dort auch zu berücksichtigen, wenn Sie Produkte wie $(p_1 p_4)(p_2 p_3)$ ausrechnen dass $|\vec{p}_3| = P_f$ und $|\vec{p}_4| = P_f$).

3. Zerlegung der Ströme: (4 Punkte)

Wir betrachten die in den Matrixelementen zu findenden Übergangs-Viererströme j_{fi}^μ zwischen ein- und auslaufenden freien relativistischen Teilchen.

- a) Bestimmen Sie den Übergangstrom für spinlose Teilchen mit Wellenfunktionen $\Phi_i(x) = N_i e^{-ip_i x}$ und $\Phi_f(x) = N_f e^{-ip_f x}$, welche der Klein Gordongleichung genügen.

$$\text{Hinweis: } j_{fi}^\mu(x) \equiv \frac{i}{2m} (\Phi_f^* (\partial^\mu \Phi_i) - (\partial^\mu \Phi_f^*) \Phi_i)$$

- b) Der Übergangstrom für Dirac-Teilchen (Spin 1/2) ist gegeben durch

$$j_{fi}^\mu \equiv \bar{\Psi}_f \gamma^\mu \Psi = \bar{u}_f \gamma^\mu u_i e^{i(p_f - p_i)x}$$

Zeigen Sie, dass

$$\bar{u}_f \gamma^\mu u_i = \frac{1}{2m} \bar{u}_f [(p_f + p_i)^\mu + i\sigma^{\mu\nu} (p_f - p_i)_\nu] u_i$$

Dabei ist

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu)$$

Hinweis: Starten Sie mit $\bar{u}_f i\sigma^{\mu\nu} (p_f - p_i)_\nu u_i$ und schreiben Sie die individuellen Terme mittels $\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$ so um dass Sie die Diracgleichung ausnutzen können $\gamma^\nu p_{i\nu} u_i = m u_i$ und $\bar{u}_f \gamma^\nu p_{f\nu} = m \bar{u}_f$.

Zusatzfrage: Der Übergangstrom wird also durch zwei Terme gekennzeichnet die gerade proportional $(p_f + p_i)$ bzw. $(p_f - p_i)$ sind. Welche dieser Terme kennzeichnet die Wechselwirkung von geladenen Spin 1/2 Teilchen mit dem elektromagnetischem Feld A_μ durch ihre Ladung bzw. durch ihr magnetisches Moment? (Raten ist ok!).

4. **Luminosität bei LEP: (2 Punkte)** Mit dem OPAL Detektor am Elektron-Positron-Speicherring LEP wurde die Luminosität durch Messung der Bhabha-Streuung in hochpräzisen Kalorimetern gemessen (G. Abbiendi et al. OPAL-Kollaboration, Eur. Phys. J C14(2000) 373). Sie waren in einem Abstand von 2.5 m vom Wechselwirkungspunkt aufgestellt und überdeckten den Winkelbereich 25-58 mrad. Die typische LEP-Luminosität bei der Z^0 -Masse war $10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$.

Aufgabe: Berechnen Sie unter Vernachlässigung des Beitrags des Z^0 zum elastischen Wirkungsquerschnitt die in den Kalorimetern nachgewiesene Ereignisrate.