храняя адиабатичность пересечения сильных резонансов.

Особые требования при применении Сибирских змеек предъявляются к выбору вертикальной бетатронной частоты ν_z, так как присутствие резонансов высокого порядка может нарушить адиабатичность пересечения основного резонанса и привести к потери поляризации.

5.1 Случай двух Сибирских змеек

Как было показано в главе 2, чтобы обеспечить независимость спиновой частоты от энергии в случае двух змеек, змейки должны быть размещены на противоположных азимутах ускорителя. Значение $\nu = 1/2$ обеспечивается соответствующей взаимной ориентацией осей вращения спина в змейках (мы будем называть их также осями змеек) α_1, α_2:

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \pm\pi/2$$

Рассмотрим отдельный спиновый резонанс, определяемый одной гармоникой возмущения:

$$w_n = |w_n| \mathrm{e}^{i\phi_n} \mathrm{e}^{i\nu_n\theta} \tag{5.1}$$

$\nu_n = n \pm \nu_z$ — для резонансов, обусловленных вертикальным бетатронным движением, $\nu_n = n$ — для резонансов, обусловленных искажениями вертикальной орбиты (n – целое число). В отсутствии змеек спин заметно отклоняется от вертикального направления в резонансной зоне: $|\delta| \leq |w_n|$.

При анализе воздействия возмущения на движение спина удобно работать в системе координат, которая вращается с частотой $\nu_0 = \gamma a$ вокруг вертикальной оси в ведущих дипольных магнитах и поворачивается на угол π вокруг оси змейки в змейках. При отсутствии возмущения направление спина остается постоянным в такой вращающейся системе. При наблюдении на фиксированном азимуте ускорителя оси вращающейся системы будут повторять себя через каждые два оборота.

Преобразовывая возмущение w_n во вращающуюся систему, находим:

$$\tilde{w}_n = |w_n| (\mathrm{e}^{i\phi_n} \mathrm{e}^{-i\delta\theta} A_1(\theta) + \mathrm{e}^{i(2\alpha_1 - \pi\nu_0)} \mathrm{e}^{-i\phi_n} \mathrm{e}^{i\delta\theta} A_2(\theta)) \tag{5.2}$$

где $\delta = \nu_0 - \nu_n$, а $A_1(\theta)$, $A_2(\theta)$ определены как:

$$A_1 = \begin{cases} 1 & 0 \leq \theta < \pi \\ 0 & \pi \leq \theta < 2\pi \end{cases}$$

$$A_2 = \begin{cases} 0 & 0 \leq \theta < \pi \\ 1 & \pi \leq \theta < 2\pi \end{cases}$$

и

$$\begin{aligned} A_1(\theta + 2\pi) &= -\mathrm{e}^{2\pi i\nu_0} A_1(\theta) \\ A_2(\theta + 2\pi) &= -\mathrm{e}^{-2\pi i\nu_0} A_2(\theta) \end{aligned}$$

Следуя периодичности $\tilde{w}_n$, произведем преобразование выражения (5.2) в ряд Фурье. Это приводит к сумме линейных гармоник:

$$\tilde{w}_n = -\mathrm{e}^{i\tilde{\alpha}} \sum_k i^k \tilde{w}_{nk} \sin(\Delta_k \theta + \tilde{\phi}_n) \tag{5.3}$$

где

$$\tilde{w}_{nk} = |w_n| \frac{\sin(\chi_k \pi/2)}{\chi_k \pi/2}, \quad \Delta_k = \nu_n - (k + 1/2),$$
$$\chi_k = \nu_0 - (k + 1/2), \qquad \tilde{\alpha} = \alpha_1 - \nu_0 \tfrac{\pi}{2} - \tfrac{\pi}{4}, \qquad \tilde{\phi}_n = \phi_n - \alpha_1$$

Отметим, что все гармоники $\tilde{w}_{nk}$ с нечетным (четным) номером k имеют ту же самую ось колебаний, которая ортогональна оси колебаний для гармоник с четным (нечетным) k. Направление осей колебаний линейных гармоник определяется только текущей энергией и ориентацией осей змеек.

При пересечении резонанса во время ускорения величины расстроек Δ_k остаются постоянными, в то время как $\tilde{w}_{nk}$ изменяются сложным путем, достигая максимальной величины при $\nu_0 = k + 1/2$.

Несмотря на то, что представление возмущения во вращающейся системе состоит из бесконечной суммы гармоник, степень влияния различных членов этой суммы на движение спина оказывается очень разной. Мерой, описывающей величину отклонения спина под воздействием гармоники $\tilde{w}_{nk}$, является величина $\tilde{w}_{nk}/\Delta_k$. Таким образом, наиболее сильное влияние на движение спина оказывают гармоники с номерами k, близкими к $k_0 = [\nu_n]$ (целой части ν_n).

Для описания движения спина в данном случае удобно использовать сферические координаты ρ и ϕ:

$$S_x = \sin\rho\cos\phi, \quad S_y = \sin\rho\sin\phi, \quad S_z = \cos\rho, \tag{5.4}$$

позволяя принимать координате ρ, как положительные, так и отрицательные значения, при условии, что координата ϕ остается неизменной в момент, когда ρ меняет знак. Возникающая при этом двузначность, когда одному и тому же направлению спина соответствует два набора координат (ρ,ϕ) и $(-\rho,\phi+\pi)$, не сказывается на последующем рассмотрении.

Полагая дробную часть резонансной частоты ν_n достаточно удаленной от целого значения, рассмотрим движение спина под воздействием наиболее сильной гармоники $\tilde{w}_{nk_0}$. Без потери общности можно положить направление оси колебаний гармоники $\tilde{w}_{nk_0}$ вдоль оси x. Тогда $\phi = \mathrm{const}$, а для ρ находим:

$$\rho = -\frac{\tilde{w}_{nk_0}}{\Delta_{k_0}} \cos(\Delta_{k_0}\theta + \tilde{\phi}_n) + \tilde{\rho} \tag{5.5}$$

где $\tilde{\rho}$ – константа, определяемая начальной ориентацией спина. Для решения, соответствующего вектору $\hat{\mathbf{n}}$ в лабораторной системе, находим: $\phi = \pi/2$, $\tilde{\rho} = 0$ и, следовательно:

$$n_x = 0, \quad n_y = -\sin\left(\frac{\tilde{w}_{nk0}}{\Delta_{k_0}}\cos\Phi\right), \quad n_z = \cos\left(\frac{\tilde{w}_{nk_0}}{\Delta_{k_0}}\cos\Phi\right) \tag{5.6}$$

где $\Phi = \Delta_{k_0}\theta + \tilde{\phi}_n$, В отличии от картины уединенного резонанса в ускорителе без Сибирских змеек, где вектор $\hat{\mathbf{n}}$ описывает круговую траекторию на сфере (см. раздел 1.2.2), в данном случае вектор $\hat{\mathbf{n}}$ описывает простую дугу, проекция которой на горизонтальную плоскость есть отрезок.

Решение в виде (5.6) демонстрирует увеличение отклонения спина от вертикального направления при стремлении дробной части ν_n к $1/2$ и удобно для качественного понимания движения спина в зоне резонанса. Однако, для получения более точного поведения поляризации в резонансной зоне необходим учет как можно большего числа гармоник в разложении (5.3).

5.1.1 Анализ движения спина в первом приближении

При условии, что отклонение спина от вертикального направления под воздействием возмущения достаточно мало, возможно получить решение для вектора $\hat{\mathbf{n}}$ с учетом всех гармоник в разложении (5.3).

Вводя комплексную переменную $\Psi = \rho\exp(i\phi)$, находим для нее следующее уравнение:

$$\Psi' = \frac{1}{2i}\left(W_\perp(1+\rho\operatorname{ctg}\rho) - W_\perp(1-\rho\operatorname{ctg}\rho)\mathrm{e}^{2i\phi}\right) + iW_z\rho\mathrm{e}^{i\phi} \tag{5.7}$$

с $W_\perp = W_x + iW_y$. В рассматриваемом случае: $W_z = 0$, $W_\perp = \tilde{w}_n$.

Полагая ($|\rho| \ll 1$), получаем уравнение первого приближения:

$$\Psi' = -i\tilde{w}_n \tag{5.8}$$

Решение уравнения (5.8), соответствующее периодическому спиновому решению $\hat{\mathbf{n}}$, есть:

$$\Psi = \frac{|w_n|}{\sin(\Delta\pi)}\mathrm{e}^{i\tilde{\alpha}}\frac{1}{\delta}\left(B_1(\theta)\mathrm{e}^{i\Phi} + B_2(\theta)\mathrm{e}^{-i\Phi}\right) \tag{5.9}$$

где $\Phi = \Delta\theta + \tilde{\phi}_n$, $\Delta = \Delta_{k_0}$.

$B_{1,2}$ представляют собой периодические функции азимута ускорителя θ:

$$\left\{\begin{array}{lcl} B_1(\theta) & = & \sin(\Delta\pi + \delta\frac{\pi}{2})\mathrm{e}^{i\frac{\Delta}{2}\tilde{\theta}} - \sin(\Delta\pi)\mathrm{e}^{i\frac{\chi}{2}\tilde{\theta}} \\ B_2(\theta) & = & \sin(\delta\frac{\pi}{2})\mathrm{e}^{-i\frac{\Delta}{2}\tilde{\theta}} \end{array}\right\} \quad \text{при} \quad 0 \le \theta \le \pi,$$

$$\left\{\begin{array}{lcl} B_1(\theta) & = & B_2^*(\theta-\pi) \\ B_2(\theta) & = & B_1^*(\theta-\pi) \end{array}\right\} \quad \text{при} \quad \pi \le \theta \le 2\pi,$$

где $\tilde{\theta} = \pi - 2\theta$, $\chi = \chi_{k0}$.

Решение в виде (5.9) позволяет определить наблюдаемую поляризацию в резонансной зоне на любом азимуте ускорителя. Наиболее простое поведение спина можно наблюдать непосредственно на входе или выходе Сибирских змеек. Например, выбирая точку наблюдения сразу после змейки (при $\theta = 0$) получаем:

$$B_1 = \sin(\delta\frac{\pi}{2})\mathrm{e}^{-i\Delta\frac{\pi}{2}}; \quad B_2 = \sin(\delta\frac{\pi}{2})\mathrm{e}^{-i\Delta\frac{\pi}{2}} \tag{5.10}$$

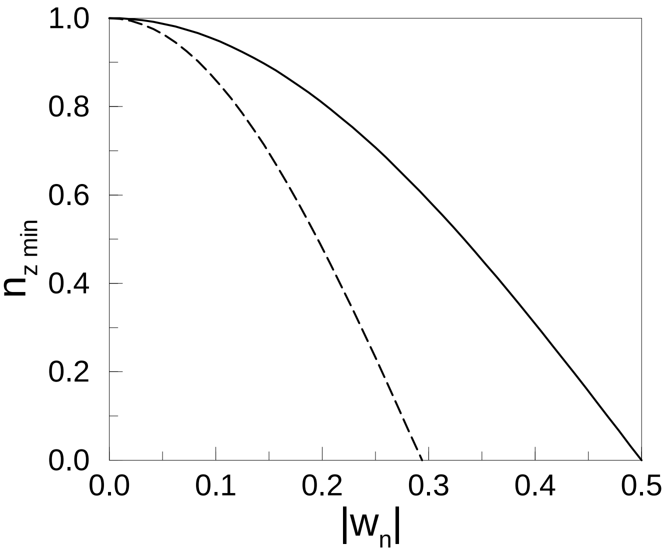

Рис. 5.1: Зависимость максимального отклонения спина в зоне резонанса от силы резонанса $|w_n|$ для двух значений расстройки: $\Delta = 0.5$ (сплошная линия) и $\Delta = 0.2$ (пунктир).

Тогда из выражения (5.9) находим решение в виде:

$$\Psi = \frac{\pi |w_n|}{\sin(\Delta\pi)} \mathrm{e}^{i(\tilde{\alpha} - \Delta\frac{\pi}{2})} \frac{\sin(\delta\frac{\pi}{2})}{\delta\frac{\pi}{2}} \cos\Phi \tag{5.11}$$

Фаза Φ изменяется на каждом обороте на величину $2\pi\nu_n - \pi$. В случае резонанса с вертикальной бетатронной частотой, когда $\nu_n = n \pm \nu_z$, вектор $\hat{\mathbf{n}}$, подобно решению в виде (5.6), описывает на сфере дугу, проекция которой на горизонтальную плоскость есть отрезок.

Максимальное отклонение ρ от нулевого значения:

$$|\rho|_{max} = \frac{\pi |w_n|}{|\sin(\Delta\pi)|} \tag{5.12}$$

может быть названо глубиной резонанса, так как оно описывает максимальное отклонение спина от вертикального направления в зоне резонанса. Глубина резонанса минимальна для целого резонанса ($\Delta = \pm 1/2$) и возрастает при приближении дробной части резонансной частоты ν_n к $1/2$.

На рисунке 5.1 изображена зависимость максимального отклонения спина в зоне резонанса, $1 - \cos(\rho_{max})$, от силы резонанса $|w_n|$. Видно, что применение пары Сибирских змеек приводит к эффективному подавлению резонансов с $|w_n| \leq 0.1$.

При некоторых значениях энергии, когда $\delta = 2m$, где m — не равное нулю целое число, отклонение вектора $\hat{\mathbf{n}}$ от вертикали равно нулю (так называемые

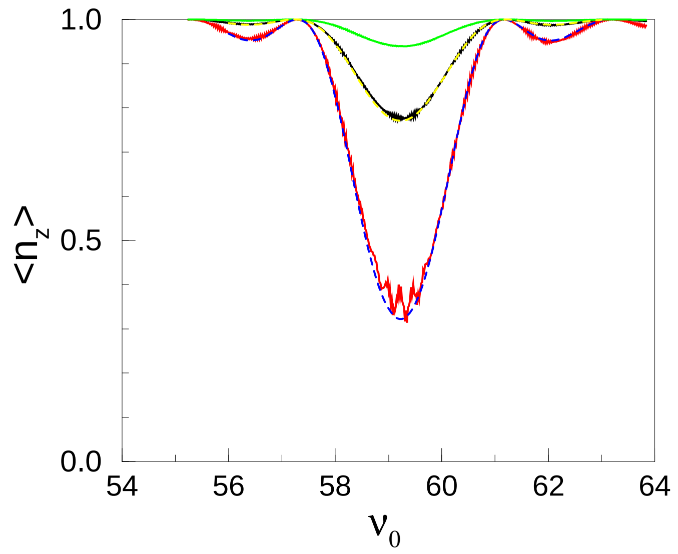

Рис. 5.2: Поляризация, наблюдаемая при азимуте $\theta = 0$ (сразу после змейки) при пересечении резонансов с величиной $|w_n| = 0.12; 0.25; 0.5$. Пунктирные линии соответствуют аналитическим результатам. $\nu_n = 59.23$.

узловые точки). Идя дальше приближения первого порядка, точное расположение узловых точек дается условием $\lambda = \sqrt{\delta^2 + |w_n|^2} = 2m$ [34]. Данное условие имеет очевидный физический смысл – спин, имеющий вертикальное направление на выходе из одной змейки, преобразуется снова в вертикальный спин на входе в другую змейку независимо от фазы гармоники возмущения.

Для определения наблюдаемой поляризации при резонансе с бетатронной частотой необходимо произвести усреднение по бетатронной фазе (фазе гармоники ϕ_n). При $\theta = 0$ получаем наблюдаемую поляризацию в виде:

$$\langle n_z \rangle = \langle \cos\rho \rangle = J_0\left(\frac{\pi|w_n|}{\sin(\Delta\pi)}\frac{\sin(\lambda\frac{\pi}{2})}{\lambda\frac{\pi}{2}}\right) \tag{5.13}$$

где, корректируя первое приближение, мы используем λ вместо δ.

Этот аналитический результат сравнивался с результатами, полученными численным путем с использованием трекинговой программы SPINK [35] на примерной ФОДО структуре. Анализ показал хорошее согласие аналитических и численных результатов даже при достаточно большой величине силы резонанса ($|w_n| = 0.5$) при условии, что вертикальная бетатронная частота находится достаточно далеко от значений, соответствующих резонансам высокого порядка. На рисунке 5.2 приведены результаты для наблюдаемой поляризации в зависимости от ν_0 при разных силах резонанса.

При наблюдении на другом азимуте ускорителя поведение поляризации будет отличаться от показанного выше. Выберем, например, для наблюдения

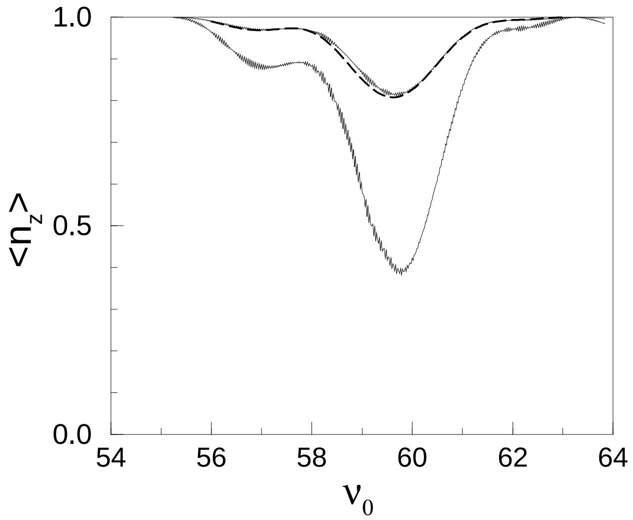

Рис. 5.3: Поляризация, наблюдаемая при азимуте $\theta = \pi/2$ (на половине пути между змейками), при пересечении резонансов с величиной $|w_n| = 0.25; 0.5$. Пунктирная линия соответствует аналитическому результату. $\nu_n = 59.23$

азимут на половине пути между змейками ($\theta = \pi/2$). Тогда из (5.9) (снова используя λ вместо δ) получаем:

$$\rho = \frac{2|w|\sin(\lambda\frac{\pi}{4})}{\sin(\Delta\pi)\lambda}\sqrt{\cos^2(\lambda\frac{\pi}{4}) + \cos^2(\tilde{\Delta}\pi) + 2\cos(\lambda\frac{\pi}{4})\cos(\tilde{\Delta}\pi)\cos(2\Phi)} \qquad (5.14)$$

где $\tilde{\Delta} = \Delta + \lambda/4$. Из этой формулы видно более редкое расположение узловых точек, чем в предыдущем случае, и несимметричная зависимость поляризации от энергии. Рисунок 5.3 снова демонстрирует хорошее согласие между численными результатами и величиной $\langle\cos\rho\rangle$ при пересечении резонанса.

5.2 Змеечные резонансы

Ввиду того, что при применении Сибирских змеек спиновая частота остается постоянной во время ускорения, особое внимание необходимо уделять резонансам высокого порядка. В данном разделе мы рассмотрим механизм возникновения резонансов высокого порядка, именуемых змеечными резонансами. Появление змеечных резонансов обусловлено тем, что гармоника уединенного резонанса w_n (5.1) в отсутствие змеек приводит к целой сумме гармоник (5.2) при включенных змейках. Как будет показано ниже, величина этих резонансов возрастает при увеличении величины гармоники $|w_n|$, так что при достаточно высокой энергии такие резонансы могут привести к заметному уменьшению области значений вертикальных бетатронных частот, пригодных для сохранения поляризации пучка.

Для качественного описания змеечных резонансов мы используем приближенное решение в форме (5.6), описывающее движение спина под воздействием наиболее сильной гармоники (с номером k_0) в разложении (5.2), и рассмотрим возмущение этого решения под воздействием следующих по силе гармоник (с номерами $k_0 \pm 1$).

Перейдем в систему координат, вращающуюся вместе с решением (5.6). В этой системе Фурье разложение ортогональной к решению (5.6) компоненты возмущения имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{\perp} &= \left(\tilde{w}_{k_0+1}\cos\left((\Delta-1)\theta+\tilde{\phi}_n\right)+\tilde{w}_{k_0-1}\cos\left((\Delta+1)\theta+\tilde{\phi}_n\right)\right)\cdot \\ &\cdot \left(J_0\left(\frac{\tilde{w}_{k_0}}{\Delta}\right)+2\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p J_{2p}\left(\frac{\tilde{w}_{k_0}}{\Delta}\right)\cos\left(2p\Delta\theta+2p\tilde{\phi}_n\right)\right) \qquad (5.15) \end{aligned}$$

где $\Delta = \Delta_{k_0}$, $\tilde{\phi}_n = \phi_n - \alpha_1$. Из данного Фурье представления можно заключить, что возмущение $\tilde{W}_{\perp}$ приводит к наиболее сильному отклонению спина от решения (5.6) при выполнении условий: $(2p+1)\Delta \pm 1 = 0$. Отсюда, используя определение для Δ_k, получаем резонансные условия для дробной части бетатронной частоты $\{\nu_z\}$:

$$\{\nu_z\} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{1+2p}$$

где $p > 0$ – целое число. Величина p характеризует порядок резонанса.

Рассмотрим движение спина вблизи резонанса $\{\nu_z\} = 1/6$ $(p=1)$. Оставив в разложении (5.15) только члены, соответствующие данному резонансу:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\left(\tilde{w}_{k_0-1}J_2\left(\frac{\tilde{w}_{k_0}}{\Delta}\right)-\tilde{w}_{k_0+1}J_4\left(\frac{\tilde{w}_{k_0}}{\Delta}\right)\right)\sin\left((3\Delta+1)\theta+3\tilde{\phi}_n\right) &= \\ = \bar{w}\sin\left((3\Delta+1)\theta+3\tilde{\phi}_n\right) & \qquad (5.16) \end{aligned}$$

можно получить следующее решение для вектора $\hat{\mathbf{n}}$ в лабораторной системе:

$$n_x = \sin\bar{\rho}; \quad n_y = \cos\bar{\rho}\sin\rho; \quad n_z = \cos\bar{\rho}\cos\rho \qquad (5.17)$$

где

$$\bar{\rho} = \frac{\bar{w}}{\bar{\Delta}}\sin\left(\bar{\Delta}\theta + 3\tilde{\phi}_n\right) \qquad (5.18)$$

где $\bar{\Delta} = 3\Delta + 1$, а ρ определяется выражением (5.5). Проекция данного решения на горизонтальную плоскость имеет характерную структуру, представленную на рисунке 5.4.

Учет большего числа гармоник в разложении (5.2) приводит к увеличению количества змеечных резонансов. В общем случае резонансное условие приобретает вид:

$$\{\nu_z\} = \frac{1}{2} \pm \frac{m}{1+2p}$$

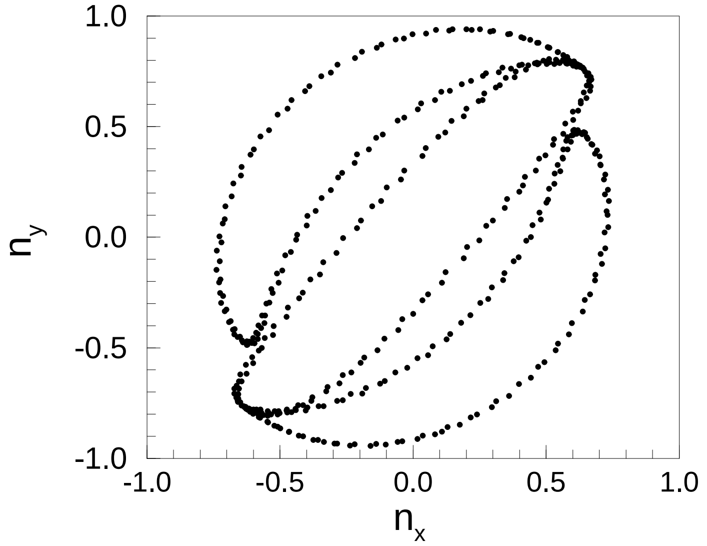

Рис. 5.4: Проекция вектора $\hat{\mathbf{n}}$ на горизонтальную плоскость вблизи резонанса $\{\nu_z\} = 1/6$ по результатам численного моделирования. Точка наблюдения – при $\theta = 0$.

где $m, p > 0$. Например, змеечные резонансы низших порядков ($p = 1, 2$) соответствуют следующим значениям дробной части ν_z:

$$\begin{aligned} p = 1 \quad &: \quad \nu_z = \frac{1}{6}; \quad \frac{5}{6} \\ p = 2 \quad &: \quad \nu_z = \frac{1}{10}; \quad \frac{3}{10}; \quad \frac{7}{10}; \quad \frac{9}{10} \end{aligned}$$

Численные исследования [34, 36] показали, что змеечные резонансы способны нарушить адиабатичность пересечения основного резонанса и привести к потере поляризации пучка. Необходимое уменьшение глубины змеечного резонанса $|\bar{\rho}|_{max}$ может быть достигнуто, согласно выражениям (5.16),(5.18), либо увеличением расстройки $\bar{\Delta}$ от резонансного значения, либо уменьшением глубины основного резонанса. Последнее может быть достигнуто увеличением числа Сибирских змеек в ускорителе.

5.3 Случай четырех змеек

Увеличение числа применяемых Сибирских змеек позволяет уменьшить глубину резонанса. Рассмотрим случай четырех змеек, размещенных в ускорителе при $\theta = 0$; $\pi/2$; π и $3\pi/2$. Для того, чтобы держать спиновую частоту равной

1/2, оси змеек должны удовлетворять соотношению

$$\alpha_1 + \alpha_3 - \alpha_2 - \alpha_4 = \pm\frac{\pi}{2}$$

В отличие от случая двух змеек данное условие позволяет множество возможных конфигураций с различной взаимной ориентацией осей змеек. При этом возникает вопрос о нахождении наиболее оптимальной конфигурации, приводящей к наиболее сильному уменьшению глубины резонанса.

Аналогично рассмотрению, проведенному для двух Сибирских змеек, преобразуем гармонику w_n уединенного резонанса во вращающуюся систему координат, находим:

$$\tilde{w}_n = \frac{1}{2} i \mathrm{e}^{i\tilde{\alpha}} \sum_k \tilde{w}_{nk} \mathrm{e}^{-ik\pi/4} (-1)^k \left(C_{1k} \mathrm{e}^{i(\Delta_k \theta + \tilde{\phi}_n)} + C_{2k} \mathrm{e}^{-i(\Delta_k \theta + \tilde{\phi}_n)} \right) \tag{5.19}$$

где

$$\tilde{w}_{nk} = |w_n| \frac{\sin(\chi_k \pi/4)}{\chi_k \pi/4}, \qquad \tilde{\phi}_n = \phi_n - \tfrac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_3)$$

$$\tilde{\alpha} = \frac{1}{2}(3\alpha_1 + \alpha_3 - 2\alpha_2) - \nu_0 \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8},$$

$$C_{1k} = \cos(\alpha_2 - \alpha_1 - (k + 1/2)\pi/2), \quad C_{2k} = \cos(\alpha_3 - \alpha_2 - (k + 1/2)\pi/2)$$

Предполагая дробную часть резонансной частоты ν_n в диапазоне $[0.1; 0.9]$, эффективное уменьшение глубины резонанса можно получить занулением наиболее сильной гармоники (с номером k_0) в выражении (5.19). Из условий $C_{1k_0} = 0$ и $C_{2k_0} = 0$ находим следующие соотношения, связывающие ориентации осей змеек:

$$\alpha_3 - \alpha_1 = \pi/2, \qquad \alpha_4 - \alpha_2 = \pi/2 \qquad \text{для любого} \quad k_0;$$

$$\alpha_2 - \alpha_1 = -\pi/4 \quad \text{для четных} \quad k_0;$$

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \pi/4 \quad \text{для нечетных} \quad k_0.$$

Вычисляя глубину резонанса при оптимальной конфигурации осей змеек, находим:

$$|\rho|_{max} = \frac{\pi |w_n|}{2} \frac{1}{|\cos(\Delta\pi/2)|} \tag{5.20}$$

где $\Delta = \Delta_{k_0}$.

Однако, как показывают приведенные выше соотношения на ориентацию осей змеек, существует различие в оптимальных конфигурациях, необходимых для подавления резонансов с четной и нечетной целой частью резонансной частоты. Более того, оптимальная конфигурация для подавления нечетных (четных) резонансов является неэффективной при подавлении четных (нечетных) резонансов, создавая глубину резонанса:

$$|\rho|_{max} = \frac{\pi |w_n|}{2} \frac{1}{|\sin(\Delta\pi/2)|} \tag{5.21}$$

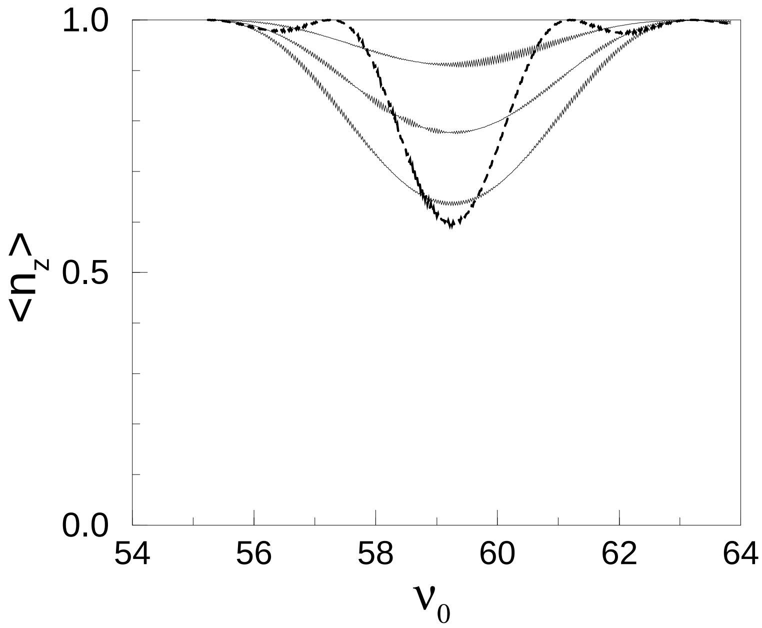

Рис. 5.5: Пересечение резонанса при различных конфигурациях осей змеек. Пунктирная линия соответствует применению двух змеек. $\nu_n = 59.23$

Из (5.19) можно найти компромиссный вариант — конфигурацию, которая уменьшает глубину четных и нечетных резонансов в равной степени:

$$\alpha_1 = \alpha_3, \quad \alpha_2 = \alpha_4, \quad \alpha_1 - \alpha_2 = \pm\pi/4$$

При этом для четных и нечетных резонансов достигается глубина:

$$|\rho|_{max} = \frac{\pi|w_n|}{2} \frac{\sqrt{1 + |\sin(\Delta\pi)|}}{|\sin(\Delta\pi)|} \tag{5.22}$$

Рисунок 5.5 демонстрирует зависимость наблюдаемой поляризации от энергии в зоне резонанса для эффективного (с глубиной резонанса (5.20)), неэффективного (5.21) и компромиссного (5.22) вариантов конфигураций осей змеек по результатам численного моделирования.

Заметим, что для подавления целых резонансов ($\Delta = \pm 1/2$), все приведенные конфигурации имеют одинаковую эффективность. При этом глубина резонанса:

$$|\rho|_{max} = \frac{\pi|w_n|}{\sqrt{2}}$$

в $\sqrt{2}$ меньше, чем при использовании двух Сибирских змеек.